

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO
AO LONGO DO TEMPO
DE BARRAGENS ABÓBADA**

António Lopes Batista

(Licenciado)

Orientador: Engenheiro Carlos Alberto de Brito Pina
Co-Orientador: Doutor Dinar Reis Zamith Camotim

Júri:

Presidente – Reitor da Universidade Técnica de Lisboa
Vogais – Engenheiro Eduardo Romano de Arantes e Oliveira
– Doutor Raimundo Moreno Delgado
– Doutor Dinar Reis Zamith Camotim
– Doutor Francisco Baptista Esteves Virtuoso
– Engenheiro Carlos Alberto de Brito Pina
– Doutor José Antero Senra Vieira de Lemos
– Engenheiro Manuel Maria Basílio Pinho de Miranda

Dissertação elaborada no Laboratório Nacional de Engenharia Civil
para obtenção do grau de
Doutor em Engenharia Civil pela Universidade Técnica de Lisboa
no âmbito do protocolo de cooperação entre o IST e o LNEC

Lisboa, Fevereiro de 1998

*Aos meus Pais e
aos meus Filhos
Helena e Ricardo*

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO AO LONGO DO TEMPO DE BARRAGENS ABÓBADA

Resumo

O objectivo do presente trabalho é contribuir, no domínio dos modelos e dos métodos, para uma melhoria das capacidades de análise do comportamento ao longo do tempo das barragens abóbada e de outras estruturas de betão em massa que possam ser idealizadas como cascas.

Pretendendo-se analisar as fases de construção, primeiro enchimento da albufeira e exploração normal das obras, as principais contribuições estão relacionadas com os seguintes aspectos: i) obtenção da topologia final das estruturas através de um processo incremental, considerando a variável tempo; ii) consideração de um modelo de comportamento do betão que inclui os efeitos da não-linearidade no ramo de tracção, para a parcela instantânea da deformação, da fluência e da relaxação, para a parcela diferida dessa deformação, e a maturação; e iii) consideração do comportamento não-linear das superfícies de descontinuidade.

A análise dos modelos foi realizada pelo método dos elementos finitos, utilizando-se uma técnica incremental, quer na discretização da carga, quer na resolução dos problemas não-linear e ao longo do tempo. São usados elementos finitos de casca espessa para representação do meio contínuo, elementos de junta para representação das superfícies de descontinuidade e elementos de superfície para introdução da deformabilidade da fundação através da técnica dos coeficientes de Vogt.

Os estudos de aplicação contemplaram as análises do comportamento durante a construção e o primeiro enchimento da albufeira da barragem do Alto Lindoso, e a análise do comportamento ao longo de toda a vida da barragem de Cahora-Bassa. Os resultados obtidos nestas análises apresentaram, em regra, uma boa concordância com os resultados da observação contínua das obras, o que atesta a fiabilidade das ferramentas numéricas desenvolvidas.

ANALYSIS OF ARCH DAMS BEHAVIOUR OVER TIME

Abstract

The aim of this work is to contribute, on the domain of models and methods, to improve the analysis capabilities of the behaviour over time of arch dams and other massive concrete shell structures.

To analyse the construction, first filling and operation stages, the main contributions are related to the following topics: i) the final structure topology is obtained by an incremental process, taking into account the time variable; ii) the concrete behaviour model includes the non-linearity on the tension branch for the instantaneous part of the deformation, creep and relaxation for the delayed part of this deformation, and the ageing effect for both; and iii) the non-linear behaviour of the interfaces is take into account.

The finite element method was used for the model analysis. An incremental technique was used to discretize the loads and to solve the non-linear and over time problems. Thick shell finite elements were used to simulate the continuous medium behaviour, joint elements to represent the interfaces and surface elements to include the foundation deformability by means of the Vogt's coefficients technique.

The prototype studies concerned the behaviour analysis of Alto Lindoso dam during construction and first filling stages, and of Cahora-Bassa dam during first filling and operation stages. A good agreement between numerical results and observation data was achieved, demonstrating the fiability of the numerical tools developed.

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO AO LONGO DO TEMPO
DE BARRAGENS ABÓBADA**

Palavras chave

Barragem abóbada
Betão em massa
Superfície de descontinuidade
Fendilhação
Fluência
Relaxação

ANALYSIS OF ARCH DAMS BEHAVIOUR OVER TIME

Key words

Arch dam
Plain concrete
Interface
Cracking
Creep
Relaxation

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho só foi possível com os meios humanos e materiais que foram postos à disposição pela Direcção do Laboratório Nacional de Engenharia Civil e pela Chefia do Departamento de Barragens, a quem desejo expressar o meu agradecimento.

Este trabalho enquadra-se na sequência de outros que foram realizados no Núcleo de Dimensionamento Experimental e de Estudos Especiais e no Núcleo de Observação do Departamento de Barragens. Por isso foi desenvolvido com o apoio de várias pessoas, a quem desejo manifestar o meu reconhecimento, em particular:

- Ao Investigador Carlos Alberto de Brito Pina, cuja orientação e permanente incentivo contribuíram determinantemente para a formação do autor nos domínios das barragens de betão e dos métodos numéricos de análise e, consequentemente, na concretização deste trabalho.
- Ao Professor Dinar Camotim, meu orientador no Instituto Superior Técnico, pela disponibilidade e ensinamentos transmitidos nas fases cruciais de elaboração da tese.
- Ao Investigador José Mora Ramos, por todo o empenho na transmissão de conhecimentos relativos à observação e ao controlo da segurança das barragens de betão, e pela constante preocupação e disponibilidade para a discussão dos problemas surgidos durante a realização do trabalho.
- Aos Professores Francisco Virtuoso e Pedro Borges Dinis, do Instituto Superior Técnico, pelos valiosos conselhos técnico-científicos que lhes foram solicitados.
- Ao Professor Manuel Pinho de Miranda, da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto e da Electricidade de Portugal, pelo interesse e disponibilidade para a discussão de alguns temas tratados no trabalho.
- Ao Bolseiro de Investigação Guilherme Gomes, pela eficiente colaboração no tratamento gráfico de dados e resultados.
- Aos meus colegas do Departamento de Barragens, Investigadores José Vieira de Lemos, Romano Câmara, José Soares de Pinho e José Muralha, e Engenheiros Eliane Portela, António Tavares de Castro, Sérgio Oliveira e Jorge Pereira Gomes, pelo apoio e disponibilidade para diversas trocas de impressões.
- Ao pessoal da Secretaria e da Sala de Desenho do Departamento de Barragens, nomeadamente às Sras. Anabela Teixeira e Natália Vaz, pela esmerada colaboração prestada.
- Ao Técnico Especialista Tuxarcanta Gaunencar, pela atenta revisão do texto final.

ÍNDICE DO TEXTO

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Generalidades	1
1.2 - As barragens abóbada	5
1.3 - Modelos e métodos de análise estrutural das barragens abóbada	7
1.4 - Objectivos e estruturação da tese	8

2 - MODELO DE ANÁLISE ESTRUTURAL DAS BARRAGENS ABÓBADA

2.1 - Introdução	11
2.2 - Características gerais das barragens abóbada	12
2.3 - Características gerais do comportamento mecânico dos materiais	13
2.4 - Modelação do comportamento mecânico dos materiais	17
2.4.1 - Generalidades	17
2.4.2 - Materiais elásticos, viscosos e rígido-plásticos	17
2.4.3 - Associações de modelos reológicos elementares	20
2.5 - Características estruturais das barragens abóbada	26
2.5.1 - Generalidades	26
2.5.2 - Equações gerais da teoria da elasticidade	28
2.5.3 - Equilíbrios de casca espessa	32
2.6 - Ligações exteriores	34
2.7 - Acções	38
2.7.1 - Generalidades	38
2.7.2 - Peso próprio	39
2.7.3 - Acções térmicas	40
2.7.4 - Acções da água	46
2.7.5 - Outras acções	49

3 - COMPORTAMENTO INSTANTÂNEO DOS MATERIAIS

3.1 - Introdução	53
3.2 - Comportamento mecânico dos materiais	53
3.3 - Modelação do comportamento à compressão	57
3.4 - Modelação do comportamento à tracção	58
3.4.1 - Abordagens de fenda discreta e de fenda distribuída	58
3.4.2 - Teoria da mecânica da fractura	60
3.4.3 - Modelo de comportamento adoptado	68
3.4.4 - Formulação do modelo da banda de fendilhação	71
3.4.5 - Parâmetros característicos de fractura do betão	79

4 - COMPORTAMENTO DIFERIDO DO BETÃO

4.1 - Introdução	83
4.2 - Maturação, retracção e fluência	84
4.3 - Caracterização das deformações de fluência do betão	88
4.4 - Características das funções de fluência do betão	92
4.5 - Maturação e fluência segundo o CEB Model Code 1978 (CEB-MC78)	96
4.6 - Maturação e fluência segundo o CEB Model Code 1990 (CEB-MC90)	103
4.7 - Maturação e fluência segundo o modelo de Bazant e Panula de 1978-79 (BaP)	109
4.8 - Comparação entre os modelos de previsão de fluência	115
4.9 - Caracterização da deformabilidade do betão das barragens portuguesas	122

5 - COMPORTAMENTO DAS SUPERFÍCIES DE DESCONTINUIDADE

5.1 - Introdução	127
5.2 - Comportamento mecânico das superfícies de descontinuidade	128
5.3 - Modelação do comportamento tangencial e normal	134
5.4 - Critérios de resistência	137
5.5 - Modelo de comportamento adoptado	139

6 - MÉTODOS DE ANÁLISE

6.1 - Introdução	143
6.2 - Formulação genérica do método dos elementos finitos	145
6.3 - Solução das equações de equilíbrio não-lineares	148
6.4 - Métodos de integração da função de fluência no tempo	153
6.4.1 - Métodos algébricos	153
6.4.2 - Aproximação da função de fluência por séries de Dirichlet	155
6.4.3 - Relações constitutivas incrementais de fluência	158
6.4.4 - Solução das equações de equilíbrio dependentes do tempo	161
6.5 - Equações de equilíbrio não-lineares e dependentes do tempo	162
6.6 - Técnicas de integração numérica	163

7 - ESTUDOS DE APLICAÇÃO

7.1 - Introdução	165
7.2 - Estudo da construção da barragem do Alto Lindoso	166
7.2.1 - Características da barragem	166
7.2.2 - Estudo da elevação de um trecho de um bloco	172
7.2.3 - Estudo da elevação global das formas da barragem	181
7.3 - Análise do comportamento da barragem do Alto Lindoso durante o primeiro enchimento da albufeira	195
7.4 - Análise do comportamento ao longo do tempo da barragem de Cahora-Bassa	206

8 - CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

8.1 - Síntese do trabalho	221
8.2 - Perspectivas futuras	224

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	227
---	-----

ANEXO - Formulação em deslocamentos dos elementos utilizados

A.1 - Elementos finitos de casca espessa	241
A.1.1 - Funções de interpolação. Matriz de rigidez elementar	241
A.1.2 - Forças nodais equivalentes às solicitações	249
A.2 - Elementos de junta	252
A.2.1 - Funções de interpolação. Matriz de rigidez elementar	252
A.2.2 - Forças nodais equivalentes a tensões iniciais	257
A.3 - Elementos de superfície para introdução da deformabilidade da fundação .	258

ÍNDICE DE FIGURAS

Cap. 1:

- Fig. 1.1 - Tipos estruturais de barragens de betão: barragem gravidade (a),
barragem abóbada simples (b), barragem de abóbadas múltiplas (c)
e barragem de contrafortes (d) 5

Cap. 2:

