



LABORATÓRIO NACIONAL  
DE ENGENHARIA CIVIL

DEPARTAMENTO DE BARRAGENS DE BETÃO  
Núcleo de Geodesia Aplicada

Proc. 0404/11/16113

## **O TESTE DE EQUIPAMENTO DE NIVELAMENTO GEOMÉTRICO DE PRECISÃO SEGUNDO A NORMA ISO 17123-2:2001 (E)**

Estudo realizado para o Plano de Investigação Programada  
do LNEC

Lisboa • Setembro de 2008

**I&D BARRAGENS DE BETÃO**

**RELATÓRIO 327/2008 – NGA**



## **O Teste de Equipamento de Nivelamento Geométrico de Precisão segundo a Norma ISO 17123-2:2001(E)**

**Resumo:** Este relatório apresenta um procedimento para a avaliação da incerteza de medição de equipamento de nivelamento geométrico de precisão e ainda regras para o teste estatístico de hipóteses sobre essa incerteza de medição, preconizadas na segunda parte da norma ISO 17123, exemplificados com um ensaio comparativo de um nível automático numérico Wild NA3003 e de um nível automático Wild NA2, com um micrómetro óptico acoplado.



## Índice do Texto

|  |    |
|--|----|
| Introdução .....                               | 1  |
| 1 – O Nivelamento Geométrico de Precisão ..... | 1  |
| 2 – Os Erros de Observação.....                | 4  |
| 3 – O Controlo da Qualidade .....              | 9  |
| 4 – A Avaliação da Incerteza de Medição .....  | 11 |
| 5 – Os Testes Estatísticos de Hipóteses .....  | 13 |
| 6 – Ensaio Comparativo de dois Níveis .....    | 15 |
| Considerações Finais .....                     | 17 |
| Referências Bibliográficas .....               | 17 |

## Índice dos Quadros

|   |    |
|---|----|
| Quadro 1 – Hipóteses nulas e alternativas .....                                   | 13 |
| Quadro 2 – Regras de decisão entre a hipótese nula e a hipótese alternativa ..... | 14 |
| Quadro 3 – Desvios padrão a priori dos níveis NA2 e NA3003 .....                  | 15 |
| Quadro 4 – Resultados do ensaio comparativo .....                                 | 16 |
| Quadro 5 – A decisão entre a hipótese nula e a hipótese alternativa .....         | 16 |
| Quadro 6 – Comparação dos níveis NA2 e NA3003 .....                               | 16 |

## Índice das Figuras

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Medição de um desnível ortométrico .....   | 2  |
| Figura 2 – Mira com escala invertida apoiada numa esfera de aço .....   | 4  |
| Figura 3 – Mira com a escala direita apoiada num espigão de aço .....   | 4  |
| Figura 4 – Mira de suspensão (30cm) .....   | 5  |
| Figura 5 – Lanço muito desnivelado de uma linha de nivelamento .....  | 5  |
| Figura 6 – Entrada de uma linha de nivelamento geométrico numa galeria de inspeção de uma barragem de betão ..... | 6  |
| Figura 7 – Mira estacionada sobre a marca de nivelamento da Figura 8 .....  | 7  |
| Figura 8 – Marca de nivelamento cravada numa viga de betão .....  | 7  |
| Figura 9 – Deslocamentos verticais relativos de pontos de referência .....  | 8  |
| Figura 10 – Rede de Nivelamento geométrico de uma barragem de betão .....   | 10 |
| Figura 11 – Representação da matriz de variância-covariância da rede de nivelamento .....                         | 11 |
| Figura 12 – Nível automático Wild NA2 .....   | 15 |
| Figura 13 – Nível automático numérico Wild NA3003 .....   | 15 |



# O Teste de Equipamento de Nivelamento Geométrico de Precisão segundo a Norma ISO 17123

## Introdução

O nivelamento geométrico é um método operativo da Geodesia e da Topografia usado no transporte de altitudes ortométricas<sup>1</sup> (Casaca *et al*, 2005), cuja versão geodésica pode ser adaptada à medição de deslocamentos verticais de pontos notáveis de obras de engenharia, tais como grandes barragens, pontes, etc., com uma incerteza de medição caracterizada por um desvio padrão submilimétrico.

Este relatório aborda o problema dos erros de medição do nivelamento geométrico de precisão, na óptica da monitorização de deslocamentos, tendo em vista descrever os erros sistemáticos que afectam as medições e apresentar um procedimento para a avaliação da incerteza de medição dos equipamentos de medição e/ou dos operadores responsáveis pela medição.

O relatório começa por uma breve introdução ao nivelamento geométrico de precisão e pela descrição dos mais importantes erros de medição que o afectam. Em seguida, apresenta um procedimento para avaliação da incerteza de medição do equipamento de nivelamento e ainda as regras para o teste estatístico de hipóteses sobre essa incerteza de medição, preconizadas na segunda parte da norma ISO 17123. A finalizar, como exemplo da aplicação dos procedimentos e regras para teste de hipóteses referidos, são apresentados os resultados do ensaio comparativo de um nível automático numérico Wild NA3003 e de um nível automático Wild NA2, com um micrómetro óptico acoplado. O ensaio foi realizado numa linha de nivelamento geométrico instalada nos pilares de estacionamento de uma base para calibragem de distanciómetros electromagnéticos existente no *campus* do LNEC.

A *International Organization for Standardization* (ISO) publicou várias normas dedicadas a instrumentos geodésicos e topográficos, entre as quais destacamos duas normas com incidência nas operações de nivelamento geométrico: a norma 12858, que contempla a calibragem das miras de invar (parte 1) e as especificações a respeitar pelos tripés (parte 2) e a norma 17123 (*Optics and Optical Instruments – Field Procedures for Testing Geodetic and Surveying Instruments*), cuja segunda parte (*Levels – ISO 17123-2*) é dedicada à avaliação da incerteza de medição de níveis ópticos.

## 1 – O Nivelamento Geométrico de Precisão

1.1 – O nivelamento geométrico permite medir a diferença da altitude ortométrica, designada por desnível ortométrico, entre dois pontos (A e B) do terreno, simbolicamente:

$$H_{AB} = H_B - H_A \quad (1)$$

As medições do nivelamento geométrico são realizadas com um nível óptico, estacionado sobre um tripé, e duas miras, com uma escala graduada (cf. Figura 1).

