

MINISTERIO DAS OBRAS PUBLICAS , TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES
LABORATORIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL

DEPARTAMENTO DE EDIFICIOS
NUCLEO DE PROCESSOS DE CONSTRUÇÃO

Proc.º 082 / 11 / 9346

O MOVIMENTO DAS FUNDAÇÕES DE EDIFICIOS E OS
DANOS ASSOCIADOS EM PAREDES DE ALVENARIA

Nota Técnica 45/91 - NPC

Lisboa, Dezembro de 1991

O MOVIMENTO DAS FUNDAÇÕES DE EDIFÍCIOS E OS
DANOS ASSOCIADOS EM PAREDES DE ALVENARIA

RESUMO

No presente estudo faz-se uma abordagem sobre o tema do movimento das fundações de edifícios, dando especial destaque aos edifícios que utilizam alvenarias no preenchimento de malhas estruturais de paredes exteriores e na execução de divisórias interiores.

Referem-se as conclusões de estudos realizados por diversos autores envolvendo aspectos relacionados com a segurança e avaliação dos assentamentos admissíveis das construções.

No final, descrevem-se modelos de análise do comportamento dos edifícios e a sua aplicação na determinação dos assentamentos admissíveis em edifícios com diferentes soluções construtivas.

O MOVIMENTO DAS FUNDAÇÕES DE EDIFÍCIOS E OS
DANOS ASSOCIADOS EM PAREDES DE ALVENARIA

INDICE

	pag.
1- ELEMENTOS GERAIS SOBRE A SEGURANÇA DAS CONSTRUÇÕES	1
2- DESCRIÇÃO DO MOVIMENTO DAS FUNDAÇÕES	4
3- PARAMETROS DE CARACTERIZAÇÃO DOS MOVIMENTOS DA FUNDAÇÃO QUE PROVOCAM DANOS NUMA CONSTRUÇÃO.....	7
3.1 - Questões gerais.....	7
3.2 -Análise e discussão dos parâmetros de caracterização.	10
4- MODELOS DE ANALISE SIMPLIFICADOS.....	14
4.1 - Conceito de extensão de tracção crítica.....	15
4.2 - Modelo de viga simples sujeita a deformada circular.....	17
4.3 - Critério de Skempton e MacDonald.....	19
4.4 - Modelo de viga em meio elástico.....	20
5- CARACTERIZAÇÃO DAS SOLUÇÕES CONSTRUTIVAS	23
5.1 - Edifícios com estrutura reticulada de betão armado.....	23
5.2 - Edifícios com base em paredes de alvenaria confinada (deformada positiva).....	25
5.3 - Edifícios com base em paredes de alvenaria confinada (deformada negativa).....	28
6- CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	31
ANEXO I - Modelo de viga em meio elástico.	
ANEXO II - Módulo de reacção do solo.	

O MOVIMENTO DAS FUNDAÇÕES DE EDIFÍCIOS E OS DANOS ASSOCIADOS EM PAREDES DE ALVENARIA

1- ELEMENTOS GERAIS SOBRE A SEGURANÇA DAS CONSTRUÇÕES

O dimensionamento de edifícios envolve em geral a verificação da segurança da superestrutura e em paralelo a do solo de fundação. Com efeito, o solo subjacente às fundações do edifício, não sendo parte integrante da construção, exige contudo, em virtude da sua interação com a superestrutura, que seja verificada a sua segurança, em relação à rotura por plastificação, e em relação à deformação - limitação dos assentamentos diferenciais e totais.

Por ser condicionante, numa grande maioria dos casos, a verificação da segurança em relação à deformação, assume particular importância, por um lado, a previsão dos assentamentos totais e diferenciais e, por outro, a estimação dos assentamentos admissíveis que o edifício poderá suportar, sem que fiquem comprometidas as exigências funcionais, em particular as relativas à segurança e ao conforto.

A prática revela que, em situações típicas de assentamentos diferenciais, algumas das exigências não são cumpridas; a existência de fissurações profundas em paredes de alvenaria de edifícios compromete a estanquidade da obra, reduz a capacidade de isolamento térmico e acústico, altera o aspecto estético, provoca constrangimento psicológico dos utentes, etc. Decorre que, em muitos casos, os assentamentos admissíveis são regulados mais pela forma de evitar a fissuração em paredes de alvenaria e em particular nos seus revestimentos, do que propriamente em garantir a segurança dos elementos estruturais.

De facto, reconhece-se que as paredes de alvenaria que preenchem as malhas estruturais de um edifício apresentam uma capacidade de deformação elástica em regra inferior à dos elementos estruturais confinantes, o que permite de certa forma justificar a constatação experimental e a observação de campo da incapacidade geral das paredes de alvenaria em acompanharem, sem fissuração apreciável, as deformações a que os seus elementos estruturais de suporte estão sujeitos - mesmo estando garantida a estabilidade e aspecto estético destes últimos.

A estimação das distorções admissíveis em edifícios enfrenta a dificuldade real de estabelecer-se um critério único de limitação das danificações numa construção, tendo em conta que o tipo de utilização varia de edifício para edifício e ainda que se torna inevitável uma determinada fissuração, especialmente quando se pretende que as construções se tornem económicas.

Em situações correntes de danificações na construção existem causas correspondentes que, separadamente ou em combinação, se conjugam com os movimentos da fundação, originando a formação de fissuras nos elementos da construção e em particular nas paredes de alvenaria. As causas referidas poderão ser relacionadas com deformações da estrutura sob acção das cargas e das acções térmicas, variações dimensionais das paredes por retracção ou dilatação do material constituinte, flexão dos pavimentos que suportam paredes de alvenaria, etc.

Pretende-se intencionalmente analisar situações onde a causa predominante e decisiva possa ser imputada a movimentos excessivos dos elementos da fundação.

A previsão dos assentamentos diferenciais e totais do solo de fundação é, no estudo do movimento das fundações, uma questão

essencial e complexa, que, não justificando aqui o seu aprofundamento, poderá no entanto ser abordada com algum sucesso, se determinados factores forem suficientemente conhecidos; em particular, no caso de solos argilosos (solos onde se registam inúmeros casos de patologia de fundações), são especialmente importantes os seguintes aspectos : distribuição das tensões no solo subjacente às fundações , modo de imposição e variação das acções nas diferentes zonas do edifício , variação da espessura e não homogeneidade do estrato compressível, profundidade do estrato compressível em relação à cota das fundações e finalmente a rigidez das fundações.

2- DESCRIÇÃO DO MOVIMENTO DAS FUNDACÕES

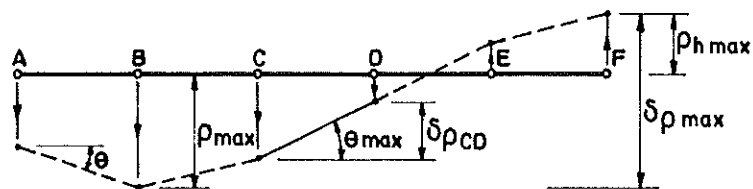
Neste capítulo pretende-se estabelecer um conjunto de definições, que permitam descrever, duma forma clara e objectiva, a tipologia do movimento das fundações. Estas definições revelam-se de grande utilidade quando se pretenda caracterizar os danos numa construção sujeita a movimento de fundações, ou formular critérios para a fixação dos assentamentos admissíveis ou mesmo analisar modelos de comportamento.

Propõe-se, de seguida, uma possível lista de definições que parte do pressuposto que são conhecidos os assentamentos num número discreto de pontos, não sendo necessariamente especificada a deformada precisa entre esses pontos de observação. O estudo de observação deverá ser feito preferencialmente segundo os planos principais de desenvolvimento do edifício. As definições e conceitos sugeridos são os seguintes :

- O assentamento dum ponto é conhecido pelo simbolo ρ e implica que o deslocamento é de cima para baixo. Se o deslocamento é de baixo para cima designa-se então por ρ_h (fig. 1a).

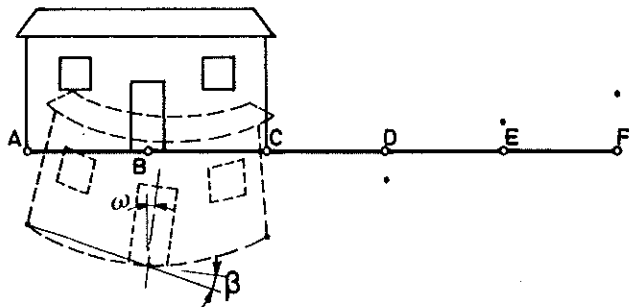
- O assentamento diferencial ou relativo é designado por $\delta\rho$ ou $\delta\rho_h$ (se for associado a um deslocamento de baixo para cima) . Na fig. 1a, o assentamento de C relativamente a D é designado por $\delta\rho_{cd}$ (tomado com valor positivo). De forma semelhante , o assentamento de D , relativamente a C é designado por $\delta\rho_{dc}$ sendo numericamente igual a $-\delta\rho_{cd}$.

O máximo assentamento diferencial é designado por $\delta\rho_{max}$.



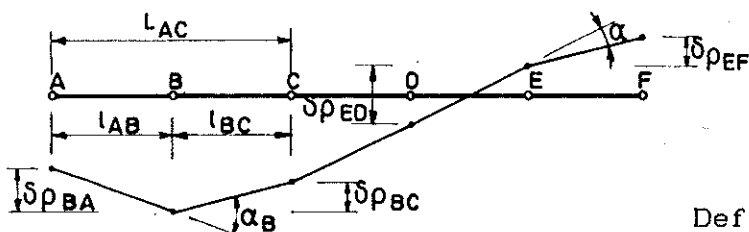
1.a

Definições de assentamento ρ , assentamento relativo $\delta\rho$ e rotação θ .