- Fig. 2.1 - Modelos descontínuos para o estudo de barragens abóbada 16
- Fig. 2.2 - Modelação do comportamento dos materiais elásticos 18
- Fig. 2.3 - Modelação do comportamento dos materiais viscosos 19
- Fig. 2.4 - Modelação do comportamento dos materiais rígido-plásticos 20
- Fig. 2.5 - Corpo de Maxwell. Deformações sob tensão constante (a)
e tensões sob deformação constante (b) 22
- Fig. 2.6 - Corpo de Kelvin. Deformações sob tensão constante (a)
e tensões sob deformação constante (b) 23
- Fig. 2.7 - Corpo de Burgers 25
- Fig. 2.8 - Modelo elastoplástico perfeito 26
- Fig. 2.9 - Definição estrutural das superfícies de descontinuidade 32
- Fig. 2.10 - Técnica dos coeficientes de Vogt para consideração da deformabilidade
da fundação. Convenção de referenciais 36
- Fig. 2.11 - Espectros térmicos das temperaturas do ar dos locais das
barragens do Picote, Cabril e Fratel [Teles, 1985] 42
- Fig. 2.12 - Fundações de barragens abóbada sem e com cortina de impermeabilização.
Equipotenciais para meios homogéneos e isotrópos [Mascarenhas, 1979] . . 48

Cap. 3:

- Fig. 3.1 - Comportamento uniaxial do betão à tracção (a) e à
compressão (b) [Mazars, 1991] 54
- Fig. 3.2 - Comportamento uniaxial das rochas à compressão [Rocha, 1981] 55
- Fig. 3.3 - Comportamento biaxial do betão [Kupfer et al, 1969] 55
- Fig. 3.4 - Comportamento triaxial do betão [Balmer, 1949] 56
- Fig. 3.5 - Comportamento do betão para cargas cíclicas [Yankelevsky et al, 1989] . . 56
- Fig. 3.6 - Representação esquemática dos modos de fractura 60

Fig. 3.7 - Distribuição de tensões nas extremidades de orifícios de uma placa infinita sujeita à tracção	61
Fig. 3.8 - Placa dotada de uma fenda de comprimento $2a$. Convenções de referenciais e de solicitações	62
Fig. 3.9 - Distribuição de tensões na zona em processo de fractura (ZPF), em materiais dúcteis (a) e em materiais frágeis (b)	64
Fig. 3.10 - Comportamento do betão à tracção. Modelo de fenda fictícia (a) e modelo da banda de fendilhação (b)	66
Fig. 3.11 - Comportamento do betão à tracção para cargas alternadas (a) e diferentes possibilidades de modelação desse comportamento (b), (c) e (d)	67
Fig. 3.12 - Modelo de comportamento do betão à tracção. Fases de desenvolvimento da fendilhação (a) e princípio de conservação da energia de fractura (b) . . .	68
Fig. 3.13 - Objectivização do modelo de comportamento do betão à tracção. Ajustamento do ramo de amolecimento (a) e diminuição da resistência de pico (b) .	70
Fig. 3.14 - Estimativa da largura da banda de fendilhação em diferentes casos [Rots et al, 1985]	71
Fig. 3.15 - Modelo da banda de fendilhação. Convenção de referenciais no caso plano (a) e decomposição das deformações (b)	72
Fig. 3.16 - Modelo da banda de fendilhação. Convenção de referenciais no caso tridimensional	72
Fig. 3.17 - Representação gráfica dos conceitos referentes aos modos de fractura de tracção (a) e de corte (b)	79
Fig. 3.18 - Modelo de previsão dos parâmetros característicos do comportamento do betão à tracção, de acordo com o CEB-MC90	82
Cap. 4:	
Fig. 4.1 - Fases de presa e de endurecimento do betão	85
Fig. 4.2 - Variações autogéneas de volume do betão da barragem do Cabril, ao fim de 30 anos [Pinho et al, 1984]	87
Fig. 4.3 - Evolução da deformação ao longo do tempo do betão sujeito a tensão constante. Deformação elástica e deformação de fluência	88
Fig. 4.4 - Evolução da deformação do betão sujeito a tensão constante num dado período de tempo	89
Fig. 4.5 - Evolução da deformação ao longo do tempo do betão sujeito a tensão constante. Fluências primária, secundária e terciária	90

Fig. 4.6	- Evolução da deformação ao longo do tempo do betão sujeito a tensão constante. Elasticidade diferida e escoamento	90
Fig. 4.7	- Relação E_R/R obtida experimentalmente em função da resistência padrão do cimento aos 2 dias de idade [Bresson, 1982]	96
Fig. 4.8	- Desenvolvimento ao longo do tempo da resistência ($\beta_{cc}(t)$), de acordo com o CEB-MC78	97
Fig. 4.9	- Influência da idade de carga na plasticidade instantânea ($\beta_a(t_0)$), de acordo com o CEB-MC78	99
Fig. 4.10	- Evolução no tempo da elasticidade diferida ($\beta_d(t)$), de acordo com o CEB-MC78	99
Fig. 4.11	- Variação do coeficiente λ com a humidade relativa, de acordo com o CEB-MC78	100
Fig. 4.12	- Influência da humidade relativa hr (a) e da espessura fictícia da peça h_0 (b) no coeficiente de plasticidade diferida φ_f , de acordo com o CEB-MC78	101
Fig. 4.13	- Variação ao longo do tempo da função correspondente à plasticidade diferida ($\beta_f(t)$), de acordo com o CEB-MC78	102
Fig. 4.14	- Desenvolvimento ao longo do tempo da resistência ($\beta_{cc}(t)$), de acordo com o CEB-MC90	104
Fig. 4.15	- Influência da humidade relativa hr (a), da resistência do betão (b) e da idade de carga t_0 (c) no coeficiente de fluência de referência, de acordo com o CEB-MC90	106
Fig. 4.16	- Variação do parâmetro β_h com a humidade relativa hr e com a espessura equivalente h_e , de acordo com o CEB-MC90	107
Fig. 4.17	- Função correspondente à variação com o tempo sob carga do coeficiente de fluência (β_c), de acordo com o CEB-MC90	107
Fig. 4.18	- Variação dos parâmetros E_0 (a), ϕ_1 (b), m (c) e n (d) com a resistência do betão, no modelo BaP	111
Fig. 4.19	- Variação do módulo de elasticidade com a resistência do betão, para as idades de carga de 7 dias, 28 dias e 1 ano, de acordo com o CEB-MC78 (a), CEB-MC90 (b) e BaP (c)	117
Fig. 4.20	- Variação do módulo de elasticidade com a idade de carga, para resistências médias cilíndricas de 20 MPa e 30 MPa, de acordo com o CEB-MC78 (a), CEB-MC90 (b) e BaP (c)	118

Fig. 4.21 - Variação do módulo de elasticidade com a idade de carga, para o betão crivado pelo peneiro de 38 mm, obtido a partir do betão dominante da barragem do Alto Lindoso [LNEC, 1993]	119
Fig. 4.22 - Desenvolvimento da fluência específica com o tempo sob carga, para uma resistência média cilíndrica de 20 MPa, de acordo com o CEB-MC78 (a), CEB-MC90 (b) e BaP (c)	120
Fig. 4.23 - Desenvolvimento da fluência específica com o tempo sob carga, para uma resistência média cilíndrica de 30 MPa, de acordo com o CEB-MC78 (a), CEB-MC90 (b) e BaP (c)	121
Fig. 4.24 - Esquema das células de fluência	124

Cap. 5:

Fig. 5.1 - Comportamento de superfícies de descontinuidade em compressão [Barton et al, 1985]	129
Fig. 5.2 - Comportamento de superfícies de descontinuidade ao corte, com diferentes tensões de compressão [Muralha, 1995]	130
Fig. 5.3 - Definição da dilatância no deslizamento de superfícies de descontinuidade	130
Fig. 5.4 - Efeitos da dilatância no deslizamento de superfícies de descontinuidade. Variação dos deslocamentos normais nos ensaios de corte [Barton et al, 1985]	131
Fig. 5.5 - Efeito de escala no deslizamento de superfícies de descontinuidade. Decréscimo da tensão tangencial de pico com o aumento da dimensão das amostras [Bandis, 1980]	131
Fig. 5.6 - Comportamento de superfícies de descontinuidade em ensaios cíclicos de compressão [Barton et al, 1985]	132
Fig. 5.7 - Comportamento de superfícies de descontinuidade em ensaios cíclicos de deslizamento sob tensão normal constante. Evolução das tensões tangenciais (a) e da dilatância (b) [Jing, 1990]	133
Fig. 5.8 - Variação da resistência tangencial com o sentido do deslizamento (a) e com a tensão normal (b) [Jing et al, 1992]	134
Fig. 5.9 - Modelos trilineares do comportamento tangencial de superfícies de descontinuidade. Modelos de rigidez constante (a) e de deslocamentos constantes (b) [Goodman et al, 1977]	136

Fig. 5.10 - Modelo de comportamento das superfícies de descontinuidade. Critérios de rotura e relações entre as tensões e as variações de deslocamentos nas direcções tangencial (a) e normal (b)	140
---	-----

Cap. 6:

Fig. 6.1 - Técnicas de resolução de sistemas de equações não-lineares utilizando a rigidez tangente (a) e a rigidez inicial (b)	151
Fig. 6.2 - Discretização da carga através das aproximações rectangular (a), trapezoidal (b) e trapezoidal no ponto médio do intervalo de tempo (c) . .	154
Fig. 6.3 - Corpo de Hooke e cadeia de corpos de Kelvin associados em série	156
Fig. 6.4 - Representação dos termos da série de Dirichlet: termo genérico (a) e primeiros termos (b)	156

Cap. 7:

Fig. 7.1 - Barragem do Alto Lindoso	167
Fig. 7.2 - Barragem do Alto Lindoso. Sequência de construção	168
Fig. 7.3 - Barragem do Alto Lindoso. Vista de jusante durante a construção	168
Fig. 7.4 - Barragem do Alto Lindoso. Sistema de observação de deslocamentos e extensões (alçado de montante pela superfície de referência)	169
Fig. 7.5 - Barragem do Alto Lindoso. Curvas de fluência e de relaxação do betão .	171
Fig. 7.6 - Barragem do Alto Lindoso. Ajuste dos módulos de elasticidade dos betões jovens	172
Fig. 7.7 - Modelo de cálculo térmico, por elementos finitos, para simulação do processo construtivo [Teles, 1985]	173
Fig. 7.8 - Evolução da temperatura, devida à libertação do calor de hidratação, em três pontos do bloco [Teles, 1985]	174
Fig. 7.9 - Modelo estrutural para simulação da betonagem de camadas sucessivas durante o processo construtivo	174
Fig. 7.10 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias. Deslocamentos horizontais do bloco a longo prazo	175
Fig. 7.11 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias. Evolução dos deslocamentos horizontais dos pontos do contorno coincidentes com os planos de simetria do bloco	176
Fig. 7.12 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias. Tensões horizontais a longo prazo em quatro secções do bloco	177

