

COMPARAÇÃO DE DOIS MODELOS NÃO-LINEARES NA PROPAGAÇÃO DE ONDAS SOBRE UM BAIXIO ESFÉRICO

Pinheiro, L.¹, Teixeira, P.², Fortes, C.J.E.M.¹

1: NPE/DHA

Laboratório Nacional de Engenharia Civil
Av. do Brasil, 101, 1700-066 Lisboa, Portugal
e-mail: rlemos@lnec.pt, jfortes@lnec.pt, lpinheiro@lnec.pt
web: <http://www.dha.lnec.pt/npe/portugues/actividade.html>

2: Escola de Engenharia

Universidade Federal do Rio Grande
Av. Itália, km8, Campus Carreiros, 96201-900 Rio Grande, RS, Brasil
e-mail: pauloteixeira@furg.br
web: <http://www.furg.br>

Palavras-chave: Propagação e deformação de ondas, Modelação numérica, Modelos de Boussinesq, Método de diferenças finitas, Método dos elementos finitos, COULWAVE, BOUSS

Resumo: *Nesta comunicação são aplicados dois modelos numéricos baseados em equações do tipo Boussinesq, BOUSSiiw [12] e COULWAVE [9], na simulação da propagação de ondas sobre um baixio esférico localizado num fundo de profundidade constante (Chawla [5]). A propagação de ondas ao longo desta topografia envolve diversos fenómenos físicos, nomeadamente, o empolamento, a refração, a difracção, e a dispersão não-linear. Por isso, constitui um óptimo teste para a validação e comparação dos modelos aqui apresentados. Este estudo foi conduzido experimentalmente por Chawla [5]. Os resultados numéricos de ambos os modelos são comparados com os resultados experimentais. Avalia-se assim o desempenho dos modelos numéricos.*

1. INTRODUÇÃO

A propagação de ondas sobre uma zona de profundidade variável está sujeita diversos fenómenos entre os quais se destacam os fenómenos da refração, difracção, reflexão e rebentação, dispersão em frequência e em amplitude. Estes processos de transformação de ondas levam à alteração da forma, direcção, altura e períodos das ondas. Desde o início dos anos 1900 vários estudos de campo e de laboratório têm investigado esta questão. A investigação começou por incidir sobre a modificação de uma onda que encontra uma mudança na batimetria, utilizando métodos analíticos. Esta pesquisa levou ao desenvolvimento de soluções analíticas para mudanças batimétricas sob a forma de um degrau ou buraco, de comprimento infinito (numa dimensão horizontal; modelos 2-D) e, mais

recentemente, de dimensões finitas (duas dimensões horizontais; modelos 3-D). A complexidade dos modelos 3-D tem avançado para domínios com batimetrias arbitrárias resolvidas com complexos sistemas numéricos.

Bender e Dean ([1] e [2]) fornecem uma ampla revisão de trabalhos recentes sobre a modificação do campo de ondas por alterações batimétricas incluindo uma breve revisão de vários outros modelos numéricos actualmente em uso. Os dados de laboratório e de campo disponíveis sugerem que a transformação da onda por um poço pode resultar em substanciais zonas de erosão junto á costa, enquanto um baixio pode provocar sedimentação. Dos processos de transformação da onda provocada por uma alteração batimétrica, um número significativo de modelos incluem apenas os efeitos de refacção e difracção das ondas. Resultados computacionais incorporando apenas refacção e difracção parecem incapazes de prever a erosão ou sedimentação devida a poços ou baixios submarinos, Bender e Dean [3].

Os modelos baseados nas equações estendidas de Boussinesq incorporam todos os fenómenos enumerados e permitem uma descrição mais precisa da evolução das ondas em zonas de profundidade variável, onde os efeitos da refacção, difracção e efeitos não lineares afectam a propagação das ondas. Um exemplo deste tipo de modelos são o BOUSSiiw (*BOUSSinesq model with Internal Irregular Wave generation*, Pinheiro [12], e o COULWAVE, Lynett e Liu [9], ambos baseados em equações do tipo Boussinesq mas utilizando aproximações diferentes na sua dedução e na resolução numérica.

BOUSSiiw resolve as equações de Boussinesq estendidas deduzidas por Nwogu [10], válidas desde águas de profundidade intermédia a águas pouco profundas. Para a integração na vertical, foi admitido um perfil de velocidades tipo a uma profundidade pré-definida. O modelo permite simular a propagação não linear e dispersiva de ondas regulares ou irregulares tendo em conta alguns dos fenómenos mais importantes presentes nas regiões costeiras. O modelo usa o pacote SPRINT, Berzins *et al.* [4], para a integração temporal e o método de Galerkin com uma malha não estruturada de elementos finitos para a discretização espacial. Por seu lado, o modelo COULWAVE é um modelo de diferenças finitas que resolve as equações completamente não-lineares e dispersivas de Boussinesq. Para obtenção dessas equações, Lynett e Liu utilizaram o conceito de “*multi-layer*” (multi-camada) em que a coluna de água é dividida em várias camadas. A precisão do modelo assim desenvolvido depende do número de camadas que se considera permitindo a sua utilização em águas muito profundas.

Face ao modelo BOUSSiiw, COULWAVE permite simular um leque maior de fenómenos intervenientes na transformação da onda em fundos de profundidade variável e na presença de correntes, tais como empolamento (linear e não-linear), difracção, refacção pelo fundo e devida às correntes, dispersão de amplitude, espraiamento (*run-up*), a geração de harmónicas e dissipação de energia por rebentação da onda. No entanto, o modelo BOUSSiiw, apresenta um maior potencial na aplicação a zonas portuárias ou confinadas com fronteiras irregulares pois a malha de elementos finitos e a consideração de diversos coeficientes de reflexão ao longo da fronteira permite uma simulação mais adequada da reflexão das ondas do que o que acontece

com o modelo COULWAVE. Com efeito, COULWAVE não considera condições de reflexão parcial.

É, no entanto, de salientar que o modelo BOUSSiiw ainda se encontra numa fase de validação, pelo que a sua aplicação a casos de estudo para os quais existam resultados experimentais e/ou resultados de modelos numéricos mais aperfeiçoados é de extremo interesse. Neste âmbito, para analisar o desempenho do modelo BOUSSiiw, decidiu-se aplicá-lo ao caso de teste de simulação da propagação de ondas (regulares) sobre um baio circular num fundo de profundidade constante, Trata-se de um caso de teste bastante complexo, dado que intervêm um conjunto de fenómenos que alteram significativamente as características da onda. Este caso foi estudado em modelo físico por Chawla [5], pelo que existem resultados experimentais disponíveis para a verificação do modelo. O modelo COULWAVE também será aplicado de modo a se comparar o desempenho do modelo BOUSSiiw face a outro modelo numérico mais aperfeiçoado.

Nas próximas secções, apresentar-se-ão sucintamente as características gerais dos modelos BOUSSiiw e COULWAVE. Seguidamente, serão descritas as condições dos ensaios em modelo físico, as condições de cálculo dos modelos numéricos e efectua-se uma comparação dos resultados numéricos e experimentais. Finalmente, são apresentadas as principais conclusões obtidas neste trabalho.

2. O MODELO BOUSSiiw

2.1. Introdução

BOUSSiiw resolve as equações de Boussinesq estendidas deduzidas por Nwogu [10], válidas desde águas de profundidade intermédia a águas pouco profundas, e é um modelo indicado para a propagação de ondas não lineares e dispersivas pois permite reproduzir alguns dos processos mais importantes presentes em regiões costeiras de média a baixa profundidade: a difracção, a refracção, a reflexão, o empolamento, a dispersão de energia para as harmónicas. Para a integração na vertical, foi admitido um perfil de velocidades **tipo a uma** profundidade pré-definida. O modelo usa o pacote SPRINT, Berzins *et al.*[4], para a integração temporal e o método de Galerkin com uma malha não estruturada de elementos finitos para a discretização espacial. As malhas de elementos finitos são geradas com o gerador automático GMALHA, Pinheiro *et al.* [11], especialmente criado para modelos de propagação de ondas marítimas. Para a geração das ondas (regulares e irregulares) no domínio encontra-se implementada uma condição de geração no interior do domínio por intermédio de uma função fonte, segundo o procedimento de Wei *et al.* [13]. Esta condição permite não só a geração das ondas mas também que as ondas reflectidas nas fronteiras físicas do domínio e que se propagam na direcção da fonte, possam ser absorvidas evitando a sua permanência no domínio e conseqüente adulteração das características das ondas.