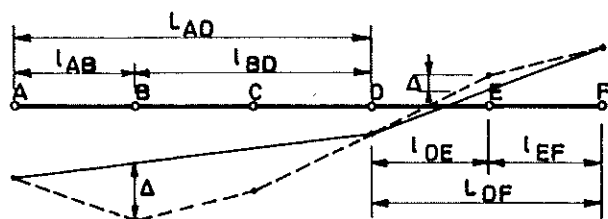
1.b

Definições de basculamento ω e rotação relativa (distorção angular) β .



1.c

Definição de deformação angular α .



1.d

Definição de flecha relativa Δ e coeficiente de deflexão Δ/L .

Fig. 1 - Descrição do movimento de fundações

- A rotação é designada por θ e descreve a variação do gradiente da linha recta que une 2 pontos de referência da fundação (fig. 1a).

- O basculamento é designado por ω e descreve a rotação de corpo rígido de todo ou parte do edificio (fig. 1.b). Em geral é difícil avaliar o valor do basculamento (atendendo, entre outras

razões, que a superestrutura é sujeita à flexão) a não ser que seja bem conhecido o comportamento da superestrutura.

- A distorção angular ou rotação relativa é designada por β e descreve a rotação da linha recta que une 2 pontos de referência após conveniente eliminação da parcela devida à rotação do edifício (fig.1b).

- A deformação angular é designada por α e no caso particular do ponto B pode ser dada por :

$$\alpha_b = (\delta \rho_{ba} / L_{ab}) + (\delta \rho_{bc} / L_{bc})$$

O valor da deformação angular é positivo se a curvatura tiver a concavidade voltada para baixo ; caso ela esteja voltada para cima será então negativo (fig.1c) .

- A flecha relativa é designada por Δ , e é definida pelo máximo deslocamento em relação à linha recta que une 2 pontos de referência afastados da distancia L (fig. 1.d). O valor de Δ é positivo quando a deformada tem a concavidade voltada para baixo tal como em B; caso a concavidade esteja voltada para cima o valor de Δ é negativo.

- O coeficiente de deflexão é designado por Δ / L . De notar que se $L_{ab} = L_{bd}$ ou então se o perfil da deformada é aproximadamente circular resulta que $\alpha = 4 \Delta / L_{ad}$.

3- PARAMETROS DE CARACTERIZAÇÃO DOS MOVIMENTOS DA FUNDAÇÃO QUE PROVOCAM DANOS NUMA CONSTRUÇÃO

3.1 - Questões gerais

Na caracterização dos movimentos dos elementos da fundação que produzem fissuração nos painéis de alvenaria ou nos elementos estruturais, surge a necessidade de escolha de determinados parâmetros de controle. Esta escolha deve ser feita de forma a que se possam estabelecer correlações entre esses parâmetros e o início da fissuração visível dos elementos da construção, tendo contudo em devida conta as condições particulares da fundação e tipologia da construção. Estas correlações são úteis, na medida em que possibilitam uma melhor determinação dos assentamentos admissíveis numa construção.

Em seguida, descrevem-se em síntese alguns estudos já realizados, e que se destinaram a aprofundar estas questões.

Skempton e Macdonald (1956) [1] estudaram os assentamentos e danos observados em vários edifícios, tendo utilizado, para critério de análise das danificações, a relação entre o assentamento diferencial ($\delta\rho$) e a distância L entre 2 pontos (distorção angular β , conceito já atrás referido). Com base nesses estudos, estabeleceram recomendações para os valores da distorção angular admissível em edifícios (fig.2).

Bjerrum (1963) [4] complementou estas recomendações relacionando a distorção angular com as danificações exibidas pelos diversos tipos de construção (fig.2) .

Skempton e Macdonald procuraram estabelecer correlações entre os valores da distorção angular e os valores máximos do assentamento total e diferencial. Na mesma linha de acção, Bjerrum apresentou diagramas que relacionavam o assentamento

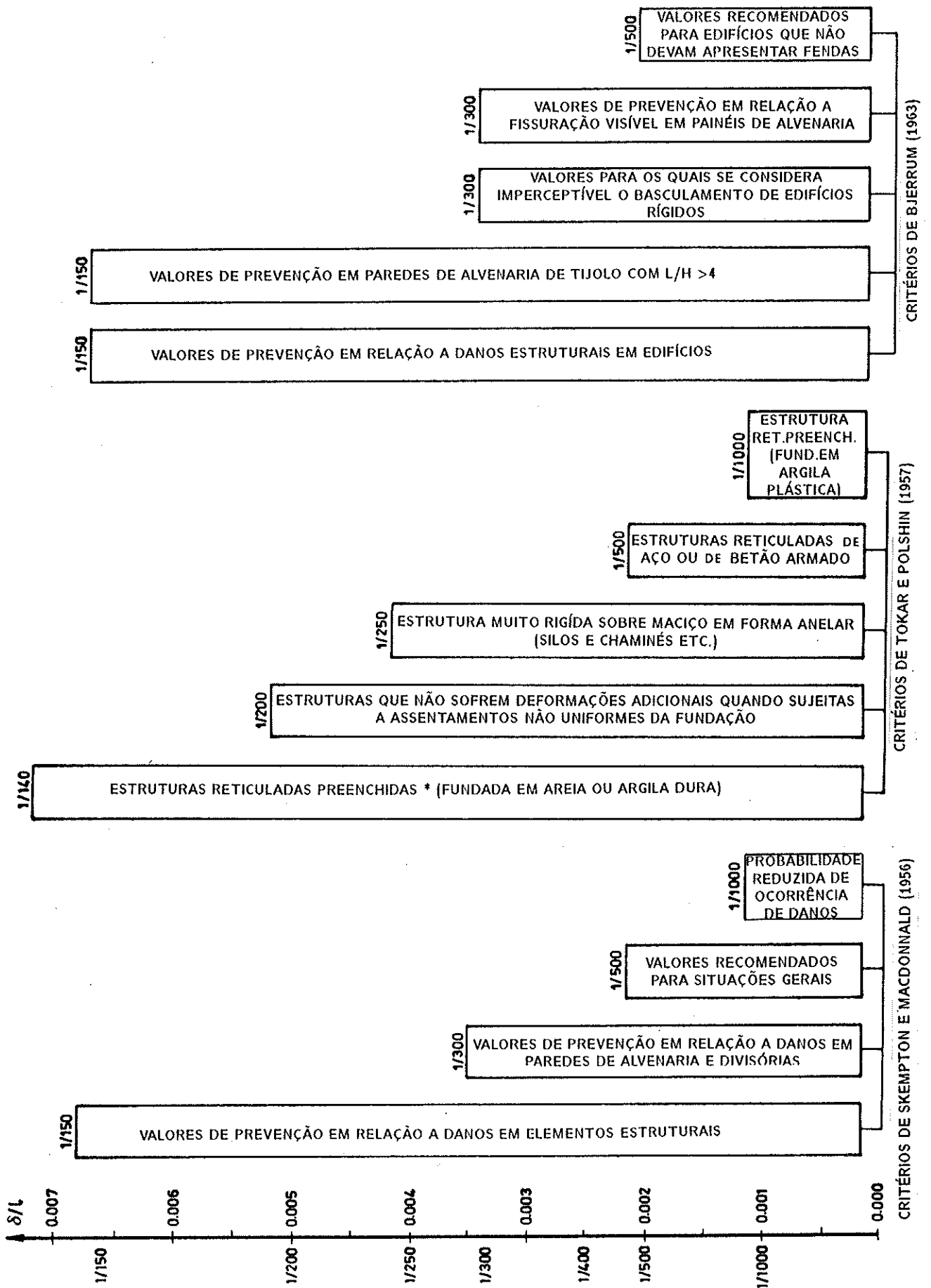


Fig. 2 - Distorções angulares (δ/L) admissíveis em edifícios

L - comprimento da parede de alvenaria
H - altura da parede de alvenaria

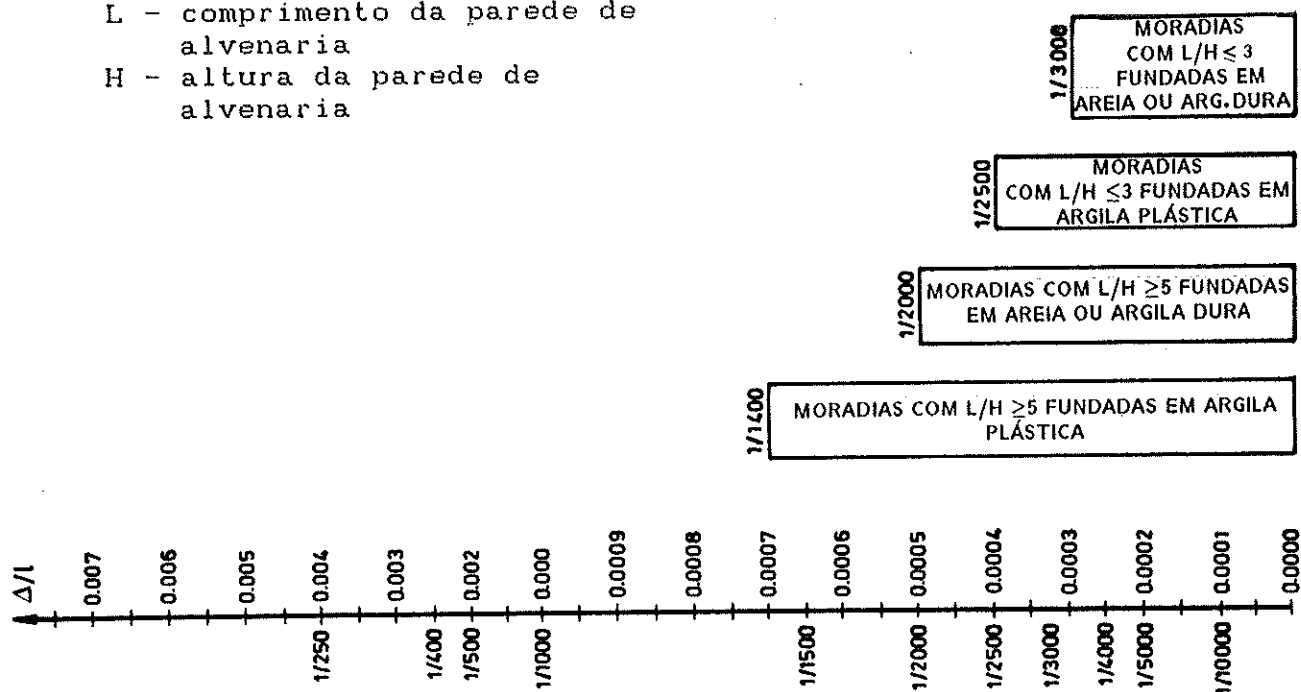


Fig. 3 - Coeficiente de deflexão (Δ/L) em edifícios com paredes resistentes de alvenaria de tijolo (Polshin e Tokar)