Fig. 7.13 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias. Evolução das tensões horizontais num ponto na vizinhança do centro do bloco	178
Fig. 7.14 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias, com interrupção de 3 meses entre as camadas 1 e 2. Deslocamentos horizontais do bloco a longo prazo	179
Fig. 7.15 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias, com interrupção de 3 meses entre as camadas 1 e 2. Evolução das tensões horizontais num ponto na vizinhança do centro do bloco	180
Fig. 7.16 - Barragem do Alto Lindoso. Modelo estrutural (a) e malha de elementos finitos de casca espessa (b)	182
Fig. 7.17 - Barragem do Alto Lindoso. Deslocamentos devidos à acção do peso próprio, no final do 12º mês de construção	184
Fig. 7.18 - Barragem do Alto Lindoso. Deslocamentos devidos à acção do peso próprio, no final do 24º mês de construção	185
Fig. 7.19 - Barragem do Alto Lindoso. Deslocamentos devidos à acção do peso próprio, no final da construção (36º mês)	186
Fig. 7.20 - Barragem do Alto Lindoso. Movimentos de abertura das juntas de contracção devidos à acção do peso próprio, no final do 12º mês de construção	187
Fig. 7.21 - Barragem do Alto Lindoso. Movimentos de abertura das juntas de contracção devidos à acção do peso próprio, no final do 24º mês de construção	188
Fig. 7.22 - Barragem do Alto Lindoso. Movimentos de abertura das juntas de contracção devidos à acção do peso próprio, no final da construção (36º mês)	189
Fig. 7.23 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos devidas à acção do peso próprio, no final do 12º mês de construção	190
Fig. 7.24 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos devidas à acção do peso próprio, no final do 24º mês de construção	191
Fig. 7.25 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos devidas à acção do peso próprio, no final da construção (36º mês)	192
Fig. 7.26 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos devidas à acção do peso próprio, suposto instalado instantaneamente numa estrutura com juntas de contracção não resistentes à tracção	193

Fig. 7.27 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos devidas à acção do peso próprio, suposto instalado instantaneamente numa estrutura monolítica	194
Fig. 7.28 - Barragem do Alto Lindoso. Patamares de observação durante o primeiro enchimento da albufeira	195
Fig. 7.29 - Barragem do Alto Lindoso. Evolução do nível da água durante o primeiro enchimento da albufeira	196
Fig. 7.30 - Barragem do Alto Lindoso. Variações de temperatura nos paramentos da barragem devidas ao enchimento da albufeira e às ondas térmicas anuais na água e no ar	197
Fig. 7.31 - Barragem do Alto Lindoso. Isotérmicas correspondentes às variações de temperatura na consola central entre os quatro patamares, observadas (a) e calculadas (b)	198
Fig. 7.32 - Barragem do Alto Lindoso. Evolução dos movimentos de abertura/fecho das juntas centrais 11 e 13 à cota 326,5 m	199
Fig. 7.33 - Barragem do Alto Lindoso. Evolução dos deslocamentos radiais no ponto correspondente à base de leitura do fio de prumo central à cota 326,5 m	201
Fig. 7.34 - Barragem do Alto Lindoso. Deslocamentos horizontais dos arcos correspondentes às galerias de visita GV1, GV2 e GV3, entre 92/01/14 e 94/04/28	202
Fig. 7.35 - Barragem do Alto Lindoso. Deslocamentos verticais dos arcos correspondentes às galerias de visita GV1, GV2 e GV3, entre 92/01/14 e 94/04/28	203
Fig. 7.36 - Barragem do Alto Lindoso. Variação do estado de tensão a 1 m dos paramentos da barragem, entre o início e o final do primeiro enchimento	204
Fig. 7.37 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos da barragem no final do primeiro enchimento	205
Fig. 7.38 - Barragem de Cahora-Bassa. Vista	206
Fig. 7.39 - Barragem de Cahora-Bassa. Sequência de construção	207
Fig. 7.40 - Barragem de Cahora-Bassa. Sistema de observação de deslocamentos, extensões e tensões	208

Fig. 7.41	- Barragem de Cahora-Bassa. Detecção das expansões no betão através das extensões observadas nos extensómetros correctores (a) e através de nivelamentos geométricos de precisão (b)	209
Fig. 7.42	- Barragem de Cahora-Bassa. Estimativa da evolução e zonamento das expansões no betão	210
Fig. 7.43	- Barragem de Cahora-Bassa. Curvas de fluência e de relaxação do betão .	211
Fig. 7.44	- Barragem de Cahora-Bassa. Malha de elementos finitos	212
Fig. 7.45	- Barragem de Cahora-Bassa. Discretização do nível de água na albufeira .	212
Fig. 7.46	- Barragem de Cahora-Bassa. Ondas térmicas anuais no ar e na água (a) e deslocamentos radiais induzidos em dois pontos da consola central às cotas 296,0 m e 248,5 m (b)	213
Fig. 7.47	- Barragem de Cahora-Bassa. Deslocamentos radiais do ponto da consola central à cota 296,0 m	215
Fig. 7.48	- Barragem de Cahora-Bassa. Deslocamentos radiais do ponto da consola central à cota 248,5 m	216
Fig. 7.49	- Barragem de Cahora-Bassa. Deslocamentos verticais de duas galerias, às cotas 296,0 m e 224,75 m, entre Julho de 1977 e Julho de 1994	217
Fig. 7.50	- Barragem de Cahora-Bassa. Evolução dos deslocamentos verticais ao longo do tempo, no ponto da consola central à cota 296,0 m	218
Fig. 7.51	- Barragem de Cahora-Bassa. Tensões principais nos paramentos da barragem, calculadas para o final do período em estudo (meados de 1996) .	218
Fig. 7.52	- Barragem de Cahora-Bassa. Evolução da tensão horizontal no ponto à cota 172,0 m do fecho dos arcos, a jusante	219
Fig. 7.53	- Barragem de Cahora-Bassa. Evolução da tensão horizontal no ponto à cota 276,0 m do fecho dos arcos, a montante	220

Anexo:

Fig. A.1	- Elemento finito de casca espessa. Ordenação dos pontos nodais e convenção de referenciais	241
Fig. A.2	- Elemento de junta. Ordenação dos pontos nodais e convenção de referenciais	253
Fig. A.3	- Técnica dos coeficientes de Vogt para introdução da deformabilidade da fundação, em estruturas analisadas por elementos finitos de casca espessa	258
Fig. A.4	- Elemento de superfície para introdução da deformabilidade da fundação. Ordenação dos pontos nodais e convenção de referenciais	259

LISTA DE SIGLAS

- ACI - American Concrete Institute
- AEIST - Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico
- ASCE - American Society of Civil Engineers
- BaP - modelo de Bazant e Panula
- CEB - Comité Euro-International du Béton
- DAB - Divisão de Aglomerantes e Betões
- DDE - Divisão de Dimensionamento Experimental
- DEE - Divisão de Estudos Especiais
- DFT - Divisão de Fundações e Túneis
- DO - Divisão de Observação
- EDP - Electricidade de Portugal
- FEUP - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
- FIP - Fédération Internationale de la Précontrainte
- ISE - Institution of Structural Engineers
- IST - Instituto Superior Técnico
- LNEC - Laboratório Nacional de Engenharia Civil
- MC78 - Model Code de 1978
- MC90 - Model Code de 1990
- MFEL - mecânica da fractura elástica linear
- MFNL - mecânica da fractura não-linear
- MMQ - método dos mínimos quadrados
- NDE - Núcleo de Dimensionamento Experimental
- NEE - Núcleo de Estudos Especiais
- NPB - Normas de Projecto de Barragens
- NO - Núcleo de Observação
- NP - Núcleo de Prospeção
- REBAP - Regulamento de Estruturas de Betão Armado Pré-Esforçado
- RILEM - The International Union of Testing and Research Laboratories for Materials and Structures
- RSB - Regulamento de Segurança de Barragens
- USBR - United States Bureau of Reclamation
- ZPF - zona em processo de fractura

LISTA DE SÍMBOLOS

- a_{ij} - co-seno director dos versores \underline{e}'_i e \underline{e}_j
 A - área
 A_c - área da secção transversal
 A_{ian} - termos da matriz da relação entre as derivadas dos deslocamentos e os deslocamentos nodais
 α - coeficiente de dilatação térmica linear
 α_f - coeficiente para estimar a abertura da fenda para tensão nula, de acordo com o CEB-MC90
 α_t - parâmetro que traduz a influência do tipo de cimento no tempo equivalente, de acordo com o CEB-MC90
 α_T - parâmetro que traduz a influência do tipo de cimento no tempo equivalente, de acordo com o CEB-MC78
 α^* - parâmetro da função de fluência de Bazant e Panula

 b_i - componentes das forças mássicas devidas ao escoamento
 \underline{b} - vector das forças mássicas
 \underline{B} - matriz das derivadas das funções de interpolação
 B_{ij} - termos da matriz das derivadas das funções de interpolação no plano
 β - factor de retenção da rigidez de corte do material fendilhado
 β_a - função que define o desenvolvimento ao longo do tempo da plasticidade instantânea do betão, de acordo com o CEB-MC78
 β_b - função que define o desenvolvimento ao longo do tempo da elasticidade diferida do betão, de acordo com o CEB-MC78
 β_c - função que define a variação ao longo do tempo do coeficiente de fluência do betão, de acordo com o CEB-MC90
 β_f - função que define o desenvolvimento ao longo do tempo da plasticidade diferida do betão, de acordo com o CEB-MC78
 β_h - função que traduz a influência da humidade relativa e da espessura equivalente na variação da fluência ao longo do tempo, de acordo com o CEB-MC90
 β_{cc} - funções que definem o desenvolvimento ao longo do tempo da resistência do betão, de acordo com o CEB-MC78 e CEB-MC90
 β_E - função que define o desenvolvimento ao longo do tempo da rigidez do betão, de acordo com o CEB-MC90

- $\beta_{\varphi f}$ - função que traduz a influência da resistência do betão no coeficiente de fluência de referência, de acordo com o CEB-MC90
- $\beta_{\varphi 0}$ - função que traduz a influência da idade de carga no coeficiente de fluência de referência, de acordo com o CEB-MC90
- c - coesão
- c - calor específico
- c_p - valor de pico da coesão
- c_r - valor residual da coesão
- C - capacidade calorífica
- $d_{máx}$ - máxima dimensão dos inertes
- d'_m - vector que agrupa os deslocamentos médios e as rotações, nos eixos locais de cada faixa da superfície de inserção na fundação
- \underline{D} - matriz de elasticidade, nos eixos globais
- \underline{D}' - matriz de elasticidade, nos eixos locais
- D^I - módulo de rigidez relativo ao modo de deformação *I*
- D^{II} - módulo de rigidez relativo ao modo de deformação *II*
- D^{III} - módulo de rigidez relativo ao modo de deformação *III*
- \underline{D}^{co} - matriz de rigidez do contínuo entre fendas
- \underline{D}^{cr} - matriz de rigidez da fenda
- \underline{D}^{crco} - matriz de rigidez do meio contínuo equivalente fendilhado
- D_{ij} - termos da matriz que relaciona as tensões normais e as extensões, nos eixos globais
- D'_{ij} - termos da matriz que relaciona as tensões normais e as extensões, nos eixos locais
- DF'_{ij} - termos da matriz que relaciona o vector de forças e momentos e o vector de deslocamentos médios e rotações, nos eixos locais de cada faixa da superfície de inserção na fundação
- DG_{ij} - termos não diagonais da matriz que relaciona as tensões e as deformações
- δ_0 - fecho da descontinuidade
- δ_{ij} - símbolo de Kronecker
- \underline{e}_i - versor da direcção do eixo global *i*
- \underline{e}'_i - versor da direcção do eixo local *i*
- E - módulo de elasticidade tangente

