O CONTROLO DA QUALIDADE EM REDES LOCAIS PARA A OBSERVAÇÃO DE GRANDES BARRAGENS

Maria João Henriques, João Manuel Martins Casaca Investigadores do LNEC, E-mail: mjoao@lnec.pt

1 – Introdução

A análise do comportamento estrutural de uma barragem de betão baseia-se na observação de um conjunto de variáveis de controlo que inclui, em geral, os deslocamentos de uma amostra discreta e representativa de pontos da estrutura, das suas fundações e maciço circundante. No caso das barragens de betão, são utilizadas: i) Em altimetria, linhas ou mesmo redes de nivelamento geométrico de precisão, apoiadas em quadros de referência locais; ii) Em planimetria, redes de triangulação de precisão, com centragem forçada, também apoiadas em quadros de referência locais. As pequenas tolerâncias impostas aos erros e a repetição da observação ao longo de muitos anos, leva a que estas redes resultem de um planeamento muito cuidadoso e estejam sujeitas a um rigoroso controlo de qualidade.

O planeamento consiste na definição de configurações de primeira e segunda ordem que permitam incluir o (hiper) elipsóide de erro da rede no interior de uma (hiper) esfera de tolerância, para um nível de probabilidade elevado definido à priori. O controlo da qualidade pretende assegurar que as especificações do planeamento foram cumpridas e que, consequentemente, os erros que afectam os deslocamentos se encontram no interior da esfera de tolerância com a probabilidade definida à priori. A integração teórica do planeamento e do controlo da qualidade é levada a cabo por um modelo estocástico dos erros de observação que permite utilizar testes de hipóteses na aceitação ou rejeição de grupos de observações.

Esta comunicação apresenta a estratégia de controlo de qualidade utilizada pelo LNEC na planimetria das campanhas de observação de grandes barragens de betão. O controlo da qualidade é aplicado às observações ainda em obra, antes do regresso ao gabinete, o que só é possível pela utilização integrada de teodolitos electrónicos, cadernetas electrónicas e computadores portáteis.

2 – O Modelo Funcional

O modelo funcional relaciona as variações, entre duas épocas, dos valores das grandezas "observáveis" da rede (ΔY) e os deslocamentos (ΔX) correspondentes dos vértices da rede:

$$A(m,n)\Delta X(n,1) = \Delta Y(m,1), \quad \Delta X = (X_i - X_0), \quad \Delta Y = -(Y_i - Y_0)$$

onde: i) A é a matriz da configuração de primeira ordem (MCPO) da rede; ii) m é a soma do número de grandezas observáveis com o dobro do número de pontos que constituem o quadro de referência da rede; iii) n é o dobro do número de vértices da rede; iv) $Y_i e Y_0$ são os vectores cujas componentes são os valores das grandezas observáveis na época (i) e na época de referência (0); v) $X_i e X_0$ são os vectores cujas componentes são os valores das n coordenadas cartesianas dos vértices da rede, na época i e na época de referência, relativas a um referencial local ligado à barragem:

$$\mathbf{X}_{i}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{i1} & \mathbf{v}_{i1} & \dots & \mathbf{u}_{in} & \mathbf{v}_{in} \end{bmatrix}$$

O referencial local ligado à obra é materializado por um quadro de referência constituído, pelo menos, por dois pontos de referência, supostos fixos, convenientemente materializados na vizinhança da obra, no exterior da sua zona de influência. A direcção do eixo das ordenadas (vv) é em geral perpendicular à barragem, com o sentido positivo para montante e negativo para jusante. A direcção do eixo das abcissas (uu) é perpendicular, com o sentido positivo da margem direita para a esquerda. A origem é deslocada de modo a colocar toda a obra no primeiro quadrante.

A equação $A\Delta X = \Delta Y$ exprime o chamado **sistema de equações de observação** em forma vectorial. Os diferenciais das grandezas observáveis relativamente às coordenadas dos vértices de uma rede topográfica permitem estabelecer relações entre pequenas variações das grandezas observáveis e pequenas variações das coordenadas dos vértices da rede, designadas por relações de observação, das quais são derivadas, na prática, as **equações de observação**. Os coeficientes das relações de observação são as derivadas parciais das grandezas observáveis relativamente às coordenadas dos vértices e correspondem às linhas da MCPO. A equação de observação de um ângulo azimutal orientado, que resulta da diferença entre as equações de observação dos dois azimutes que definem o ângulo azimutal, é da forma:

$$dA_{ijk} = \frac{v_{ik}}{c_{ik}^2} du_k - \frac{u_{ik}}{c_{ik}^2} dv_k + \left[\frac{v_{ij}}{c_{ij}^2} - \frac{v_{ik}}{c_{ik}^2}\right] du_i + \left[\frac{u_{ik}}{c_{ik}^2} - \frac{u_{ij}}{c_{ij}^2}\right] dv_i + \frac{v_{ij}}{c_{ij}^2} du_j + \frac{u_{ij}}{c_{ij}^2} dv_j$$