Como condições de fronteira, são admitidas condições de reflexão ou de absorção total. A condição de absorção total é conseguida através da colocação de uma zona absorvente

(“*sponge layer*”). Para a simulação da interacção das ondas com uma fronteira física (como é o caso de um quebra-mar ou um cais, falésias rochosas, etc.) é imposta uma condição de fronteira de reflexão total.

Este modelo foi desenvolvido para aplicações a uma e duas dimensões (em planta), permitindo obter resultados da elevação da superfície livre e da velocidade horizontal (representativa) em cada ponto do domínio de aplicação.

2.2. Equações e método numérico

As equações de Boussinesq estendidas deduzidas por Nwogu [10] são as que se seguem:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + g \nabla \eta + \frac{Z_\alpha^2}{2} \nabla \left(\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) + Z_\alpha \nabla \left(\nabla \cdot \left(h \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot ((h + \eta) \mathbf{u}) + \nabla \cdot \left(\left(\frac{Z_\alpha^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right) h \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \left(Z_\alpha + \frac{h}{2} \right) h \nabla (\nabla \cdot (h \mathbf{u})) \right) = 0 \quad (2)$$

em que o vector de velocidade $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, t) = (u, v)$ representa o campo de velocidades bidimensional, calculado numa determinada profundidade, Z_α , $\eta = \eta(x, y, t)$ representa a elevação da superfície livre, h é a profundidade do fundo e g é a aceleração da gravidade. A resolução espacial destas equações é efectuada pelo método dos elementos finitos.

O modelo utiliza o pacote de integração temporal SPRINT, Berzins *et al.* [4]. Este software fornece um método geral de resolução de sistemas de equações diferenciais parciais ordinárias utilizando passos de tempo e ordens de integração variáveis. As matrizes, nos casos bidimensionais são esparsas pelo que o método de resolução passa pela factorização da matriz jacobiana.

2.3. Malha de elementos finitos

O gerador de malhas GMALHA, Pinheiro *et al.* [11], foi desenvolvido especialmente para a geração de malhas não estruturadas de elementos triangulares usadas por modelos de propagação de ondas marítimas. Para uma dada zona costeira, ele gera, a partir da fronteira e da batimetria dessa zona, uma malha otimizada, sujeita a um refinamento local condicionado pela batimetria e ao controlo da uniformidade dos elementos, dos ângulos internos e das valências de cada nó. O refinamento local é controlado pelo número de pontos por comprimento de onda desejado. A malha é renumerada de modo a minimizar a largura de banda das matrizes. É importante salientar que é de grande vantagem para o método de resolução de equações, que a malha de elementos finitos tenha a numeração nodal ordenada.

2.4. Condições de fronteira

As condições de fronteira implementadas são as condições de reflexão total e de radiação total. A condição de reflexão total representa uma parede vertical sólida e impermeável. Para a condição de radiação, introduz-se uma zona de absorção nas fronteiras onde se pretende a

absorção total das ondas incidentes. Trata-se de uma zona onde se adiciona um termo difusivo à equação de conservação de massa que cresce exponencialmente em direcção à fronteira e é capaz de absorver a energia das ondas que saem do domínio com diferentes frequências. A largura da zona de absorção deve ser entre duas e três vezes o comprimento de onda.

2.5. Controlo da estabilidade numérica

No método dos elementos finitos, especialmente se a malha contiver irregularidades, podem surgir oscilações espúrias, que inviabilizam a obtenção duma solução numérica. Uma das formas de atingir a estabilidade numérica passa pela introdução de difusão artificial. A difusão artificial é introduzida através de um termo viscoso que se adiciona à equação de conservação da massa. Este termo, ao eliminar as oscilações espúrias, impede que os erros se acumulem ao longo do tempo.

O termo difusivo é de segunda ordem, proporcional a v_s , está presente em todo o domínio e é adicionado à equação da conservação da massa:

$$\dot{\eta} + \frac{\partial p}{\partial x} + \beta H^3 \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = v_s \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad (3)$$

em que v_s (m^2/s) está relacionado com o comprimento de onda, λ , e também com o espaçamento da malha, Δx , e é dado por.

$$v_s = \frac{\gamma \cdot \lambda^4}{(2 \cdot \pi \cdot \Delta x)^3} \quad (4)$$

O parâmetro γ (m/s) depende da qualidade da malha e é obtido através de testes prévios.

2.6. Geração de ondas no interior do domínio

Na simulação numérica da propagação de ondas num dado domínio, ocorrem, em algumas circunstâncias, reflexões significativas no seu interior que vêm a incidir sobre a fronteira de entrada das ondas. A condição clássica de geração de ondas na fronteira não é capaz de lidar com estas perturbações uma vez que não é possível prever as suas características *a priori*. Uma maneira de resolver este problema é gerando as ondas no interior do domínio. As ondas reflectidas podem passar através desta zona sem alterar as condições de geração e propagam-se até sair do domínio através duma fronteira de saída. Este método é particularmente eficiente em simulações de longo termo em domínios geometricamente complexos.

A metodologia utilizada foi a implementação de uma função fonte, baseada no trabalho de Wei *et al.* [13]. A amplitude da função fonte, D , resulta da linearização das equações de Boussinesq de modo a obter uma relação explícita com a altura de onda desejada:

$$D = 2 \cdot a \cdot \frac{(\omega^2 - \alpha_1 \cdot g \cdot k^4 \cdot h^3) \cdot \cos(\varphi)}{\omega \cdot I_1 \cdot k \cdot (1 - \alpha(kh)^2)} \quad (5)$$

em que $\alpha_1 = \alpha + 1/3$, $\alpha = -0.390$, φ é o ângulo de incidência das ondas em relação à direcção

principal de propagação. A função fonte vai oscilando com o tempo entre $-D$ e D , Figura 1. A zona de geração é distribuída sobre vários pontos da malha numa largura de W .

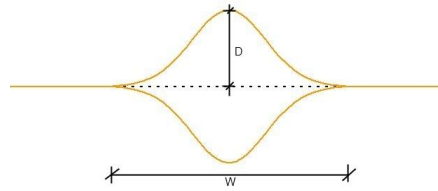


Figura 1. Esquema da geração de ondas no modelo BOUSSiww.

2.7. Dados e resultados

O modelo BOUSSiww requer como dados de entrada:

- as características da agitação incidente:
 - ondas regulares: período e amplitude da onda, localização da zona de geração;
 - ondas irregulares: série temporal das ondas incidentes, localização da zona de geração;
- as características da malha de elementos finitos com que foi discretizado o domínio:
 - coordenadas dos pontos e respectivas profundidades;
 - composição dos elementos;
- as condições de fronteira;
- a distribuição de viscosidades no domínio e nas zonas absorventes;
- os parâmetros de saída do modelo.

O modelo BOUSSiww produz como resultados:

- Mapas da elevação da superfície livre e componentes da velocidade em todo o domínio em determinados instantes de cálculo;
- Séries temporais da elevação da superfície livre em determinados pontos;
- Diagramas de isolinhas dos índices de agitação máximos em todo o domínio.