-
- E_e - módulo de elasticidade efectivo
 - E_m - módulo de elasticidade secante
 - E_R - energia de activação da reacção química
 - E_0 - módulo de elasticidade fictício do modelo de fluência de Bazant e Panula
 - E_{28} - módulo de elasticidade tangente aos 28 dias de idade
 - E^i - módulo de elasticidade do termo i da série de Dirichlet
 - ε - extensão; deformação
 - $\underline{\varepsilon}$ - vector das deformações
 - ε_i - extensão segundo a direcção do eixo global i
 - ε_i' - extensão segundo a direcção do eixo local i
 - ε_t - extensão correspondente ao valor da tensão resistente à tracção
 - ε_u - extensão do meio contínuo equivalente fendilhado para tensão nula
 - ε^c - deformação de fluência
 - ε^f - fluência específica
 - $\varepsilon^{f\infty}$ - fluência específica a tempo infinito
 - ε^i - deformação instantânea
 - ε^s - deformação de retracção ou de expansão
 - ε^T - deformação associada às variações de temperatura
 - ε^0 - deformação inicial
 - $\underline{\varepsilon}^{co}$ - vector das deformações do meio contínuo, referido aos eixos globais
 - $\underline{\varepsilon}^{cr}$ - vector das deformações das fendas, referido aos eixos globais
 - $\underline{\varepsilon}^{/co}$ - vector das deformações do meio contínuo, referido aos eixos locais
 - $\underline{\varepsilon}^{/cr}$ - vector das deformações das fendas, referido aos eixos locais
 - η - coeficiente de viscosidade

 - f_c - resistência à compressão simples
 - f_{cm} - valor médio da resistência à compressão simples
 - f_{cm28} - valor médio da resistência à compressão simples aos 28 dias de idade
 - f_{ck} - valor característico da resistência à compressão simples
 - f_{ck28} - valor característico da resistência à compressão simples aos 28 dias de idade
 - f_t - resistência à tracção simples
 - f_{tm} - valor médio da resistência à tracção simples
 - f^e - vector das forças nodais equivalentes no elemento
 - F_i' - componentes do vector que agrupa as forças e os momentos, nos eixos locais de cada faixa da superfície de inserção na fundação

-
- FD'_{ij} - termos da matriz que relaciona o vector de deslocamentos médios e rotações, e o vector de forças e momentos, nos eixos locais de cada faixa da superfície de inserção na fundação
- g_i - co-seno do ângulo entre uma dada direcção e a direcção do eixo i
- G - módulo de distorção
- G^s - módulo de distorção do material fendilhado
- G_{ij}^* - módulo de distorção associado às direcções dos eixos globais i e j ($G_i = G_{ii}^*$)
- G_f - energia de fractura
- G_{f0} - valor de base da energia de fractura, de acordo com o CEB-MC90
- γ - intensidade das forças mássicas
- γ_a - peso específico da água
- γ_b - peso específico do betão
- γ_{ij} - distorção na faceta normal ao eixo global i , segundo a direcção do eixo global j
- γ'_{ij} - distorção na faceta normal ao eixo local i , segundo a direcção do eixo local j
- h - grau de hidratação
- h - potencial hidráulico
- h_c - comprimento característico (largura da banda de fendilhação)
- h_e - espessura equivalente
- h_0 - espessura fictícia
- h^2 - difusibilidade térmica
- hr - humidade relativa
- HJ_{miaj} - termos da matriz que relaciona os deslocamentos relativos nos eixos locais e os deslocamentos nodais nos eixos globais, para o elemento de junta
- HS_{miaj} - termos da matriz que relaciona os deslocamentos médios e as rotações nos eixos locais e os deslocamentos nodais nos eixos globais, para o elemento de superfície
- HD_{miaj} - termos da matriz que relaciona os deslocamentos médios nos eixos locais e os deslocamentos nodais nos eixos globais, para o elemento de superfície
- HR_{miaj} - termos da matriz que relaciona as rotações nos eixos locais e os deslocamentos nodais nos eixos globais, para o elemento de superfície
- i - ângulo de dilatância
- JCS - coeficiente de resistência à compressão das paredes da junta

-
- JRC - coeficiente de rugosidade da junta
 J - função de fluência
 J_{mn} - termos da matriz jacobiana
- k - factor de corte
 K - condutibilidade térmica
 K_I - factor de intensidade de tensão associado ao modo de deformação I
 K_{II} - factor de intensidade de tensão associado ao modo de deformação II
 K_{III} - factor de intensidade de tensão associado ao modo de deformação III
 K_{Ic} - factor crítico de intensidade de tensão
 K_{ij} - termos da matriz de condutibilidade hidráulica
 K_{ijabmn} - termos da matriz de rigidez do elemento
 \underline{K}^e - matriz de rigidez do elemento
 KN - rigidez normal da junta
 KNT - termo cruzado da rigidez normal da junta
 KT - rigidez tangencial da junta
 KTN - termo cruzado da rigidez tangencial da junta
- L - comprimento
 λ - coeficiente que relaciona a espessura fictícia e a espessura equivalente, de acordo com o CEB-MC78
 $\underline{\Lambda}'$ - vector dos efeitos viscosos das fendas, referidos aos eixos locais
- m - parâmetro da função de fluência de Bazant e Panula
 M_{ia} - termos das funções de interpolação no espaço tridimensional
 μ - factor de retenção da rigidez normal do material fendilhado
- n - parâmetro da função de fluência de Bazant e Panula
 n_i - componentes do vector normal ao plano tangente
 n_T - parâmetro da função de fluência de Bazant e Panula, corrigido pelo efeito da temperatura
- \underline{N} - matriz das funções de interpolação
 N_i - termos das funções de interpolação no plano
 \bar{N}_j - termos das funções de interpolação lineares no plano
 $\underline{\mathbb{N}}$ - matriz de transformação que reflecte a orientação das fendas

- ν - coeficiente de Poisson
- ν_b - coeficiente de Poisson do betão
- ν_f - coeficiente de Poisson do maciço rochoso de fundação

- ω - ângulo de atrito efectivo

- p - pressão
- \underline{p} - vector das forças internas
- ph - pressão hidrostática
- p_a - intensidade da pressão num ponto da face do elemento
- p_{ja}^e - componentes da intensidade da pressão nos pontos nodais
- P_{jm} - componentes das forças concentradas
- ϕ - ângulo de atrito interno
- ϕ_p - valor de pico do ângulo de atrito interno
- ϕ_r - valor residual do ângulo de atrito interno
- ϕ_1 - parâmetro da função de fluência de Bazant e Panula
- ϕ_{1T} - parâmetro da função de fluência de Bazant e Panula, corrigido pelo efeito da temperatura

- φ - coeficiente de fluência
- φ_{b0} - parcela de fluência básica da função de Bazant e Panula
- φ_d - coeficiente de elasticidade diferida, de acordo com o CEB-MC78
- φ_{d0} - parcela de fluência de secagem da função de Bazant e Panula
- φ_f - coeficiente de plasticidade diferida, de acordo com o CEB-MC78
- φ_{f1} - parâmetro que traduz a influência da humidade relativa no coeficiente de plasticidade diferida, de acordo com o CEB-MC78
- φ_{f2} - parâmetro que traduz a influência da espessura fictícia no coeficiente de plasticidade diferida, de acordo com o CEB-MC78
- φ_{hr} - função que traduz a influência da humidade relativa e da espessura equivalente no coeficiente de fluência de referência, de acordo com o CEB-MC90
- φ_0 - coeficiente de fluência de referência, de acordo com o CEB-MC90
- $\varphi_{0,k}$ - coeficiente de fluência de referência corrigido para ter em consideração tensões aplicadas compreendidas entre $0,4 f_{cm}$ e $0,6 f_{cm}$, de acordo com o CEB-MC90

- $\underline{\psi}$ - vector das forças residuais

-
- q - vector das forças distribuídas por unidade de superfície
 q_i - componentes das forças distribuídas por unidade de superfície
 Q - quantidade de calor gerada por unidade de tempo e de volume

 r - raio
 R - constante dos gases perfeitos
 ρ - massa específica
 ρ_a - massa específica da água

 s - parâmetro que traduz a influência do tipo de cimento no desenvolvimento ao longo do tempo da resistência do betão, de acordo com o CEB-MC90
 S - superfície
 SN_{iamk} - termos da matriz que relaciona as tensões normais nos eixos locais e os deslocamentos nodais nos eixos globais
 ST_{iamk} - termos da matriz que relaciona as tensões tangenciais nos eixos locais e os deslocamentos nodais nos eixos globais

 σ - tensão
 σ^c - tensão de cedência
 σ^0 - tensão inicial
 σ^{0c} - tensão crítica de tracção
 $\underline{\sigma}$ - vector das tensões, referido aos eixos globais
 $\underline{\sigma}^{co}$ - vector das tensões no meio contínuo, referido aos eixos globais
 $\underline{\sigma}^{cr}$ - vector das tensões nas fendas, referido aos eixos globais
 $\underline{\sigma}^{/co}$ - vector das tensões no meio contínuo, referido aos eixos locais
 $\underline{\sigma}^{/cr}$ - vector das tensões nas fendas, referido aos eixos locais
 σ_i - tensão normal segundo a direcção do eixo global i
 σ_i^0 - tensão normal inicial segundo a direcção do eixo global i
 $\sigma_i^/$ - tensão normal segundo a direcção do eixo local i
 $\sigma_i^{/0}$ - tensão normal inicial segundo a direcção do eixo local i
 σ_n - tensão normal na junta

 t - tempo
 t_e - tempo equivalente
 t_i - coordenadas no sistema local de eixos
 t_s - idade em que se inicia a secagem

- t_0 - idade de carga
- T - temperatura
- T_p - temperatura padrão
- T_{jb}^e - temperatura nos pontos nodais
- T_{mp} - termos da matriz de transformação das coordenadas no sistema geral para as coordenadas no sistema local
- τ_{ij} - tensão tangencial na faceta normal ao eixo global i , segundo a direcção do eixo global j
- τ_i' - tensão tangencial na junta segundo a direcção do eixo local i
- τ_{ij}' - tensão tangencial na faceta normal ao eixo local i , segundo a direcção do eixo local j
- τ_p - valor de pico da tensão tangencial na junta
- τ_r - valor residual da tensão tangencial na junta
- τ^i - tempo de retardação do termo i da série de Dirichlet
- θ - ângulo entre o eixo global 1 e a normal ao plano da fenda
- θ_i' - rotação segundo o eixo local i
- u - perímetro em contacto com a atmosfera
- \underline{u} - vector dos deslocamentos no sistema global de eixos
- u_i - componentes dos deslocamentos no sistema global de eixos
- u_i' - componentes dos deslocamentos no sistema local de eixos
- u_i^{j0} - componentes dos deslocamentos impostos no sistema local de eixos
- \bar{u}_i' - componentes dos deslocamentos médios no sistema local de eixos
- u_n - deslocamento normal na junta
- u_t - deslocamento tangencial na junta
- \underline{u}^e - vector dos deslocamentos dos pontos nodais no sistema global de eixos
- u_{iam}^e - componentes dos deslocamentos dos pontos nodais no sistema global de eixos
- u_{iam}^{je} - componentes dos deslocamentos dos pontos nodais no sistema local de eixos
- UN_{iamk} - termos da matriz que relaciona as extensões nos eixos locais e os deslocamentos nodais nos eixos globais
- UT_{iamk} - termos da matriz que relaciona as distorções nos eixos locais e os deslocamentos nodais nos eixos globais

-
- v_i - componentes da velocidade no sistema global de eixos
 V - volume
 \dot{V} - velocidade da reacção química
- x_i - coordenadas no sistema global de eixos cartesianos
 x_i' - coordenadas no sistema local de eixos cartesianos
 x_{iam}^e - coordenadas dos pontos nodais no sistema global de eixos
 X_{iam}^e - forças nodais equivalentes no sistema global de eixos
- y_i - coordenadas locais curvilíneas, variando entre -1 e +1
 y_{ij} - coordenadas locais curvilíneas dos pontos nodais
 Y_{nm} - termos da matriz inversa da matriz jacobiana
- w - abertura da fenda
 w_c - comprimento característico do material
 w_u - abertura da fenda para tensão nula
 w_1 - abertura da fenda para uma tensão de $0,15 f_{tm}$, de acordo com o CEB-MC90

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Generalidades

1.1.1 - A água tem tido, desde sempre, uma importância crucial no desenvolvimento da Humanidade. Se, na Antiguidade, a água existente nos cursos naturais era suficiente para satisfazer a maioria das necessidades humanas, o desenvolvimento das civilizações tornou necessário, paralelamente ao aparecimento de outras inovações, a utilização de reservatórios de volume crescente de água. A formação destes reservatórios nos cursos de água envolveu, em regra, a construção de barreiras físicas apropriadas, as barragens.