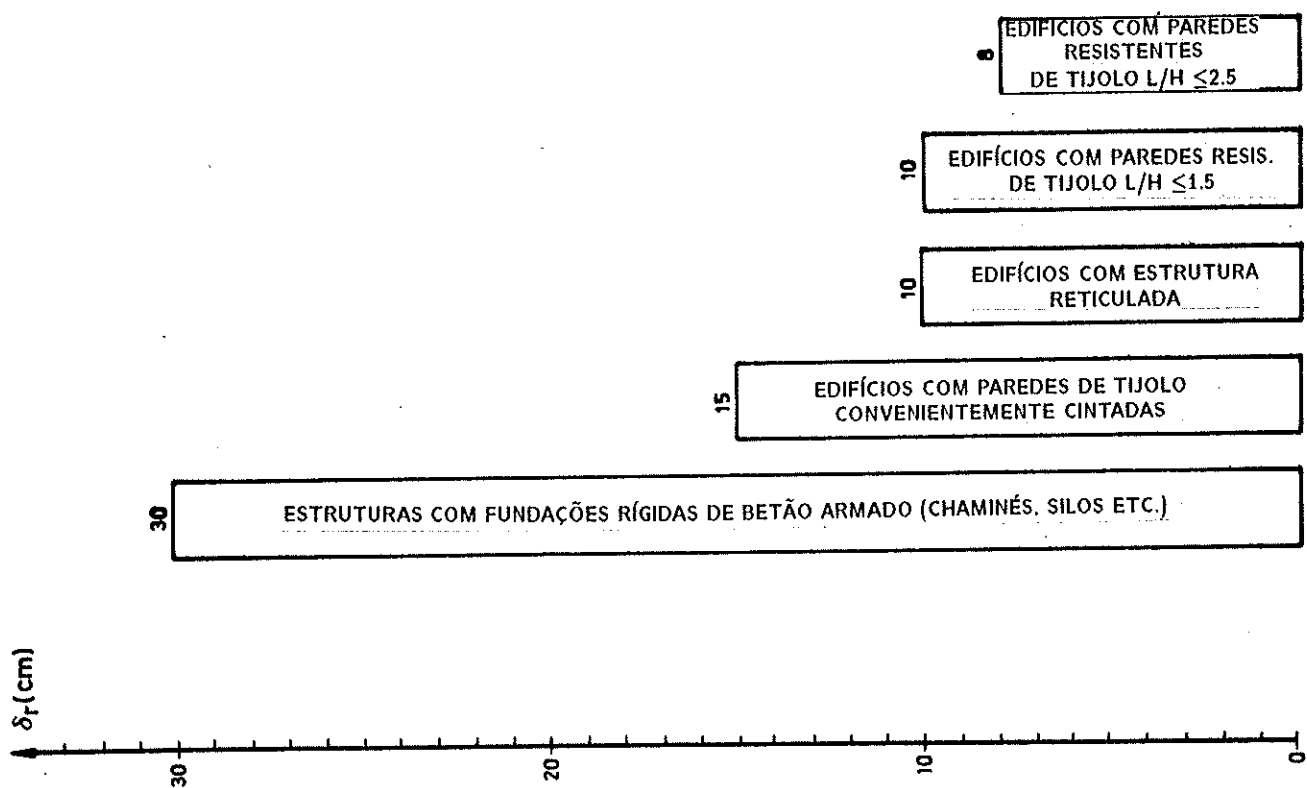


Fig. 4 - Assentamentos médios admissíveis totais (Polshin e Tokar)

total máximo e o assentamento diferencial máximo registados em diversos edifícios, estabelecendo um tratamento diferenciado para edifícios com fundações assentes em solos argilosos e com fundações assentes em solos arenosos [4].

Polshin e Tokar (1957) [2] caracterizaram as deformações da fundação com base nos seguintes parâmetros:

- A relação entre a diferença de assentamento de 2 pilares consecutivos e a distância entre eles (distorção angular).
- O coeficiente de deflexão, compreendendo a relação entre a flecha e o comprimento da zona deflectida. Estes autores sugeriram que para edifícios com base em alvenaria resistente o coeficiente de deflexão admissível seria:

$$\begin{array}{ll} \Delta / L = 0,0003 & \text{para } L/H < 2 \\ \Delta / L = 0,0010 & \text{para } L/H = 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} H - \text{altura da parede} \\ \text{acima da sapata} \\ L - \text{comprimento da} \\ \text{parede entre juntas} \end{array}$$

- O assentamento médio sob o edifício.

Com base em estudos de observação dos edifícios, divulgaram diversas recomendações para os valores admissíveis da distorção angular, flecha relativa e assentamento total em edifícios que de resto se encontravam já configuradas no código de fundações da URSS, (ver figuras 2,3 e 4) .

3.2 - Análise e discussão dos parâmetros de caracterização

Interessa agora tecer algumas considerações em relação à utilização dos parâmetros atrás referidos, na caracterização dos movimentos que causam fissuração na construção.

Considera-se que, de uma forma geral, as danificações numa

construção poderão ser mais facilmente percebidas através do raio de curvatura da deformada do edifício.

A distorção angular, sendo um parâmetro menos lógico, é no entanto de avaliação mais simples; assume-se então o pressuposto de que as zonas mais danificadas do edifício estão associadas aos valores máximos da distorção angular - pressuposto que já recolheu alguma validação na prática da observação do comportamento dos edifícios sujeitos a movimentos da fundação.

Alguns autores procuraram estabelecer correlações entre o tipo de edifício e fundação e os valores da distorção angular que produzem danos na construção. No entanto, a observação do comportamento de alguns edifícios tem vindo a demonstrar que tal pretensão é de certa forma injustificada.

Skempton e Macdonald [1] procuraram estabelecer uma correlação entre o assentamento total máximo e o valor máximo da distorção angular. O fundamento da correlação procurada assenta na ideia central e intuitiva de que a distorção angular cresce na medida em que aumenta o valor do assentamento total ; porém, algumas reticências foram colocadas por Terzaghi (1956) [1], defendendo que, em solos argilosos, a relação entre a distorção angular e o assentamento total máximo depende largamente da estratificação do solo e de outros factores, como por exemplo a distribuição das cargas ao longo da área ocupada pela construção.

Terzaghi acrescentou ainda que a dispersão dos valores desse coeficiente em relação ao valor médio poderia ser tão elevada, para fundações assentes sobre solos argilosos, que o dimensionamento baseado nesse valor médio poderia tornar pouco económica a construção.

Polshin e Tokar (1957) [2] sugeriram que a flecha relativa Δ poderia ser avaliada com base no valor do assentamento médio. Com efeito, constatando que o valor do assentamento médio de uma fundação perfeitamente flexível não difere significativamente do valor correspondente a uma fundação perfeitamente rígida, propuseram que o valor do assentamento médio dum edifício fosse calculado a partir da formulação utilizada supondo a fundação perfeitamente flexível (mais facilmente determinável) e que a sua relação com a flecha relativa fosse estabelecida com base numa equação empírica.

Meyerhof (1953) [5] considerou que os movimentos que poderiam ser suportados pela estrutura deveriam apenas ser decididos caso a caso e com base numa análise estrutural. Propôs um método segundo o qual o tipo de fundação e os assentamentos característicos do solo poderiam ser correlacionados com o carregamento, disposição e rigidez dos elementos estruturais do edifício.

E matéria de certo modo pacífica considerar que a grandeza do assentamento total seria pouco determinante na limitação dos movimentos admissíveis da fundação, se não fosse a necessidade de evitar roturas nas redes de canalização, ou danos nos acessos ao edifício. O mesmo não se passa num edifício onde ocorrem assentamentos diferenciais na fundação; a experiência da observação de edifícios tem vindo a relacionar a ocorrência de tais assentamentos com o aparecimento de anomalias sobretudo relacionadas com a fissuração tanto em elementos secundários como em elementos estruturais do edifício.

Reconhece-se, no entanto, que os fenómenos de fissuração atrás referidos poderão ser eventualmente minorados, se uma orientação

adequada do projecto e da execução dos detalhes construtivos, determinar essencialmente um aumento da flexibilidade da superestrutura e conduzir a uma melhoria da capacidade de acomodação da construção aos movimentos da fundação. Todavia, a flexibilidade da superestrutura deverá ser limitada, para que não se originem distorções excessivas no edifício e consequentes danificações nos elementos da construção.