3 – Modelo Estocástico

As componentes do vector diferença ΔY são afectadas por erros de observação: i) Sistemáticos de origem instrumental (o efeito da inclinação do eixo de báscula, por exemplo); ii) Sistemáticos de origem ambiental (o efeito da refracção lateral, por exemplo); iii) Acidentais, de natureza aleatória, que incluem os enganos e erros grosseiros. Para modelar a distribuição do vector diferença ΔY é utilizada uma distribuição multinormal cujo vector esperança matemática verifica:

$$E(\Delta Y) = \mu = A \Delta X + \theta$$

onde A é a MCPO da rede e θ é um vector parâmetro designado por **parâmetro de localização** que traduz o efeito de erros sistemáticos nas observações. A matriz de variância-covariância da distribuição, designada por matriz da configuração de segunda ordem da rede (MCSO), é uma matriz simétrica definida (sdp) que resulta de uma combinação linear de r matrizes associadas a grupos de observáveis correlacionadas da rede e ao quadro de referência:

$$V(\Delta Y) = \Sigma = \sigma_1^2 B_1 + \dots + \sigma_r^2 B_r, \quad B = B_1 + \dots + B_r, \quad \sigma_i^2 \ge 1$$

onde os σ^2 são escalares iguais ou superiores à unidade designados por **parâmetros de escala**, que traduzem uma eventual degradação da precisão com que foi observado o grupo de grandezas correspondente. As matrizes Bi são matrizes simétricas semidefinidas positivas (ssdp) em forma de blocos diagonais disjuntos, tais que:

i)
$$B_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
; ii) $i \neq j \Longrightarrow B_i B_j = 0(m, m)$; iii) $B^{-1} = B_1^{-1} + \dots + B_r^{-1}$

4 – A Hipótese Nula e as Hipóteses Alternativas

De acordo com as os equipamentos e métodos operativos seleccionados na fase de planeamento, os erros sistemáticos são devidamente corrigidos ou anulados e os erros acidentais são mantidos abaixo de limites aceitáveis. Como resultado do planeamento espera-se a verificação da **hipótese nula**:

$$H0 \equiv (\theta = \vec{0}) \land (\sigma_1^2 = \dots = \sigma_r^2 = 1)$$

Na prática, as campanhas de observação nem sempre correm de acordo com os planos e verifica-se muitas vezes a chamada **hipótese alternativa**:

$$HA \equiv (\theta \neq \vec{0}) \lor (\sigma_1^2 > 1 \lor \cdots \lor \sigma_r^2 > 1)$$

que traduz a influência de erros sistemáticos não previstos ou erros acidentais excessivos. A hipótese alternativa, que é verdadeira para qualquer vector parâmetro de localização diferente de zero ou qualquer parâmetro de escala superior a um, é uma **hipótese composta**, uma vez que é verificada por variadíssimos valores dos parâmetros de localização e escala, ao contrário da hipótese nula, que por ser verificada apenas por um valor para cada um dos parâmetros, é uma **hipótese simples**.

No caso vertente, a hipótese alternativa é desdobrada em várias hipóteses alternativas, também compostas:

$$HA = \bigcup_{i=1}^{r} HA_{i}, \quad HA_{i} \equiv (\theta \neq \vec{0}) \lor (\sigma_{i}^{2} > 1)$$

cada uma das quais é testada contra a hipótese nula separadamente.

5 – O Teste de Hipóteses

O teste da hipótese nula (H0) contra a hipótese alternativa (HAi) recorre a: i) Uma **estatística de teste**; ii) Uma partição do espaço de valores da estatística de teste em duas regiões designadas por **região de aceitação** (RA) e **região crítica** (RC); iii) Uma **regra de decisão**.

A estatística de teste para cada hipótese alternativa (Casaca et alia, 1988) é a variável quadrática:

$$q_i^2 = V^T B_i^{-1} V, \quad V = (I - U) \Delta Y$$

onde V(m,1) é o vector dos resíduos do ajustamento e onde a matriz unidade idempotente:

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$$

é um projector no subespaço vectorial gerado pelas colunas da MCPO (Casaca et alia, 1992).