As primeiras barragens eram simples obstáculos de terra e pedras colocados nos cursos de água. As barragens de alvenaria, mais duráveis, surgiram no antigo Egipto. Desde então a engenharia de barragens sofreu uma grande evolução em todos os aspectos, transformando progressivamente o que era uma arte numa ciência baseada na Mecânica [Mary, 1965].

As barragens actuais são obras integradas em aproveitamentos hidráulicos, em regra bastante complexos e com fins diversificados, nomeadamente para produção de energia hidroeléctrica, abastecimento de água potável, alimentação de sistemas de regadio, regularização de caudais e minimização de riscos de cheia, navegabilidade dos rios, etc..

1.1.2 - Na fase de exploração as grandes barragens formam albufeiras com volumes apreciáveis de água. A existência da uma albufeira representa um risco potencial elevado (risco potencial será a quantificação das consequências de um acidente, independentemente da probabilidade da sua ocorrência; risco efectivo, ou simplesmente risco, será o produto do risco potencial pela probabilidade de ocorrência do acidente com ele relacionado [RSB, 1990]), pois a libertação incontrolada da água pode provocar catástrofes de enormes proporções. Neste contexto, a funcionalidade e a segurança ao colapso destas obras foram, desde sempre, as preocupações dominantes da engenharia de barragens.

Os desenvolvimentos ocorridos nas últimas décadas no domínio da engenharia de barragens, desde a selecção dos locais de implantação das obras, até às actividades inerentes à sua normal exploração, passando pelas fases de projecto, construção e primeiro enchimento das albufeiras, resultaram da conjugação de diversos factores favoráveis. Entre eles podem destacar-se: i) os avanços verificados na caracterização e modelação do comportamento dos materiais da fundação e da própria barragem; ii) o surgimento de métodos de análise mais potentes e versáteis, tirando partido das crescentes capacidades dos meios de cálculo automático; iii) a evolução das técnicas de construção; e iv) a identificação de novos critérios e métodos de observação e de controlo da funcionalidade e da segurança das obras. Em

consequência destes progressos, as obras construídas nas últimas décadas têm tido, em geral, um melhor desempenho, verificando-se uma diminuição percentual de acidentes e incidentes em relação a barragens mais antigas [Ramos, 1994].

1.1.3 - A segurança das barragens envolve a consideração de diversas vertentes, nomeadamente estruturais, hidráulicas, ambientais e operacionais [RSB, 1990]. O presente trabalho aborda técnicas de avaliação da segurança das barragens de betão, na sua componente estrutural, utilizando modelação matemática.

A avaliação da segurança é efectuada para determinados cenários, correntes e de rotura, correspondentes a situações representativas, de forma envolvente, de condições normais de exploração e de situações extremas que se admite venham a ocorrer, ou cujo desenvolvimento se observe durante a vida das obras [Pedro, 1987].

Para verificação do cumprimento das exigências de segurança das obras, tanto no que toca à funcionalidade, como no que diz respeito à segurança ao colapso, é essencial recorrer a modelos de simulação do seu comportamento. Estes modelos são idealizações da realidade que, no caso da componente estrutural, correspondem à adopção de hipóteses sobre o comportamento dos materiais e da própria estrutura quando esta é submetida às acções exteriores. Fundamentam-se, em regra, na Mecânica dos Meios Contínuos, e permitem relacionar as acções com os respectivos efeitos estruturais, nomeadamente as tensões, as deformações e os deslocamentos que ocorrem na estrutura.

1.1.4 - Entre as diferentes hipóteses admitidas nos modelos estruturais destacam-se, pela sua importância, as relativas à idealização do comportamento dos materiais.

Na fase de dimensionamento das barragens admite-se frequentemente que os materiais sofrem pequenas deformações (linearidade geométrica) e que apresentam um comportamento elástico linear (linearidade física). Estas hipóteses de linearidade geométrica e física são consideradas no estudo de combinações de acções representativas de condições normais de exploração (cenários correntes), envolvendo o peso próprio dos materiais, as acções da água, as acções térmicas e sismos de fraca ou moderada intensidade. O critério de segurança habitualmente associado a estes cenários é o da limitação das tensões máximas a valores 2,5 a 4 vezes menores que as tensões de rotura [NPB, 1993]. Para os tipos de betão tradicionalmente utilizados na construção de barragens, estes limites situam-se entre 1 a 2 MPa para as tracções máximas e 6 a 8 MPa para as compressões máximas, o que torna perfeitamente aceitáveis as hipóteses de linearidade acima indicadas.

Nos casos em que os campos de deformações e de tensões na barragem atingem valores elevados, em zonas significativas do seu volume ou das superfícies de descontinuidade, torna-se indispensável a utilização de modelos em que se considerem

comportamentos físicos não-lineares. Isso verifica-se, no estudo de cenários correntes, quando zonas significativas da estrutura estão submetidas a tracções elevadas ou se verificam movimentos de abertura das juntas de contracção, e na quantificação da segurança em relação à rotura, para cenários representativos de condições extremas. Relativamente à hipótese de não linearidade geométrica, dadas as dimensões das barragens de betão, só em casos particulares de peças excepcionalmente esbeltas deverá ser tida em consideração.

A análise dos resultados da observação de barragens de betão, em condições normais de exploração, tem revelado que, para além da resposta instantânea, correlacionada com a variação das acções da água, das acções térmicas e de outras acções, subsiste uma resposta que se vai acumulando ao longo do tempo. Esta resposta inclui uma parcela relacionada com a fluência e com a variação no tempo das propriedades dos materiais e da própria estrutura e, eventualmente, uma outra relacionada com factores gravosos como, por exemplo, processos de deterioração dos materiais ou da estrutura. No julgamento das condições de funcionalidade das barragens de betão, em situação de operação normal, assume grande importância a separação adequada destes efeitos, através da utilização de modelos em que se admite que os materiais têm comportamentos dependentes do tempo [Ramos, 1985; Pina, 1988].

1.1.5 - Os modelos de comportamento estrutural das barragens de betão têm sido analisados por meio de diversos métodos, experimentais e matemáticos.

Em Portugal, os métodos experimentais tiveram uma grande utilização até ao final da década de sessenta, nomeadamente os baseados nos modelos analógicos [Fialho, 1955], nos modelos fotoelásticos [Rocha et al, 1952] e nos modelos físicos [Rocha, 1965], apresentando vantagens muito significativas em face das insuficiências e dificuldades de aplicação dos métodos matemáticos em uso na época. De entre eles, os modelos reduzidos tridimensionais foram os mais utilizados, nomeadamente no LNEC, tendo dado uma contribuição muito importante para os progressos verificados na concepção e análise do comportamento das barragens.

Na elaboração dos projectos de barragens de betão os métodos matemáticos tiveram, desde sempre, uma importância fundamental. O desenvolvimento e a acessibilidade de computadores digitais com maiores e mais rápidas capacidades de processamento têm aumentado progressivamente as potencialidades dos métodos matemáticos, em particular das soluções numéricas. Os métodos matemáticos apresentam hoje uma grande versatilidade, o que os torna especialmente vocacionados para estudos de simulação do comportamento estrutural: i) na fase de elaboração dos projectos; ii) no controlo da segurança das obras durante e após a construção, designadamente para apoio à interpretação dos resultados da observação; e iii) para a quantificação da segurança em relação à rotura (nos modelos físicos

a situação de colapso acarreta a destruição do modelo).

O desenvolvimento de equipamentos e técnicas de ensaio dos materiais, laboratoriais e "in situ", tem motivado a pesquisa e melhoramento dos modelos de caracterização das propriedades mecânicas dos materiais. Este desenvolvimento, aliado aos aperfeiçoamentos verificados nas técnicas matemáticas de análise não-linear e ao longo do tempo, tem permitido, com facilidade crescente, a simulação do comportamento das estruturas em todo o domínio da respectiva história de carga.

1.1.6 - Na análise do comportamento das barragens consideram-se, em regra, quatro fases distintas da vida útil das obras: a fase de construção, o primeiro enchimento da albufeira, a fase inicial de exploração e a fase posterior de exploração [Gomes, 1981; Florentino, 1983]. Esta separação decorre do facto de cada um desses períodos corresponder a aspectos particulares da vida das obras.

A fase de construção corresponde ao período em que a análise do comportamento estrutural se torna mais difícil. Nesta fase verificam-se acentuadas variações das propriedades reológicas, da temperatura e do volume do betão, para além das imponderabilidades inerentes ao próprio processo construtivo de obras em que são utilizados grandes volumes de betão, nomeadamente em relação ao cumprimento das sequências adequadas de betonagem, garantia da qualidade e uniformidade dos betões, etc..

Sendo as acções da água (pressão hidrostática e subpressões) as que mais condicionam o dimensionamento das barragens, o primeiro enchimento da albufeira constituirá um verdadeiro ensaio de carga do conjunto barragem-fundação, pelo que é de importância fundamental a detecção atempada de qualquer manifestação ou comportamento anómalo nesse período.

Durante a fase de exploração normal é usual individualizar um período inicial de cerca de cinco anos após o primeiro enchimento, no qual se poderão observar os efeitos das cargas dependentes do tempo. Este período permitirá estabelecer as relações entre as acções dominantes e os seus efeitos estruturais, em condições normais de funcionamento das obras, com vista a enquadrar o seu comportamento futuro. Passado este período inicial, a análise e interpretação do comportamento estrutural, tendo como referência os modelos de previsão pré-estabelecidos, permitirá detectar quer deficiências desses modelos, quer modificações do comportamento das obras, devidas a funcionamentos anómalos do conjunto barragem-fundação-reservatório ou a processos de alteração e de deterioração dos materiais da fundação e da superestrutura.

1.2 - As barragens abóbada

1.2.1 - Existem diversos tipos de barragens de betão (Fig. 1.1), nomeadamente: i) barragens gravidade, maciças ou aligeiradas, barragens descarregadoras e móveis; ii) barragens abóbada, espessas ou delgadas, de simples ou dupla curvatura; e iii) barragens de contrafortes e de abóbadas múltiplas de grandes vãos [Pedro, 1987].

