



Metodologia para interpolação em todo o domínio de grandezas monitorizadas num número discreto de pontos de barragens de betão utilizando malhas de elementos finitos

José Piteira Gomes

Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), Lisboa, Portugal, pgomes@lnec.pt

António Lopes Batista

Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), Lisboa, Portugal, a.l.batista@lnec.pt

Resumo

No tratamento de resultados da monitorização, no âmbito da análise e interpretação do comportamento observado, com vista ao controlo da segurança de barragens, depara-se, com frequência, com o problema da interpolação de grandezas observadas num número discreto de pontos para a totalidade do domínio em estudo. As grandezas podem ser escalares ou vetoriais e o domínio pode ser restrito a zonas localizadas ou dizer respeito às estruturas completas e suas fundações.

Dado que as aplicações disponíveis consideram critérios idênticos de interpolação em todas as direções, desenvolveu-se uma metodologia de interpolação das grandezas conhecidas num número discreto de pontos para o domínio em estudo, baseada na distância entre pontos, recorrendo a malhas de elementos finitos. Esta metodologia permite ter em consideração a anisotropia da distribuição espacial das grandezas físicas, pelo que se pode adaptar melhor às características específicas das obras. São detalhadas as hipóteses simplificativas do método, bem como os principais passos dos algoritmos de cálculo desenvolvidos.

Apresentam-se aplicações do método a casos de estudo típicos de engenharia de barragens de betão, relativos à interpolação das temperaturas observadas num número reduzido de dispositivos de monitorização em barragens abóbada e gravidade. Os resultados obtidos permitiram a utilização direta dos espalhamentos nas análises estruturais para interpretação do comportamento observado das barragens durante o primeiro enchimento das respetivas albufeiras.

Palavras-chave: Barragens de betão; Elementos finitos; Resultados da observação; Interpolação

1 INTRODUÇÃO

Os resultados da monitorização, respeitantes a grandezas relacionadas com as ações e os seus efeitos, em pontos de amostragem do comportamento das barragens onde foram instalados os dispositivos de observação, são obtidos a partir dos respetivos dados, que são as leituras realizadas nesses dispositivos. Na análise e interpretação do comportamento das obras interessa, em muitos casos, interpolar para todo o corpo das barragens os valores das grandezas nesse número discreto de pontos. São exemplo disto algumas grandezas escalares, designadamente a temperatura, a humidade interna e a expansão livre, mas também grandezas vetoriais e tensoriais, tais como deslocamentos, extensões e tensões.

Não existe um método universal por interpolar valores conhecidos em pontos discretos. Existem diferentes métodos, que apresentam vantagens e desvantagens, consoante o tipo de problema. Os métodos mais conhecidos e usados são os seguintes: interpolação polinomial, triangulação de Delaunay com interpolação linear ou tipo “spline”, vizinhança próxima, vizinhança natural, distância inversa ponderada, método de Kriging, funções de base radial, funções poli-harmónicas, método de Shepard simplificado, polinómios locais e curvatura mínima [1,2,3].

A escolha do método de interpolação de valores discretos para um domínio contínuo depende de fatores relacionados com a amostragem, designadamente a sua representatividade, homogeneidade, distribuição espacial e dimensão. Estas características da amostragem estão interligadas, sendo que quando são adequadas é possível, em regra, realizar com qualidade a interpolação no domínio contínuo. Em termos genéricos, pode dizer-se que a qualidade da interpolação será tanto melhor quanto maior for o número de pontos de amostragem e mais regular for o seu espaçamento [4].

No caso das barragens de betão, os dispositivos dos sistemas de observação estão geralmente localizados em pontos estratégicos de amostragem, mas as áreas e volumes que cobrem são frequentemente pequenos face à dimensão do corpo das obras. Assim, é necessário dispor de metodologias eficientes para a interpolação dos resultados da observação. Sendo o método dos elementos finitos o mais utilizado para analisar o comportamento deste tipo de estruturas, as malhas correspondentes, como representações geométricas dos meios contínuos, constituem um adequado suporte para a realização das interpolações espaciais.

Existem várias aplicações para realizar a interpolação de grandezas nos pontos do domínio. Contudo, neste tipo de interpolações não existem, em geral, direções privilegiadas, sendo todas consideradas equitativamente.

No caso das barragens abóbada, a direção montante-jusante corresponde, em regra, a uma direção principal (fluxos térmicos e higrométricos, deformação, tensão, etc.), pelo que há vantagens em considerá-la como tal no processo de interpolação. Nas barragens gravidade, o comportamento é ditado, em regra, pelo que ocorre nos planos correspondentes aos perfis das obras. Nessas condições, em regra há vantagem em dividir o problema de interpolação neste tipo de estruturas em duas etapas, designadamente: i) nas barragens abóbada, primeiro na direção normal à espessura e depois nas outras duas direções; e ii) nas barragens gravidade, em primeiro lugar nos perfis transversais e de seguida segundo o eixo das obras.

Com base em relações geométricas simples, propõe-se um método geral de interpolação para o contínuo de grandezas conhecidas num número limitado de pontos, com implementação numérica

considerando o suporte geométrico proporcionado pelas malhas de elementos finitos. Este tipo de interpolações pode ser usada, com facilidade, nas análises do comportamento das obras. A metodologia desenvolvida foi aplicada à interpolação de temperaturas no corpo de duas obras, a barragem abóbada do Baixo Sabor e a barragem gravidade do Feiticeiro.