3. O MODELO COULWAVE

O modelo COULWAVE, Lynett e Liu [8], é um modelo de diferenças finitas para a propagação de ondas fortemente não-lineares (a razão entre a amplitude da onda e a profundidade pode ser da ordem até 1) e dispersivas, em zonas de profundidade variável. As equações do modelo, do tipo de Boussinesq, são deduzidas a partir da integração em profundidade das equações de continuidade e movimento, utilizando o conceito de camadas múltiplas (*multi-layer*). Em cada camada, admite-se um dado perfil de velocidades. Com estes perfis de velocidade que coincidem na fronteira entre camadas, é deduzido um conjunto de equações que permite estender a aplicabilidade do modelo a águas muito profundas e apresentar características lineares até $kh \sim 8$ e um comportamento não-linear de 2ª ordem até $kh \sim 6$. Para uma camada, as equações de conservação de massa (6) e quantidade de movimento

(7) vem:

$$\frac{1}{\varepsilon_o} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot [(\varepsilon_o \zeta + h) \mathbf{u}_1] - \mu_o^2 \nabla \cdot \left\{ \left[\frac{\varepsilon_o^3 \zeta^3 + h^3}{6} - \frac{(\varepsilon_o \zeta + h) k_1^2}{2} \right] \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}_1) + \left[\frac{\varepsilon_o^2 \zeta^2 - h^2}{2} - (\varepsilon_o \zeta + h) k_1 \right] \nabla T_1 \right\} = O(\mu_o^4) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} + \varepsilon_o \mathbf{u}_1 \cdot \nabla \mathbf{u}_1 + \nabla \zeta + \mu_o^2 \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{k_1^2}{2} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}_1) + k_1 \nabla T_1 \right\} + \varepsilon_o \mu_o^2 \left[\frac{(\mathbf{u}_1 \cdot \nabla k_1) \nabla T_1 + k_1 \nabla(\mathbf{u}_1 \cdot \nabla T_1) + k_1 (\mathbf{u}_1 \cdot \nabla k_1) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}_1)}{2} + \frac{k_1^2}{2} \nabla(\mathbf{u}_1 \cdot \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}_1)) \right] + \varepsilon_o \mu_o^2 \left[T_1 \nabla T_1 - \nabla \left(\zeta \frac{\partial T_1}{\partial t} \right) \right] + \varepsilon_o^2 \mu_o^2 \nabla \left(\zeta S_1 T_1 - \frac{\zeta^2}{2} \frac{\partial(\nabla \cdot \mathbf{u}_1)}{\partial t} - \zeta \mathbf{u}_1 \cdot \nabla T_1 \right) + \varepsilon_o^3 \mu_o^2 \nabla \left[\frac{\zeta^2}{2} ((\nabla \cdot \mathbf{u}_1)^2 - \mathbf{u}_1 \cdot \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}_1)) \right] = O(\mu_o^4) \quad (7)$$

com

$$T_1 = \nabla(h \mathbf{u}_1) + \frac{1}{\varepsilon_o} \frac{\partial h}{\partial t} \quad ; \quad k_1 = \alpha_1 h + \beta_1 \zeta \quad ; \quad \varepsilon_o = \frac{a_o}{h_o} \quad ; \quad \mu_o = \frac{h_o}{l_o}$$

onde ζ é a elevação da superfície livre, h é a profundidade, \mathbf{u}_1 é o vector de velocidade horizontal à profundidade definida em cada camada, g é a aceleração gravítica. Os coeficientes α_1 e β_1 são definidos pelo utilizador, a_o é a amplitude da onda, h_o a profundidade e l_o comprimento de onda. O perfil vertical da velocidade horizontal é dado por:

$$U_1 = u_1 - \mu_o^2 \left\{ \frac{z_1^2 - k_1^2}{2} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}_1) + (z_1 - k_1) \nabla T_1 \right\} + O(\mu_o^4) \quad (8)$$

com z_1 escolhido de modo a que as características resultantes do modelo de Boussinesq concordem bem com a teoria linear. Nwogu [7] sugere $z_1 = -0.531h$.

A resolução das equações referidas é semelhante à formulação apresentada por Wei *et al.* [13] utilizando um esquema predictor-corrector de Adams-Bashforth. O esquema de diferenças finitas consiste num esquema explícito de Adams-Bashforth de 3ª ordem no tempo para o passo predictor e implícito de 4ª ordem no tempo para o passo corrector. Para as derivadas espaciais de primeira ordem são utilizadas diferenças finitas centrais com uma precisão de 4ª ordem. As derivadas espaciais e temporais de ordem superior são efectuadas com uma precisão de 2ª ordem, através de esquemas centrados de três pontos. O modelo é formalmente preciso até Δt^4 em tempo de Δx^4 em espaço.

Para as fronteiras exteriores, dois tipos de condições são aplicadas: reflexão total e radiação. No primeiro caso utiliza-se a metodologia de Wei *et al.* [13] enquanto que para a radiação ou condição de fronteira aberta, um esquema de fronteira absorvente (sponge layers), de acordo com Kirby *et al.* [6] é usado.

Lynett e Liu [7] e [9] introduziram termos adicionais nas equações de modo a ter em conta o atrito de fundo, a rebentação de ondas, a geração de ondas no interior do domínio. Os dados de entrada do modelo COULWAVE encontram-se explicados em Lynett e Liu [9] e alguns dos resultados fornecidos pelo modelo constam das séries temporais e espaciais da elevação

da superfície livre e velocidades horizontais nos pontos do domínio definidos pelo utilizador.

4. APLICAÇÃO NUMÉRICA

Nas secções seguintes, descrevem-se as simulações numéricas da propagação de ondas sobre um baixio esférico estudado por Chawla [5] efectuadas com os modelos COULWAVE e BOUSSiiw. Chawla estudou alguns casos da propagação de ondas monocromáticas e irregulares sobre um baixio de sector de esfera através de modelação física e numérica, utilizando no último caso os modelos parabólicos de refração-difracção.

Na Figura 2 define-se a geometria dos casos de teste e a localização das secções onde foram efectuadas medições. As dimensões do tanque são de 20x18.2 m e as profundidades máxima e mínima são 0.45 m e 0.08 m, respectivamente. O centro do baixio está localizado nas coordenadas $x=5.0$ m e $y=8.98$ m, resultando em uma profundidade mínima no topo de 0.08 m. O baixio consiste em parte de uma esfera, de raio igual a 9.1 m, seccionado pelo fundo plano de profundidade 0.45 m, de tal forma que a circunferência de intersecção do fundo com a esfera é dada pela equação:

$$(x-7)^2 + (y-8.98)^2 = 2.57^2. \quad (9)$$

A equação que descreve a batimetria dentro do limite dessa circunferência fica

$$z = -9.18 + \sqrt{8.98^2 - (x-7)^2 - (y-8.98)^2}, \quad (10)$$

sendo que as coordenadas apresentadas nas equações (9) e (10) estão em metros e a coordenada z tem origem na superfície livre em repouso.

O caso estudado neste trabalho corresponde aos testes 1, 2 e 3 propostos por Chawla [5]. Na Tabela 1 indicam-se as características dos casos estudados ($Ur=gHT^2/h^2$). Os parâmetros H/h , kh e Ur são calculados para a profundidade do canal, $h=0.45$ m, e para a profundidade do topo do baixio, $h=0.08$ m, considerando o empolamento da onda dado pela teoria linear. São também apresentados os parâmetros H/h e Ur calculados conforme os resultados experimentais, constatando-se que estes últimos são superiores aos valores teóricos lineares, como era de se esperar. Observa-se que, mesmo para o teste 2, que apresenta uma maior relação H/h , não se verifica o fenómeno da rebentação.

Tabela 1 – Características das ondas geradas e parâmetros para a profundidade do canal e do topo do baixio.

Teste	H(m)	T(s)	L(m)	kh	H/h (linear)	H/h (exp)	Ur (linear)	Ur (exp)
1	0.0195	0.75	0.875	3.21 – 0.84	0.043 – 0.230	0.043 – 0.254	0.53 – 15.87	0.53 – 17.49
2	0.04	0.75	0.875	3.21 – 0.84	0.089 – 0.472	0.089 – 0.585	1.09 – 32.50	1.09 – 40.37
3	0.0233	1	1.490	1.90 – 0.60	0.052 – 0.296	0.052 – 0.407	1.13 – 36.32	1.13 – 49.89

Nesta análise, avalia-se a precisão dos modelos numéricos comparando os respectivos resultados com os experimentais de Chawla [5]. Na Tabela 2 apresentam-se os períodos, as frequências e os comprimentos de onda referentes às componentes fundamental e às

componentes harmónicas segundo a teoria linear, indicando as escalas do tempo e do espaço envolvidas.