Um nível óptico convencional é constituído por uma nivela tórica solidária com uma luneta de pontaria, por intermédio de uma estrutura metálica dotada de um dispositivo de fixação e centragem sobre um tripé. As miras são geralmente de apoio inferior, isto é, são estaciona-

---

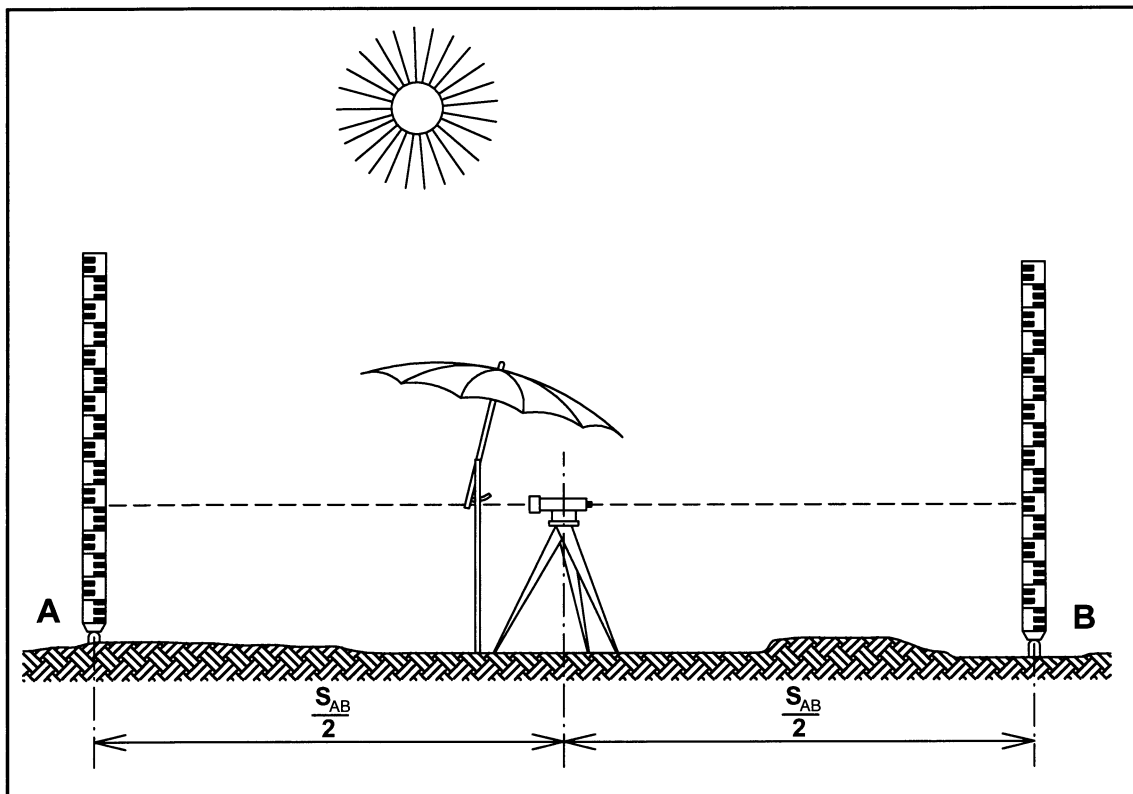
<sup>1</sup> A altitude ortométrica de um ponto é o comprimento do arco de linha de força do campo gravítico entre o ponto e uma superfície equipotencial de referência (o geóide) próxima do nível médio das águas do mar.

das, com a ajuda de uma pequena nivela esférica, segundo a direcção da vertical, sobre os pontos do terreno (cf. Figura 1).

Após o estacionamento do nível óptico entre as duas miras, são realizadas, com o retículo da luneta, duas leituras nas escalas das miras. O desnível ortométrico entre os pontos A e B é dado por:

$$H_{AB} = L_A - L_B = L_{BA} \quad (2)$$

onde  $L_A$  e  $L_B$  são as leituras nas escalas das miras.



**Figura 1** – Medição de um desnível ortométrico.

Consideremos um conjunto de  $n$  pontos do terreno ( $A \equiv 1, \dots, B \equiv n$ ) em posições adequadas à ligação por intermédio de uma linha de nivelamento geométrico. A partir da altitude do ponto A ( $\equiv 1$ ), suposta conhecida, podem ser determinadas as altitudes dos pontos ( $2, \dots, n$ ), medindo os desníveis entre os pontos consecutivos da linha:

$$H_k = H_A + \sum_{i=1}^{k-1} L_i - L_{i+1} \quad (k = 2, \dots, n \equiv B) \quad (3)$$

Se a altitude do ponto B ( $\equiv n$ ) for conhecida, a linha de nivelamento diz-se fechada e a diferença:

$$\varepsilon_F = \left( H_A + \sum_{i=1}^{n-1} L_i - L_{i+1} \right) - H_B \quad (4)$$

é designada por erro de fecho da linha (Casaca *et al*, 2005).



**1.2** – A necessidade de, em cada estacionamento, proceder à horizontalização manual da linha de pontaria da luneta (colimação), operação demorada, suscitou o desenvolvimento e a comercialização, no início da década de 1960, dos níveis com colimação automática, vulgarmente conhecidos por níveis automáticos. Nos níveis automáticos, a nivela tórica é substituída por compensadores (baseados em pêndulos) que, sob o efeito do campo gravítico, corrigem automaticamente o erro de colimação vertical da linha de pontaria da luneta.

No nivelamento geométrico de precisão, usado na monitorização de deslocamentos em obras de engenharia, as miras são rígidas e estão dotadas de escalas em *invar*. As escalas estão presas em baixo e, em cima, estão fixas a uma mola que as mantém sujeitas a uma tensão constante. Ao nível, é acoplado um micrómetro óptico de lâmina de faces paralelas, de modo a tornar possíveis leituras com a resolução de 0.1mm (0.01mm por estimativa).

O *invar* é uma liga composta de 64% de Ferro e 36% de Níquel, designada por FeNi36, cujo coeficiente de dilatação linear é muito baixo: cerca de 1.2 partes por milhão por grau Kelvin. Deve notar-se que o *invar* apresenta uma fluência significativa quando submetido a tração e que o seu coeficiente de dilatação linear é muito sensível à composição da liga.

No caso de linhas de nivelamento geométrico de precisão com uma grande extensão, torna-se necessário realizar observações da gravidade, para o que se usam gravímetros relativos portáteis com grande sensibilidade ( $1 \mu\text{m s}^{-2}$ ). A curta extensão das linhas de nivelamento geométrico usadas na monitorização de obras dispensa, no entanto, esta precaução.

**1.3** – Mais recentemente, na década de 1980, começaram a ser comercializados níveis automáticos “numéricos”, que permitem, após a pontaria manual da luneta, a leitura e o registo automático em suporte magnético, tornando mais fáceis e menos demoradas as operações de nivelamento geométrico. O nivelamento geométrico numérico permite ainda eliminar, ou atenuar, a contaminação das leituras por erros grosseiros devidos a enganos durante o seu registo, transcrição e arquivo.

Os níveis numéricos, com uma resolução de 0.01 mm, a operar com miras rígidas com escala em *invar*, graduada em código de barras, apresentam uma incerteza de medição submilimétrica. Estes níveis têm como desvantagens, relativamente aos níveis automáticos convencionais: uma incerteza de medição um pouco maior; um menor alcance (que não é crítico, no caso da monitorização de obras) e uma certa sensibilidade às condições de iluminação da escala da mira (por exemplo, a sombra das folhas de uma árvore, agitadas pelo vento), que pode perturbar ou mesmo impossibilitar as leituras.