O assentamento total de um edifício é pouco influenciado pela rigidez da superestrutura, ao contrário do valor do assentamento diferencial, que depende tanto da rigidez e disposição dos elementos estruturais (Meyerhof mostrou que o assentamento diferencial diminui rapidamente à medida que aumenta a relação entre a rigidez da estrutura e a do solo), como da variação das características de deformabilidade do solo ao longo da área de fundação. Por exemplo, se a deformabilidade do solo for maior em determinadas zonas do edifício e se a estrutura do edifício for rígida, a sua reacção sobre o solo de fundação tende a modificar-se nas primeiras etapas do processo de consolidação do solo, redistribuindo-se as tensões em toda a superestrutura e controlando-se assim a grandeza dos assentamentos diferenciais nas referidas zonas do edifício.

Embora o valor dos assentamentos seja o parâmetro mais importante na análise do movimento de fundações, convém referir que os movimentos horizontais e a rotação das fundações têm considerável influência no comportamento das paredes de alvenaria. Admite-se ainda que o aumento da relação entre a rigidez dos elementos verticais inferiores da estrutura e a do solo corresponde, em geral, ao aumento dos movimentos horizontais e da rotação das fundações.

4 - MODELOS DE ANÁLISE SIMPLIFICADOS

No estudo dos assentamentos admissíveis numa construção, existe uma certa unanimidade na aceitação da primazia da experiência de observação das construções sobre as restantes abordagens que não estejam essencialmente baseadas em critérios empíricos .

Tal facto é em si revelador da reconhecida dificuldade em modelar analiticamente o comportamento das construções sujeitas a movimentos de fundação que provoquem danos numa construção. É, no entanto, através do estudo analítico, que se poderá obter uma melhor compreensão da fenomenologia associada ao aparecimento das anomalias nos elementos não estruturais e, em casos mais raros em elementos estruturais. Assim, diversos estudos foram suscitados segundo esta linha de acção ; Burland, num relato à conferência sobre assentamentos de estruturas (Cambridge-1974), [3], apresenta uma nova abordagem das distorções admissíveis em edifícios, baseada na relação entre o início da fissuração visível e a extensão de tracção crítica (este último conceito será analisado no parágrafo seguinte) .

Littlejohn analisou a fissuração de paredes de alvenaria , fazendo especial referência à sua formação , propagação e influência no subsequente comportamento estrutural [7] . A deformação das paredes foi relacionada com a extensão de tracção no solo.

Bjerrum defendeu que o comportamento estático de um edifício é largamente influenciado por um número de factores que não estão considerados nos modelos analíticos, tais como a interacção entre elementos estruturais e elementos secundários , o factor tempo e a redistribuição das cargas [4].

Convém reforçar a ideia de que estes modelos analíticos, sendo limitados na interpretação da complexidade do comportamento dos edifícios, podem tornar-se úteis quando se pretendam fixar valores para os assentamentos admissíveis em edifícios. Assim, um dos objectivos será confrontar os resultados obtidos na observação dos edifícios danificados e não danificados com relações limites obtidas através dos modelos analíticos, extraíndo-se, então, as possíveis conclusões.

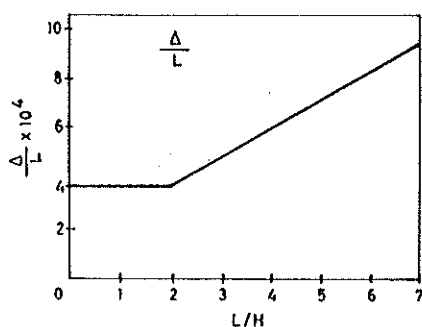
4.1 - Conceito de extensão de tracção crítica

Burland e Wroth [3] admitiram como pressuposto inicial que, em regra, os movimentos da fundação provocam maiores danos nos elementos secundários do que nos elementos estruturais. Este pressuposto é, de certa forma, alicerçado pelo facto de que, na prática, a maioria dos edifícios sujeitos a movimentos de fundação revelam-se inadequados do ponto de vista da utilização, antes que exista perigo real de colapso estrutural.

Os mesmos autores acrescentaram ainda que muitos dos danos se manifestam como fissuração que resulta das extensões de tracção em paredes de alvenaria (supondo que a estabilidade destas últimas não depende da resistência à tracção dos seus materiais componentes). Esta ideia já tinha sido anteriormente perfilhada por Polshin e Tokar (1957) [2], que admitiram que o início da fissuração visível num painel de alvenaria poderia ser associado com a extensão crítica de tracção, ϵ_{crit} . Diversos estudos experimentais posteriormente realizados [8],[9] têm vindo

a confirmar a sugestão de Polshin e Tokar (fig. 5) de que a fissuração visível em paredes de alvenaria ocorre para um valor da extensão de tracção ϵ_{crit} próximo dos 0.05 % (Burland [3] situa este valor entre 0,05% e 0.1%). No entanto, Polshin e Tokar não tiveram em conta na sua análise a extensão diagonal devida a deformação por momento flector negativo.

A filosofia subjacente a esta abordagem assenta mais numa perspectiva de início da fissuração visível do que na de colapso estrutural, estando os seus autores convencidos, no entanto, da limitação inerente ao critério de início da fissuração visível [3], tendo em conta que as estruturas reais revelam um comportamento bastante mais complexo do que o representado pelo modelo, e ainda que o início da fissuração visível não representa necessariamente um limite de utilização, servindo apenas como um útil ponto de referência. De facto, se após a fissuração inicial de elementos de construção for possível controlar a sua propagação (situação que ocorre, em geral, em edifícios com estrutura reticulada preenchida ou com base em alvenarias resistentes armadas) a construção poderá antes do seu colapso suportar valores de deformação significativamente superiores aos que estariam associados à situação de fissuração inicial.



L - Comprimento da zona deflectida da parede

H - Altura da parede acima da sapata de fundação

Fig. 5 - Relação entre a flecha rel. última/Comp. de paredes (Δ/L) e as suas dimensões (casos em que a extensão relativa antes da fissuração da alvenaria de tijolo é de 0,0005 - 0,05%)

4.2 - Modelo de viga simples sujeita a uma deformação circular [3]

O modelo de análise de uma viga simples foi desenvolvido por aplicação do conceito de extensão de tracção crítica a uma viga homogénea, elástica, de comprimento L , altura H , espessura unitária e cuja deformada se admite ser circular. Com este modelo pretender-se-ia representar um edifício com as mesmas dimensões da viga referida. São considerados dois possíveis modos de deformação: por flexão e por corte. No primeiro caso a fissuração ocorre como resultado da extensão directa de tracção, enquanto no segundo modo de deformação a fissuração resultará da extensão diagonal de tracção.

Na realidade, os edifícios estão sujeitos a um efeito combinado destes dois tipos de deformação, sendo pois conveniente

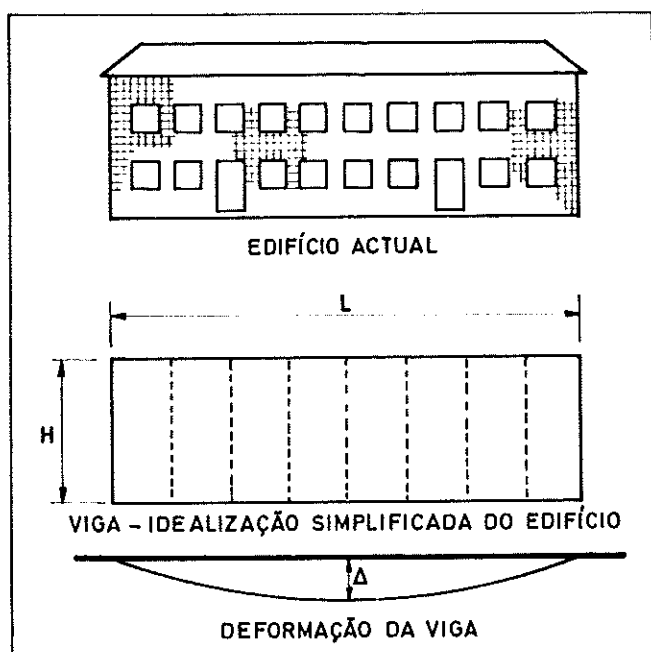


Fig.6a - Modelo de viga simples sujeita a deformada circular.

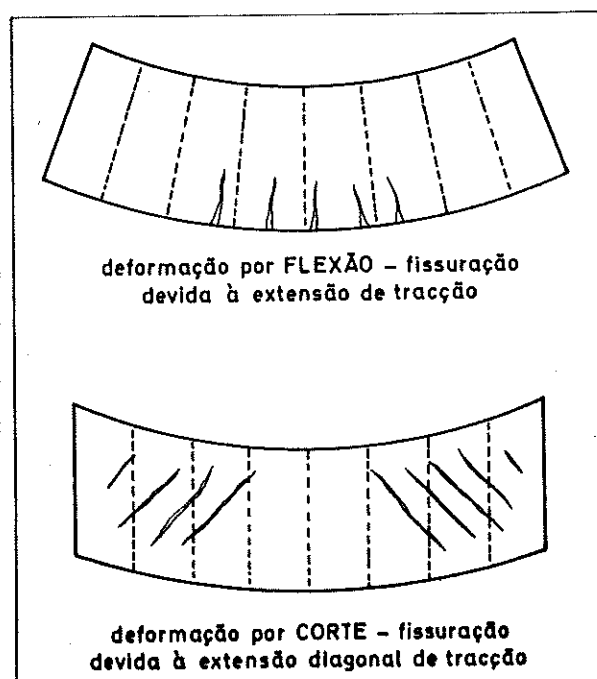


Fig.6b - Modos de deformação por flexão e corte.

desenvolver o estudo tendo esse facto em devida conta.