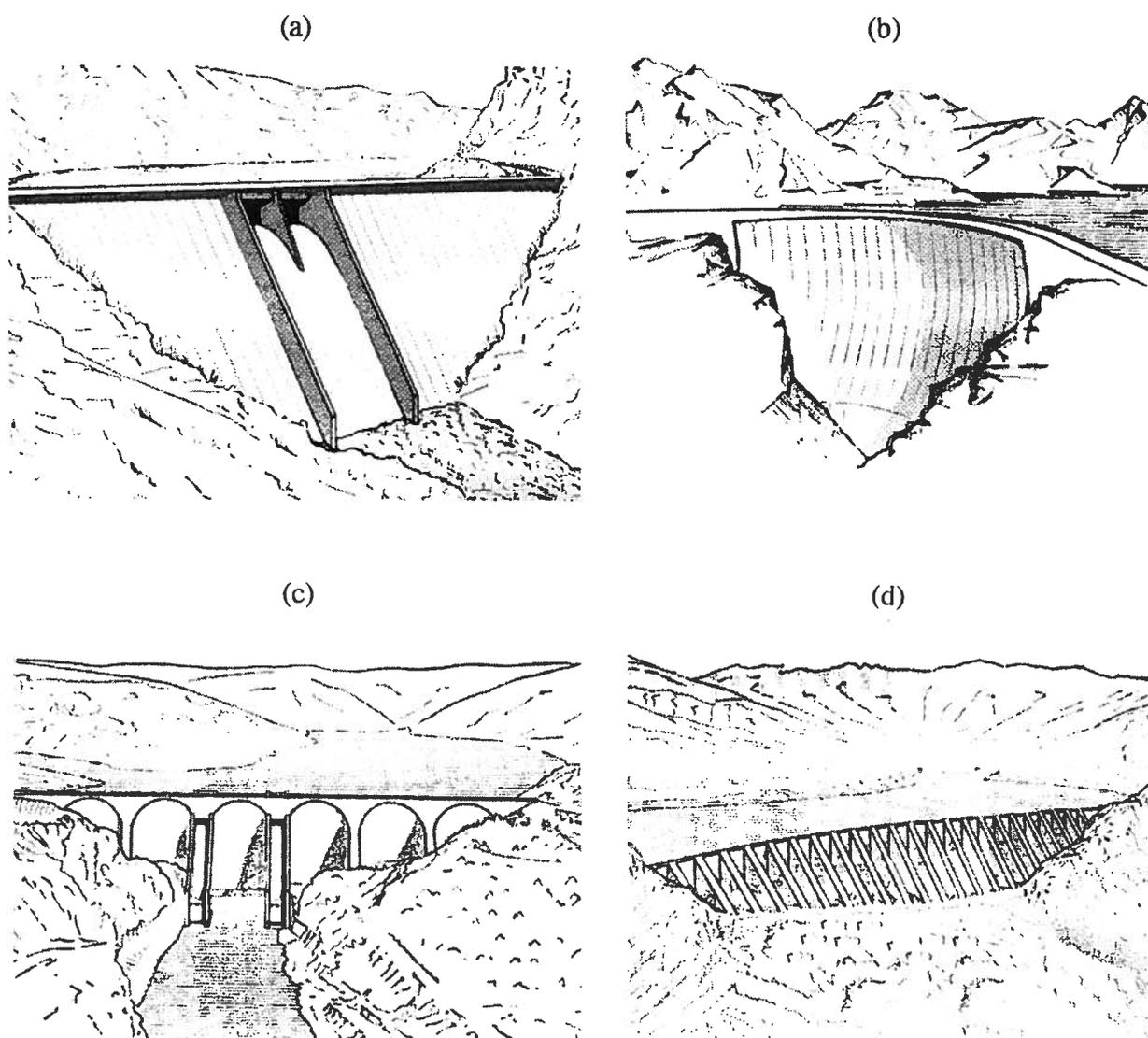


Fig. 1.1 - Tipos estruturais de barragens de betão: barragem gravidade (a), barragem abóbada simples (b), barragem de abóbadas múltiplas (c) e barragem de contrafortes (d).

Nos aproveitamentos hidráulicos em que é necessário construir barragens de grande altura em vales de boa fundação, as barragens de betão do tipo abóbada constituem, em regra, soluções estruturais do maior interesse [Pedro, 1977]. As barragens abóbada são dotadas de formas geométricas particulares, por forma a tirar o máximo partido das características resistentes do material estrutural betão em massa (boa aptidão para suportar tensões de compressão, mas fraca resistência à tracção). Estas estruturas apresentam, em regra, dupla curvatura, existindo um número reduzido de barragens mais antigas sem curvatura na direcção vertical, isto é, com definição cilíndrica das formas de um ou dos dois paramentos. As curvaturas dos arcos e das consolas têm, em regra, a concavidade voltada para jusante.

As barragens abóbada são, necessariamente, implantadas em fundações rochosas. De facto, a grande rigidez do corpo da barragem requer a existência de um suporte pouco deformável (nos casos em que a fundação apresenta, total ou parcialmente, maior deformabilidade, é usual interpor um soco entre as abóbadas e o maciço rochoso). Por outro lado, são transmitidas às fundações tensões de valor apreciável, sobretudo nas nascenças dos arcos e na base dos blocos centrais, só compatíveis com a resistência dos maciços rochosos de boa qualidade.

O presente trabalho privilegiou o estudo de barragens abóbada porque os efeitos decorrentes dos processos construtivos e da permanência das cargas manifestam-se com maior relevância neste tipo de obras.

1.2.2 - O método tradicionalmente utilizado na construção das barragens abóbada consiste na betonagem de camadas sucessivas de um conjunto de consolas verticais, designadas por blocos, separadas por juntas de contracção. Estas juntas destinam-se, essencialmente, a minorar os efeitos de retracção associados ao processo de cura e endurecimento do betão, sendo injectadas com calda de cimento antes da entrada em serviço da obra.

Após a betonagem inicia-se a hidratação do cimento. Neste processo químico liberta-se calor, provocando nos volumes de betão uma importante subida de temperatura nos primeiros dias após a betonagem, seguida de uma diminuição lenta dessa temperatura até se atingir o equilíbrio com o exterior, ao fim de alguns meses. Nestas condições, o comportamento diferido do betão, a evolução no tempo das suas propriedades mecânicas e o comportamento não-linear das juntas de contracção têm efeitos estruturais relativamente importantes durante o processo construtivo. Acresce ainda que a geometria da estrutura é sucessivamente modificada, sendo a distribuição de tensões no final diferente da que se obteria supondo a estrutura construída numa só fase.

1.3 - Modelos e métodos de análise estrutural das barragens abóbada

1.3.1 - Os modelos e métodos que têm sido utilizados na análise estrutural de barragens abóbada podem ser agrupados em duas famílias: i) aqueles que se baseiam em analogias de peças lineares (arcos, consolas, pórticos e grelhas); e ii) aqueles que utilizam idealizações de peças laminares (placas, lajes e cascas) e peças maciças.

No primeiro grupo incluem-se os métodos simplificados de arcos e consolas independentes, os de compatibilização de algumas componentes dos deslocamentos de uma malha de arcos e consolas e o método das grelhas. Tiveram grande divulgação até ao final dos anos sessenta, nomeadamente o método "Trial-Load", em grande parte devido aos trabalhos do "U. S. Bureau of Reclamation" [USBR, 1938 e 1956; Serafim et al, 1958].

Em relação às peças laminares e maciças, as técnicas matemáticas utilizadas na solução das equações que regem o seu comportamento podem basear-se em soluções analíticas das teorias da elasticidade, das lajes e das cascas, nos casos de sólidos de determinada geometria submetidos a carregamentos particulares, e em soluções numéricas. Estas apresentam uma grande generalidade de aplicação, sendo de referir as fundamentadas no método das diferenças finitas, nos métodos integrais e nos métodos dos elementos finitos.

No LNEC, o estudo do comportamento de barragens abóbada por intermédio de métodos matemáticos iniciou-se recorrendo ao método das diferenças finitas [Fialho, 1966] e ao método de ajustamento dos deslocamentos de arcos e consolas [LNEC, 1968]. No entanto, estes métodos foram progressivamente substituídos pelo método dos elementos finitos [Pedro, 1977], devido à sua maior versatilidade e facilidade de introdução das condições de fronteira dos problemas. Por estas razões, será também o utilizado neste trabalho.

1.3.2 - A forma geométrica das abóbadas, o tipo e as características das acções dominantes e os objectivos dos estudos a realizar permitem, na maioria dos casos, a aceitação de hipóteses relacionadas com a geometria das peças que possibilitam a sua análise de forma simplificada. A aproximação de casca é, em regra, aquela que melhor se adapta ao estudo deste tipo de barragens. Considerando um modelo de casca para a superestrutura, a fundação poderá ser representada através de uma idealização de peças maciças, nos casos em que se pretenda estudar a influência da barragem sobre o comportamento da própria fundação, ou poderá ser simulada mediante a consideração de relações tensões-deformações apropriadas na interface barragem-fundação, nos casos em que o objectivo se limite a analisar o comportamento do corpo da barragem.

No estudo das barragens abóbada é necessário considerar modelos estruturais que incluam explicitamente o maciço rochoso de fundação quando se pretende avaliar a segurança em relação a cenários que envolvam o comportamento da fundação como, por exemplo, em

relação à rotura por deslizamento em superfícies de descontinuidade do maciço rochoso. Em geral, nos estudos relacionados com a interpretação do comportamento estrutural observado, nas fases de construção, primeiro enchimento da albufeira e exploração normal, não é essencial a representação explícita da fundação, sendo suficiente considerar a influência da sua deformabilidade sobre o comportamento da superestrutura.

1.3.3 - As superfícies de descontinuidade presentes nas barragens abóbada correspondem, fundamentalmente, às juntas de betonagem entre camadas sucessivas, às juntas de contracção entre blocos, às eventuais juntas estruturais (juntas nos socos e perimetrais), às juntas betão-rocha e às superfícies de descontinuidade do maciço rochoso de fundação. Todas elas constituem zonas de maior fraqueza mecânica e hidráulica, pelo que devem ser consideradas como tal nos estudos relativos a cenários em que a sua influência possa ser determinante sobre o comportamento da obra.

A observação do comportamento das obras em exploração tem confirmado que a hipótese de continuidade é suficientemente precisa para uma análise do seu comportamento global sob a acção das solicitações habituais, após o fecho das juntas de contracção. No estudo da fase de construção deve, no entanto, ser considerada a influência das eventuais juntas estruturais e das juntas de contracção; quanto às juntas de betonagem, desde que sejam adoptadas disposições construtivas adequadas, elas garantirão uma continuidade estrutural eficaz.

1.4 - Objectivos e estruturação da tese

1.4.1 - O presente trabalho teve como objectivo dar uma contribuição, no domínio dos modelos e métodos matemáticos, para a análise do comportamento ao longo do tempo de barragens de betão para cenários correntes, considerando comportamentos dos materiais não-lineares e dependentes do tempo. As ferramentas de cálculo foram aperfeiçoadas e testadas para o caso das barragens abóbada, mas poderão ser utilizadas, apenas com ligeiras adaptações, nos estudos relativos a qualquer tipo de barragens de betão e a outro género de estruturas. O tema enquadra-se numa das linhas de investigação em desenvolvimento no Departamento de Barragens do LNEC e dá continuidade a outros trabalhos que têm vindo a ser realizados neste domínio [Ramos, 1985; Pina, 1988; Pinho, 1989; Batista et al, 1992].

Dando cumprimento ao objectivo estabelecido, os modelos e métodos desenvolvidos permitem considerar os aspectos determinantes do comportamento das barragens abóbada em condições de serviço, nomeadamente: i) simular a relaxação das tensões e a eventual fendilhação que ocorrem durante a construção, devido à acção das variações de temperatura

a que os betões ficam submetidos neste período; ii) realizar o estudo da elevação global dos blocos das abóbadas, considerando o comportamento não-linear das superfícies de descontinuidade; e iii) nas fases de primeiro enchimento da albufeira e de exploração normal das obras, em que a imposição e permanência das acções da água são preponderantes, considerar a evolução das propriedades e o comportamento diferido dos materiais.