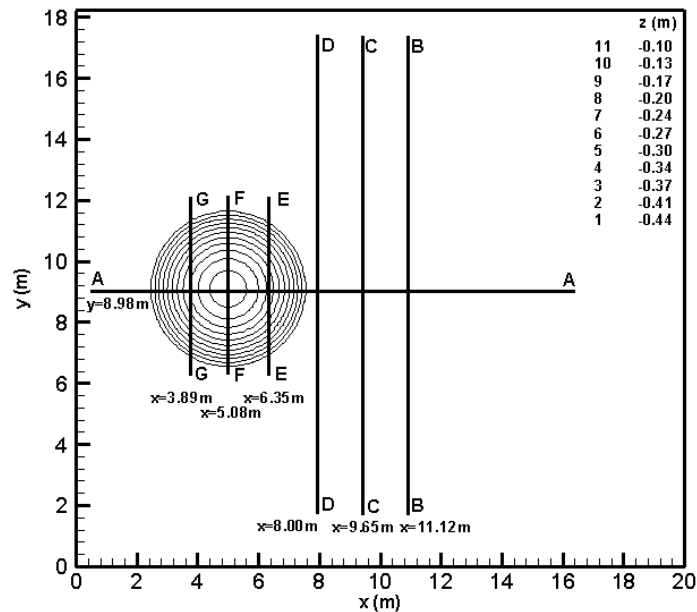


Figura 2. Configuração geométrica do tanque.

Tabela 2 - Período, frequência e comprimento de onda correspondentes às frequências fundamental, 2ª, 3ª e 4ª harmónicas.

Teste		Fundamental	2ª harmónica	3ª harmónica	4ª harmónica
1 e 2	Período (s)	0.75	0.375	0.1875	0.09375
	Frequência (Hz)	1.3333	2.6667	5.3333	10.6667
	Comprimento (m)	0.875	0.220	0.055	0.014
3	Período (s)	1.0	0.5	0.3333	0.25
	Frequência (Hz)	1.0	2.0	3.0	4.0
	Comprimento (m)	1.49	0.39	0.17	0.098

O tempo de cálculo necessário aos códigos não-lineares depende essencialmente da complexidade dos modelos numéricos sobre os quais foram construídos. O modelo BOUSSiiw tem um tempo de cálculo francamente inferior ao do modelo COULWAVE. Os tempos de CPU encontram-se na Tabela 3.

Tabela 3 – Tempos de CPU (s) dos modelos numéricos.

Teste	BOUSSiiw	COULWAVE
1	9h46min	
2	3h24min	
3	7h7min	

Salienta-se que o modelo COULWAVE é um modelo totalmente não linear e dispersivo enquanto que BOUSSiiw é fracamente não linear e dispersivo. Os cálculos foram efectuados numa estação de trabalho LINUX CORVUS com quatro processadores AMD Opteron™ 265 de 2GHz e com 8GB de memória RAM.

Nas próximas secções, apresentam-se as condições de cálculo, os resultados numéricos obtidos com os modelos numéricos BOUSSiiw e COULWAVE e as comparações em resultados numéricos e experimentais.

4.1. Condições de cálculo do modelo BOUSSiiw

O domínio de cálculo e a batimetria considerados nos cálculos efectuados com o modelo BOUSSiiw são os indicados na Figura 3. O domínio de cálculo foi discretizado por uma malha de elementos finitos com 72 140 nós e 143 286 elementos. A densidade de nós da malha foi definida de modo a obter uma média de 10 pontos por comprimento de onda, para um período de 0.75 s. A largura de banda correspondente a esta malha é de 376, isto é, a numeração nodal dos elementos nunca ultrapassa esta diferença, em toda a malha. Quanto à qualidade da malha, 99.91% dos elementos são considerados óptimos, isto é, têm ângulos interiores de 60° e os seus nós têm uma valência óptima de 6.

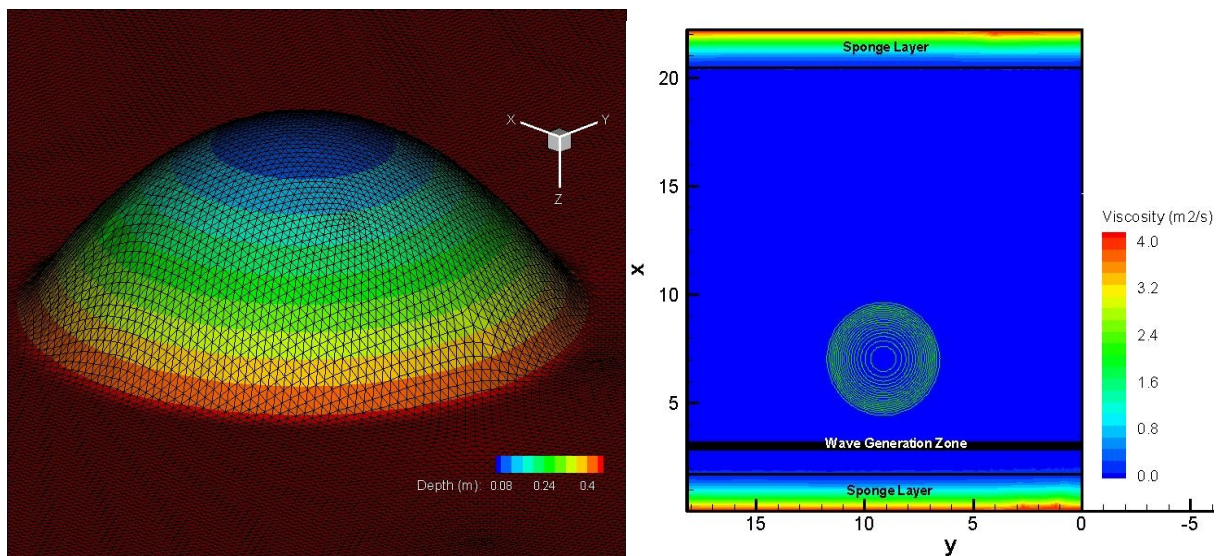


Figura 3. a) Perspectiva 3D da malha sobre o baixio. b) Localização da linha de geração das ondas e das zonas absorventes.

Na Figura 3 ilustra-se a localização das zonas absorventes e da zona de geração das ondas. A zona de geração localiza-se na ordenada $y = 3$ m e tem uma largura de 0.89 m, onde se impuseram as condições de agitação de ondas regulares sinusoidais indicados na Tabela 1. Em todas as fronteiras do domínio consideraram-se condições de fronteira de reflexão total e colocaram-se duas zonas absorventes (*sponge layers*) no início e no fim do domínio. As zonas absorventes têm uma largura de 2 vezes o comprimento de onda, isto é, 1.78 m.

O passo de tempo utilizado foi de 0.01 s. Utilizou-se um parâmetro de difusão artificial, γ , igual a $1.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, definido após vários testes preliminares. O tempo total de cálculo foi de 40 s.

4.2. Condições de cálculo do modelo COULWAVE

O domínio computacional do modelo COULWAVE é bidimensional, com 20x9.1m. Com efeito, dadas as características simétricas do exemplo em questão em relação ao centro do baixo, apenas se considerou metade do domínio de cálculo da Figura 2, para diminuir o esforço computacional envolvido.

A batimetria considerada nos cálculos efectuados com o modelo COULWAVE é a indicada na Figura 2. A discretização da batimetria foi fornecida com um espaçamento de $dx=0.05 \text{ m}$. O próprio modelo gera uma malha de diferenças finitas com base num número mínimo de pontos dado pelo utilizador, o qual, neste caso, foi de 50 pontos. O número de Courant admitido foi igual a 0.1.

A função fonte (geração de ondas) foi colocada na posição $x=4 \text{ m}$ e foram impostas as condições de agitação de ondas regulares sinusoidais indicados na Tabela 1. Impuseram-se condições de fronteira de reflexão total a todas as fronteiras do domínio e colocaram-se duas zonas absorventes (*sponge layers*) nos extremos do domínio com um comprimento de onda.

Não se considerou o atrito com o fundo. Para os restantes parâmetros do modelo COULWAVE adoptaram-se os valores sugeridos pelo manual, Lynett e Liu [9]. O tempo total de cálculo foi de 50 s.

4.3. Apresentação e análise de resultados

Para as condições anteriormente definidas, foram efectuados os cálculos com o modelo COULWAVE e BOUSSiiw. Os resultados do modelo foram obtidos em todo o domínio de cálculo, e em particular, nas posições das secções A-A a G-G. Primeiramente, apresentam-se os resultados do modelo BOUSSiiw no domínio, quer em termos de elevação da superfície livre quer em termos das isolinhas do índice de agitação (relação entre a altura de onda num ponto do domínio e a altura de onda incidente) no domínio. Seguidamente, os resultados numéricos de BOUSSiiw são comparados com os resultados experimentais e com os resultados numéricos de COULWAVE dos valores dos índices de agitação em secções ao longo do canal.

