

MODELAÇÃO MATEMÁTICA BIDIMENSIONAL DA ROTURA DE BARRAGENS POR GALGAMENTO

André Lopes¹, Daniel Conde², Sílvia Amaral³, Teresa Viseu⁴, Rafaela Cardoso⁵, Rui M.L. Ferreira⁶

¹Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal; andre.lopes@ist.utl.pt

²Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal; daniel.conde@ist.utl.pt

³Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, do Brasil 101, 1700-066 Lisboa, Portugal; samaral@lnec.pt

⁴Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, do Brasil 101, 1700-066 Lisboa, Portugal; tviseu@lnec.pt

⁵Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal; rafaela.cardoso@ist.utl.pt

⁶CERIS – Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal; rui@civil.ist.utl.pt

1 Resumo

Neste trabalho efetuou-se a adaptação de um modelo numérico que permite a resolução das equações de conservação discriminadas para escoamentos pouco profundos (STAV2D) por forma a compatibiliza-lo com a utilização como modelo determinístico para a simulação de rotura de barragens de aterro por galgamento. O modelo bidimensional resultante (STAVBreach) foi discretizado com um esquema robusto de 1a ordem numa malha ortogonal estruturada. Deste modo, a geração de malha é dispensada facilitando assim a sua utilização por utilizadores não-proficientes em modelação numérica.

O modelo foi validado com soluções analíticas, que representam soluções particulares das equações de Saint-Venant em ambientes 1D e 2D, com e sem transporte de sólido, e com dados experimentais. Os ensaios de rotura por galgamento, com os quais se adquiriram os dados necessários à validação do modelo numérico, foram realizados numa instalação experimental de média escala (aterros até 0.5 m de altura) construída no Laboratório Nacional de Engenharia Civil em condições hidráulicas e geotécnicas controladas. O tratamento dos dados adquiridos permitiu obter estimativas detalhadas dos hidrogramas efluentes da rotura assim como, auxiliou a caracterização do processo de erosão durante rotura. As barragens de aterro ensaiadas em ambiente laboratorial foram simuladas numericamente por forma a poder validar o STAVBreach. Este trabalho mostrou a necessidade de incluir os deslocamentos de massas de solo no modelo de simulação de rotura de barragens e evidenciou a adequação do mecanismo adotado para modelar os fenómenos de instabilização geotécnica.

2 Introdução

As barragens são fundamentais para o desenvolvimento socio-económico de uma sociedade. Como principais utilizações destacam-se o abastecimento de água a zonas residenciais, agrícolas, industriais, a regularização de caudais e a produção de energia elétrica (aproveitamentos hidroelétricos). Os níveis de segurança destas estruturas são limitados e sujeitos a decaimento ao longo do tempo, sendo que a rotura das mesmas pode ser desencadeada por vários mecanismos (Costa (1985); Foster et al. (2000); Allsop et al. (2007))

A rotura de uma barragem cria um elevado risco de cheia à população e bens localizados na área de inundação (Wahl (1998); Yochum et al. (2008) et al.). Os estudos de rotura de barragens de aterro são particularmente interessantes na medida em que, estas são o tipo de barragem mais comum sendo também o tipo que rompe com maior frequência. De acordo com Foster et al. (2000) os principais modos de rotura das barragens de aterro são os seguintes: (1) erosão interna (46%); (2) galgamento (36%); e (3) rotura estrutural, como sejam a instabilidade dos paramentos ou da fundação (30%) (dados recolhidos entre 1940 e 2000).

Dados os avanços mais recentes na modelação do processo de rotura de barragens de aterro, existem ainda dificuldades na caracterização detalhada dos processos geotécnicos associados aos episódios de alargamento súbito da brecha de rotura. A forma mais comum de modelação deste fenómeno passa pela introdução de uma inclinação crítica que, quando atingida localmente devido aos normais processos de erosão hidráulica, origina o alargamento súbito dos taludes da brecha deixando um ângulo residual de suporte após o deslizamento.

Existe então a necessidade de melhor descrever os episódios de instabilização geotécnica durante o galgamento da barragem e da sua implementação de forma eficiente numa ferramenta de cálculo numérica. A descrição do transporte sólido no corpo da barragem ainda não está completamente compreendida de modo que, estas insuficiências ainda existentes nos modelos numéricos atuais, motivaram a realização do presente trabalho.