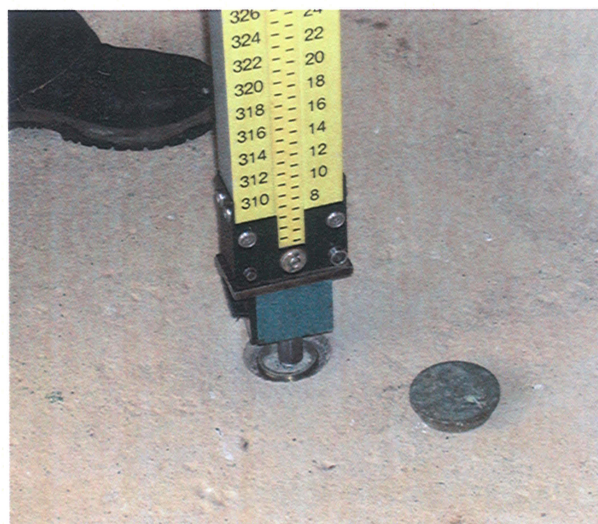
## 2 – Os Erros de Observação

Apresenta-se, em seguida, uma relação comentada dos erros sistemáticos, de origem instrumental e ambiental, mais comuns, que é necessário ter em atenção no nivelamento geométrico de precisão aplicado à monitorização de deslocamentos verticais.

A adopção de métodos operativos adequados, a calibragem do equipamento de medição e a determinação de correcções são os meios usados para atenuar a influência dos erros sistemáticos. A influência dos erros acidentais é atenuada pela repetição e redundância de medições.



**Figura 2** – Mira com escala invertida apoiada numa esfera de aço sobre o ponto objecto.



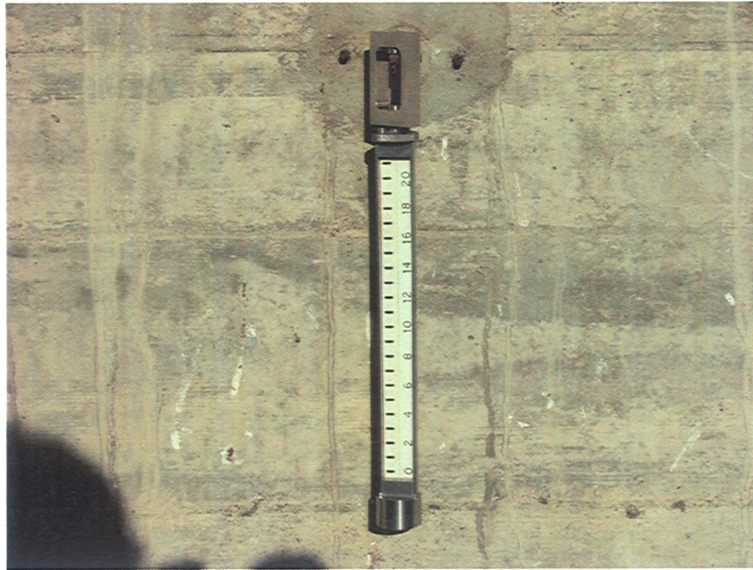
**Figura 3** – Mira com a escala direita apoiada num espigão de aço sobre o ponto objecto.

**2.1** – Não horizontalidade perfeita da linha de pontaria (erro de colimação vertical). Trata-se de um erro instrumental, que pode ser atenuado pela “rectificação” do nível e pelo seu estacionamento em posição equidistante das miras.

Exemplo: Um ângulo de colimação vertical de 1mgon origina um erro de 0.31mm numa leitura a 20m e um erro de 0.47mm numa leitura a 30m. O desnível resultante da diferença das duas leituras é afectado por um erro de 0.16mm (= 0.47mm – 0.31mm). Se as leituras forem feitas à mesma distância, o erro é anulado no desnível.

**2.2** – O erro de índice da mira (*zero point error*), que é a diferença entre o valor nominal do primeiro decímetro da escala da mira, estacionada num ponto do terreno, e o seu valor verdadeiro (cf. a norma ISO 12858-1). Trata-se de um erro frequente, dado que as miras são usadas, muitas vezes, com diversos tipos de acessórios adaptados à extremidade apoiada (cf. Figuras 2 e 3), para facilitar o estacionamento nos pontos.

No caso da monitorização de obras, é importante comparar as diferentes miras, com e sem os referidos dispositivos acessórios de estacionamento. Este erro pode ser atenuado estacionando sempre as mesmas miras (com os mesmos acessórios de estacionamento) nos mesmos pontos. As miras de suspensão (Figura 4), muito usadas na observação de barras de betão, são frequentemente afectadas por este tipo de erros e a sua calibragem é muitas vezes problemática.



**Figura 4** – Mira de suspensão (30 cm).

**2.3** – Efeitos da variação da temperatura ambiente no nível e nas miras, entre as condições de armazenamento e de operação. Trata-se de um erro ambiental, mais significativo em dias frios, que pode ser atenuado mediante a “ambientação” do nível e das miras antes do início das operações de medição. Note-se que, pelo menos, o nível deve ser protegido da incidência directa da radiação solar durante as operações de medição.

A norma ISO 17123-2 aconselha um período de ambientação de dois minutos por grau Celsius de diferença entre a temperatura de armazenamento e a temperatura de operação.



**Figura 5** – Lanço muito desnivelado de uma linha de nivelamento. O operador visa a extremidade inferior de uma das miras e a extremidade superior da outra.

**2.4** – Efeitos da variação térmica dos comprimentos das escalas das miras, numa mesma época de medição e entre diferentes épocas de medição. Trata-se de um erro ambiental, que pode ser corrigido mediante a utilização de sensores térmicos para monitorização da temperatura das escalas das miras.

Dado que o coeficiente de dilatação linear do *invar* é cerca de 1.2 partes por milhão por grau Kelvin, a escala de uma mira de três metros, submetida a um aumento de temperatura de 30 K sofre um alongamento de 0.1mm. Uma linha de nivelamento com muitos lanços desnivelados<sup>2</sup> (Figuras 5 e 6), em condições ambientais desfavoráveis, pode ser significativamente afectada por este erro. Na monitorização de deslocamentos verticais, a comparação de medições realizadas no Verão e no Inverno pode ser significativamente afectada por este erro.



**Figura 6** – Entrada de uma linha de nivelamento geométrico numa galeria de inspecção de uma barragem de betão.

**2.5** – Não uniformidade da graduação das escalas das miras. Trata-se de um erro instrumental que pode ser corrigido com a calibragem da escala mira (processo trabalhoso) ou atenuado, na monitorização de deslocamentos, mediante o estacionamento do nível à *mesma* altura e das mesmas miras nos mesmos pontos objecto ou ainda pela utilização de uma só mira.

**2.6** – Estacionamento incorrecto das miras. Muitas vezes as miras são estacionadas com um apoio deficiente. Na Figura 8, apresenta-se uma marca de nivelamento embutida numa viga de amarração de ancoragens para a contenção de uma encosta. Na Figura 7 apresenta-se uma mira estacionada sobre a marca de nivelamento anterior.

A análise da Figura 7 permite constatar que o contacto da base da mira com a marca de nivelamento pode ser afectado pela irregularidade da superfície da viga ou por qualquer pequena pedra ocasionalmente localizada na vizinhança da marca de nivelamento.

**2.7** – Movimento ou não verticalidade das miras durante a medição. É um erro difícil de corrigir, que exige habilidade do porta-miras, especialmente em dias ventosos. Existem tripés próprios para o estacionamento das miras que, no entanto, tornam as operações de nivelamento mais demoradas e não são suficientes quando o vento é forte. Na prática, os porta-

<sup>2</sup> O desnível observável num lanço é inferior ao comprimento das miras.

miras usam frequentemente bastões de madeira para auxiliar a estabilização das miras (cf. Figura 6).