2 FORMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO

2.1 Formulação geral do método

Considere-se o caso geral de um domínio finito onde os valores das grandezas $G(k)$ ($k = 1, \dots, N$) são conhecidas num número discreto de pontos N . O valor $G(i)$, interpolado para o ponto i , localizado no subdomínio convexo definido pelos N pontos, pode ser obtido através do método ponderado de distância inversa (Fig. 1), a partir da distância $d(i, k)$ entre os pontos i e k , dada pela expressão (1),

$$d(i, k) = \sqrt{\sum_{j=1}^3 (x_j^k - x_j^i)^2} \quad (1)$$

onde x_j^i e x_j^k ($j = 1, 2, 3$) são as coordenadas cartesianas que definem a localização dos pontos i e k , respetivamente.

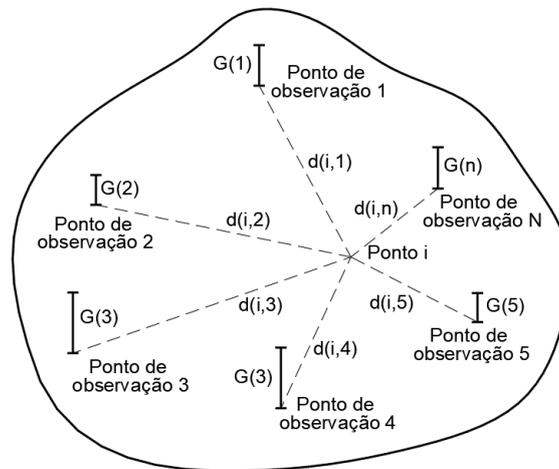


Figura 1. Definição geométrica dos pontos utilizados na interpolação de grandezas num domínio finito

Considerando que a influência de $G(k)$ no valor de $G(i)$ é inversamente proporcional à distância entre os pontos i e k , $d(i, k)$, a contribuição de $G(k)$ no valor de $G(i)$ é quantificada pelo coeficiente $c(i, k)$, dado pela expressão,

$$c(i, k) = \frac{1/d(i, k)}{\sum_{l=1}^N 1/d(i, l)} \quad (2)$$

O valor interpolado $G(i)$ é obtido, nestas condições, pela expressão (3),

$$G(i) = \sum_{k=1}^N G(k) c(i, k) \quad (3)$$

A soma dos contributos $c(i, k)$ ($k = 1, \dots, N$) será unitária. Pode ser vantajoso considerar, para cada ponto de interpolação, apenas um subconjunto dos pontos N , se tal for conveniente para o problema físico em apreço. Para aumentar a influência dos pontos de amostragem mais próximos, o coeficiente $c(i, k)$ pode ser calculado considerando as distâncias elevadas a um expoente $m > 1$. Se as grandezas $G(k)$ forem conhecidas com diferentes graus de fiabilidade, caracterizados pelos pesos $w(k)$, o coeficiente $c(i, k)$ é dado pela expressão,

$$c(i, k) = \frac{w(k)/(d(i, k))^m}{\sum_{l=1}^N w(l)/(d(i, l))^m} \quad (4)$$

sendo o expoente m escolhido em função do tipo de interpolação a realizar.

Esta formulação corresponde ao método da distância inversa ponderada. Trata-se de um procedimento de interpolação com um algoritmo de cálculo simples e rápido, que considera as características de proximidade e de mudança gradual de tendência [1,5]. Caso se pretenda, permite a consideração de expoentes m diferentes em função da sequência escolhida de interpolação.

A interpolação junto às fronteiras pode ser resolvida, na maior parte dos casos de engenharia de barragens, com aproximação suficiente, considerando condições de fronteiras baseadas na física do problema.

A interpolação de grandezas vectoriais e tensoriais pode ser feita usando a mesma metodologia, desde que os valores a interpolar sejam referenciados a eixos locais idênticos.

2.2 Implementação computacional do método

A formulação apresentada deu origem a um algoritmo numérico, usando como suporte geométrico as malhas de elementos finitos (tipo cubo de 20 nós), elaboradas no âmbito dos estudos de análise e interpretação do comportamento das obras [6]. São consideradas as coordenadas dos instrumentos de medição da grandeza em análise e os valores aí monitorizados, para cada época de observação. Podem ser atribuídos pesos aos valores observados, em função da confiança neles depositada (um valor nulo desse peso corresponde a descartar o valor observado).

No caso das barragens abóbada, assumindo que as grandezas em análise têm a direção montante-jusante como dominante, o algoritmo faz o processamento da interpolação em duas etapas (Fig. 2). A primeira etapa considera a direção dominante, passando dos valores medidos nos instrumentos de cada perfil para pontos correspondentes, nesse perfil, aos folhetos a considerar na segunda etapa. Na segunda etapa as grandezas são interpoladas por camadas (folhetos), em superfície. Nesta segunda varredura espacial são considerados os nós dos vértices e a meio das arestas dos hexaedros, fazendo-se o espalhamento para todos os nós da malha de elementos finitos. O procedimento numérico para espalhar os valores da monitorização pelos nós da malha de elementos finitos pode ser resumido da seguinte forma: i) atribuição de valores nos perfis escolhidos; ii) interpolação em alinhamentos montante-jusante, nos nós de vértice mais próximos de cada perfil; e iii) interpolação por camadas com base nos resultados obtidos na interpolação na espessura. Este processo de dupla iteração pode ser feito em elementos estruturais com um número diferente de elementos finitos na espessura.