O parâmetro de controle utilizado é o valor do coeficiente de deflexão Δ / L , que no caso de uma estrutura simples composta por um material com um determinado valor da extensão de tracção crítica poderá assumir valores distintos dependendo sobretudo do modo de deformação, da relação entre a rigidez ao corte e tracção e da sua geometria.

Timoshenko (1955) forneceu a expressão de cálculo da flecha central numa viga com largura unitária sujeita a carga central deformando-se conjuntamente por corte e momento flector (fig.7).

$$\Delta = (PL^3 / 48EI). (1 + 18 EI / L^2 HG) \quad (1)$$

Se o material for isotrópico e elástico $E/G = 2(1+\mu)$, (onde μ é o coeficiente de Poisson) e supondo $E/G = 2,6$, (no caso de $\mu = 0,3$) e a linha neutra a meio da secção, a expressão anterior pode ser escrita em termos da extensão na fibra extrema da secção.

$$\Delta / L = [0,167 . (L / H) + 0,65 . (H / L)] . \epsilon_b (\max) \quad (2)$$

$\alpha (\max)$ - extensão máxima na fibra extrema da secção

$$\Delta / L = [(L/2H)^2 + 1] . \epsilon_d (\max) \quad (3)$$

$\alpha (\max)$ - extensão diagonal máxima

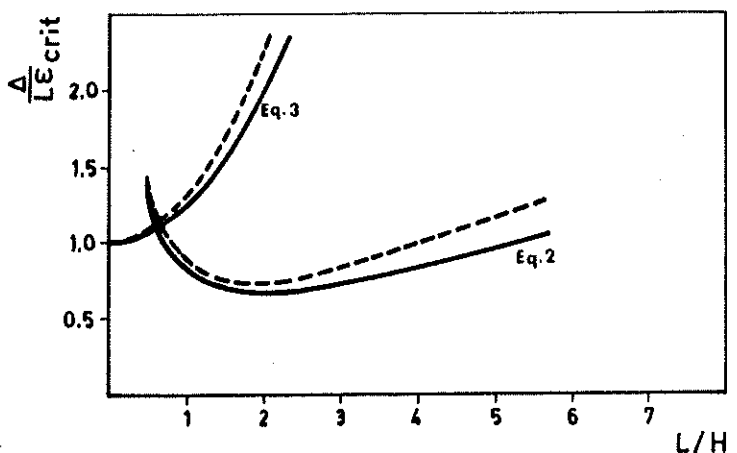


Fig. 7
Relação entre Δ / L e L / H no modelo de viga simples deformando-se conjuntamente por corte e flexão quando sujeita a carga concentrada a $1/2$ vão. As curvas a tracejado dizem respeito a uma situação paralela à anterior com carga uniformemente distribuída

Acrescenta-se que para um determinado valor da extensão crítica de tracção ϵ_{crit} , o critério da fissuração inicial não é muito sensível ao tipo de carga (carga uniformemente distribuída ou carga concentrada a 1/2 vão - fig. 7). Se a linha neutra coincidir com a fibra extrema inferior da viga (como é aproximadamente no caso de fundações muito rígidas) virá :

$$\Delta / L = (0,083 \cdot L / H + 1,3 \cdot H / L) \cdot \epsilon_f (\max) \quad (4)$$

(extensão devida à deformação por momento flector)

$$\Delta / L = (0,064 \cdot (L / H) + 1) \cdot \epsilon_d (\max) \quad (5)$$

(extensão devida à deformação por corte)

4.3 - Critério de Skempton e MacDonald

Estes autores sugeriram para valor limite da distorção angular $\beta = 1/500$. Assumindo este valor limite no modelo de viga simples (4.2) obtêm-se a expressão seguinte para o valor da máxima distorção angular (desde que se suponha que a máxima rotação se verifica nos suportes e que a viga elástica se deforma tanto por corte como por flexão - com a linha neutra a meio da secção):

$$\Delta / L = (\beta/3) \cdot [(1+3,9 \cdot (H/L)^2) / (1+2,6(H/L)^2)] \quad (6)$$

4.4 - Modelo de viga em meio elástico

A analogia que é proposta neste modelo simplificado parte da ideia de que a superestrutura assente no solo é assimilável a uma viga em meio elástico.

Esta analogia só muito aproximadamente poderá descrever o comportamento real do conjunto solo - superestrutura, embora se reconheça que a mesma poderá ter alguma utilidade na compreensão geral do comportamento das construções sujeitas a movimentos das fundações.

Aceita-se, tal como no modelo anterior, que a fissuração visível em paredes de alvenaria está associada à extensão crítica de tracção ϵ_{crit} . Pretende-se limitar no modelo de viga a extensão de tracção na fibra extrema inferior da sua secção a meio vão quando sujeita a uma carga vertical concentrada a meio vão (fig. 8).

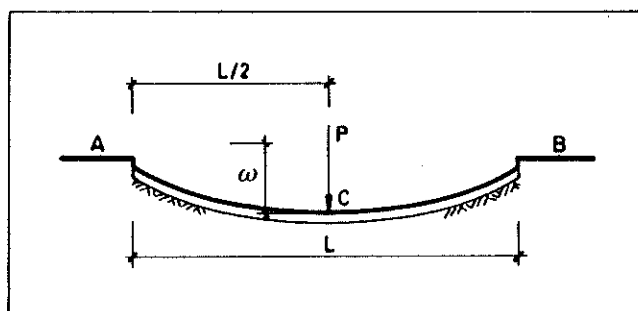


Fig.8 - Modelo de viga em meio elástico sujeito a carga vertical concentrada a 1/2 vão.

Este modelo revela-se adequado para representar o comportamento de edifícios em cuja deformada global a linha neutra ocupe na secção uma posição aproximadamente central. Tal poderá acontecer em edifícios com base em paredes de alvenaria de tijolo ou outro material frágil.

A teoria das vigas em meio elástico define o parâmetro

comprimento elástico $\lambda.l$ (sendo l o comp. da viga) que permite dar conta da relação entre a rigidez da viga e a rigidez do solo. Por analogia, poderá este mesmo parâmetro ser utilizado para relacionar as características de rigidez da superestrutura com as do solo. Por definição o valor de λ é dado por:

$$\lambda = [K / (4.EI)]^{1/4}$$

K - módulo de reacção do solo ou módulo de Winkler que depende, entre outros factores, do valor de E_s e μ_s (mod. de deformabilidade e coef. de Poisson do solo)
 b - largura da viga (valor unitário)
 E - módulo de elasticidade da viga
 I - momento de inércia da viga

As variáveis envolvidas na definição do parâmetro $\lambda.l$ sugerem o estabelecimento de um paralelo entre o seu significado na teoria da viga em meio elástico e no modelo analógico que se pretende analisar. De facto, neste modelo, o termo EI poderá traduzir de uma forma grosseira as características de rigidez do edifício, assim como a variável K poderá traduzir em parte as características de rigidez do solo sobre o qual assenta o edifício.

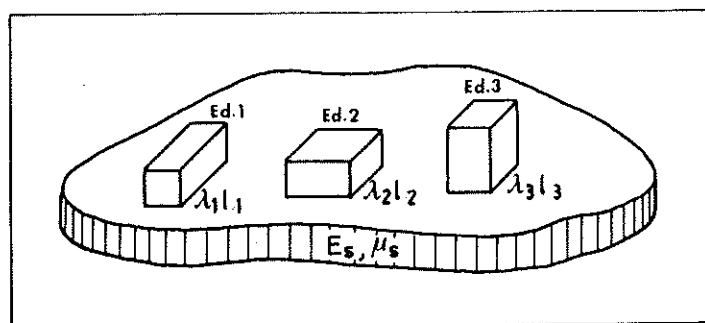
Os valores assumidos por $\lambda.l$ poderão assim classificar de uma forma sintética as diferentes condições de deformabilidade do modelo de viga assente em meio elástico, pelo que se determinaram três grandes grupos de classificação:

$\lambda.l < \pi/4$ - classifica-se como uma viga curta (de elevada rigidez), sendo mais importante a deformação da fundação do que a da viga.

$\pi/4 < \lambda.l < \pi$ - classifica-se como uma viga intermédia

$\lambda.l > \pi$ - classifica-se como uma viga longa, podendo ser assimilada a uma viga infinita para efeitos de cálculo.

A forma como a classificação é feita no modelo de viga em meio elástico levaria a supor que a mesma poderia ser estendida aos diferentes tipos de edificios com fundações diversas. Seria no entanto necessário assegurar que o comportamento destes edificios pudesse ser assimilado ao comportamento do modelo de viga em meio elástico (fig 9).



Ed1 - Analogia com o modelo de viga longa

Ed2 - Analogia com o modelo de viga intermédia

Ed3 - Analogia com o modelo de viga curta

Fig. 9 - Analogia de comportamento de edificios de diferentes dimensões com o de modelos de vigas (com comprimentos elásticos λl distintos) em meio elástico (com caract. de deformabilidade associadas aos valores de E_s e μ_s)

Tendo em conta que as diferentes soluções construtivas (edificios com estrutura reticulada de betão armado, edificios com paredes resistentes de alvenaria, etc.) apresentam condições de deformabilidade distintas entre si, parece lícito supor que estas soluções possam também assumir valores de λl distintos.

Esta questão voltará a ser retomada no capítulo 5.2 e no anexo I.