3 Modelo Concetual

3.1 Equações Constitutivas

O sistema de equações do modelo é composto pela equação de conservação total de massa, Eq. (1), conservação total de quantidade de movimento nas direcções $x \in y$, Eqs. (2) e (3) respetivamente, e conservação total de massa de sedimentos no domínio, Eq. (4).

$$\partial_t h + \partial_x \left(h u \right) + \partial_y \left(h v \right) = -\partial_t Z_b \tag{1}$$

$$\partial_t \left(uh \right) + \partial_x \left(u^2 h + \frac{1}{2} g h^2 \right) + \partial_y \left(uvh \right) = -gh \partial_x Z_b - \frac{\tau_{b,x}}{\rho_m} \tag{2}$$

$$\partial_t (vh) + \partial_x (vuh) + \partial_y \left(v^2 h + \frac{1}{2} gh^2 \right) = -gh \partial_y Z_b - \frac{\tau_{b,y}}{\rho_m}$$
(3)

$$\partial_t \left(C_m h \right) + \partial_x \left(C_m h u \right) + \partial_y \left(C_m h v \right) = -(1-p)\partial_t Z_b \tag{4}$$

onde x, y são coordenadas espaciais, t representa o tempo, h é a profundidade do escoamento, $u \in v$ representam as velocidades médias em profundidade do escoamento nas direcções $x \in y$,respetivamente, Z_b é a elevação do fundo, $\rho_m \in C_m$ representam a densidade média em profundidade e a concentração da mistura, respetivamente. A variação do fundo $\partial_t Z_b$, é dada por $(1-p)\partial_t Z_b = (q_s - q_s^*)/\Lambda$ onde q_s é o caudal de sedimentos por unidade de largura, q_s^* é a capacidade de transporte e Λ é o comprimento de adaptação. De notar que o sistema (1) a (4) não inclui termos dispersivos.

4 Evolução da morfologia do fundo

A estrutura do escoamento é idealizada como um domínio dividido em camadas em que o transporte de sedimentos ocorre na camada de contacto. Ferreira (2005) sugere que a espessura da camada de contacto se relaciona com o fluxo de energia cinética associado ao escoamento de transporte de sedimentos devido ao desequilíbrio local e equilíbrio global de taxas de produção e dissipação de energia cinética. Ou seja, quanto maior a energia gerada no fundo da camada de contacto (sub-camada friccional), maior será a espessura desta camada por forma a permitir a dissipação total da energia.

A interação entre a camada de contacto e o fundo gera dois tipos de tensões: (i) de atrito; e (ii) devidas às colisões entre sedimentos. Se estas tensões não estiverem em equilíbrio ao longo da sub-camada fricional, o fundo sofrerá deslocações verticais (Canelas, 2010).



Figura 1. Estrutura idealizada do escoamento. Composta por: (i) fundo; (ii) camada de contacto; (iii) camada de água limpa. Fonte: (Guan et al., 2014)

O caudal de transporte de sedimentos q_s é dado por:

$$q_s = C_m \mathbf{u} h \tag{5}$$

onde C_m é a concentração média em profundidade de sedimentos, **u** é a velocidade do escoamento e h é a profundidade do escoamento.

O caudal de transporte em equilíbrio é dado por:

$$q_s = C_c^* \mathbf{u_c} h_c \tag{6}$$

onde C_c^* é a capacidade de transporte média ao longo da camada de contacto, u_c é a velocidade média em profundidade na camada de contacto e h_c é a espessura da camada de contacto, dada pela seguinte equação de fecho:

$$\frac{h_c}{d_s} = m_1 + m_2\theta \tag{7}$$

5 Esquema de discretização

O sistema de equações de conservação apresentado nas equações (1), (2) e (3) em conjunto com a equação de transporte sólido (4) pode ser escrito na seguinte forma:

$$\partial_t U(V) + \nabla \cdot E(U) = H(U) \Leftrightarrow \partial_t U(V) + \partial_x F(U) + \partial_y G(U) = H(U)$$
(8)

onde V é o vetor de variáveis primitivas, H é o vetor de variáveis conservativas, F é o vetor de fluxos na direcção x, G é o vetor de fluxos na direcção y e H é o vetor de termos de fonte, o

qual ainda se pode subdividir na forma H = R + T + S, onde R representa o vetor de tensões de atrito e de fluxos verticais, T representa os termos de fonte do fundo e S é o vetor de termos de estratificação e variações de densidade.