**Figura 7** – Mira estacionada sobre a marca de nivelamento da Figura 8.



**Figura 8** – Marca de nivelamento cravada numa viga de betão.

**2.8** – Movimentos, imperceptíveis para o operador, dos apoios do nível ou das miras, durante as operações de medição. Durante o estacionamento do tripé ou das sapatas das miras sobre solos ou sobre pavimentos betuminosos, pode ocorrer o seu assentamento lento. Este erro pode ser evitado introduzindo placas rígidas sob os pés do tripé, para distribuição da pressão.

No caso de miras com dupla graduação (cf. Figura 7), se forem realizadas “leituras cruzadas”  $L_{A1}$ ,  $L_{B1}$ ,  $L_{B2}$ ,  $L_{A2}$  (por esta ordem), a comparação das leituras  $L_{A1}$  e  $L_{A2}$  permite detectar um movimento vertical significativo. No caso de um movimento pouco significativo, a média dos desníveis  $L_{A1} - L_{B1}$  e  $L_{A2} - L_{B2}$ , atenua o erro.

**2.9** – Refracção atmosférica, devida a gradientes térmicos e de pressão verticais que introduzem curvatura e torção na linha de pontaria (Casaca, 2004). Trata-se de um erro ambiental com um maior impacto nos lanços muito desnivelados (cf. Figuras 5 e 6), que é difícil de corrigir, a menos que se observem as condições atmosféricas ao longo da trajectória óptica. Pode ser atenuado evitando pontarias muito próximas do solo e com uma escolha adequada dos horários e das condições atmosféricas da observação.

**2.10** – Vibração atmosférica (oscilação mais ou menos rápida da imagem da graduação durante a pontaria), devida à interacção entre colunas de ar ascendentes e colunas de ar descendentes que acompanha os gradientes térmicos verticais negativos (Casaca, 2004). Trata-se de um erro ambiental importante, por vezes confundido com a refração, que é muito difícil de corrigir. Pode ser atenuado por uma escolha adequada dos horários e das condições atmosféricas da observação.

**2.11** – Efeito de campos electromagnéticos fortes nos pêndulos de níveis automáticos. Erro ambiental que afectava os compensadores dos primeiros níveis automáticos.

**2.12** – Variação da separação entre as superfícies de nível (equipotenciais do campo gravítico). A importância desta variação cresce com o desnível entre os extremos da linha de nivelamento e com o seu afastamento, em particular, quando a linha se desenvolve na direcção Norte-Sul. De um modo geral, este erro pode ser ignorado nas linhas de nivelamento destinadas à monitorização de obras.

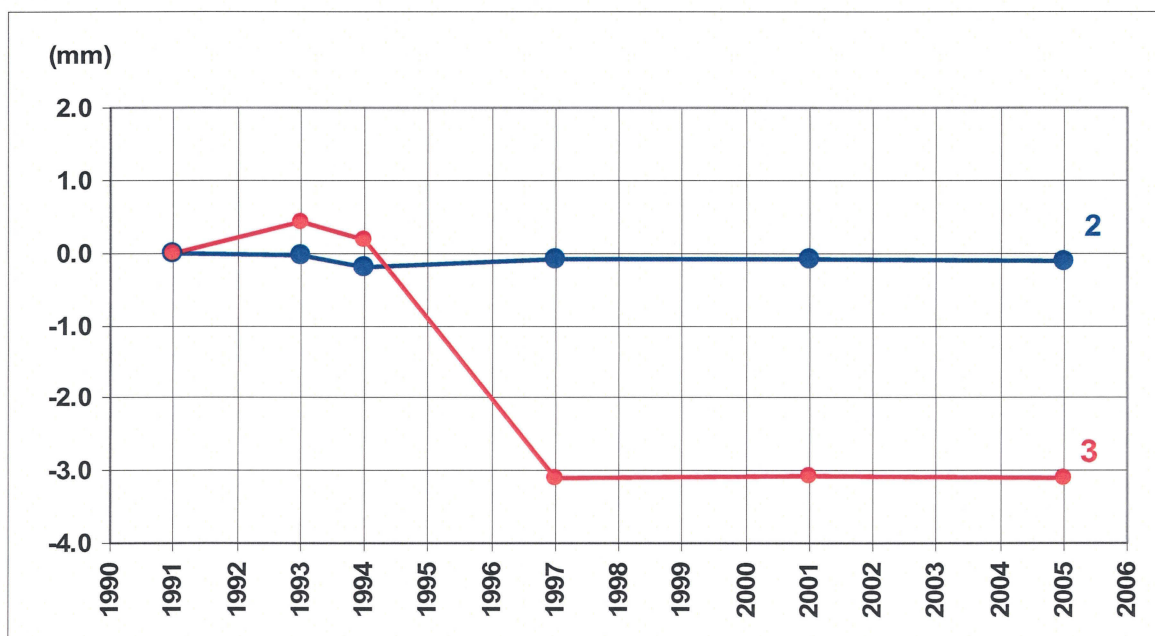
**2.13** – Variações periódicas da direcção da vertical, devidas à variação da acção gravitacional lunissolar. Este tipo de erro é geralmente ignorado nas linhas de nivelamento usadas na monitorização de obras.

Uma experiência levada a cabo no LNEC (Matos, 1989), que consistiu na medição de um desnível materializado na sala do Comparador do NGA/DBB, ao longo de seis dias, permitiu detectar alguma variabilidade diária na direcção da vertical.

**2.14** – Variações da direcção da vertical causadas por redistribuições de massa na vizinhança do percurso da linha de nivelamento (enchimento e esvaziamento de um reservatório de uma barragem, por exemplo). Este tipo de erro é geralmente ignorado nas linhas de nivelamento geométrico destinadas à monitorização de deslocamentos verticais em obras.

A simulação do efeito gravitacional da construção de uma grande barragem de betão e do enchimento da sua albufeira (Casaca e Henriques, 1988) revelou desvios da vertical que podiam atingir 0,15 mgon.

**2.15** – Movimentos dos pontos de referência, considerados “fixos”, nas linhas de nivelamento geométrico destinadas à monitorização de obras. A experiência da observação geodésica de grandes barragens de betão mostra que alguns pontos de referência do nivelamento geométrico geralmente localizados em maciços rochosos podem, ao fim de alguns anos de interacção com a barragem e com a variação do nível da água na albufeira, apresentar deslocamentos verticais relativos significativos.



**Figura 9** – Deslocamentos verticais relativos de pontos de referência supostos fixos.

Exemplo: A linha de nivelamento geométrico do coroamento de uma grande barragem de betão é apoiada, nas duas extremidades, em conjuntos de três pontos de referência supostos fixos. Um dos desníveis entre os pontos de referência (1, 2 e 3) da extremidade situada na margem esquerda apresenta uma variação anómala de uma ordem de grandeza muito superior aos erros de observação.