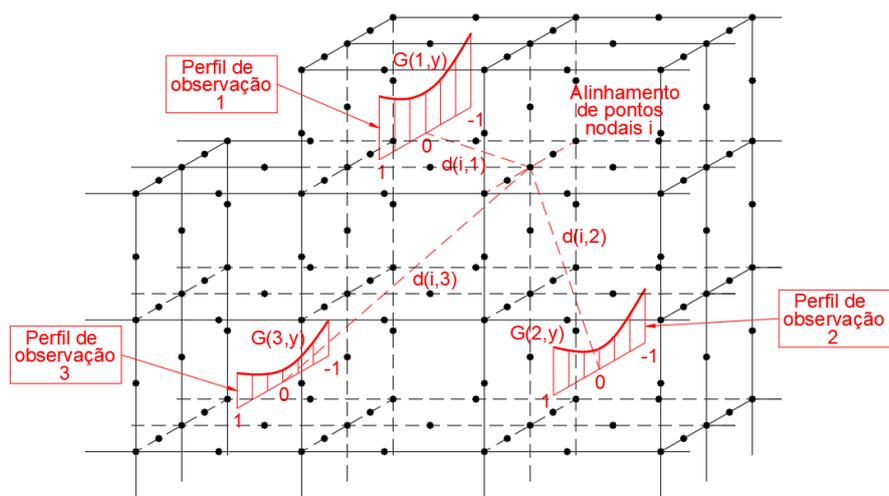


Figura 2. Interpolação de grandezas em barragens abóbada, considerando uma primeira etapa na direção montante-jusante e uma segunda etapa nas outras duas direções

No caso das barragens gravidade, a primeira etapa de interpolação é feita no plano dos perfis, seguindo-se uma segunda etapa segundo o eixo da obra.

Podem ser considerados dois expoentes m distintos, um em cada etapa. Em melhorias futuras, pretende-se que esses dois expoentes possam ser determinados automaticamente em cada época de cálculo, usando uma técnica de validação cruzada para otimizar a influência das distâncias.

3 APLICAÇÕES

3.1 Casos de estudo

A metodologia desenvolvida foi aplicada a dois casos de estudo, relativos às barragens do Baixo Sabor e Feiticeiro (Fig. 3), que integram o Aproveitamento Hidroelétrico do Baixo Sabor (AHBS), localizado no trecho inferior do rio Sabor, já perto da confluência com o rio Douro.



Figura 3. Vistas das barragens do Baixo Sabor (à esquerda) e do Feiticeiro (à direita) após o primeiro enchimento das respetivas albufeiras

As centrais das duas barragens são dotadas de sistemas reversíveis em turbinamento-bombagem, por forma a ser possível bombear água do rio Douro, a partir da albufeira da Valeira, para a grande

albufeira de armazenamento do Baixo Sabor (1095 hm³ de volume total), usando o escalão intermédio do Feiticeiro. A barragem do Baixo Sabor é uma abóbada de dupla curvatura com uma altura máxima acima da fundação de 123,00 m, um coroamento de 6,00 m de espessura e 505 m de desenvolvimento, à cota 236,00 m. A barragem do Feiticeiro é uma barragem gravidade com uma altura máxima de 45,00 m e um coroamento reto de cerca de 315 m, à cota 138,00 m. O projeto das obras do AHBS foi elaborado pela EDP, tendo a COBA dado apoio no projeto de execução da central do Feiticeiro. A construção das duas barragens terminou em 2014.

As duas barragens têm vários dispositivos de observação de temperaturas (termómetros, extensómetros e medidores de movimentos de juntas), instalados em perfis montante-jusante [7,8]. O comportamento das obras é fortemente influenciado pelas variações de temperatura de período anual que ocorrem nas suas estruturas. Assim, as variações de temperatura determinadas a partir da interpolação das temperaturas observadas foram utilizadas na análise e interpretação do comportamento durante o primeiro enchimento das respetivas albufeiras e nos seus períodos iniciais de exploração. Considerando ainda a evolução da pressão hidrostática no paramento de montante e comportas, as propriedades do maciço rochoso de fundação e o comportamento viscoelástico do betão, foi possível obter excelentes ajustes entre resultados da observação e da modelação, como adiante se constatará.

3.2 Interpolação de temperaturas na barragem do Baixo Sabor

Existem cerca de 480 instrumentos de medição da temperatura no corpo da barragem, incluindo nos seus paramentos. Na interpolação de temperaturas foram utilizados todos os termómetros (52), distribuídos em 17 secções, e os medidores de junta mais próximos dessas secções (Fig. 4).