4.3.1. Elevação da superfície livre e índices de agitação no domínio de cálculo

Na Figura 4 apresenta-se uma visualização 3D dos valores numéricos da elevação da superfície livre ao fim de 5 s, 10 s, 20 s e 40 s de simulação, com o modelo BOUSSiiw, para o teste 2 ($T= 0.75 \text{ s}$, $H= 0.4 \text{ m}$). Na Figura 5e Figura 6 apresentam-se a visualizações 2D da elevação da superfície livre ao fim de 40 s de simulação e uma vista 3D do pormenor localizado na zona do baixo. Na Figura 7 apresentam-se as isolinhas dos índices de agitação

em todo o domínio obtidas com o modelo BOUSSiiv ao fim de 40 s de simulação, para os testes 1, 2 e 3.

A Figura 4 mostra claramente a propagação da agitação marítima ao longo do tempo sobre o baixio esférico. Verificam-se alterações na onda (direcção, altura e forma) devido aos efeitos da refacção do fundo e da difracção da onda em torno do baixio. Com efeito, a onda ao passar sobre o baixio sofre os efeitos: a) do empolamento devido à diminuição da profundidade; b) da refacção devido à orientação das batimétricas; c) e da difracção pela presença do baixio que constituiu de certa forma um obstáculo que a onda tem de ultrapassar. Tal conduz ao aumento de altura de onda após o baixio, pois trata-se de uma zona onde as ondas que contornaram o baixio se vão encontrar (zona de concentração de energia) assim como a diminuição da altura de cada um dos lados do baixio devido a distribuição da energia lateral (difracção). Este comportamento é também visualizado na Figura 5 e Figura 6. Nesta última figura é também visível a forma não-linear das ondas, uma vez que estas apresentam cristas aguçadas e cavas achatadas.

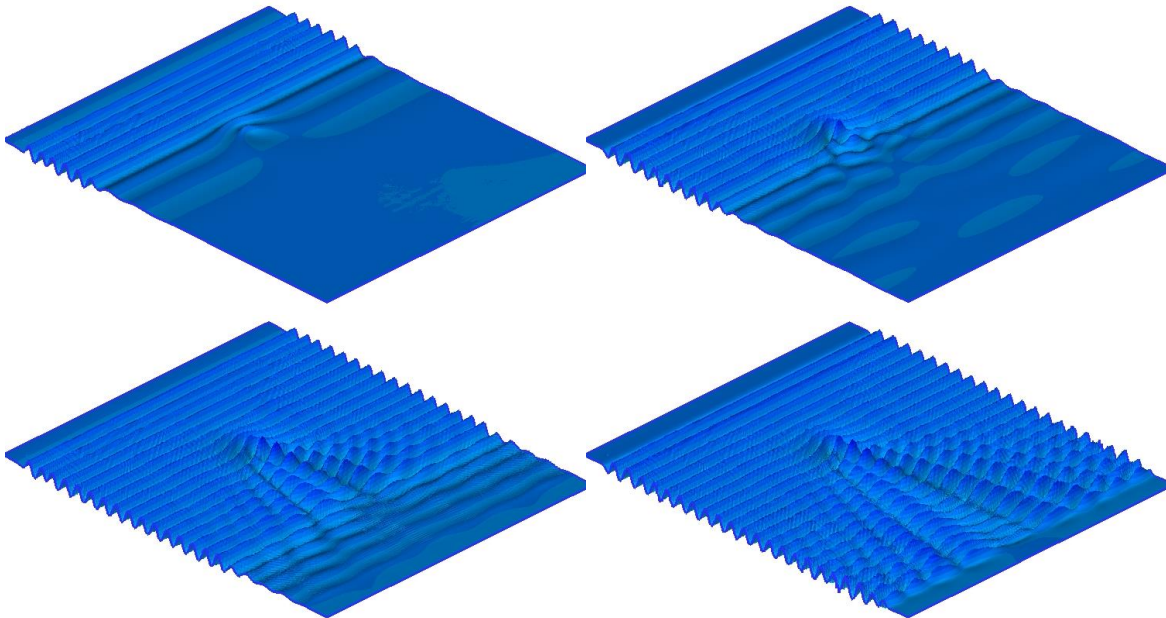


Figura 4. BOUSSiiv - Elevação da superfície livre ao fim de 5 s, 10 s, 20 s e 40 s de simulação (Teste 2).

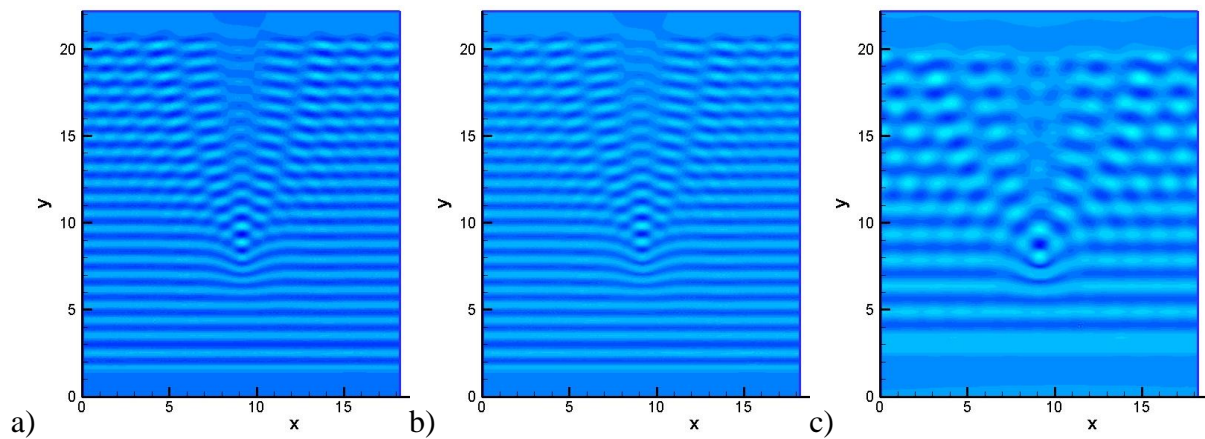


Figura 5. BOUSSiiv - Vista 2D da elevação da superfície livre ao fim de 40 s de simulação. a) Teste 1; b) Teste 2; c) Teste 3

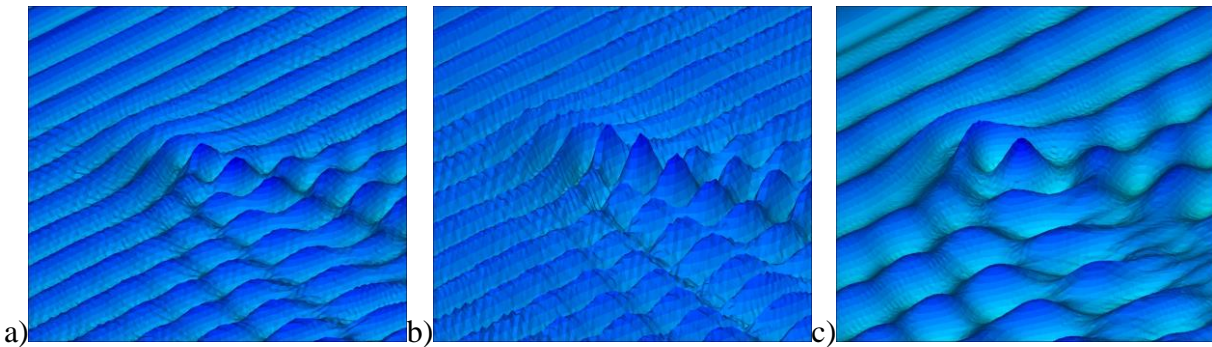


Figura 6. BOUSSiiv - Pormenor da elevação da superfície livre sobre o baixio ao fim de 40 s de simulação a) Teste 1; b) Teste 2; c) Teste 3.