Na Figura 9, apresentam-se os deslocamentos dos pontos de referência 2 e 3, relativamente ao ponto 1, calculados a partir dos desníveis observados em 1991. A Figura 9 mostra que o ponto 2 se manteve solidário com o ponto 1, enquanto o ponto 3 sofreu um assentamento muito significativo entre 1994 e 1997, após o que estabilizou. O referido assentamento é de uma ordem de grandeza, cerca de 3mm, muito superior ao que poderia ser explicado por erros de observação.

É fundamental que a escolha da localização e da distribuição espacial dos pontos de referência de uma linha de nivelamento geométrico destinada à monitorização de deslocamentos verticais seja acompanhada por um especialista em Geotecnia e efectuada de acordo com critérios de redundância.

### 3 – O Controlo da Qualidade

**3.1 – Os diversos erros que afectam a medição de um desnível por nivelamento geométrico, descritos na secção anterior (2.1 a 2.15), embora corrigidos, originam um erro cumulativo residual ( $\varepsilon$ ) cuja distribuição é habitualmente modelada com uma distribuição normal, central, isto é, com valor médio nulo e variância  $\sigma^2$ , simbolicamente:**

$$\varepsilon \in N(\mu = 0, \sigma^2) \quad (6)$$

A variância ( $\sigma^2$ ) traduz não só a qualidade do equipamento (instrumento e acessórios) de observação, como também a adequação dos procedimentos operativos e correcções aplicadas e ainda a maior ou menor habilidade do operador.

O erro de fecho (4) de uma linha de nivelamento geométrico fechada, que idealmente deveria ser nulo, reflecte os erros de observação cometidos na medição dos desníveis:

$$\varepsilon_F = \sum_{i=1}^{n-1} \varepsilon_{i,i+1} \quad (7)$$

Em consequência da hipótese sobre a normalidade da distribuição dos erros de observação dos desníveis (6), o erro de fecho (7) da linha de nivelamento tem igualmente uma distribuição normal central, mas com uma variância  $(n-1)$  vezes superior:

$$\varepsilon_F \in N(0, (n-1)\sigma^2) \quad (8)$$

Tendo em atenção que a probabilidade de uma ocorrência de uma variável aleatória normal central exceder, em módulo, o dobro do desvio padrão é pequena (cerca de 0,045), pode tomar-se como tolerância (T) para o módulo do erro de fecho de uma linha de nivelamento geométrico o valor:

$$T = \sqrt{(n-1)} 2\sigma \quad (9)$$

A relação anterior, como seria de esperar, faz aumentar a tolerância para o erro de fecho com o número de lanços da linha de nivelamento.

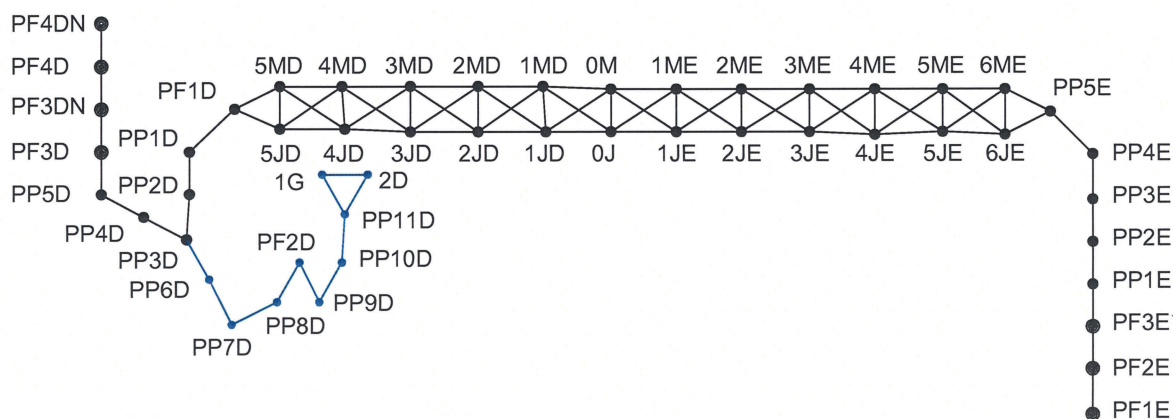
Quando o módulo do erro de fecho excede a tolerância, as medições da linha de nivelamento devem ser repetidas. O erro de fecho é um bom indicador da qualidade das medições, mas não é totalmente eficaz, pois existem combinações de erros sistemáticos que não são acusadas pelo erro de fecho. Este facto compreende-se facilmente tendo em atenção que qualquer equação linear do tipo (6) tem uma infinidade de soluções.

Quando o módulo do erro de fecho é igual ou inferior à tolerância, as medições são aceites e o erro de fecho é igualmente distribuído pelos  $(n-1)$  desníveis observados, numa operação designada por ajustamento ou compensação da linha de nivelamento.

Quando a altitude do ponto B não é previamente conhecida, a linha de nivelamento diz-se aberta. Neste caso, as operações de nivelamento devem ser repetidas, por ordem inversa, do ponto B para o ponto A, numa operação designada por contranivelamento, que permite calcular o erro de fecho do nivelamento-contranivelamento com a altitude  $H_A$  e proceder ao controlo da qualidade das medições.

**3.2** – Existem muitas situações práticas em que é conveniente utilizar redes de nivelamento geométrico, assim designadas porque os vértices estão ligados em rede e não em linha. Na Figura 10, apresenta-se um exemplo de uma rede de nivelamento geométrico, constituída por pontos distribuídos, a montante e a jusante, sobre o coroamento de uma barragem, apoiada em duas linhas, uma em cada extremidade. Da linha da extremidade esquerda da Figura 10, deriva uma terceira linha subsidiária (representada a azul).

As ligações diagonais entre as duas linhas de montante e de jusante do coroamento permitem constituir uma rede, que apresenta maior redundância do que as duas linhas independentes, proporcionando uma maior eficácia no controlo da qualidade das medições.



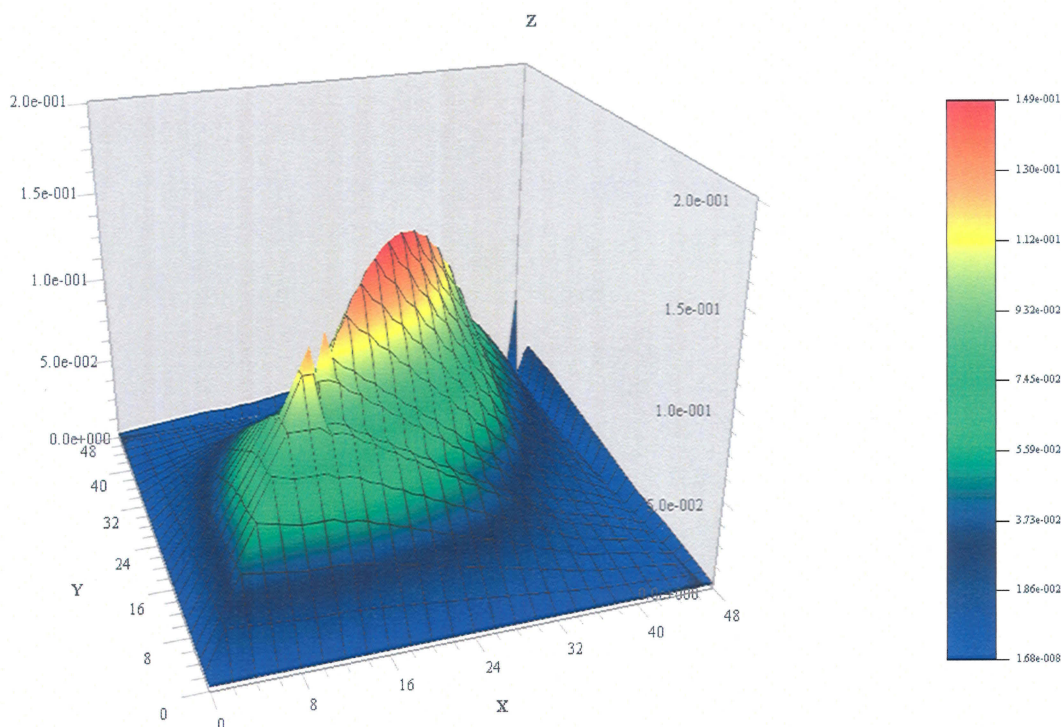
**Figura 10** – Rede de nivelamento geométrico de uma barragem de betão.