As regiões de aceitação e crítica são os intervalos da semirecta real postiva:

$$RA = [0, \kappa_i], RC =]\kappa_i, +\infty[$$

onde κ_i é o quantil de probabilidade $(1-\alpha)$ de uma distribuição qui-quadrado central com:

$$f_i = Tr((I - U)B^{-1}B_i) = \tau_i(I - U)$$

graus de liberdade, onde (Tr) representa o operador traço e o operador τ_i simboliza o traço do bloco diagonal da matriz (I – U) correspondente ao bloco diagonal não nulo da matriz B_i .

A regra de decisão é: i) Se o valor assumido pela estatística de teste (r) se encontrar no interior da região de aceitação (RA), é aceite como verdadeira a hipótese nula (H0); ii) Se o valor assumido pela estatística de teste se encontrar no interior da região crítica (RC), é aceite como verdadeira a hipótese alternativa e consequentemente rejeitada a hipótese nula.

6 – O Nível de Significância e a Potência

Do teste de hipóteses resulta uma de quatro situações possíveis: i) O teste conduz à aceitação de H0 e H0 é verdadeira; ii) O teste conduz à aceitação de H0 e H0 é verdadeira; iii) O teste conduz à aceitação de H0 e H0 é falsa; iv) O teste conduz à rejeição de H0 e H0 é falsa. A primeira e a quarta situações correspondem a decisões correctas. A segunda e a terceira situações correspondem a decisões erradas. A segunda decisão, que consiste na rejeição da hipótese nula quando ela é verdadeira, é designada por **erro de primeira espécie**. A terceira decisão, que consiste na aceitação da hipótese nula quando ela é falsa, é designada por **erro de segunda espécie**.

No quadro 1, apresentam-se as probabilidades: i) Da ocorrência de um erro de I espécie (α), designada por **nível de significância** do teste; ii) Da ocorrência de um erro de II espécie (β), designada por **função característica operacional** (FCO) do teste. A probabilidade de rejeição de H0 quando H0 é falsa (1 – β), é designada por **potência do teste**. Enquanto o nível de significância tem um valor constante que pode ser arbitrado para cada decisão, as funções característica operacional e potência do teste, como o nome indica, variam com os valores assumidos pelos parâmetros de localização e escala. Os níveis de significância escolhidos são geralmente 0.05, caso em que o teste se diz **significante**, ou 0.01, caso em que o teste se diz **altamente significante**.

Estado da	Decisão				
Natureza	Aceitar H0	Rejeitar H0			
HO	Decisão correcta	Erro de tipo I			
Verdadeira	$1 - \alpha$	α			
H0	Erro de tipo II	Decisão correcta			
Falsa	β	$1 - \beta$			

Quadro 1 – Nível de significância e potência do teste

Para definir a FCO e a potência do teste (Casaca, 1996) deve ter-se em atenção que a distribuição da estatística de teste é proporcional à distribuição de uma variável qui-quadrado não central:

$$q_i^2 \in \sigma_i^2 \; \chi^2(f_i, \delta_i), \quad f_i = \tau_i (I - U), \quad \delta_i = \sigma_i^{-2} \; \theta^T \left(I - U \right)^T B_i^{-1} (I - U) \theta_i$$

Se a hipótese nula (H0) for verdadeira, o nível de significância é dado por:

$$\alpha = P(q_i^2 > \kappa_i) = P(\sigma_i^2 \chi^2(f_i) > \kappa_i)$$

Se a hipótese alternativa (HA) for verdadeira, a FCO é dada por:

$$\beta = P(q_i^2 \le \kappa_i) = P(\sigma_i^2 \chi^2(f_i, \delta_i) \le \kappa_i) \approx P(\upsilon_i \sigma_i^2 \chi^2(\phi_i) \le \kappa_i)$$

onde:

$$\upsilon_{i} = \frac{f_{i} + 2\delta_{i}}{f_{i} + \delta_{i}}, \quad \phi_{i} = \frac{(f_{i} + \delta_{i})^{2}}{f_{i} + 2\delta_{i}}$$

A FCO (β), que assume valores entre zero e um, é uma função decrescente com o parâmetro de escala e com a norma do vector parâmetro de localização. Quando o parâmetro de escala tende para a unidade e o parâmetro de localização tende para o vector nulo, ou seja, quando a hipótese alternativa se aproxima da hipótese nula, a FCO do teste aproxima-se do nível de significância (α). A potência do teste (1 – β), que assume igualmente valores entre zero e um, é uma função crescente do parâmetro de escala e da norma do vector de localização. Quando a hipótese alternativa se aproxima da hipótese nula, a potência a proxima-se de (1 – α).