5 - CARACTERIZACÃO DE SOLUÇÕES CONSTRUTIVAS

Uma questão com grande interesse é a análise das diversas soluções construtivas com base nos modelos atrás referidos e tendo em conta os critérios de danos admissíveis (resultantes fundamentalmente dos estudos de observação dos edifícios). Com esse propósito são de seguida tratados dois tipos de soluções construtivas: edifícios com estrutura reticulada de betão armado e edifícios com base em alvenarias confinadas, constituídas por porções de alvenaria simples delimitadas, em todo o perímetro, por linteis de travamento ou montantes de betão armado [13].

Nesta última solução são analisados dois possíveis modos de deformação: deformação "positiva" (deformada côncava) e deformação "negativa" (deformada convexa).

5.1 - Edifícios com estrutura reticulada de betão armado

O modelo de viga simples (4.1) a que é assimilado este tipo de edifícios tende a deformar-se mais ao corte do que à flexão. Deste modo, o aparecimento de fissuração visível no edifício estará associado à extensão de tracção diagonal.

A curva referenciada na fig.10 representa a relação limite entre $\Delta/(L \cdot \epsilon_{crit})$ e L/H no modelo de viga simples no qual a extensão diagonal é crítica ([ver 4.2, eq. (5)], Critério de Burland e Wroth).

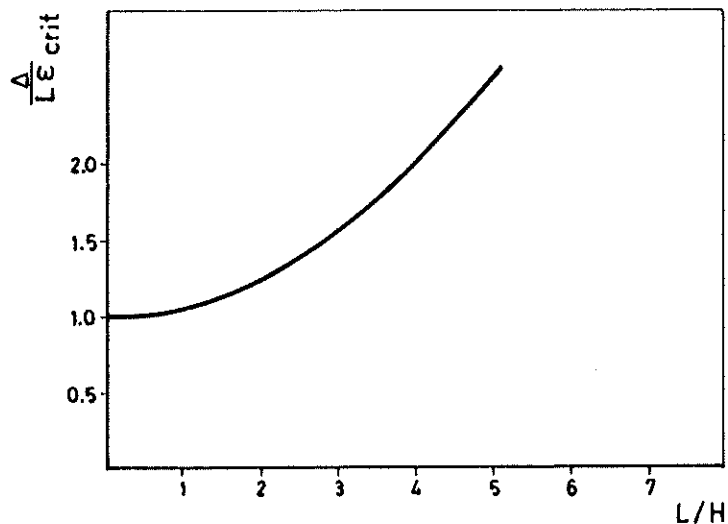
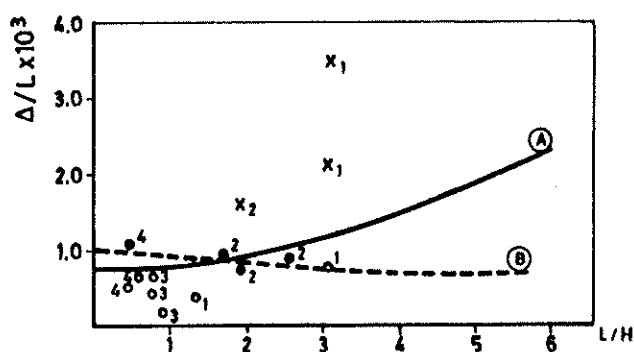


Fig. 10

Relação limite entre $\Delta/L\epsilon_d$ e L/H no modelo de viga simples no qual a extensão de tracção diagonal é crítica.



o - Sem danos
● - Danos ligeiros
x - Danos severos

(1) - Skempton e MacDonald (1956)
(2) - Fjeld (1963)
(3) - Thornburn e Mc Vicar (1974)
(4) - Vargas e Silva (1973)

Curva A - relação entre Δ/L e L/H obtida com base na equação (5) e assumindo $\epsilon_d(\max) = 0,075\%$

Curva B - critério de Skempton e MacDonald

Fig.11 - Relação entre Δ/L e L/H para edifícios [2] (resultados obtidos na observação de edifícios com estrutura reticulada de betão armado), apresentando diferentes graus de danos e sua comparação com os critérios limites (representados pelas curvas A e B).

A curva A da fig. 11 obtém-se a partir da relação limite representada na fig. 10 assumindo o valor $\epsilon_d(\max) = 0,075\%$ (critério de Burland e Wroth).

A curva B referenciada na fig. 11 representa a relação limite entre Δ/L e L/H que deriva do critério de Skempton e MacDonald aplicado ao modelo de viga simples [ver 4.3, eq. (6)]. Estão igualmente representados na fig.11 alguns resultados obtidos em estudos de observação de edifícios.

Saliente-se que, no caso particular de edifícios altos, os resultados dos estudos de observação atrás referidos estavam em boa concordância com as sugestões feitas por Skempton e MacDonald (fig. 11). Considera-se pois razoável o valor limite de 1/500 para a distorção angular sugerido por Skempton e MacDonald, embora se considere este critério demasiado conservativo para valores de $L/H > 3$. Por outro lado, os dois critérios atrás referidos (curvas A e B) fornecem valores muito próximos entre si quando a relação $L/H < 3$, passando a ser apreciável a diferença entre os seus valores quando $L/H > 5$, ou seja para edifícios alongados em comprimento.

5.2 - Edifícios com base em paredes de alvenaria confinada (deformada positiva).

Nos edifícios com alvenaria confinada a fissuração visível resultará sobretudo da deformação por flexão das paredes de alvenaria, estando assim dependente da extensão de tracção por flexão do material constituinte destas últimas [3].

A curva 1 referenciada na fig. 12 representa a relação limite entre $\Delta / (L \cdot \epsilon_{crit})$ e L/H no modelo de viga simples deformando-se por flexão com a linha neutra a meio da secção (critério de Burland e Wroth). Na mesma figura são apresentadas as curvas 2, 3 e 4 que representam a relação limite obtida através do modelo de viga em meio elástico (4.4 e anexo I) e para diferentes valores do parâmetro λ_1 .

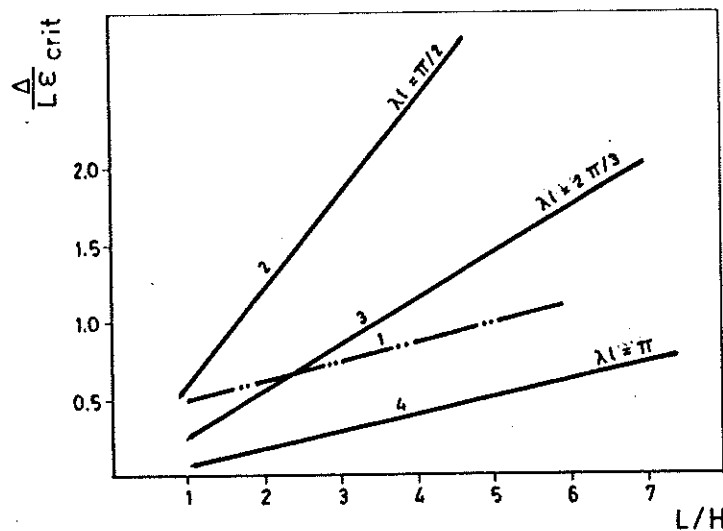


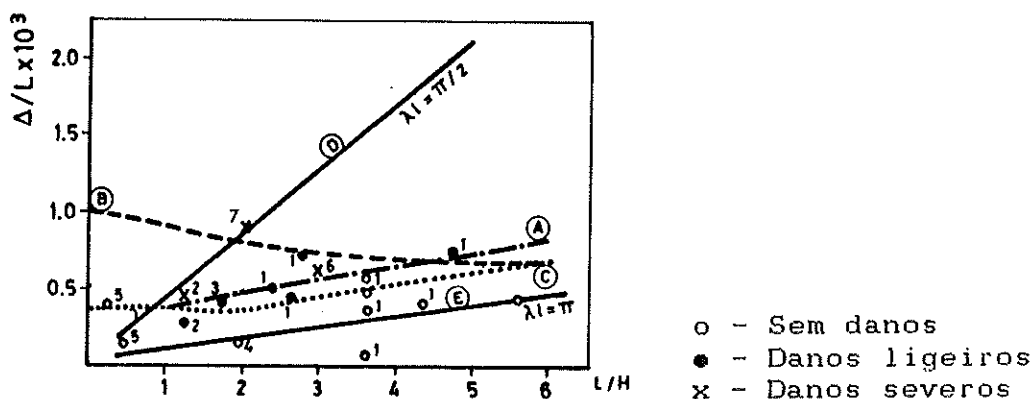
Fig.12 - Relação limite entre $\Delta/L\epsilon_c$ e L/H no modelo de viga simples no qual a extensão de tracção na flexão é crítica (deformada positiva)

Na figura 13 são apresentadas diversas relações entre Δ/L e L/H assim como resultados obtidos na observação do comportamento de edifícios. A curva A foi obtida a partir da curva 1 da fig.12 (Critério de Burland e Wroth) assumindo que a extensão crítica de tracção tem o valor de 0.075%.

A curva B referenciada na fig.13 representa a relação limite entre Δ/L e L/H que deriva do critério de Skempton e MacDonald aplicado ao modelo de viga simples (4.1 e 4.3).

Este critério revela-se pouco seguro para valores de $L/H < 4$. Para estes casos seria mais apropriada a relação limite proposta por Polshin e Tokar e que se encontra representada pela curva C na fig. 13. Este critério assume que a fissuração visível estaria associada ao valor da extensão de tracção crítica igual a 0,05%.

As curvas D e E foram obtidas a partir respectivamente das curvas 2 e 4 da fig. 12 estabelecidas (tal como anteriormente se referiu) com base no modelo de viga assente em meio elástico e assumindo para a extensão de tracção crítica o valor de 0,075%.