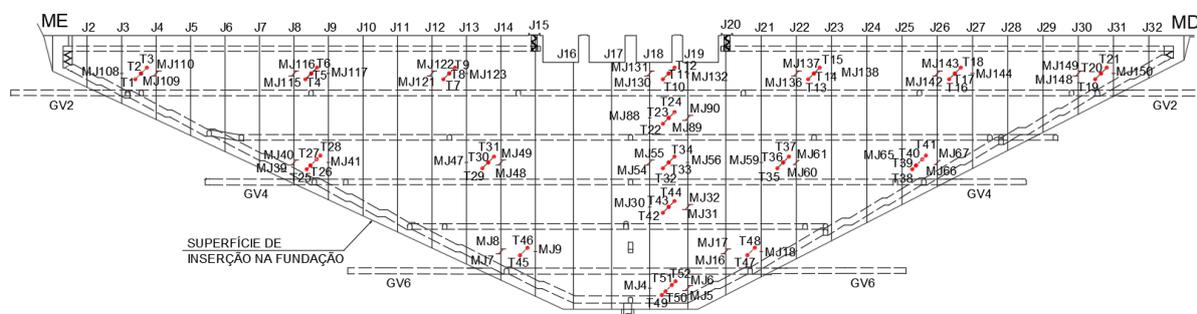


Figura 4. Barragem do Baixo Sabor. Localização das 17 secções de termómetros e dos medidores de movimentos de juntas de resistência eléctrica utilizadas na interpolação de temperaturas

O estudo realizado cobriu o período compreendido entre dezembro de 2013 e o final de janeiro de 2017, durante o qual foram realizadas 126 campanhas de observação. Para corrigir os picos de temperatura nos paramentos expostos ao ar devidos aos efeitos da radiação, foi considerada a temperatura do ar (medida na estação meteorológica).

Na Fig. 5 apresentam-se vistas da malha de elementos finitos utilizada para realizar a interpolação das temperaturas observadas. A geometria das estruturas salientes do descarregador de superfície foi explicitamente representada. A malha tem um total de 6115 pontos nodais e 1067 elementos finitos do tipo cubo, isoparamétricos de 20 nós (909 e 158 elementos para representar o corpo da

barragem e as estruturas do descarregador, respetivamente). A discretização em espessura considerou 3 e 4 elementos finitos na abóbada e no descarregador, respetivamente.

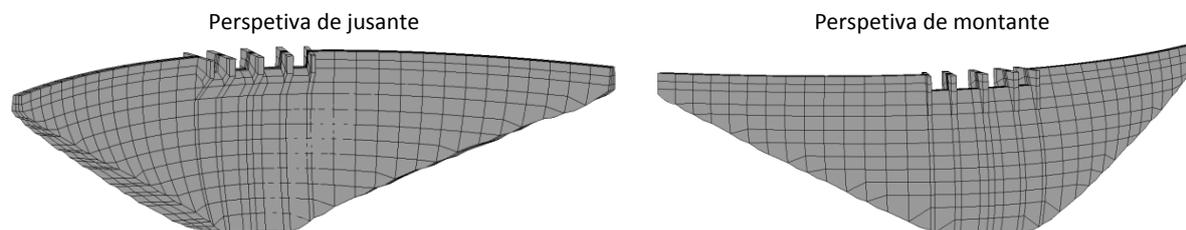


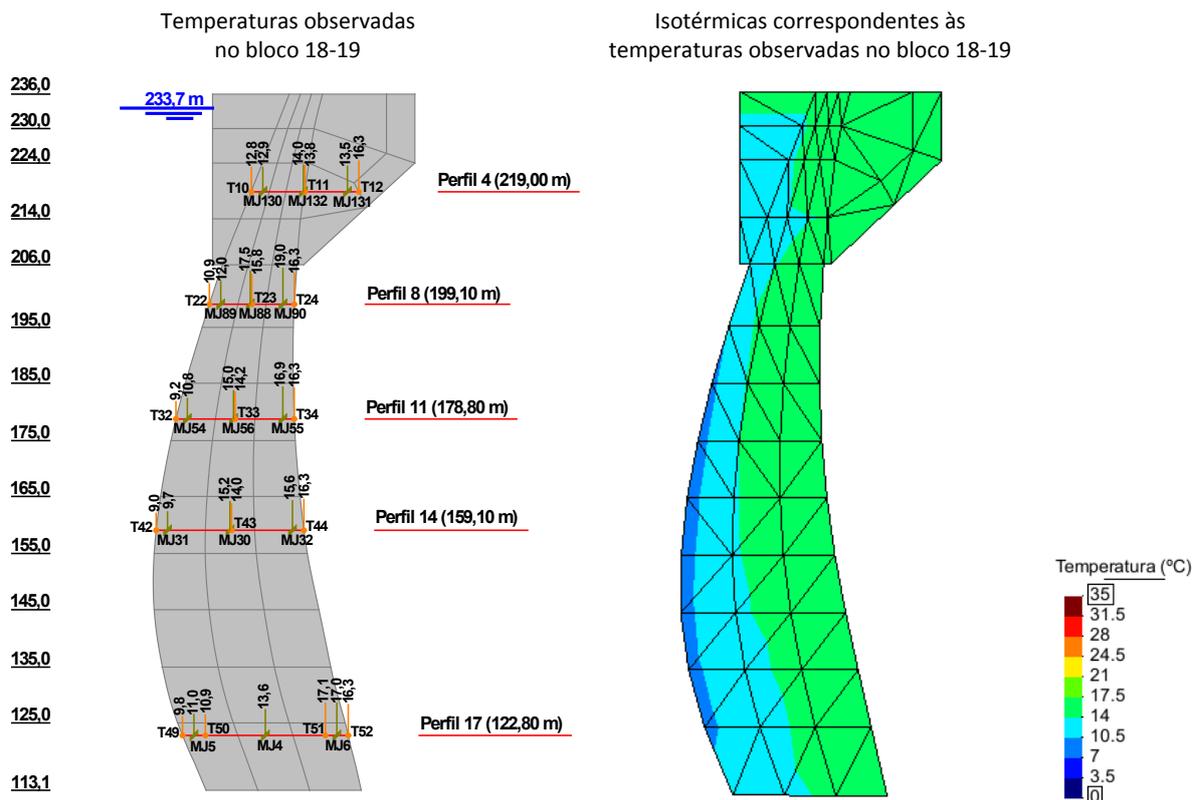
Figura 5. Barragem do Baixo Sabor. Vistas da malha de elementos finitos da estrutura