7 – A Fiabilidade e a Redundância

A **fiabilidade** ou **robustez** é a propriedade que permite a uma rede resistir ao efeito de erros sistemáticos e acidentais não previstos na fase de planeamento. A referida resistência está relacionada com o modo como esses erros são enviados para o "subespaço vectorial dos resíduos" ou para o "subespaço vectorial das soluções" e é geralmente quantificada pelos números de redundância local. A fiabilidade que assegura que os erros sejam transmitidos para os resíduos é uma propriedade indispensável ao controlo da qualidade das redes por métodos estatísticos.

Os **números de redundância local** (NRL), que estão associados às grandezas observáveis, não são mais do que os elementos diagonais da matriz projector (I - U). Os elementos diagonais do projector U são designados por **números de absorção local**. Os números de redundância e absorção local são números reais entre zero e um. A soma do número de redundância com o número de absorção correspondentes à mesma grandeza observável é um.

A absorção e a redundância quantificam "grosso modo" a parte de um erro que vai influenciar os deslocamentos e a parte que é atribuída aos resíduos. Uma rede fiável deve ser caracterizada por números locais de redundância homogéneos e elevados. Se alguns números de redundância local isolados forem muito maiores do que os restantes, os resíduos correspondentes têm tendência a acumular os erros, mesmo que cometidos noutras regiões da rede.

Os traços dos projectores U e (I–U), que não são mais do que as soma dos números de absorção e de redundância local, são designados por **absorção e redundância total** de uma rede, respectivamente:

$$Tr(U) = n$$
, $Tr(I - U) = m - n$

Os quocientes da redundância total (m–n) e da absorção total (n) pelo número de equações (m) são a **redundância média** e a **absorção média** da rede, respectivamente:

$$\frac{m-n}{m}, \quad \frac{n}{m}$$

A cada grupo de observáveis associado a uma matriz Bi é possível associar a redundância média do grupo dada pelo quociente entre o número de graus de liberdade do grupo e o número de observáveis incluídas no grupo:

$$\rho_i = \frac{f_i}{m_i}, \quad \sum_{i=1}^r \rho_i = \frac{m-n}{m}$$

A soma das redundâncias médias dos grupos é igual à redundância média da rede.

De acordo com Huber (1981), os NRL são: i) Insuficientes, se inferiores a 0.50; ii) Suficientes, se situados entre 0.5 e 0.8; iii) Bons, se superiores a 0.8. Poderemos considerar como conclusão que uma rede fiável deve ter os NRL: i) Pelo menos suficientes; ii) O mais homogéneos possível.



Figura 1 – Gráfico de NRL correspondentes a grandezas observáveis

No gráfico da figura 1, apresentam-se os elementos de duas linhas da matriz projector (I - U) de uma rede onde são observados 124 ângulos horizontais. As duas linhas em questão, a linha 11 a linha 33, correspondem a dois ângulos, o primeiro com redundância máxima (0.85) e o segundo com uma das mínimas (0.02). Para facilitar a

visualização, os valores de cada uma das duas linhas da matriz foram unidos por segmentos de recta. As setas indicam a localização dos elementos (11,11), (33,33), (33,40) e (33,68) da matriz (I - U).

Neste caso específico, verifica-se que: i) O resíduo associado à observável n.º 11 será afectado fundamentalmente por erros no ângulo n.º 11 do vector ΔY ; ii) O resíduo associado à observável da linha 33 não será afectado por erros que afectem na observável da linha 33, mas será afectado por erros que incidam nas observáveis das linhas 40 ou 68; iii) Um erro que afecte a observável da linha 33, embora não afecte o resíduo da linha, irá afectar os resíduos das observáveis das linhas 71 e 82. No gráfico da figura 2, apresentam-se os valores da coluna 33 da matriz (I – U) sob a forma de segmentos de recta horizontais. Na análise do gráfico verifica-se que a ocorrência de um erro no ângulo n.º 33 iria afectar principalmente os resíduos correspondentes ao ângulos n.º 71 e 82.