- (1) - Polshin e Tokar (1957)
- (2) - Wood - ens. laborat. (1952)
- (3) - Burhouse - idem (1969)
- (4) - Brethe Chambose (1974)
- (5) - Morton e Au (1974)
- (6) - Horn e Lambe (1964)
- (7) - Tschebotarioff (1938)

Fig.13 - Relação entre Δ/L e L/H para edifícios [2], (resultados obtidos na observação de edifícios com base em paredes de alvenaria confinada e com deformada positiva) apresentando diferentes graus de danos e sua comparação com os critérios limite (representados pelas curvas A, B, C, D e E)

A análise das curvas D e E permite concluir que, neste modelo, o valor admissível para o coeficiente de deflexão cresce na medida em que decresce o valor do parâmetro λl , ou seja, este critério torna-se menos severo para situações onde as condições de deformabilidade do solo de fundação ganham maior importância relativamente às que dizem respeito ao edifício (modelo de viga curta [$\lambda l < \pi/4$] analisado em 4.4).

Para valores próximos de $\lambda l = \pi$ (viga infinita) as curvas correspondentes aproximam-se da curva A (critério de Burland e Wroth) e C (critério de Polshin e Tokar).

Saliente-se que os valores admissíveis para o coeficiente de

deflexão (em edifícios com paredes de alvenaria) apresentados em 3.1 (fig. 3) penalizavam mais os edifícios fundados em solos como a areia ou argila dura, do que em outros mais deformáveis como a argila plástica. Uma penalização do mesmo tipo é sugerida pela posição relativa das curvas D e E, atendendo a que o parâmetro λ_1 aumenta com o valor do módulo de reacção (eq. 7) e que este último aumenta por seu turno com o valor do módulo de deformabilidade E_s .

Convém realçar que estes valores admissíveis (fig. 3) estão condicionados pela relação L/H , sendo L e H respectivamente o comprimento e altura da parede, enquanto no modelo de viga em meio elástico tais dimensões representam o comprimento e a altura dum edifício nas condições expressas em 4.4.

5.3 - Edifícios com base em paredes de alvenaria confinada (deformada negativa)

O facto de determinadas construções apresentarem capacidade suficiente de acomodação em relação a assentamentos relacionados com o seu peso próprio, não impede que as mesmas possam estar sujeitas a deformações negativas (devidas por exemplo à realização na vizinhança de escavações, túneis, construção de edifícios pesados, etc) que conduzam conseqüentemente a danos nas construcções, sobretudo se estas forem antigas. Tem-se constatado ainda que as fissuras associadas a este tipo de deformação desenvolvem-se muito rapidamente, podendo conduzir eventualmente a danos severos na construção. Com efeito, uma determinada

fissura no topo do edifício pode facilmente propagar-se até às fundações. Este fenómeno pode repetir-se ocasionando a fragmentação progressiva das fachadas.

Num edifício com base em paredes de alvenaria resistente e sujeito a uma deformação negativa (devida a momento flector negativo) a ocorrência de fenómenos de fissuração é essencialmente devida à extensão de tracção por flexão nas paredes de alvenaria.

Deste modo, pretende-se com a curva referenciada na fig. 14 representar a relação limite entre $\Delta/(L \cdot \epsilon_{crit})$ e L/H no modelo de viga simples deformando-se por flexão, com a linha neutra no extremo inferior da secção (critério de Burland e Wroth).

Na figura 15 estão apresentados resultados da relação L/H e Δ/L obtidos na observação do comportamento de edifícios. A curva

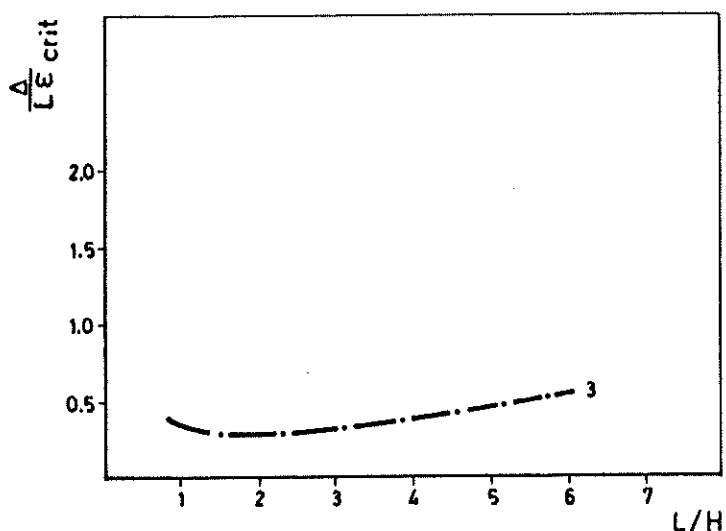


Fig.14 - Relação limite entre $\Delta/L\epsilon_c$ e L/H no modelo de viga simples no qual a extensão de tracção na flexão é crítica (deformada negativa).

que se encontra representada nessa figura foi obtida a partir da curva da fig. 14 (Critério de Burland e Wroth) assumindo que a extensão crítica de traccão tem o valor de 0.075% .

Constata-se, pela análise dos resultados da observação dos edificios, que a fissuração visível ocorre para valores de Δ/L comparativamente inferiores aos registados no caso anterior (5.2).

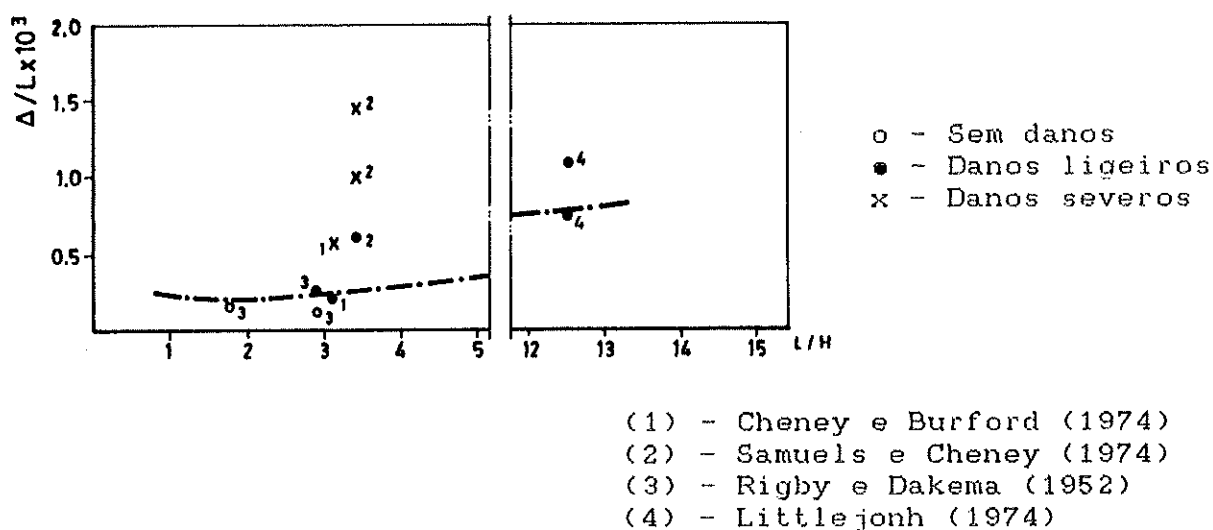


Fig.15 - Relação entre Δ/L e L/H para edificios [2] (resultados obtidos na observação de edificios com base em paredes de alvenaria confinada com deformada negativa) apresentando diferentes graus de danos e sua comparação com os critérios limites.

6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de modelos analíticos no estudo dos movimentos admissíveis numa construção e na representação do comportamento real dos edifícios, sendo considerada demasiado simplista, tem-se revelado extraordinariamente proveitosa e instrutiva na previsão dos fenómenos de fissuração em elementos da construção, designadamente em paredes de alvenaria confinada.

Os modelos analíticos aqui referidos associam o conceito de extensão de tracção crítica com o aparecimento da fissuração visível nos elementos de construção. Foram assim estabelecidas relações analíticas entre L/H e Δ/L que, confrontadas com os resultados das observações em edifícios, permitiram a discussão dos valores admissíveis para os assentamentos em edifícios. Com base neste conceito, foi desenvolvido um modelo de viga em meio elástico com o qual se pretendia complementar os restantes critérios e fundamentalmente ter em conta, através de um parâmetro (λ_1), as condições de deformabilidade tanto do solo de fundação como da superestrutura. No entanto, reconhece-se ser necessário explorar melhor este modelo, de forma a correlacionar os valores do parâmetro λ_1 com as diferentes soluções construtivas existentes.

De uma forma geral, pretendeu-se com este estudo evidenciar a complexidade da relação existente entre os movimentos das fundações e os danos associados em diversas soluções construtivas. Considera-se que esta relação poderá ser melhor entendida desenvolvendo métodos simplificados que tenham em conta as características de rigidez global da superestrutura e a sua interacção com o solo de fundação, de forma a que, em paralelo com os resultados de uma experiência de observação de

edifícios tão ampla e diversificada quanto possível, se possam estimar movimentos admissíveis para a construção.

No entanto, é conveniente tornar aqui clara a ideia de que os critérios limites aqui expostos não deverão ser encarados como regras rígidas. Em cada caso concreto, deverão ser também o julgamento e a experiência a condicionar, igualmente, a escolha de valores admissíveis para o movimento das fundações de edifícios.