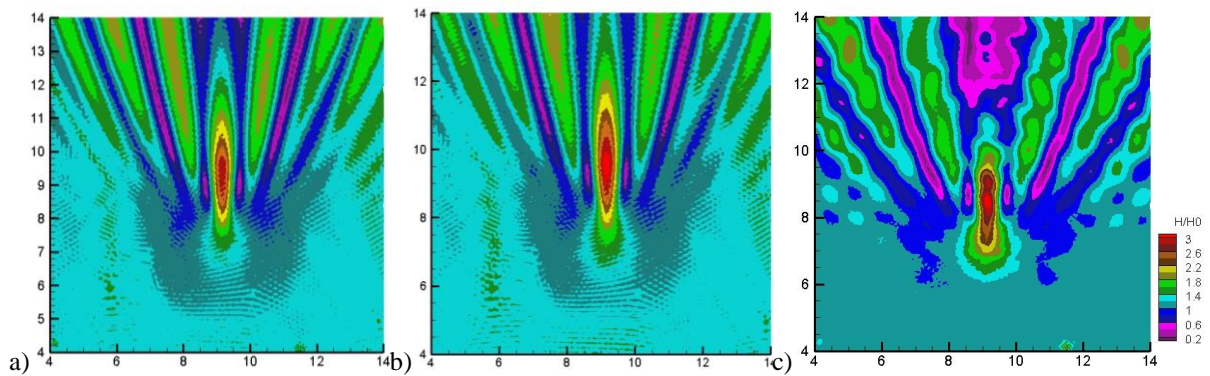


Figura 7. BOUSSiiv - Isolinhas dos índices de agitação. a) Teste 1; b) Teste 2; c) Teste 3.

Na Figura 4, verifica-se que o padrão dos valores dos índices de agitação é muito

semelhante para os três casos de testes. Com efeito, até à zona do baixio não há diferenças significativas dos índices, verificando-se o aumento progressivo desses valores na zona do baixio que atinge o máximo imediatamente após o baixio. A extensão desta zona de valores elevados do índice de agitação varia de teste para teste. Após essa zona, dá-se o decréscimo dos valores do índice de agitação. Nas zonas laterais (à esquerda e à direita) ao baixio há uma diminuição dos valores dos índices de agitação.

Comparando os índices dos testes 1 e 2, Figura 7, cuja principal diferença é a altura de onda incidente, verifica-se que a zona de aumento da altura da onda após o baixio no teste 2 se estende por uma maior área do que no caso do teste 1. Relativamente ao teste 3, verifica-se que essa zona ainda é de maior extensão, dado que o período da onda incidente desse caso é maior. Sendo assim, a onda sente mais cedo a presença do baixio. Nota-se também uma melhor definição das isolinhas (menos ruído) que é consequência de um maior número de pontos por comprimento de onda da malha de elementos finitos.

4.3.2. *Altura de onda significativa*

A partir das séries de elevação da superfície livre numéricas e experimentais, foram calculados os valores da altura de onda significativa (H_s). Procedeu-se, depois à determinação dos valores do índice de agitação significativa (relação entre a altura de onda significativa num ponto do domínio e a altura de onda incidente). Da Figura 8 à Figura 10, apresenta-se a comparação dos resultados dos modelos BOUSSIIW e COULWAVE com os experimentais, ao longo do domínio de cálculo, nas secções A-A a G-G, para os testes 1, 2 e 3, respectivamente.

- ❖ Em termos gerais, e para todos os testes, os modelos numéricos conseguem reproduzir bastante bem o andamento e a ordem de grandeza dos resultados experimentais. Com efeito, ambos os modelos numéricos conseguem simular o empolamento da onda na zona do baixio e após este, e depois o decréscimo da altura da onda, como se pode constatar na secção A-A. Verifica-se também nas outras secções um acompanhamento bastante razoável dos valores numéricos aos valores experimentais. Embora os modelos numéricos envolvidos tenham formulações diferentes, onde o COULWAVE é totalmente não-linear e dispersivo ao contrário de BOUSSIIW que é fracamente não-linear, os resultados obtidos por ambos modelos são muito semelhantes.
- ❖ Para todos os testes, os modelos apresentaram comportamentos próximos entre si e com o experimental no que se refere à secção longitudinal A-A e às secções transversais no baixio G-G, F-F e E-E. Mas existem diferenças entre os valores numéricos e os experimentais especialmente na zona após o baixio.

Da análise do teste 1 (Figura 8), pode observar-se que:

- ❖ Na secção A-A verifica-se que os resultados numéricos de COULWAVE e BOUSSiiw tendem a sobre-estimar os valores máximos do índice de agitação sobre o baixio enquanto após este os modelos sub-estimam os índices.
- ❖ Nas secções G a E, há também diferenças, verificando-se que o modelo BOUSSiiw subestima um pouco as alturas de onda. O mesmo se passa para a secção D-D, próximo e a jusante do baixio. Note-se que nesta secção os efeitos não-lineares condicionam a propagação da onda, mas ambos os modelos conseguiram representar de forma razoável este comportamento.
- ❖ Já nas secções B-B e C-C, mais afastadas do baixio, a onda apresenta deformações de menor magnitude, mas que são o resultado das alterações significativas que sofreu ao longo da sua propagação, embora os modelos acompanhem estas variações razoavelmente as diferenças face aos resultados experimentais são mais significativas.

Da análise do teste 2 (Figura 9), pode observar-se que:

- ❖ Neste teste o modelo COULWAVE aproxima-se mais dos valores experimentais. Note-se que este teste é o que apresenta maiores efeitos não-lineares.
- ❖ Na secção A-A verifica-se que os resultados numéricos de BOUSSiiw sobre-estimam os valores máximos do índice de agitação sobre o baixio e também após este.
- ❖ Nas secções G a E, verifica-se que o modelo BOUSSiiw subestima um pouco as alturas de onda.
- ❖ Na secção D-D ambos os modelos conseguiram representar de forma razoável este comportamento.
- ❖ Nas secções B-B e C-C, mais afastadas do baixio, o modelo BOUSSiiw aproxima-se mais dos resultados experimentais.

Da análise do teste 3 (Figura 10), pode observar-se que:

- ❖ Neste teste o modelo BOUSSiiw é o que se aproxima mais dos valores experimentais. Com efeito, este teste é o menos não-linear dos três.
- ❖ Embora ambos os modelos consigam reproduzir bastante bem as alturas de onda, os resultados numéricos de BOUSSiiw são melhores que os de COULWAVE em todas as secções.

A utilização de outro valor de viscosidade no modelo BOUSSiiw poderia conduzir a uma maior coincidência entre os resultados experimentais e numéricos, embora as diferenças muito provavelmente se devam à forte não linearidade presente nas zonas menos profundas do domínio.

Ressalta-se que foi usada apenas uma camada no COULWAVE, esperando-se que o uso de duas camadas proporcione resultados mais precisos.