Figura 2 – Gráfico dos NRL correspondentes a uma grandeza observada

8 - A Estratégia de Controlo da Qualidade

Para o controlo da qualidade das campanhas de observação são utilizadas as estatísticas de teste resultantes. Os grupos de observáveis (geralmente grupos de giros de horizonte) são testados individualmente, ainda no local da obra. Os grupos rejeitados são repetidos. A equipa volta ao gabinete após a aceitação global da hipótese nula. Esta estratégia de controlo da qualidade só é exequível com uma utilização integrada de teodolitos com cadernetas electrónicas e computadores portáteis. O software de ajustamento e análise de redes planimétricas é uma evolução de software desenvolvido no LNEC desde 1975.

Como exemplo das dificuldades encontradas na prática, quando se trata da implementação de uma estratégia de controlo de qualidade, recorremos à rede planimétrica de uma grande barragem de abóbada, esquematicamente representada na figura 3.

A rede é composta por 23 pontos objecto e nove pontos de apoio, sendo dois destes de referência. Em cada um dos sete pilares são efectuados vários giros de horizonte com pontarias quer para os restantes pontos do sistema de apoio quer para os pontos objecto. No total são obtidos 17 grupos independentes de ângulos horizontais. A redundância média da rede é 0.52 com NRL situados no intervalo [0.00,0.85].

Para exemplo foi seleccionado um único ponto objecto (representado por A) o qual é visado de quatro pilares. Na figura, junto a cada linha de visada, é indicado o NRL local associado a cada ângulo medido para o ponto A.



Figura 3 - Sistema de observação de uma barragem de betão

Para analisar o efeito de um erro numa direcção foi simulado um erro de 3mgon em cada um dos quatro ângulos associadas ao ponto A. No quadro 2 apresentam-se, para cada giro, os graus de liberdade (f_i), a redundância média (ρ_i), a variável q_i² e o resultado da aplicação do teste (A: aceitação; R: rejeição) para σ_i =0.3mgon. Os cinco conjuntos de valores obtidos para q_i² e para o teste dizem respeito, respectivamente, aos resultados de uma campanha de observação (época inicial) escolhida por se ter verificado a aceitação da hipótese nula para todos os giros, e aos valores obtidos após a aplicação do erro em cada um dos quatro ângulos indicados.

			inicial PD1-A		A	PE1-A		PE2-A		PE3-A		
	\mathbf{f}_{i}	ρ_{i}	q_i^2	Т	q_i^2	Т	q_i^2	Т	q_i^2	Т	q_i^2	Т
PD1	3.00	0.60	1.3	А	1.5	А	2.1	А	1.1	А	1.6	А
PD2	2.95	0.59	1.0	А	1.0	А	1.5	Α	3.2	А	1.0	Α
PD3	2.41	0.80	2.1	Α	2.1	Α	1.8	Α	2.1	А	2.7	Α
PD4	1.78	0.59	1.2	А	1.5	А	2.2	Α	0.1	А	1.1	Α
PE1	3.02	0.76	2.6	А	1.9	А	0.8	Α	9.0	А	6.4	Α
PE2	3.82	0.55	3.6	А	3.5	А	4.3	Α	10.7	А	6.2	Α
PE3	3.26	0.65	2.3	Α	1.8	Α	0.9	Α	11.0	А	3.6	Α
PD1	2.68	0.24	10.9	А	10.8	А	13.4	Α	27.3	А	12.5	Α
PD2	8.48	0.57	46.4	А	47.2	А	52.7	Α	53.1	А	43.5	Α
PD3	3.37	0.42	14.9	А	15.0	А	14.2	Α	14.8	А	16.5	Α
PD4	0.35	0.18	0.9	Α	1.0	Α	1.0	Α	0.6	А	1.1	Α
PE1	5.24	0.44	5.8	А	9.1	А	194.2	R	37.8	А	166.8	R
PE2	4.66	0.78	11.4	А	17.4	А	32.0	Α	576.2	R	38.4	Α
PE3	6.75	0.52	6.2	А	6.6	А	169.9	R	47.1	А	286.7	R
PE1	3.00	0.38	6.7	А	6.9	А	8.2	Α	6.2	А	6.5	Α
PE2	4.85	0.61	8.5	А	8.8	А	10.8	А	7.3	А	7.3	А
PE3	4.37	0.49	6.6	А	6.8	А	9.4	А	6.7	А	4.5	А

Quadro 2

Enquanto que q_i² não reflecte a incidência do erro no ângulo PD1-A (65% dos giros são mais afectados que aquele onde ocorreu o erro) e a hipótese nula é aceite para todos os giros, já nos restantes casos, onde observáveis com redundância suficiente (PE1-A e PE3-A) ou boa (PE2-A) foram as afectadas, ocorre a rejeição da hipótese nula. Destes três casos é ainda possível fazer a distinção entre os resultados obtidos para o giro de PE2 (fica claramente identificado o giro onde ocorreu o erro) e os obtidos para os giros de PE1 e PE3, sempre com a rejeição da hipótese nula em dois dos giros.