Lisboa e LNEC , em Dezembro de 1991

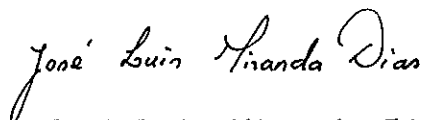
VISTOS

AUTORIA

O Chefe do Núcleo de
Processos de construção



João A. Silva Appleton



José Luis Miranda Dias

Assistente de Investigação

O Chefe do Departamento
de Edifícios



José A. Vasconcelos de Paiva

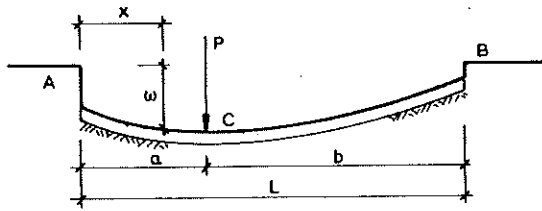
BIBLIOGRAFIA

- [1] - SKEMPTON, A. W.; MACDONALD, D. H. - The allowable settlements of buildings, Proc. Inst. Civil Engineers vol. 5 (III), 1956, p. 727-784.
- [2] - POLSHIN; TOKAR - Maximum allowable non-uniform settlements of structures. IV Conf. Int. Mec. dos solos, Londres, 1957.
- [3] - BURLAND, J. B., WROTH, C.P. - Settlement of buildings and the associated damage (1974). Proc. Conf. on Settlement of structures, p. 611-654, Cambridge.
- [4] - BJERRUM, L. - Allowable settlements of structures, Oslo, Norwegian Geotechnical Institute, 1973, Publ. 98.
- [5] - MEYERHOF, G. G. - Some recent foundation research and its application to design. The Struct. Eng., 31, 151, 1953.
- [6] - HENRY, F.D.C. - The design and construction of engineering foundations - London, Chapman and Hall, 1986.
- [7] - LITTLEJON, G.S. - Observation of brick walls subjected to mining subsidense (1974). Proc. Conf. on Settlement of structures (discussion), p. 764-767, Cambridge.
- [8] - LOGEAIS, Luis - La Pathologie des Fondations - Causes des désordres et remèdes, Paris, Bureau Securitas, Socotec, 1982.
- [9] - BURHOUSE, P. - Composite action between brick panel walls and their supporting beams, Proc. Inst. Civil Engineers., vol. 43, 1969, p. 175-194.

- [10] - MAINSTONE, R.J. - On the stiffness and strenghts of infilled frames, Proc. Inst. Engineers, (IV), paper 7360S, 1953, p. 57-90.
- [11] - VESIC, A. - Bending of beams resting on isotropic elastic solid - Proc. ASCE, Jour. Eng. Mech. Div., vol 87, EM2, 1961, p. 35-51.
- [12] - S. F. CHAN, W. H. TING; C. T. TOH - Observed buiding deformations and associated damages, 10^o Conf. Intern. de Mecânica dos Solos, 1981
- [13] - LABORATORIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL (LNEC) - Segurança de edificios de pequeno porte de alvenaria confinada em relação à acção dos sismos - Lisboa, 1990.

ANEXO I

Modelo de viga em meio elástico



L - comprimento da viga
 λL - comprimento elástico
 w - flecha no ponto de abcissa x
 P - carga concentrada

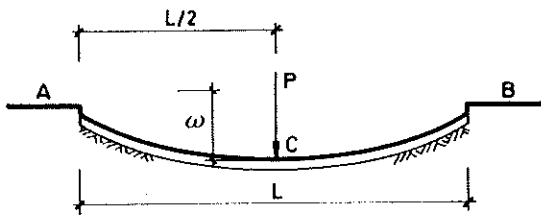
Flecha $w(x)$

$$\begin{aligned}
 w = & \frac{P \cdot \lambda}{k} \cdot \frac{1}{\sinh^2 \lambda L - \sin^2 \lambda L} \cdot \{ (2 \cdot \cosh \lambda x \cdot \cos \lambda x) \cdot \\
 & \cdot (\sinh \lambda L \cdot \cos \lambda a \cdot \cosh \lambda b - \sin \lambda L \cdot \cosh \lambda a \cdot \cos \lambda b) + \\
 & + (\cosh \lambda x \cdot \sin \lambda x + \sinh \lambda x \cdot \cos \lambda x) \cdot [\sinh \lambda L \cdot (\sin \lambda a \cdot \cosh \lambda b - \cos \lambda a \cdot \sinh \lambda b) + \\
 & + \sin \lambda L \cdot (\sinh \lambda a \cdot \cos \lambda b - \cosh \lambda a \cdot \sin \lambda b)] \}
 \end{aligned}$$

Momento flector $M(x)$

$$\begin{aligned}
 M = & \frac{P}{2 \lambda} \cdot \frac{1}{\sinh^2 \lambda L - \sin^2 \lambda L} \{ 2 \cdot \sinh \lambda x \cdot \sin \lambda x \cdot (\sinh \lambda L \cdot \cos \lambda a \cdot \cosh \lambda b - \\
 & - \sin \lambda L \cdot \cosh \lambda a \cdot \cos \lambda b) + (\cosh \lambda x \cdot \sin x - \sinh \lambda x \cdot \cos \lambda x) \cdot \\
 & \cdot [\sinh \lambda L \cdot (\sin \lambda a \cdot \cosh \lambda b - \cos \lambda a \cdot \sinh \lambda b) + \\
 & + \sin \lambda L \cdot (\sinh \lambda a \cdot \cos \lambda b - \cosh \lambda a \cdot \sin \lambda b)] \}
 \end{aligned}$$

Carga concentrada a 1/2 vão



Flecha (1/2 vão)

$$w = \frac{P\lambda}{k} \cdot \alpha_w \quad (a = b = L/2)$$

Momento flector (1/2 vão)

$$M = \frac{P}{2\lambda} \cdot \alpha_M \quad (a = b = L/2)$$

se

$$w' = w \cdot k \cdot L = \frac{P\lambda}{k} \cdot \alpha_w \cdot kL$$

$$k = k_0 \cdot B \quad e \quad \lambda = \left(\frac{k}{4EI}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$M' = \frac{M}{L} = \frac{P}{2\lambda} \cdot \alpha_M \cdot \frac{1}{L}$$

k - mód.de reacção do solo ou módulo de Winkler
(ver anexo II)

$$w' = P \cdot (\lambda L) \cdot \alpha_w$$

k_0 - coeficiente de reacção do solo

$$M' = \frac{P}{2(\lambda L)} \cdot \alpha_M$$

B - largura da viga

EI - Rigidez da viga

Supondo a linha neutra a meio da secção, será

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{MH}{2EI}$$

ε - extensão de tracção na fibra extrema inferior
 H - altura da viga

Supondo $\Delta \approx w$

$$\frac{\Delta}{L\varepsilon} = \frac{w}{M} \cdot \left(\frac{2EI}{LH}\right)$$

$$= \frac{w'}{kL} \cdot \frac{1}{M' \cdot L} \cdot \left(\frac{2EI}{LH}\right)$$

$$= \frac{w'}{M'} \cdot \frac{1}{kL^2} \cdot \left(\frac{2EI}{LH}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\omega'}{2M'} \cdot \left(\frac{4EI}{L^3 H k} \right) = \frac{\omega'}{2M'} \cdot \left(\frac{4EI}{kL^4} \right) \cdot \left(\frac{L}{H} \right) \\
&= \frac{\omega'}{2M'} \cdot \frac{1}{(\lambda L)^4} \cdot \left(\frac{L}{H} \right)
\end{aligned}$$

se $\varepsilon = \varepsilon_{crit}$

$$\frac{\Delta}{L \varepsilon_{crit}} = \frac{\omega'}{2M'} \cdot \frac{1}{(\lambda L)^4} \cdot \left(\frac{L}{H} \right)$$

e se $\varepsilon_{crit} = 0,075 \times 10^{-2}$ (0,075 %)

$$\frac{\Delta}{L} = \frac{3\omega'}{4M'} \cdot \frac{1}{(\lambda L)^4} \cdot \left(\frac{L}{H} \right) \times 10^{-3}$$

ANEXO II

1 - MODULO DE REACÇÃO DO SOLO (K)

Vesic [11] mostrou que era possível seleccionar o valor de K de forma a obter uma boa aproximação tanto do valor do momento flector como do valor das flechas numa viga assente em meio sólido, desde que a viga fosse suficientemente longa.

Para uma viga com largura b e rigidez estrutural EI, assente num meio sólido cujas características de deformabilidade são E_s e μ_s (módulo de deformabilidade e coeficiente de Poisson do solo), o valor de K [kN/m²] seria dado por:

$$K = K_0 \cdot b = 70 \times \sqrt[12]{\frac{E_s \cdot b^4}{EI}} \times \left[\frac{E_s}{1 - \mu_s^2} \right]$$

K - Módulo de reacção do solo

K_0 - Coeficiente de reacção do solo

2 - EXEMPLO PRATICO

Seja o caso de um edificio cujo modelo associado teria as seguintes características:

GEOMETRIA

H = 7 m
L = 14 m
L / H = 2,00

SOLO - ESTRUTURA

E (mód. elast.) = 6 Gpa
Es (mód. elast. solo) = 100 Mpa
 μ_s (coef. Poisson do solo) = 0,5

Cálculo do módulo de reacção K (largura unitária, b = 1)

$$EI = 1,78 \times 10^8$$

$$K = 70. [10^5 / 1,78 \times 10^8] \times [10^5 / (1 - 0,5^2)]$$

$$K = 70. 0.538 \times (10^5 / 0,75) \approx 5018 \text{ Mpa}$$

Cálculo do comprimento elástico

$$\lambda = [(3.K) / (EH^3)]^{1/4}$$

$$= [(3 \times 5018 \times 10^3) / (6 \times 10^6 \times 7^3)]^{1/4} = 0,292$$

$$\lambda l = 0,292 \times 14 = 4,09 \approx 1,3 \pi$$

De acordo com a figura 12 e atendendo que $L/H = 2,0$ resulta que $\Delta/l \approx 0,0002$.