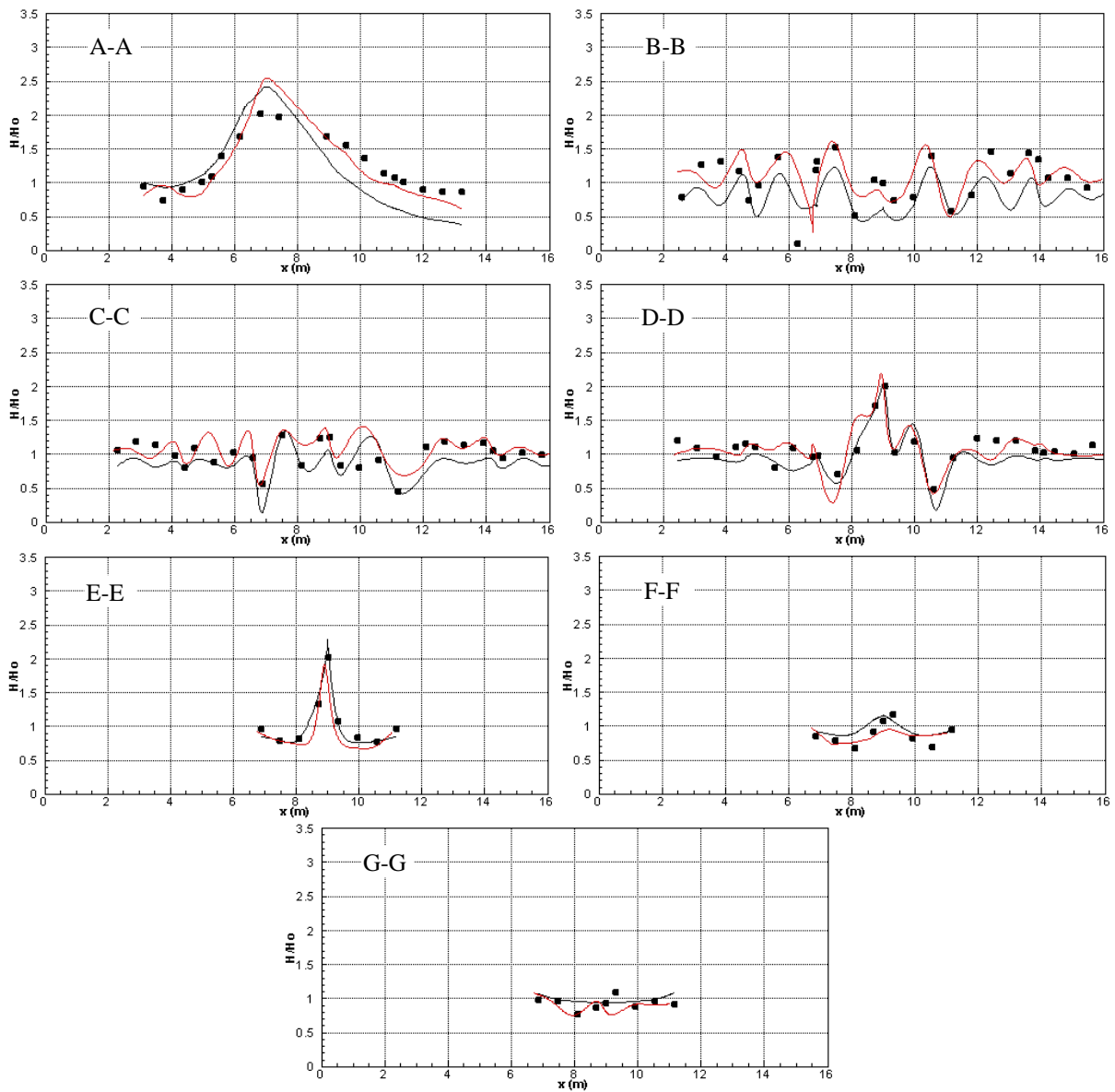


Figura 8. Teste 1 - Secção A-A a G-G. Índices de agitação. Valores experimentais e numéricos do BOUSSiiv (vermelho), COULWAVE (preto) e experimentais (pontos a preto).

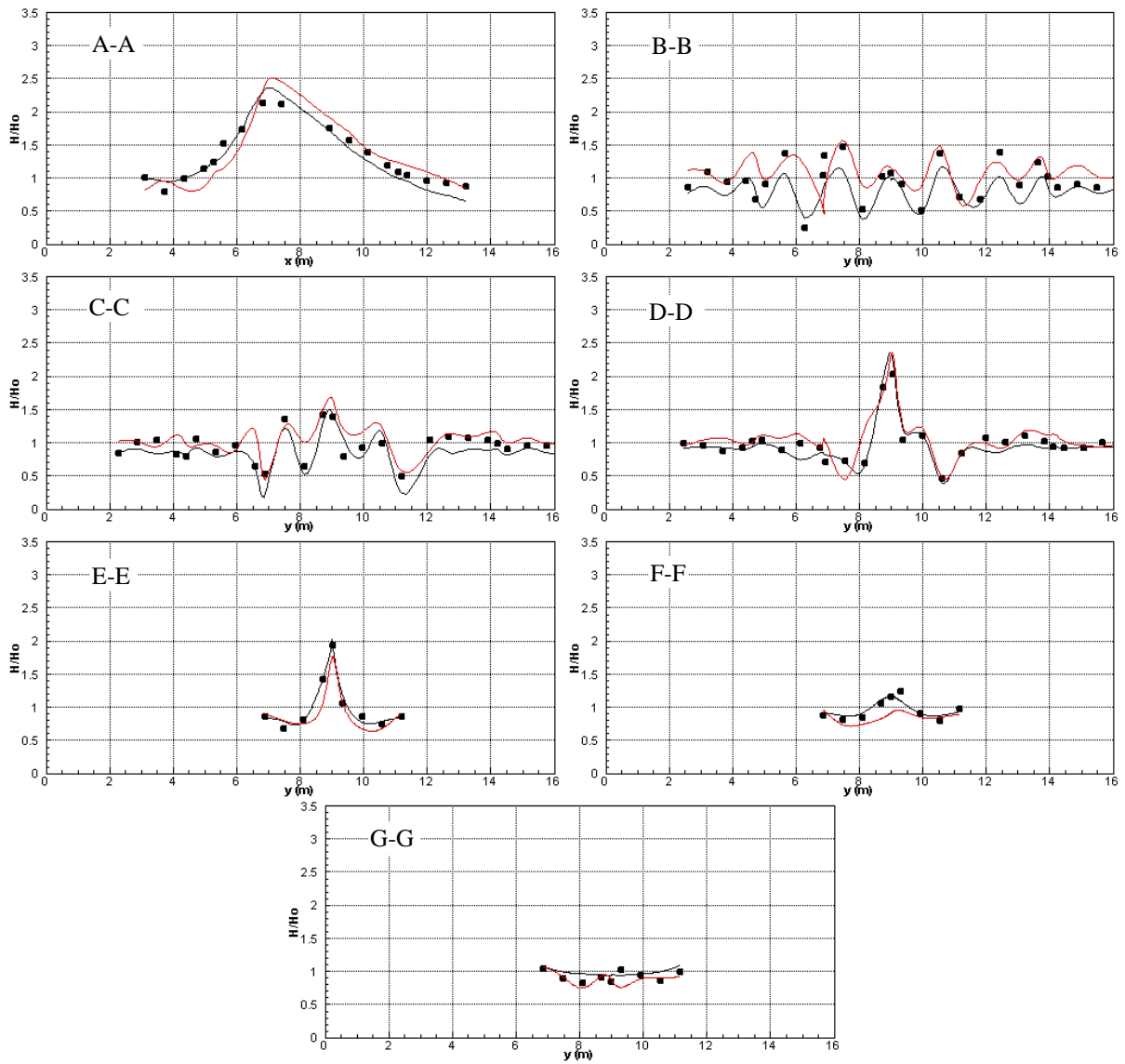


Figura 9. Teste 2 - Seção A-A a G-G. Índices de agitação. Valores experimentais e numéricos do BOUSSiiv (vermelho), COULWAVE (preto) e experimentais (pontos a preto).