9 - Conclusão

O recurso a testes de hipóteses permite implementar com facilidade metodologias que alertem o responsável por uma campanha de observação geodésica de uma barragem para a ocorrência de erros nas medições ainda na obra, antes do regresso da equipa ao gabinete. No entanto os métodos para controlo de qualidade baseados em testes de hipóteses só podem ser aplicados quando uma rede é fiável ou seja quando o vector dos resíduos apresenta a capacidade de absorver os erros. Daí que resulte ser de particular importância que, no planeamento de uma rede, além de se procurar atingir os níveis de tolerância impostos, se obtenha um sistema com elevada fiabilidade.

10 - Bibliografia e Referências Bibliográficas

Albeerda, J. E. (1976), Quality Control in Surveying, Chartered Surveyour, Nº2.

Baarda, W. (1960), Precision, Accuracy and Reliability of Observations, Report, IAG Symposium, Lisbon.

Baarda, W. (1976), Reliability and Precision of Networks, Proceedings of the VIIth International Course on High Precision Engineering Surveys, Darmstadt.

Baarda, W. (1979), *Measures of the Accuracy of Geodetic Networks*, Proceedings of the Sopron International Symposium on Optimization of Design and Computation of Control Networks, Akadémiai Kiadó, Budapest.

Casaca, J. et Henriques, M. J. (1985), Variance Componente Theory and its Application to Network Analysis, Ed. LNEC, Memória Nº 653, Lisboa.

Casaca, J. (1987), A Reliability Criterion for Geodetic Network Design, Ed. LNEC, Memória Nº 682, Lisboa. Casaca, J. et Henriques, M. J. (1988), Variance Component Estimation and Reliability at Local Heterogeneous Networks, Proceedings of the International Symposium on Integrated Geodesy, Sopron.

Casaca, J. et Henriques, M. J. (1992), *Generalized Inverses and Projection Operators*, Proceedings of the EPMESC IV, Dalian.

Casaca, J.; Henriques, M. J. et Matos, J. L. (1993), *Risk Analysis of Local Heterogeneous Networks* in *Applications of Geodesy to Engineering*, IAG Symposia 108, Springer Verlag, Berlin.

Casaca, J. (1994), A Review on Variance Component Estimation and its Application to Geodetic Network Analysis, Ed. LNEC, Série ICT, INC-B 7, Lisboa.

Casaca, J. (1996), O Planeamento, o Controlo da Qualidade e a Verificação de Redes de Triangulação Topográficas, Dissertação para Doutoramento, FEUP, Porto.

Clerici, E. et Harris, M. W. (1980), A Premium Protected Method Applied to Detection and Rejection of Erroneous Observations, Manuscripta Geodaetica, N°5.

Dodson, A. (1990), Analysis of Control Networks and Their Application to Deformation Monitoring in Engineering Surveying Technology, Blackie & Son, Glasgow.

Galvenius, G. (1985), *Optimum Procedures for Error Analysis of Geodetic Networks*, Proceedings of the VIIth International Symposium on Geodetic Networks & Computations, Krakóv.

Hahn, M. (1985), *Comparison of Different Methods and Strategies for Detecting Outliers*, Proceedings of the VIIth International Symposium on Geodetic Networks & Computations, Krakóv.

Huber, P. J. (1981), Robust Statistics, John Wiley & Son, New York.

Mierlo, J. van (1981), A Review of Model Checks and Reliability, Proceedings of the VIth International Symposium on Geodetic Networks & Computations, DGK, Reihe B, N°258, München.

Pelzer, H. (1979), *Criteria for the Reliability of Geodetic Networks*, Proceedings of the Sopron International Symposium on Optimization of Design & Computation of Control Networks, Akadémiai Kiadó, Budapest.

Romanowski, M. (1979), Random Errors in Observations, Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart.

Teunissen, P. (1985), *Quality Control in Geodetic Networks* in *Optimization and Design of Geodetic Networks*, Springer Verlag, Berlin.