Após a realização de um estudo de sensibilidade relativamente aos expoentes a considerar nas duas etapas de interpolação considerando o método da distância inversa ponderada, adotou-se um valor idêntico de 3,2 nas duas etapas, em todas as épocas de observação.

Relativamente às condições de fronteira, consideraram-se as seguintes: i) no coroamento, a temperatura média diária no dia da época de cálculo; e ii) na interface barragem-fundação, as temperaturas calculadas nos pontos centrais foram truncadas para ter em consideração o efeito da invariância da temperatura no maciço rochoso da fundação.

Na Fig. 6 apresentam-se as isotérmicas no corpo da barragem obtidas a partir de valores observados nos termómetros e medidores de movimentos de juntas seleccionados, no final do primeiro enchimento da albufeira (final de abril de 2016). Pode referir-se, genericamente, que: i) as temperaturas observadas junto aos paramentos apresentam uma razoável simetria em relação ao bloco central; e ii) as temperaturas no núcleo da barragem têm um natural desfasamento relativamente aos paramentos.

Na Fig. 7 mostra-se a comparação entre deslocamentos horizontais (radiais e tangenciais) calculados com o modelo de elementos finitos e os deslocamentos horizontais medidos na base superior do fio de prumo do bloco central, entre o início de julho de 2014 e o final de janeiro de 2017. A concordância obtida foi excelente. Nos outros pontos de medição de deslocamentos também se obtiveram bons acordos com os deslocamentos calculados com o modelo numérico [9].



Isotérmicas correspondentes às temperaturas observadas no paramento de montante

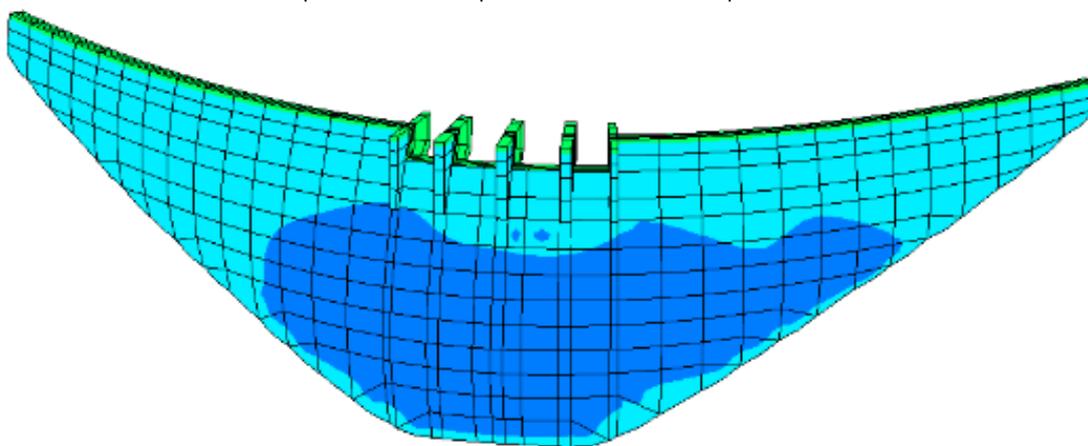


Figura 6. Barragem do Baixo Sabor. Temperaturas observadas na consola central em termómetros e medidores das movimentos de juntas no final do primeiro enchimento da albufeira (29 de abril de 2016) e resultados da interpolação realizada nessa data.