As redes de nivelamento devem ser ajustadas pelo método da variação de coordenadas (cf. Casaca, 2001). Este método permite estimar um desvio padrão *a posteriori* para os desníveis medidos, que pode ser usado no controlo da qualidade das medições, em substituição do erro de fecho das linhas de nivelamento.

A Figura 11, representa graficamente a matriz de variância-covariância dos deslocamentos dos vértices da rede de nivelamento geométrico principal da Figura 10, construída a partir



de um desvio padrão *a priori* de um desnível igual a 0.15mm. De acordo com a Figura 11, os valores da variância crescem de um mínimo nos extremos, onde se encontram os pontos de referência, para um máximo, atingido a meio do coroamento. A forma do gráfico indica também que as covariâncias e, conseqüentemente, as correlações entre os vértices mais próximos são significativamente maiores do que entre os pontos mais afastados.



**Figura 11** – Representação da matriz de variância-covariância da rede de nivelamento.

## 4 – A Avaliação da Incerteza de Medição

**4.1** – A norma ISO 17123-2 especifica procedimentos para a avaliação da incerteza de medição de equipamento de nivelamento geométrico (nível e miras), que devem ser efectuados em condições de operação, já que os ensaios realizados em laboratório, ao abrigo das componentes de incerteza de origem ambiental, tendem a subestimar a incerteza de medição.

A referida norma apresenta um ensaio completo, para equipamento de precisão, que deve ser realizado a montante das aplicações de monitorização de deslocamentos verticais que requeiram maior precisão e fornece informação (desvios padrão *a priori*) para o planeamento e controlo da qualidade das linhas e ou redes de nivelamento.

O ensaio deve ser realizado numa zona plana e horizontal, para evitar o efeito da refração vertical e o instrumento (o nível) deve ser protegido da incidência directa da radiação solar. Deve ser evitado o estacionamento do nível e das miras em pavimento betuminoso ou solo pouco compactado.

As miras devem distar de 60m e o nível deve ser estacionado em posição equidistante ( $\pm 10\%$ ) das miras (cf. Figura 1). O equipamento deve ser ambientado antes das leituras:

dois minutos por grau Celsius de diferença entre a temperatura de armazenamento e a temperatura ambiente. O nível deve ser retificado antes do ensaio.

**4.2** – Deve ser realizado um conjunto de quarenta pares de leituras  $LA_k$ , para a mira estacionada no ponto A (Figura 1) e  $LB_k$ , para a mira estacionada no ponto B ( $k = 1, \dots, 20$ ), de acordo com o seguinte procedimento:

- i) Após cada par de leituras, o instrumento e o tripé devem ser levantados do solo e novamente estacionados.
- ii) Após cada sequência de dez pares de leituras, a ordem das leituras (primeiro A e depois B) deve ser trocada (primeiro B e depois A).
- iii) Após os primeiros vinte pares de leituras, as miras devem trocar de posição.

No final, devem ser calculadas as diferenças entre as leituras dos quarenta pares:

$$d_k = LA_k - LB_k \quad (k = 1, \dots, 40) \quad (10)$$

e, seguidamente, as médias das primeiras vinte e das segundas vinte diferenças:

$$\delta_1 = \frac{1}{20} \sum_{k=1}^{20} d_k \quad \delta_2 = \frac{1}{20} \sum_{k=21}^{40} d_k \quad (11)$$

A diferença  $\delta = \delta_1 - \delta_2$  é uma estimativa do desvio entre o erro de índice das duas miras.

Para cada par de leituras é calculado um resíduo relativamente à media:

$$\begin{cases} r_k = \delta_1 - d_k & (k = 1, \dots, 20) \\ r_k = \delta_2 - d_k & (k = 21, \dots, 40) \end{cases} \quad (12)$$

e, finalmente, a variância empírica de um desnível (medido a 60m):

$$s^2 = \frac{1}{38} \sum_{k=1}^{40} r_k^2 \quad (13)$$

Por uma questão de uniformização, a norma define um desvio padrão por quilómetro de nivelamento seguido de contranivelamento, calculado da seguinte forma:

$$s_{\text{ISO-LEV}} = \frac{s}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1000\text{m}}{60\text{m}}} = 2.89 s \quad (14)$$

A norma ISO 17123-2 preconiza a utilização do desvio padrão  $s_{\text{ISO-LEV}}$  para caracterizar a incerteza de medição do equipamento de nivelamento (nível e par de miras) ensaiado.

## 5 – Os Testes Estatísticos de Hipóteses

**5.1** – A segunda parte da norma ISO 17123 também especifica procedimentos para o teste estatístico de hipóteses sobre a incerteza de medição do equipamento de nivelamento geométrico (nível e miras), a realizar na sequência do ensaio para avaliação da sua incerteza de medição.

As estatísticas ( $s$ ) e ( $\delta$ ), resultantes das duas séries de vinte pares de leituras realizadas no ensaio para avaliação da incerteza de medição, podem ser usadas para testar se:

**Q1)** O desvio padrão teórico  $\sigma$  (desconhecido) que caracteriza a incerteza de medição de um dado equipamento, é ou não, significativamente superior a um valor  $\omega$  dado *a priori* – o valor fornecido pelo fabricante do equipamento, por exemplo;

**Q2)** O valor do desvio  $\Delta$  entre o erro de índice das duas miras, estimado pela diferença ( $\delta = \delta_1 - \delta_2$ ) é, ou não, significativamente diferente de zero;

**Q3)** A diferentes equipamentos e/ou diferentes equipas de observação deve, ou não, ser atribuída a mesma incerteza de medição.

As questões Q1), Q2) e Q3) podem ser traduzidas, em linguagem da inferência estatística, pelos testes de significância das hipóteses nulas ( $H_0$ ) contra as hipóteses alternativas ( $H_A$ ) apresentadas no Quadro 1, onde, relativamente à questão Q3,  $\sigma$  é o desvio padrão teórico (desconhecido) do primeiro equipamento e/ou equipa de observação e  $\zeta$  é o desvio padrão teórico (desconhecido) do segundo equipamento e/ou equipa de observação.