Constituiu uma parte relativamente importante do trabalho o desenvolvimento de ferramentas numéricas que permitissem melhorar as capacidades de análise estrutural de barragens abóbada. Numa primeira etapa foram elaboradas as formulações de elementos finitos e um programa de cálculo automático para a análise linear de cascas espessas, eventualmente dotadas de superfícies de descontinuidade, e elasticamente apoiadas na fundação. Na segunda etapa foram formulados e integrados os seguintes aspectos: i) obtenção da geometria final do modelo estrutural através de um processo incremental, considerando a variável tempo; ii) consideração dos efeitos da não-linearidade observada no ramo de tracção, para a parcela instantânea da deformação, e da fluência e da relaxação, para a parcela diferida dessa deformação, no modelo de comportamento do betão; e iii) inclusão do comportamento não-linear, à tracção e ao corte, das superfícies de descontinuidade.

1.4.2 - A tese está dividida em oito capítulos. Depois da presente introdução (capítulo 1), descrevem-se no capítulo 2 os modelos mais utilizados no estudo de barragens abóbada, nas fases de projecto, construção, primeiro enchimento e exploração normal; apresentam-se as equações gerais que permitem efectuar o seu estudo como peças maciças ou laminares; referem-se e discutem-se os limites de validade das principais hipóteses consideradas relativas às características geométricas das estruturas, às propriedades mecânicas do betão e dos maciços rochosos, às ligações exteriores e às acções estáticas; e refere-se o modelo estrutural adoptado, que aproxima o comportamento da obra ao de uma casca espessa, formada por blocos supostos contínuos e homogéneos, separados por superfícies de descontinuidade e elasticamente apoiada na fundação, considerando apoios elásticos definidos pelos coeficientes de deformabilidade de Vogt [USBR, 1956].

No capítulo 3 apresentam-se os modelos mais utilizados para representar o comportamento mecânico instantâneo do betão e das rochas, ambos considerados como meios contínuos, para níveis de tensão da ordem de grandeza dos observados, em condições de serviço, nas barragens abóbada, pelo que é dado especial destaque à modelação do comportamento não-linear do betão à tracção. O modelo escolhido considera, no ramo de compressão, um comportamento elástico linear; o comportamento no ramo de tracção é simulado através de um modelo de fenda distribuída derivado na teoria da mecânica da fractura não-linear, em que se considera a decomposição das deformações nas parcelas devidas ao meio contínuo e às fendas.

No capítulo 4 apresentam-se os principais modelos de comportamento diferido do betão, nomeadamente os preconizados pelo CEB e o de Bazant e Panula, os quais contemplam as deformações diferidas associadas à retracção e à fluência, e o fenómeno de maturação do material no tempo. Para o nível de tensões instalado nas barragens de betão em condições de serviço, a relação entre as tensões e as deformações de fluência é aproximadamente linear, sendo então válido o princípio da sobreposição dos efeitos. Isto permitiu considerar para o betão um modelo viscoelástico linear com maturação, com as seguintes características: i) admite a decomposição da deformação total em duas parcelas, uma instantânea e outra de fluência; ii) considera um comportamento de fluência idêntico, quer em tracção, quer em compressão; e iii) pressupõe uma relação linear entre a tensão instalada e a deformação de fluência, admitindo-se a soma das deformações de fluência produzidas por incrementos de tensão aplicados em diferentes idades de carga. Na aproximação da função de fluência adoptou-se uma série de funções exponenciais reais (série de Dirichlet), que permite efectuar a análise passo-a-passo sem necessidade de memorizar toda a história de carga, o que torna esta técnica particularmente adequada à análise no tempo de grandes estruturas.

No capítulo 5 referem-se alguns dos modelos de comportamento mecânico das superfícies de descontinuidade mais utilizados e descreve-se o modelo escolhido. Este modelo considera, em relação ao corte, um comportamento do tipo elastoplástico, com resistências de pico e residuais; no que toca à componente na direcção normal, considera-se um modelo bilinear em compressão e um comportamento do tipo frágil em tracção.

No capítulo 6 apresentam-se os métodos de análise dos modelos que foram adoptados nos programas de cálculo automático desenvolvidos e utilizados neste trabalho. Faz-se uma introdução genérica ao método dos elementos finitos (a formulação em deslocamentos dos elementos utilizados - elementos finitos de casca espessa, elementos de junta e elementos de superfície para introdução da deformabilidade da fundação - é apresentada em anexo) e descreve-se o método de análise usado para ter em conta os comportamentos não-lineares e dependentes do tempo dos materiais. A análise no tempo é realizada passo a passo, sendo a equação do método dos elementos finitos resolvida em todos os intervalos de discretização da carga; o comportamento não-linear nos volumes e nas juntas é considerado, em cada passo da análise, através de um processo incremental.

No capítulo 7 apresentam-se estudos de aplicação em que foram utilizados os modelos e métodos descritos nos capítulos anteriores. Estes estudos contemplam cenários correntes em barragens abóbada, envolvendo as fases de construção e de primeiro enchimento da barragem do Alto Lindoso e a fase de enchimento e exploração da barragem de Cahora-Bassa.

Na última parte do trabalho (capítulo 8) apresenta-se uma síntese das principais conclusões e faz-se referência às questões consideradas como mais significativas para o seu prosseguimento.

2 - MODELO DE ANÁLISE ESTRUTURAL DAS BARRAGENS ABÓBADA

2.1 - Introdução

Um modelo é uma representação de um dado sistema, na qual se fazem intervir apenas as variáveis que se julgam essenciais à caracterização do comportamento desse sistema. Na vertente estrutural da engenharia de barragens, o sistema é constituído pelo conjunto barragem-fundação-reservatório, as solicitações geradas pelas acções (peso próprio dos materiais, acções da água, variações de temperatura, etc.) e as respostas mecânicas (deslocamentos, extensões, tensões, etc.) são as variáveis, sendo as propriedades do sistema constituídas pela geometria da estrutura e pelas características mecânicas dos materiais [Ramos, 1994]. Neste contexto, os modelos de análise estrutural são idealizações, relativas às propriedades estruturais e às acções, que permitem, através de hipóteses adequadas, relacionar parâmetros característicos destas propriedades e acções com parâmetros representativos das respostas estruturais. Em certos casos, o comportamento estrutural influencia as solicitações induzidas pelas acções, havendo necessidade de resolver o problema de forma conjunta; no entanto, em geral, a interacção entre os modelos não é relevante, justificando-se, nos estudos das barragens de betão para cenários correntes, a adopção de modelos estruturais independentes dos modelos das acções [Pina, 1988].

As principais hipóteses admitidas na elaboração dos modelos estruturais para análise das barragens abóbada estão relacionadas com: i) as características geométricas das estruturas; ii) o tipo e comportamento dos materiais (modelos com e sem superfícies de descontinuidade e com comportamentos lineares e não-lineares, dependentes ou não do tempo), iii) as aproximações do comportamento estrutural (equilíbrios planos, tridimensionais e de casca); iv) as ligações exteriores; e v) as acções. Neste capítulo serão enquadradas todas estas hipóteses, mas, no que diz respeito ao comportamento dos materiais, apenas são referidas genericamente as suas propriedades mecânicas. Mais adiante, em capítulos próprios, apresentam-se as características e os modelos considerados neste trabalho relativos ao comportamento instantâneo e diferido dos materiais intervenientes nas barragens abóbada, sob a acção de carregamentos quase-estáticos.

2.2 - Características gerais das barragens abóbada

2.2.1 - Como já se referiu, o método tradicionalmente utilizado na construção das barragens abóbada consiste na betonagem de um conjunto de consolas verticais (blocos), separadas por juntas de contracção. Estas juntas de contracção são definidas no projecto e destinam-se, essencialmente, a minorar os efeitos associados ao processo de cura e endurecimento do betão. Antes da entrada em serviço da obra é realizada a injeção e a selagem destas juntas, por forma a dotar o corpo da barragem de continuidade estrutural. Dada a sua natureza, estas juntas constituem zonas de maior fraqueza mecânica e hidráulica, sendo as mais susceptíveis à ocorrência de aberturas. A observação contínua de muitas barragens abóbada tem confirmado esta susceptibilidade, verificando-se correntemente movimentos de abertura para o conjunto das solicitações habituais, nomeadamente quando os níveis da albufeira são baixos durante o Inverno.

Para possibilitar a libertação do calor de hidratação dos cimentos sem provocar variações excessivas da temperatura do betão, a betonagem dos blocos processa-se, de forma programada, por camadas horizontais de espessura previamente escolhida. Torna-se inevitável, no entanto, que betões de diferentes idades sejam postos em contacto. Estas superfícies de contacto constituem "planos de fraqueza" e será nelas que tenderá a concentrar-se a fendilhação que poderá ocorrer durante o próprio processo construtivo ou em outras fases de vida da obra.

2.2.2 - Nas juntas de contracção das barragens de betão podem ser previstos dentes de corte (designados correntemente por "caixotões") para evitar a ocorrência de deslizamentos entre blocos contíguos da barragem. No caso das barragens abóbada, o benefício decorrente da utilização de dentes de corte é, em geral, diminuto, principalmente na fase de serviço das obras. De facto, na maior parte do corpo da barragem as compressões nos arcos asseguram forças de atrito transversais nas juntas suficientes para contrariar o deslizamento entre as respectivas paredes. Em contrapartida, durante a fase de construção, a sua existência pode evitar deslizamentos excessivos nas juntas de abóbadas delgadas com acentuada curvatura na vertical, devido à acção do peso próprio, e nas abóbadas em geral, devido a assentamentos nas fundações e à acção dos sismos. A utilização dos dentes de corte tem sido encarada como uma medida cautelar para garantir um melhor desempenho global das obras.

Os dentes podem também ser usados entre as camadas de betonagem horizontais de cada bloco por forma a contribuir para a resistência aos esforços de corte que se geram nas interfaces entre betões de idades diferentes durante o processo de cura e endurecimento.

Os dentes de corte costumam ter uma geometria simples, sendo normalmente de secção rectangular, para minimizar a utilização de moldes e facilitar a montagem de armaduras e a betonagem. Para obviar às desvantagens inerentes à sua execução "in situ", recorre-se, por vezes, à sua pré-fabricação [Genésio, 1993].

2.2.3 - A definição geométrica das barragens abóbada é, em geral, bem conhecida, o que permite representar nos modelos as formas dos protótipos com o rigor considerado necessário.

Atendendo às dimensões deste tipo de estruturas e à evolução dos meios de cálculo, a escala a que os estudos são realizados depende dos objectivos específicos de cada estudo. Os modelos globais, permitindo a avaliação do comportamento geral das estruturas, não captam as perturbações localizadas resultantes da existência de singularidades geométricas e mecânicas (galerias, poços, orifícios dos descarregadores e de passagem de condutas, ligações entre peças de diferentes materiais, etc.). Os modelos de pormenor, representando com rigor as formas e as propriedades de uma zona da estrutura onde as singularidades estão integradas, permitem a análise detalhada dessa zona, considerando as condições de fronteira obtidas por meio dos modelos globais.

No estudo das estruturas durante o período de construção, as características geométricas variam ao longo do tempo. Essa variação pode ser representada, com toda a generalidade, discretizando a evolução da forma da estrutura (fases construtivas) e analisando uma sequência de equilíbrios sucessivos em configurações diferentes. Um esquema incremental deste tipo permite simular, com o rigor desejado, a evolução de todo o processo construtivo.