As variáveis dependentes não conservativas (V), as variáveis conservativas (U) e os fluxos $(F \in G)$ são:

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} h \\ u \\ v \\ C_m \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} h \\ uh \\ vh \\ C_m h \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} uh \\ u^2h + \frac{1}{2}gh^2 \\ uvh \\ C_m hu \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} vh \\ vuh \\ v^2h + \frac{1}{2}gh^2 \\ C_m hv \end{bmatrix}$$
(9)

os termos de fonte $(R \in T)$ são os seguintes:

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} -\partial_t Z_b \\ -\frac{\tau_{b,x}}{\rho^{(w)}} \\ -\frac{\tau_{b,y}}{\rho^{(w)}} \\ -(1-p)\partial_t Z_b \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh\partial_x Z_b \\ -gh\partial_y Z_b \\ 0 \end{bmatrix}.$$
(10)

Assumindo que a representação é feita por elemento e que a área das células do dominio é representada por A_i , fazendo o integral ao longo da fronteira nos n_i lados da célula *i* obtém-se:

$$\partial_t A_i \langle \boldsymbol{U}_i \rangle + \sum_{k=1}^N L_k \langle \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{n} \rangle_{ik} = A_i \langle \boldsymbol{H}_i \rangle \tag{11}$$

onde $\langle \rangle$ representa a média espacial na célula e L_k o comprimento do lado k.

As variações de fluxo podem ser expressas em função das variáveis conservativas usando uma matriz jacobiana aproximada, ortogonal ao lado respetivo. As variações de fluxo são ainda suscetíveis de serem representadas num sistema homogéneo de vetores próprios.

As variáveis aproximadas são u, v, c (velocidade das pequenas perturbações) e C_m :

$$\tilde{u}_{ik} = \frac{u_i\sqrt{h_i} + u_j\sqrt{h_j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}}; \quad \tilde{v}_{ik} = \frac{v_i\sqrt{h_i} + v_j\sqrt{h_j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}}; \quad \tilde{c}_{ik} = \sqrt{g\frac{h_i + h_j}{2}}; \quad \tilde{C}_{m_{ik}} = \frac{C_{m_i}\sqrt{h_i} + C_{m_j}\sqrt{h_j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}}$$
(12)

Obtendo-se as variáveis aproximadas, os valores e os vetores próprios correspondentes da matriz jacobiana:

$$\tilde{\lambda}_{ik}^{(1)} = (\tilde{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{n} - \tilde{c})_{ik}; \quad \tilde{\lambda}_{ik}^{(2)} = (\tilde{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{n})_{ik}; \quad \tilde{\lambda}_{ik}^{(3)} = (\tilde{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{n} + \tilde{c})_{ik}; \quad \tilde{\lambda}_{ik}^{(4)} = (\tilde{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{n})_{ik}$$
(13)

$$\tilde{\boldsymbol{e}}_{ik}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1\\ \tilde{u} - \tilde{c}n_x\\ \tilde{v} - \tilde{c}n_y\\ \tilde{C}_m \end{bmatrix}_{ik}; \quad \tilde{\boldsymbol{e}}_{ik}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0\\ -\tilde{c}n_y\\ \tilde{c}n_x\\ 0 \end{bmatrix}_{ik}; \quad \tilde{\boldsymbol{e}}_{ik}^{(3)} = \begin{bmatrix} 1\\ \tilde{u} + \tilde{c}n_x\\ \tilde{v} + \tilde{c}n_y\\ \tilde{C}_m \end{bmatrix}_{ik}; \quad \tilde{\boldsymbol{e}}_{ik}^{(4)} = \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 1 \end{bmatrix}_{ik}$$
(14)

O método dos Volumes Finitos é então aplicado ficando a discretização completa com N = 4 (dimensão própria do domínio) e com uma malha ortogonal quadrada com células igualmente espaçadas (k = 4), obtendo-se:

$$\boldsymbol{U}_{i}^{n+1} = \boldsymbol{U}_{i}^{n} - \frac{\Delta t}{A_{i}} \sum_{k=1}^{3} L_{k} \sum_{n=1}^{4} \left(\tilde{\lambda}^{(n)} \alpha^{(n)} - \beta^{(n)} \right)_{ik}^{-} \tilde{\boldsymbol{e}}_{ik}^{(n)} + \Delta_{t} \left(\boldsymbol{R}_{i}^{n+1} \right)$$
(15)

6 Resultados

6.1 Comparação entre soluções analíticas e simulações numéricas

Soluções particulares das equações de Saint-Venant (1D)

O problema de rotura de barragem pode ser idealizado como a remoção instantânea de uma barreira que separa inicialmente dois estados constantes diferentes. Esta descrição representa um problema de Riemann e o mesmo admite soluções auto-similares, desde que o sistema de equações constitutivas seja hiperbólico e homogéneo (Ferreira, 2005).