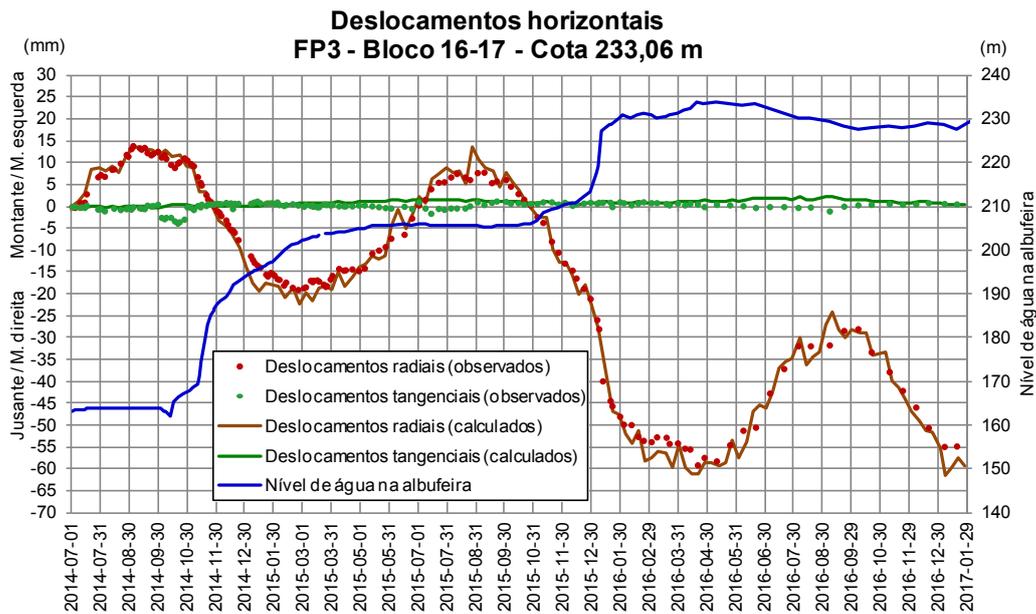


Figura 7. Barragem do Baixo Sabor. Deslocamentos horizontais observados e calculados no ponto correspondente à base de leitura do fio de prumo central junto ao coroamento

3.3 Interpolação de temperaturas na barragem do Feiticeiro

Existem 73 termómetros localizados em 3 blocos da zona central, dispostos em 13 perfis montante-jusante. Como há 4 termómetros avariados, os resultados obtidos nos restantes 69 foram usados na interpolação de temperaturas (Fig. 8).

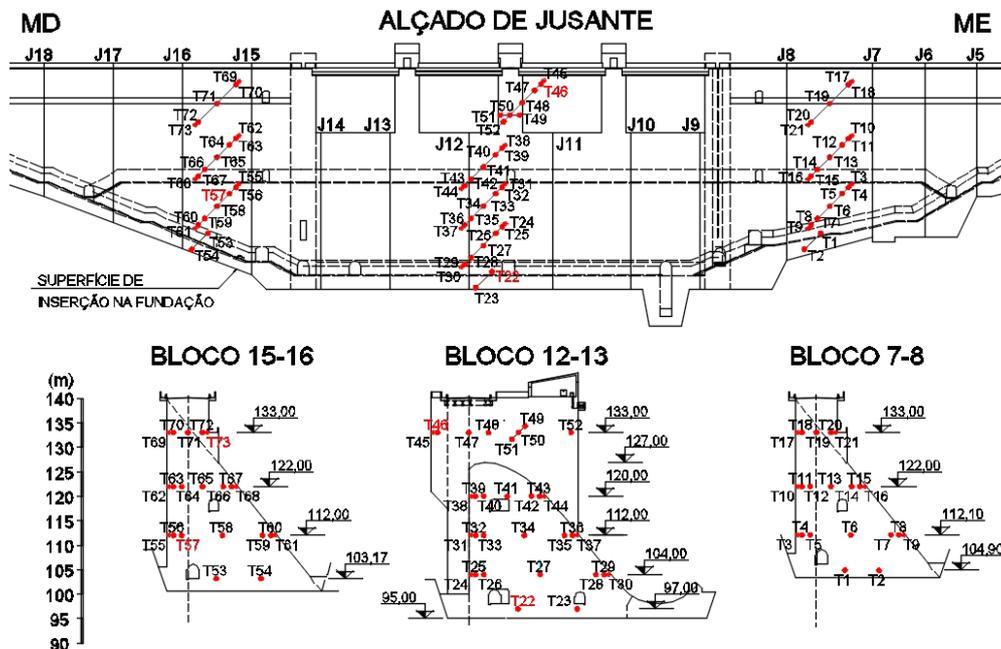


Figura 8. Barragem do Feiticeiro. Localização dos 3 blocos dotados de termómetros utilizados na interpolação de temperaturas

O estudo cobriu um período de cerca de 5 anos, relativo ao primeiro enchimento da albufeira (outubro de 2014 e fevereiro de 2015) e primeiro período de exploração (até dezembro de 2019). Neste período foram realizadas 170 campanhas de observação de temperaturas. Não tendo havido uma regularidade temporal nestas campanhas, foi implementado um procedimento de cálculo com o propósito de realizar a análise com um intervalo constante de 15 dias no tempo, o que deu origem a 137 épocas de cálculo. Os picos de temperatura nos paramentos expostos ao ar, devidos aos efeitos da radiação, foram corrigidos considerando a temperatura do ar (medida na estação meteorológica).

Na Fig. 9 apresentam-se vistas da malha de elementos finitos utilizada para realizar a interpolação das temperaturas observadas. A malha do corpo da barragem tem 3292 elementos finitos do tipo cubo, isoparamétricos de 20 nós.