**Quadro 1** – Hipóteses nulas e alternativas

| Questão | Hipótese nula ( $H_0$ ) | Hipótese alternativa ( $H_A$ ) |
|---------|-------------------------|--------------------------------|
| Q1)     | $\sigma \leq \omega$    | $\sigma > \omega$              |
| Q2)     | $\Delta \equiv 0$       | $\Delta \neq 0$                |
| Q3)     | $\sigma \equiv \zeta$   | $\sigma \neq \zeta$            |

**5.2** – Fixando o nível de significância ( $\alpha$ ) do teste em 0.05, a regra de decisão entre a hipótese nula e a hipótese alternativa da questão Q1 é baseada no quantil de probabilidade 0.95 ( $= 1 - \alpha$ ) de uma distribuição qui-quadrado central com 38 graus de liberdade (Casaca, 1995), que simbolizaremos por:

$$\chi(38; 0.95) = 53.38 \quad (15)$$

Dada uma hipótese  $\omega$  sobre o desvio padrão teórico  $\sigma$  (desconhecido), a regra de decisão é: i) Se

$$s \leq \omega \sqrt{\frac{\chi(38; 0.95)}{38}} = 1.19 \omega \quad (16)$$

deve ser aceite a hipótese nula, isto é, o desvio padrão teórico  $\sigma$  desconhecido deve ser considerado igual ou menor do que a hipótese  $\omega$ ; ii) Se, pelo contrário:

$$s > 1.19 \omega \quad (17)$$

deve ser aceite a hipótese alternativa, isto é, o desvio padrão teórico  $\sigma$  desconhecido deve ser considerado maior do que a hipótese  $\omega$ .

**5.3** – Fixando o nível de significância ( $\alpha$ ) do teste em 0.05, a regra de decisão entre a hipótese nula e a hipótese alternativa da questão Q2 é baseada no quantil de probabilidade 0.975 ( $= 1 - \alpha/2$ ) de uma distribuição t de Student central, com 38 graus de liberdade (Casaca, 1995), que simbolizaremos por:

$$t(38; 0.975) = 2.02 \quad (18)$$

A regra de decisão da hipótese nula ( $\Delta = 0$ ) contra a hipótese alternativa ( $\Delta \neq 0$ ) é: i) Se

$$|\delta| \leq \left( \frac{s}{\sqrt{10}} t(38; 0.975) = 0.64 s \right) \quad (19)$$

deve ser aceite a hipótese nula, isto é, o desvio  $\Delta$  entre o erro de índice das miras deve ser considerado nulo; ii) Se, pelo contrário:

$$|\delta| > 0.64 s \quad (20)$$

deve ser aceite a hipótese alternativa, isto é, o desvio  $\Delta$  entre o erro de índice das miras deve ser considerado significativamente diferente de zero.

**5.4** – Fixando o nível de significância ( $\alpha$ ) do teste em 0.05, a regra de decisão entre a hipótese nula e a hipótese alternativa da questão Q3 é baseada no quantil de probabilidade 0.975 ( $= 1 - \alpha/2$ ) de uma distribuição F de Snedecor central, com 38 graus de liberdade no numerador e no denominador (Casaca, 1995), que simbolizaremos por:

$$F(38, 38; 0.975) = 1.91 \quad (21)$$

A regra de decisão da hipótese nula ( $\sigma \equiv \zeta$ ) contra a hipótese alternativa ( $\sigma \neq \zeta$ ) é: i) Se

$$\left( \frac{1}{F(38, 38; 0.975)} = 0.52 \right) \leq \frac{s_1^2}{s_2^2} \leq (F(38, 38; 0.975) = 1.91) \quad (22)$$

deve ser aceite a hipótese nula, isto é, os desvios padrão teóricos  $\sigma$  e  $\zeta$  devem ser considerados iguais, isto é, a incerteza de medição dos dois equipamentos e/ou equipas de observação devem ser consideradas iguais; ii) Se, pelo contrário:

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} < 0.52 \quad \text{ou} \quad 1.91 > \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad (23)$$

deve ser aceite a hipótese alternativa, isto é, os desvios padrão teóricos  $\sigma$  e  $\zeta$  devem ser considerados diferentes, ou seja, a incerteza de medição dos dois equipamentos e/ou equipas de observação devem ser consideradas diferentes.

**Quadro 2** – Regras de decisão entre a hipótese nula e a hipótese alternativa

| Questão  | Aceitar H0                        | Aceitar HA                                   |
|--|-----------------------------------|--|
| Q1) H0 ( $\sigma \leq \omega$ ) contra HA ( $\sigma > \omega$ )    | $s \leq 1.19 \omega$              | $s > 1.19 \omega$                            |
| Q2) H0 ( $\Delta \equiv 0$ ) contra HA ( $\Delta \neq 0$ )         | $ \delta  \leq 0.64 s$            | $ \delta  > 0.64 s$                          |
| Q3) H0 ( $\sigma \equiv \zeta$ ) contra HA ( $\sigma \neq \zeta$ ) | $0.52 \leq (s_1/s_2)^2 \leq 1.91$ | $(s_1/s_2)^2 < 0.52$ ou $1.91 < (s_1/s_2)^2$ |

5.5 – As regras de decisão entre a hipótese nula e a hipótese alternativa, relativas às três questões Q1 (o desvio padrão teórico  $\sigma$  que caracteriza a incerteza de medição de um dado equipamento, é ou não, significativamente superior a um valor  $\omega$ , dado *a priori*), Q2 (o desvio  $\Delta$  entre o erro de índice das duas miras é, ou não, significativamente diferente de zero) e Q3 (a diferentes equipamentos e/ou diferentes equipas de observação deve, ou não, ser atribuída a mesma incerteza de medição), são sintetizadas no Quadro 2.

## 6 – Ensaio Comparativo de Dois Níveis Ópticos

6.1 – Usando dois tacos de nivelamento inseridos na base de dois pilares de estacionamento de uma base para calibragem de distanciómetros electromagnéticos existente no *campus* do LNEC, foi executado o procedimento de ensaio completo (norma ISO 17123-2) para avaliar a incerteza de medição de um nível automático Wild NA2 com micrómetro óptico (Figura 12) e de um nível automático numérico Wild NA3003 (Figura 13).



Figura 12 – Nível automático Wild NA2, com micrómetro óptico.



Figura 13 – Nível automático numérico Wild NA3003.

As incertezas de medição dos níveis Wild NA2 e NA3003 são caracterizadas, pelo fabricante, pelos desvio padrão  $\omega_{\text{ISO-LEV}}$ , correspondente a um quilómetro com contra-nivelamento, apresentados no Quadro 3, onde são também apresentados os desvios padrão  $\omega$  correspondentes a um lanço com 50m.

Quadro 3 – Desvios padrão *a priori* dos níveis NA2 e NA3003

| Níveis | $\omega_{\text{ISO-LEV}}$ | $\omega$ (50m) |
|--------|---------------------------|----------------|
| NA2    | 0.3 mm km <sup>-1</sup>   | 0.10 mm        |
| NA3003 | 0.4 mm km <sup>-1</sup>   | 0.13 mm        |

6.2 – Os dois níveis foram ensaiados nas condições previstas na norma ISO 17123-2, com excepção da distância (50m) entre os pontos A e B a nivelar no ensaio, que, embora sendo inferior à distância (60m) preconizada na norma, é idêntica à distância máxima entre os vértices das linhas de nivelamento geométrico usadas na monitorização de deslocamentos em grandes barragens de betão.