Algumas soluções numéricas e analíticas dos problemas de Riemann são apresentadas e discutidas de seguida. As duas primeiras soluções apresentadas correspondem à resolução dos problemas em cenários com fundos lisos, sem atrito e sem transporte de sendimentos, considerando duas alturas do escoamento distintas a jusante da descontinuidade. Correspondem a dois casos particulares do problema de Riemann: (i) problema de Stocker e (ii) problema de Ritter. Os resultados (considerando para os testes 1 e 2 $\alpha = 0.1$ e $\alpha = 0.0$ respetivamente ($alpha = h_L/h_R$)) das simulações são apresentados em coordenadas auto-similares na Fig. 2 e comparados com as respetivas soluções analíticas.

Estudaram-se 4 problemas de Riemann com fundo móvel cujas condições iniciais são apresentadas na Tabela 1, nos quais os termos de fricção para o cálculo das velocidades não foram considerados. Consideraram-se leis de transporte sólido do tipo Meyer Peter e Müller para os dois tipos de



Figura 2. Comparação entre solução analítica e numérica dos problemas de Stocker (a) e Ritter
(b). <u>Cota do fundo</u>: (-);<u>Cota da superficie livre</u>: (-) solução numérica;(-) solução analítica; <u>velocidade do escoamento</u>: (-) solução numérica;(-) solução analítica

solução, ou seja, proporcionais ao cubo da velocidade de escoamento média em profundidade (Ferreira, 2005). Nos testes para evolução do fundo considerou-se um estado de quasi equilibrio. Os resultados das simulações dos 4 problemas com fundo móvel são apresentados em coordenadas auto-similares nas Figs. 3 e 4 e comparados com as respetivas soluções analíticas.

 Tabela 1. Problemas de Riemann com fundo móvel. Caso particular de rotura de uma barragem. Condições iniciais

Solution	հ _Լ [m]	h _R [m]	Y _{bL} [m]	Y _{bR} [m]	a _c	d _s [m]	S
Туре А	0.40	0.00	0.00	0.00	0.0010142	0.003	1.5
	0.40	0.00	0.00	0.10	0.0010142	0.003	1.5
Туре В	0.40	0.10	0.08	0.00	0.0010142	0.003	1.5
	0.40	0.10	0.00	0.08	0.0010142	0.003	1.5



Figura 3. Solução tipo A para duas condições iniciais. Cota do fundo: (-) solução analítica; (000) solução numérica; <u>Superfície livre</u>: (-) solução analítica;(000) solução numérica; <u>Velocidade do escoamento</u>: (000) solução numérica; (-) solução analítica



Figura 4. Solução tipo B para duas condições iniciais. <u>Cota do fundo</u>: (—) solução analítica; (000) solução numérica; <u>Superfície livre</u>: (—) solução analítica;(000) solução numérica; <u>Velocidade do escoamento</u>: (000) solução numérica; (—) solução analítica

Soluções particulares das equações de Saint-Venant (2D)

Estudaram-se 2 soluções particulares das equações de Saint-Venant (2D) na simulação do movimento de massas de água em bacias parabólicas derivadas das soluções analíticas propostas por (Thacker, 1981). As condições iniciais consideradas são apresentadas na Fig. 5 para $t_0 = T/8$ em 5(a) e para t = 0s em 5(b).



Figura 5. Perfil transversal inicial. (a) Oscilação plana e (b) Oscilação curva

Os resultados obtidos mostram uma boa concordância entre as soluções numérica e analítica, embora com clara influencia do esquema de molhagem e secagem no avanço da frente onda da massa de água.