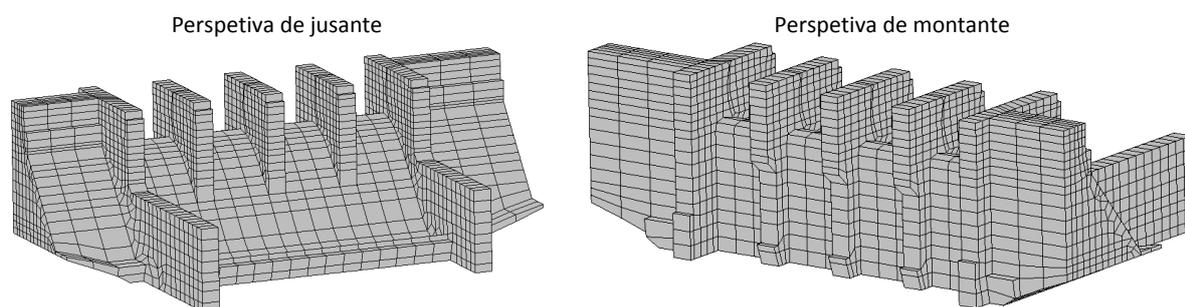


Figura 9. Barragem do Feiticeiro. Vistas da malha de elementos finitos da estrutura

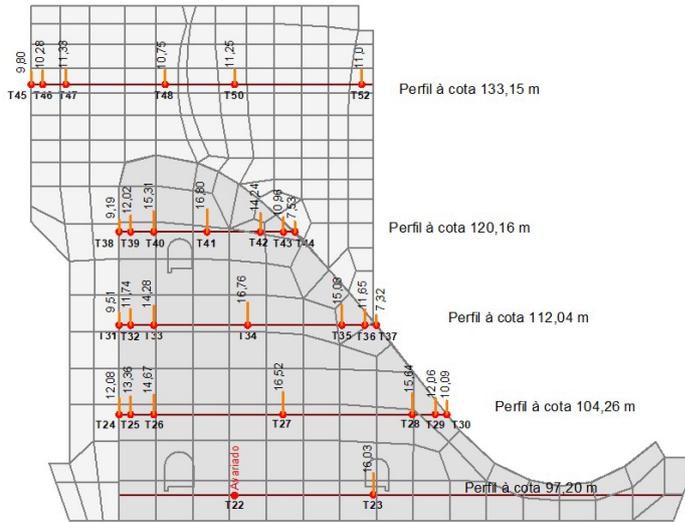
Adotaram-se, tal como na barragem do Baixo Sabor, valores idênticos de 3,2 para os expoentes das duas etapas de interpolação através do método da distância inversa ponderada, em todas as épocas de observação.

Consideraram-se as seguintes condições de fronteira: i) nas superfícies em contacto com o ar, a temperatura média diária no dia da época de cálculo; e ii) na interface barragem-fundação, as temperaturas calculadas nos pontos centrais foram truncadas para ter em consideração que as variações de temperatura no maciço rochoso da fundação são muito pequenas.

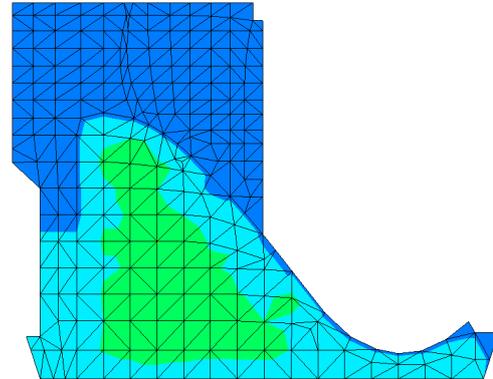
Na Fig. 10 apresentam-se as isotérmicas no corpo da barragem obtidas a partir de valores observados nos termómetros em meados de janeiro de 2016, já depois de concluído o primeiro enchimento da albufeira (final de fevereiro de 2015). Pode referir-se, genericamente, que as temperaturas do núcleo da obra apresentam um natural desfasamento relativamente aos paramentos.

Na Fig. 11 comparam-se os deslocamentos horizontais (montante-jusante e margem esquerda – margem direita), calculados com o modelo de elementos finitos, e os deslocamentos horizontais medidos na base superior do fio de prumo do bloco central do descarregador, entre o início de outubro de 2014 e meados de dezembro de 2019. A concordância obtida foi boa (nos primeiros meses de 2015 houve descontinuidades na medição de deslocamentos devido a razões operacionais). Nos outros pontos de medição de deslocamentos também se obtiveram bons acordos com os deslocamentos calculados com o modelo numérico.

Temperaturas observadas no bloco central 11-12



Isotérmicas correspondentes às temperaturas observadas no bloco central 11-12



Isotérmicas correspondentes às temperaturas observadas nos paramentos da barragem

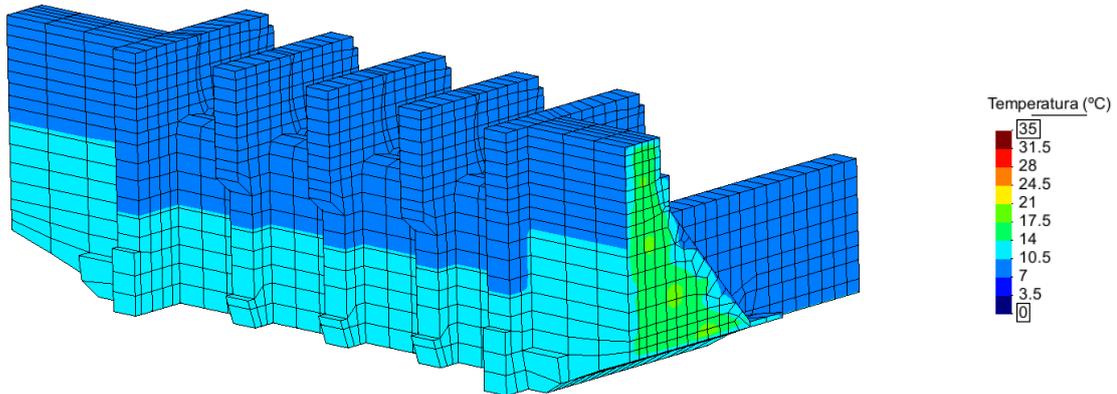


Figura 10. Barragem do Feiticeiro. Temperaturas observadas nos termómetros do bloco central 11-12 em meados de janeiro de 2016 e resultados da interpolação realizada nessa época