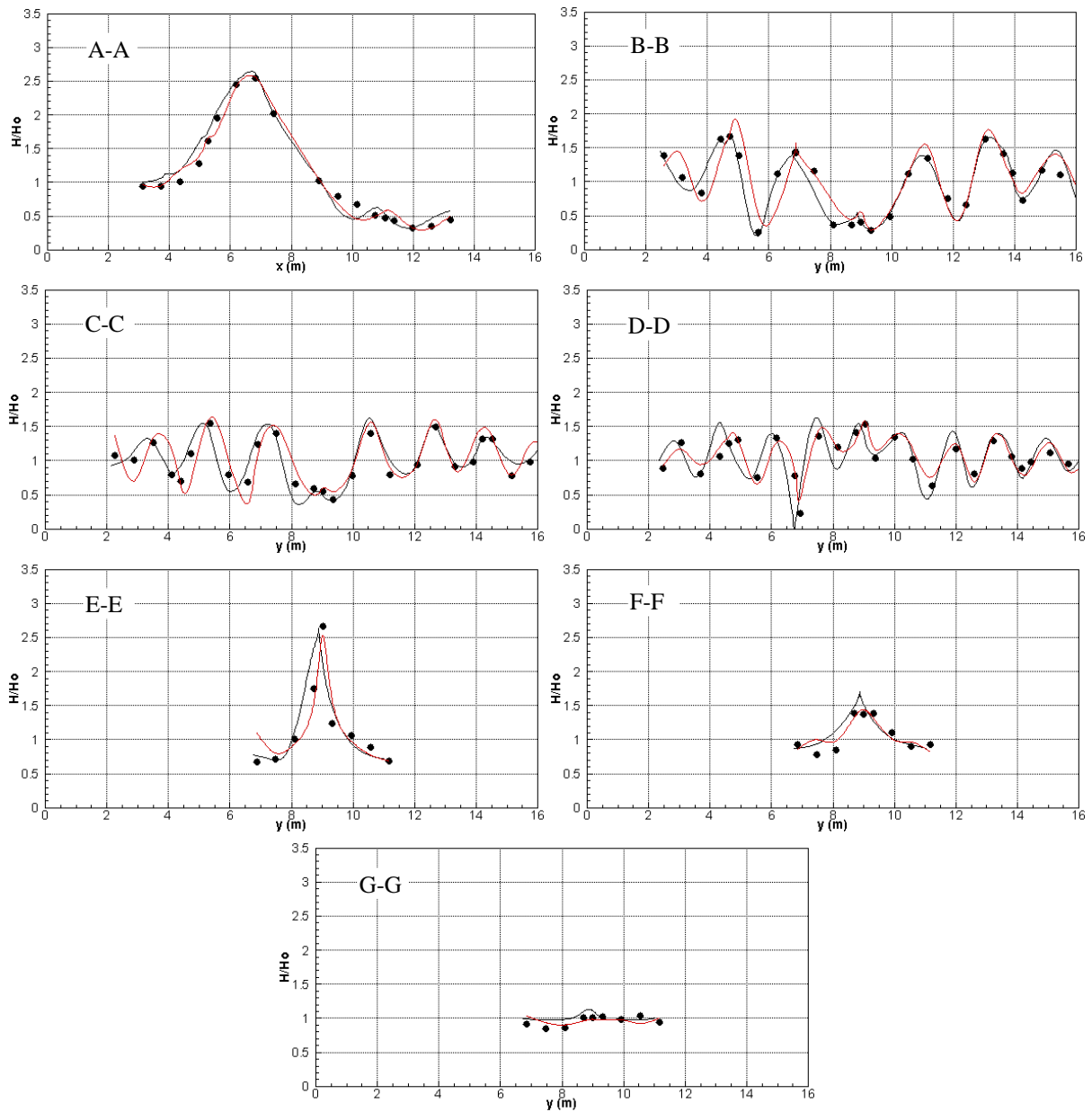


Figura 10. Teste 3 - Secção A-A a G-G. Índices de agitação. Valores experimentais e numéricos do BOUSSiiw (vermelho), COULWAVE (preto) e experimentais (pontos a preto).

5. CONCLUSÕES

Nesta comunicação, descreveu-se a aplicação do modelo numérico BOUSSiiw e COULWAVE na simulação da propagação de ondas sobre um baio circular que se encontra num fundo de profundidade constante. Este caso foi estudado em modelo físico por Chawla

[5]. Os valores dos índices de agitação (relação entre a altura de onda significativa num ponto e a altura de onda à entrada do domínio) dos modelos numéricos foram comparados com os resultados dos ensaios em modelo físico.

Os resultados mostraram que os modelos simulam de forma muito razoável a maioria das transformações das características das ondas ao longo da sua propagação. Verifica-se que, numa forma geral, os resultados dos modelos apresentam um andamento semelhante aos dos resultados experimentais, nomeadamente no que se refere ao aumento da altura da onda sobre o baixio e posterior decrescimento após este.

Ambos os modelos conseguiram de forma adequada simular os fenómenos presentes na propagação da onda. Note-se que o COULWAVE baseia-se nas equações fortemente não-lineares e dispersivas de Boussinesq, e descreve com boa precisão a propagação de ondas sobre zonas de profundidade variável, especialmente onde os efeitos não-lineares são mais significativos. O modelo BOUSSiiw apresentou, de forma geral, muito bons resultados, embora seja introduzida uma difusão numérica artificial para controlar as oscilações numéricas. Nenhum dos modelos se destacou como claramente superior ao outro. O modelo BOUSSiiw apresentou melhores resultados no teste 3 (caso mais linear), o modelo COULWAVE apresentou melhores resultados no teste 2 (caso mais não-linear) e ambos foram equivalentes no teste 1.

Assim, em geral, os padrões de transformação das ondas por difracção e refracção são correctamente representados pelos modelos. As zonas de dispersão ou concentração de energia são facilmente identificáveis nos diagramas de índices de agitação e a ordem de grandeza dos resultados corresponde ao esperado.

Relativamente aos tempos de cálculo o modelo BOUSSiiw é muito menos dispendioso e menos exigente em termos de memória, e ainda assim atingiu resultados de qualidade equivalente aos do modelo COULWAVE. Por esta razão o modelo BOUSSiiw tem enormes potencialidades para ser utilizado em estudos de engenharia portuária e costeira, cujas características envolvem largas áreas de estudo.

De modo a melhorar a precisão do modelo BOUSSiiw e o controle das oscilações espúrias, é objectivo de trabalho futuro a implementação de uma interpolação mista onde as velocidades são interpoladas quadraticamente e a superfície livre é interpolada linearmente (este esquema pode levar a melhoramentos significativos no controlo da ocorrência de oscilações numéricas). A inclusão da rebentação no modelo também constitui um desenvolvimento futuro do modelo BOUSSiiw para alargar as suas potencialidades de aplicação em casos reais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Eng.^a Ana Mendonça e Barbara Proença pela ajuda prestada na aplicação do modelo COULWAVE, respectivamente, e ainda à técnica Branca Branco pela colaboração prestada na preparação e revisão do texto. Agradecem também o financiamento

da FCT através de PTDC/ECM/67411/2006 e PTDC/ECM/73145/2006 e o financiamento do projecto de pós-doutoramento CAPES: EPDE/CAPES/0857/08-4.

REFERÊNCIAS

- [1] Bender, C.J., Dean, R.G., 2003a. Wave field modification by bathymetric anomalies and resulting shoreline changes: a review with recent results. *Coastal Engineering* 49 (1–2), 125–153.
- [2] Bender, C.J., Dean, R.G., 2003b. Wave transformation by two dimensional bathymetric anomalies with sloped transitions. *Coastal Engineering* 50, 61–84.
- [3] Bender, C.J., Dean, R.G., 2005 Wave transformation by axisymmetric three-dimensional bathymetric anomalies with gradual transitions in depth. *Coastal Engineering* 52 (2005) 331–351
- [4] Berzins M., Furzeland R.M., Scales L.E. (1985) A user’s manual for SPRINT -a versatile software package for solving systems of algebraic, ordinary and partial differential equations: Part 3 - advanced use of SPRINT. Technical Report TNER.85.058, Thornton Res. C, Chester.
- [5] Chawla A. Wave transformation over a submerged shoal. Tese de mestrado. Universidade de Delaware, 1995.
- [6] Kirby, J.T.; Wei, G.; Chen, Q.; Kennedy, A. B.; Dalrymple, R. A. (1998) “FUNWAVE 1.0 – Fully Nonlinear Boussinesq Wave Model Documentation and User’s Manual”, Res. Rep. No.CACR 98-06.
- [7] Lynett P, Liu PL-F (2004) “A numerical study of submarine landslide generated waves and runup” *Proceedings of the Royal Society of London A*; 460:2637–2669.
- [8] Lynett P, Liu PL-F (2004) “A two-layer approach to water wave modelling.” *Proceedings of the Royal Society of London A*; 460:2637–2669.
- [9] Lynett P, Liu PL-F (2004) “Modelling wave generation, evolution and interaction with Depth-Integrated, Dispersive Wave equations. COULWAVE Code Manual. Cornell Univ. Long Inter. Wave Modelling Package.
- [10] Nwogu, O. (1993) Alternative form of Boussinesq equations for near-shore wave propagation. *J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 119(6), pp. 9-6, pp. 618–638.
- [11] Pinheiro, L., Fernandes, J.L.M., Fortes, C.J. E.M. (2007) Finite Element Mesh Generator with Local Density Conditioned to Bathymetry for Wave Propagation Models in Coastal Zones. *Proc. of EUA4X@IAC 06, Roma Italy, October 2006. IMACS Series in Comp.and Applied Mathematics Vol.12, pp71-80, 2007.*
- [12] Pinheiro. L. (2007) Um método de elementos finitos para a discretização das equações de Boussinesq estendidas. Tese de mestrado. Engenharia Mecânica, IST.
- [13] Wei, G., Kirby, J. T., Sinha, A., 1999, Generations of waves in Boussinesq models using a source function method, *Coastal Eng.*, 36(4), 271-299.