Figura 6. Cota da superfície livre em vários instantes. Vista em perfil tranversal. Comparação com solução analítica



Figura 7. Cota da superfície livre em vários instantes. Vista em perfil tranversal. Comparação com solução analítica

Comparação da simulação numérica com os resultados experimentais

Os ensaios de rotura por galgamento, com os quais se adquiriram os dados necessários à validação do modelo numérico, foram realizados numa instalação experimental de média escala (aterros até 0.5 m de altura) construída no Laboratório Nacional de Engenharia Civil, em condições hidráulicas e geotécnicas controladas por forma a garantir um processo de rotura semelhante ao real. Os dados adquiridos permitiram obter estimativas detalhadas dos hidrogramas efluentes da brecha assim como, auxiliaram a caracterização do processo de erosão. A rotura por galgamento das barragens de aterro ensaiadas foi reproduzida no modelo computacional e simulada com base nas mesmas condições de base.

Nas Figs. 8 e 9 apresentam-se a geometria inicial da barragem de aterro ensaiada assim como da barragem simulada numericamente.



Figura 8. Camadas da barragem de aterro antes e após compactação



Figura 9. Geometria do aterro considerada no modelo numérico

Na simulação numérica, o domínio de cálculo do problema foi discretizado através de uma malha quadrangular de 10×10 cm e o caudal escoado pela brecha foi considerado igual ao caudal de entrada no reservatório por forma a garantir equilibrio de caudais.

Os hidrogramas efluentes da brecha estimados numérica e experimentalmente são apresentados na Fig. 10.



Figura 10. Hidrogramas efluentes da brecha. Estimativas numérica e experimental

Observa-se que o hidrograma obtido numericamente apresenta um andamento concordante com hidrograma estimado experimentalmente e que o caudal de ponta é atingido aproximadamente no mesmo instante. A superioridade da estimativa dos caudais efluentes da brecha em relação à estimativa numérica deve-se, entre outras razões, ao facto da malha adotada na discretização da brecha ser mais grosseira que a indicada, sobrestimando-se assim a área da brecha em prol da diminuição do tempo de cálculo das simulações. Com uma malha local mais fina conseguem-se estimativas dos hidrogramas efluentes da brecha mais aproximadas, em termos quantitativos, das obtidas exeperimentalmente. De notar que a evolução do hidrograma estimado numéricamente é mais suave que o experiental devido ao mecanismo de instabilização escolhido, pois os deslizamentos, apesar de súbitos, não incorporam o mecanismo de infra-escavação observado nos ensaios experimentais, confirmando-se assim a necessidade de melhor reproduzir este fenómeno numericamente. A título de exemplo apresenta-se na Fig. 11 uma comparação da simulação numérica com o ensaio experimental no instante 2910 s, verificando-se uma concordância entre ambas.

A brecha de rotura estimada numérica e experimentalmente, para o mesmo instante, é apresentada na Fig. 12.

A comparação das brechas demonstra alguma concordância em termos de forma, embora seja evidente que uma discretização mais fina na zona da brecha permitiria uma melhor concordância.

Na Fig. 13 apresentam-se as isolinhas da superfície do escoamento num mesmo instante medidas experimentalmente e obtidas numericamente.



Figura 11. Comparação dos resultados numéricos e experimentais (t = 2910 s). (a) Modelo numérico; (b) ensaio experimental



Figura 12. Comparação entre as brechas de rotura (a) estimada numericamente; (b) obtida experimentalmente



Figura 13. Mapa das isolinhas da superfície do escoamento (a) medidas experimentalmente; (b) obtidas numericamente

Observam-se semelhanças entre os mapas das isolinhas da superfície do escoamento obtidos experimental e numericamente sendo também aqui evidente a necessidade de uma definição mais fina da malha na zona da rotura, portanto na zona da brecha.

7 Conclusões

No presente trabalho efetuaram-se simulações numéricas e experimentais da rotura por galgamento de barragens aterro. Em termos numéricos, o modelo foi desenvolvido em MATLAB, com o propósito de vir a ser implementado como uma toolbox disponível na biblioteca do MATLAB. É esperado que o software venha a despertar um elevado interesse na comunidade científica de recursos hídricos, contribuindo para um avanço na utilização, de uma ferramenta determinística para estimação de hidrogramas efluentes da rotura de barragens de aterro.

As equações de conservação de base do modelo numérico são essencialmente as equações de Saint-Venant, complementadas com uma equação de conservação da massa de sedimentos e com equações de fecho retiradas da literatura de hidráulica fluvial existente sobre transporte sólido. De uma maneira geral, o modelo numérico força uma situação de desequilíbrio no transporte de sedimentos. A metodologia de discretização adotada foi inspirada em diversos estudos anteriores nomeadamente, Canelas et al. (2013) e é completamente conservativa, robusta e obedece à propriedade C.