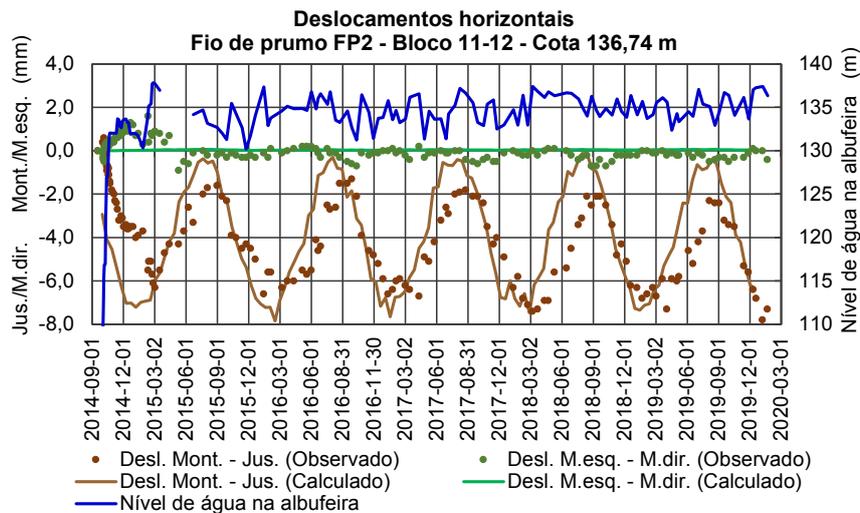


Figura 11. Barragem do Feiticeiro. Deslocamentos horizontais observados e calculados no ponto correspondente à base de leitura do fio de prumo central junto ao coroamento

4 CONCLUSÕES

O método de interpolação apresentado foi usado para espalhar em domínios contínuos finitos, representados por malhas de elementos finitos, as grandezas observadas num número discreto de pontos. Os resultados obtidos, nos dois casos de estudo apresentados, mostram que o método foi muito útil na interpolação de temperaturas, no âmbito da análise e interpretação do comportamento de barragens do Baixo Sabor e do Feiticeiro. A adequada interpolação das temperaturas observadas permitiu a obtenção de bons acordos entre os deslocamentos observados e calculados durante o primeiro enchimento da albufeira e a etapa inicial de exploração das duas obras.

A metodologia desenvolvida pode ser aplicada na interpolação de outras grandezas observadas em barragens de betão, escalares e vetoriais, como a humidade interna, danos, deformações e tensões.

AGRADECIMENTOS

Agradece-se à Engie, concessionária do aproveitamento hidroelétrico do Baixo Sabor, a autorização concedida para a publicação de elementos da observação das barragens do Baixo Sabor e do Feiticeiro.

REFERÊNCIAS

- [1] Shepard, D. (1968). A two-dimensional interpolation function for irregular-spaced data. 23rd ACM National Conference, pp. 517-524, New York, USA.
- [2] Dell'Accio, F.; Di Tommaso, F. (2016). Scattered data interpolation by Shepard's like methods: classical results and recent advances. Kernel-based Methods and Function Approximation 2016, Volume 9, pp. 32–44, Padova University.
- [3] Dumitru, P.D.; Plopeanu, M.; Badea, D. (2013). Comparative study regarding the methods of interpolation. 1st European Conference of Geodesy & Geomatics Engineering (GENG '13), pp. 45-52, Antalya, Turquia.
- [4] Flitter, H.; Weckenbrock, P.; Weibel, R.; Wiesmann, S. (2016). Continuous spatial variables. Geographic Information Technology Training Alliance (GITTA).
- [5] Franke, R. (1982). Scattered data interpolation: test of some methods. Mathematics of Computations, American Mathematical Society, Journal 38, pp. 181-200.
- [6] Piteira Gomes, J.; Batista, A.L.; Casaca, J. (2018). Methodology for the spatial interpolation of continuum physical quantities in a finite domain based on discrete samples. Application to arch dams. Third International Dam World Conference, Foz do Iguaçu, Brasil.
- [7] EDP (2007). Aproveitamento hidroelétrico do Baixo Sabor. Barragem de montante. Plano de observação. Porto.
- [8] EDP (2012). Aproveitamento hidroelétrico do Baixo Sabor. Escalão de jusante. Plano de observação da barragem em betão convencional. Porto.
- [9] Piteira Gomes, J.; Batista, A.L.; Silva Matos, D. (2018). Analysis and interpretation of the Baixo Sabor dam's behaviour during the first filling of the reservoir. Symposium of the 26th ICOLD World Congress, Viena.