No Quadro 4, são apresentados os resultados do ensaio: valores do desvio padrão de um desnível a 50m (s), do desvio padrão, por quilómetro, com contra-nivelamento ( $s_{\text{ISO-LEV}}$ ) e da estimativa ( $\delta$ ) do desvio entre os erros de índice das miras, para cada um dos equipamentos (o nível NA2 e duas miras com a escala em *invar* graduada convencionalmente e o nível NA3003 e duas miras com a escala em *invar* graduada com código de barras).

**Quadro 4 – Resultados do ensaio comparativo**

| Estimativas          | NA2                      | NA3003                   |
|----------------------|--------------------------|--------------------------|
| s                    | 0.14 mm                  | 0.20 mm                  |
| $s_{\text{ISO-LEV}}$ | 0.44 mm km <sup>-1</sup> | 0.63 mm km <sup>-1</sup> |
| $\delta$             | - 0.15 mm                | 0.17 mm                  |

A análise do Quadro 4 permite verificar que as estimativas dos desvios padrão a 50m (s) e por quilómetro ( $s_{\text{ISO-LEV}}$ ) são favoráveis ao nível automático NA2 e que os desvios dos erros de índice ( $\delta$ ) entre as miras dos dois pares, embora pequenos, podem dar origem a erros sistemáticos significativos.

**6.3 –** Para responder às questões Q1 (o desvio padrão teórico  $\sigma$  que caracteriza a incerteza de medição de um dado equipamento, é ou não, significativamente superior a um valor  $\omega$  dado *a priori*) e Q2 (o desvio  $\Delta$  entre o erro de índice das duas miras é, ou não, significativamente diferente de zero), foram substituídos, no Quadro 2, os valores de s e  $\delta$  obtidos no ensaio para os dois equipamentos. Os resultados apresentam-se no Quadro 5.

**Quadro 5 – A decisão entre a hipótese nula e a hipótese alternativa**

| NA2 ( $\omega = 0.10\text{mm}$ a 50m)    |             |
|--|-------------|
| Teste                                    | Decisão     |
| $(s = 0.14) > (1.19 \omega = 0.12)$      | Rejeitar H0 |
| $( \delta  = 0.15) > (0.64 s = 0.10)$    | Rejeitar H0 |
| NA3003 ( $\omega = 0.13\text{mm}$ a 50m) |             |
| Teste                                    | Decisão     |
| $(s = 0.20) > (1.19 \omega = 0.16)$      | Rejeitar H0 |
| $( \delta  = 0.17) > (0.64 s = 0.13)$    | Rejeitar H0 |

A análise do Quadro 5 permite verificar que, de acordo com o teste de hipóteses, os desvios padrão (s) resultantes do ensaio devem ser considerados significativamente superiores aos valores ( $\omega$ ) fornecidos pelo fabricante e que os valores ( $\delta$ ) estimados para o desvio ( $\Delta$ ) entre os erros de índice das miras devem ser considerados significativos.

**6.4 –** Para responder à questão Q3 (a diferentes equipamentos e/ou diferentes equipas de observação deve, ou não, ser atribuída a mesma incerteza de medição), foram substituídos, no Quadro 2, os valores dos desvios padrão  $s_1$  e  $s_2$ , obtidos no ensaio dos dois equipamentos. Os resultados apresentam-se no Quadro 6.

**Quadro 6 – Comparação dos níveis NA2 e NA3003**

| Teste                         | Decisão     |
|-------------------------------|-------------|
| $((s_1/s_2)^2 = 0.49) < 0.52$ | Rejeitar H0 |

Como se pode verificar pela análise do Quadro 6, de acordo com o teste de hipóteses, a diferença entre os desvios padrão estimados para os dois equipamentos deve ser considerada significativa e, conseqüentemente, a incerteza de medição do nível NA2 deve ser considerada significativamente menor do que a incerteza de medição do nível NA3003.

## Considerações Finais

Na generalidade das aplicações topográficas, de levantamento ou de implantação, o nivelamento geométrico é usado com equipamentos e métodos operativos que se destinam a atingir uma incerteza de medição (desvio padrão de um desnível) subcentimétrica que, embora suficiente para essas aplicações, não é, em geral, adequada à monitorização de deslocamentos verticais em obras de engenharia.

O nivelamento geométrico de precisão, que pretende atingir uma incerteza de medição (desvio padrão de um desnível) submilimétrica, necessita de equipamento de medição mais preciso e de métodos operativos e correções adequados. Esta redução implica um maior investimento em equipamento (nível e miras) e em perícia da equipa encarregada da observação.

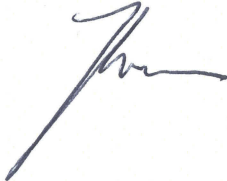
Embora os métodos estatísticos usados no planeamento e no controlo da qualidade das observações exijam uma base teórica para a sua compreensão, o método de ensaio exposto neste Relatório é um método expedito que, embora não respondendo cabalmente aos problemas postos pelo controlo da qualidade do equipamento de nivelamento geométrico, permite estabelecer regras de decisão simples para a verificação e/ou comparação de equipamentos e/ou equipas de observação.

## Referências Bibliográficas

- Casaca, J. e Henriques, M. J. (1988), *Gravitational Perturbations at Local Engineering Networks*. Revista do Instituto Geográfico e Cadastral, nº 8.
- Casaca, J. (1995), *Elementos de Inferência Estatística*. LNEC, Série ICT, ITB 16.
- Casaca, J. (2001), *O Método da Variação de Coordenadas na Observação Geodésica de Barragens*. LNEC, Série ICT, ITB 21.
- Casaca, J. (2004), *A Refracção Atmosférica em Geodesia Aplicada*. LNEC, Série ICT, INCB 9.
- Casaca, J.; Matos, J. e Baio, M. (2005), *Topografia Geral*, 4ª Edição. Lidel, Lisboa.
- Matos, J. (1989), *Determinação Experimental de Perturbações Gravitacionais no Nivelamento Geométrico de Precisão*. NMG/DB, Nota Técnica do Estudo 44/11/9209.

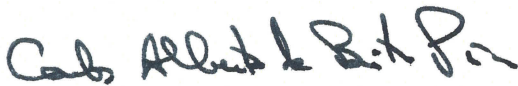
**VISTOS**

O Engº Chefe do NGA




João M. M. Casaca

O Engº Director do DBB



Carlos Alberto de Brito Pina

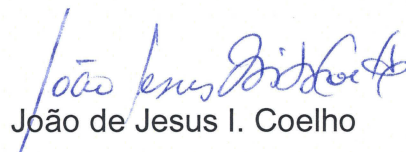
**AUTORIAS**



João M. M. Casaca  
Investigador-coordenador



Maria João Henriques  
Investigadora Principal



João de Jesus I. Coelho  
Técnico Profissional