O modelo numérico desenvolvido (STAVBreach), foi validado com soluções uni e bi-dimensionais das equações de Saint-Venant (com e sem transporte sólido), e corresponde a uma extensão do modelo utilizado por Canelas et al. (2011) aplicável ao problema de rotura de aterros.

As simulações realizadas neste estudo apresentaram uma concordância satisfatória com as soluções analíticas do problema de Riemann e do problema de Thacker. Em particular, as equações de conservação implementadas no modelo permitiram descreveram satisfatoriamente o movimento da água e a evolução das configurações do fundo para diversos casos bem estudados e documentados com soluções analíticas.

Em relação aos problemas identificados, refira-se: (i) problemas de Riemann com leito móvel demonstrou dificuldade em descrever a propagação das ondas de choque e dos estados constantes entre as ondas (justificado pelo facto do esquema numérico adotado tender para o desequilíbrio); (ii) problemas de bacia parabólica com oscilação plana - observou-se uma dissipação excessiva de energia induzida pelo esquema de molhagem/secagem; e (iii) verificou-se rigidez da malha (imposta pela ortogonalidade da malha quadrada).

Os hidrogramas efluentes da brecha, que permitiram uma validação mais completa do modelo

numérico, foram estimados com base nos dados adquiridos nos ensaios de rotura realizados no LNEC. O algoritmo de instabilização considerado foi satisfatório na descrição dos deslizamentos de massa observados nos taludes da brecha inicial uma vez que o alargamento da brecha foi corretamente modelado. No entanto, foi necessário utilizar alguns valores artificiais de parâmetros geotécnicos. Ou seja, continua a verificar-se a necessidade de descrever de forma detalhada os processos de instabilização geotécnica, nomeadamente através da inclusão de fenómenos tridimensionais, como sejam a infra-escavação. O modelo deve conseguir simular o alargamento instantâneo da brecha observado nos ensaios experimentais sem que seja necessário a implementação de valores artificiais nos parâmetros geotécnicos.

8 Agradecimentos

Os autores agradecem ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) pela disponibilização da Instalação de Rotura de Aterros para a realização dos ensaios experimentais que suportaram a componente numérica apresentada neste artigo, assim como por todo o apoio prestado na preparação e realização dos mesmos.

Este trabalho foi parcialmente financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT) através do Projeto RECI/ECM-HID/0371/2012. O terceiro autor agradece também à FCT pelo apoio financeiro através da Bolsa de Doutoramento SFRH/BD/47694/2008.

Referências

- Allsop, N. W. H. A., A. Kortenhaus, and M. W. Morris (2007). Failure mechanisms for flood defense structures. *FLOODsite Consortium*.
- Canelas, R. (2010). 2D Mathematical Modeling of Discontinuous Shallow Sediment-laden Flows. Ph. D. thesis, Instituto Superior Técnico.
- Canelas, R., J. Murillo, and R. Ferreira (2011). 2d simulation of discontinuous shallow flows. In Experimental Methods in Hydraulic Research, pp. 141–153. Springer.
- Canelas, R., J. Murillo, and R. M. Ferreira (2013). Two-dimensional depth-averaged modelling of dambreak flows over mobile beds. *Journal of Hydraulic Research* 51(4), 392–407.
- Costa, J. E. (1985). Floods from dam failures. Open-File Rep. No. 85-560.
- Ferreira, R. M. L. (2005). River Morphodynamics and Sediment Transport Conceptual Model and Solutions. Ph. D. thesis, Instituto Superior Técnico.

- Foster, M., R. Fell, and M. Spannagle (2000). The statistics of embankment dam failures and accidents. Canadian Geotechnical Journal 37(5), 1000–1024.
- Guan, M., N. G. Wright, and P. A. Sleigh (2014). 2d process-based morphodynamic model for flooding by noncohesive dyke breach. *Journal of Hydraulic Engineering* 140(7).
- Thacker, W. C. (1981). Some exact solutions to the nonlinear shallow-water wave equations. *Journal of Fluid Mechanics* 107, 499 508.
- Wahl, T. L. (1998). Prediction of embankment dam breach parameters: A literature review and needs assessment.
- Yochum, S. E., L. A. Goertz, and P. H. Jones (2008). Case study of the big bay dam failure: Accuracy and comparison of breach predictions. *Journal of Hydraulic Engineering* 134 (9), 1285–1293.