2.3 - Características gerais do comportamento mecânico dos materiais

2.3.1 - Os materiais intervenientes na estrutura e nas fundações das barragens são heterogêneos, sendo formados, natural ou artificialmente, por constituintes de génese geológica, eventualmente ligados por um cimento. Este tipo de materiais (betão, rochas e solos) são correntemente designados por geomateriais, sendo o seu comportamento mecânico dependente da coesão e do atrito interno.

As propriedades mecânicas dos materiais estão intimamente ligadas à sua estrutura interna e às modificações que nela podem ocorrer. Para ter em consideração o efeito de escala, tem-se verificado ser conveniente considerar três níveis na caracterização da estrutura interna dos geomateriais: o nível microscópico, o nível médio e o nível macroscópico.

A microestrutura dos materiais interessa sobretudo à ciência dos materiais, pelo que não será abordada no presente trabalho. Em engenharia, a modelação do comportamento dos materiais é geralmente encarada do ponto de vista macroscópico, visando estabelecer relações matemáticas, designadas habitualmente por relações constitutivas, que traduzam o comportamento observado nos ensaios de caracterização e possam simular esse comportamento quando os materiais estão integrados nas estruturas. Nesta perspectiva, os geomateriais são caracterizados como meios contínuos e, no caso do betão, inicialmente isótropo. Os fenómenos observados a nível macroscópico devem ser interpretados com base nas modificações ocorridas no nível imediatamente inferior (nível médio), no qual se considera o material constituído por um conjunto de inclusões (agregados) disseminadas numa matriz de cimento homogénea, existindo ainda poros e fissuras nos agregados e/ou nas interfaces matriz-agregados. A existência de inclusões numa matriz homogénea potencia a ocorrência de fissuração, a qual, nos maciços rochosos, é devida, essencialmente, à sua génese e à sua história geológica e tectónica. No caso do betão, pode iniciar-se ainda durante o processo de cura e endurecimento. Em qualquer dos casos, a propagação das fissuras ocorrerá, naturalmente, sob o efeito das acções exteriores.

2.3.2 - Apesar das dificuldades de caracterização das heterogeneidades dos maciços rochosos, é possível, em geral, dividir a fundação em zonas onde as propriedades mecânicas mais importantes (nomeadamente a deformabilidade e a resistência) apresentam heterogeneidades menos significativas. Para o betão das barragens pode igualmente ser aconselhável, por vezes, o zonamento da estrutura, para ter em conta não só betões com diferenças de composição, mas, fundamentalmente, com idades diferentes (em alguns casos diferenças de vários anos), o que é particularmente importante para o estudo do comportamento da obra durante a construção e nos primeiros anos de exploração.

A representação da anisotropia das propriedades mecânicas pode ser feita, nos modelos de cálculo, sem qualquer tipo de limitação. Apesar disso, nos estudos de barragens de betão admite-se, em geral, tanto para o maciço rochoso como para o betão, um comportamento isótropo (simetria esférica) ou, em alguns casos, que se tratam de meios transversalmente isótopos (simetria radial). Este facto deve-se à dificuldade de, com os meios de ensaio habitualmente disponíveis, obter valores fiáveis para as diferentes constantes necessárias para caracterizar a anisotropia.

2.3.3 - A variação ao longo do tempo das características de deformabilidade e de resistência dos materiais tem uma influência preponderante na resposta das estruturas, principalmente na

fase de construção (a elevação de um bloco de uma barragem pode levar alguns meses) e nos primeiros anos da fase de serviço normal das obras. As dificuldades de avaliação dessa influência aumentam, naturalmente, quando se está em presença de complexas sequências de betonagem, variações de temperatura e cargas, como acontece nesses primeiros anos da vida das barragens de betão.

A aplicação de uma tensão (inferior à resistência do material à rotura) num determinado instante e a sua permanência no tempo provoca, em primeiro lugar, uma deformação instantânea, à qual se segue um aumento de deformação ao longo do tempo, que se designa por fluência. As deformações de fluência do betão dependem, entre outros factores, da sua idade no instante de carga e do tempo sob carga, sendo tanto maiores quanto mais jovem for o betão e quanto maior for o período de tempo sob carga. Tanto a deformação instantânea como a deformação de fluência apresentam uma parcela reversível e uma outra irreversível.

Nos maciços rochosos, para os níveis de tensão induzidos pelas barragens abóbada em condições de serviço, verificam-se, na primeira carga, deformações irreversíveis, devidas, fundamentalmente, ao fecho das superfícies de descontinuidade do maciço. A fluência que se desenvolve nos materiais da matriz rochosa é, em regra, desprezável quando comparada com a que ocorre no betão da barragem, mas nos casos em que se pretenda considerar esse efeito, o comportamento diferido da fundação pode ser determinado, com o rigor desejado, por meio de ensaios "in situ" e laboratoriais apropriados.

De entre os efeitos estruturais decorrentes do comportamento diferido do betão nas barragens (estruturas sujeitas, em geral, a campos de deformação e de tensão moderados, quer durante a construção, quer na fase de exploração corrente das obras), podem destacar-se os seguintes: i) para cargas exteriores, aumento das deformações no tempo (as deformações a tempo infinito atingem normalmente valores duplos ou mesmo triplos dos correspondentes às deformações instantâneas); ii) redução das tensões (relaxação) originadas por deformações impostas (variações de temperatura, retracção, expansões, cedências nas fundações, etc.); e iii) redistribuição de tensões entre zonas das estruturas com deformações de fluência distintas, devido à existência de betões com idades e/ou composições diferentes (em geral, verifica-se uma redução das tensões nas zonas apresentando deformações de fluência mais elevadas).

2.3.4 - Nas estruturas e nas suas fundações ocorrem diversos tipos de superfícies de descontinuidade. São exemplos as superfícies de contacto entre cristais, as fissuras, as juntas de contracção, as juntas de betonagem, os planos de xistosidade, as diaclases, as falhas, as juntas perimetrais, etc. [Rocha, 1981; Grossman, 1983]. Relativamente à sua representação nos

modelos para estudo dos diversos tipos de estruturas, as superfícies de descontinuidade podem ser divididas em dois grupos: i) superfícies que, pela grande frequência com que ocorrem ou pela sua pequena dimensão em relação à escala dos volumes em estudo, permitem considerar um meio contínuo equivalente; e ii) superfícies que, pelo contrário, obrigam ao recurso a modelos descontínuos (modelos formados por um conjunto de volumes, supostos contínuos, separados por superfícies de descontinuidade).

As superfícies de descontinuidade mais importantes das estruturas em betão das barragens são introduzidas pelo processo construtivo (Fig. 2.1). A sua consideração nos modelos não oferece qualquer dificuldade já que as suas características geométricas e mecânicas podem ser conhecidas com um rigor aceitável.

Os maciços rochosos de fundação das barragens estão compartimentados por superfícies de descontinuidade de vários tipos. Os objectivos dos estudos a realizar, em conjunto com as características e o espaçamento e orientação das descontinuidades em relação à superfície de inserção da barragem, poderão obrigar à representação do meio através de modelos descontínuos [Pina, 1988].

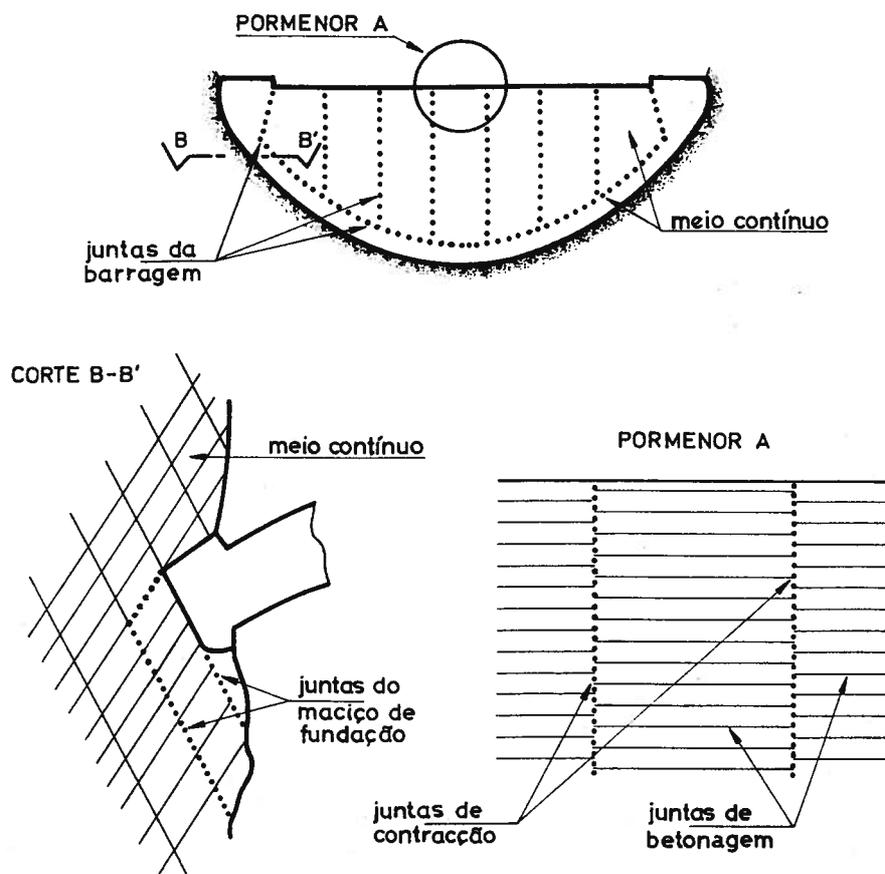


Fig. 2.1 - Modelos descontínuos para o estudo de barragens abóbada.

2.4 - Modelação do comportamento mecânico dos materiais

2.4.1 - Generalidades

Na idealização das relações tensões-deformações que caracterizam o comportamento mecânico dos materiais é habitual utilizar modelos reológicos, isto é, simulações destas relações para corpos ideais simples e aplicáveis a estados uniaxiais de deformação e de tensão. As relações tensões-deformações podem ainda ser representadas por expressões matemáticas quaisquer que reproduzam os resultados dos ensaios experimentais. No entanto, a utilização desta última via não garante que as relações simulem adequadamente o comportamento dos materiais para condições de tensão e de deformação distintas das utilizadas nos ensaios.

São numerosos os modelos reológicos que têm sido utilizados para reproduzir o comportamento dos materiais, em geral [Findley et al, 1976], e do betão e dos maciços rochosos, em particular [Rocha, 1981; Ramos, 1985]. Estes modelos são normalmente constituídos por associações de apenas três modelos elementares, caracterizando o comportamento de materiais perfeitamente elásticos, viscosos e rígido-plásticos.

2.4.2 - Materiais elásticos, viscosos e rígido-plásticos

2.4.2.1 - Considera-se que um material tem comportamento elástico perfeito quando as deformações devidas a acções exteriores são total e instantaneamente recuperadas logo que se retiram essas acções. Nestes materiais, cujo comportamento é simbolizado por molas, a relação entre as tensões e as deformações uniaxiais é independente do tempo, sendo dada por,

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad (2.1)$$

$$\varepsilon = f^{-1}(\sigma) \quad (2.2)$$

Se a relação tensão-deformação do material for linear, pode ser simulada pelo corpo de Hooke ($\sigma = E\varepsilon$, representando E o módulo de elasticidade do material), correspondendo o corpo de Euclides ao caso particular de rigidez infinita (corpo sem deformações para quaisquer tensões aplicadas). Na Fig. 2.2 representam-se as deformações dos diferentes materiais elásticos devidas a uma tensão σ^0 , mantida constante entre os instantes t_0 e t_1 .

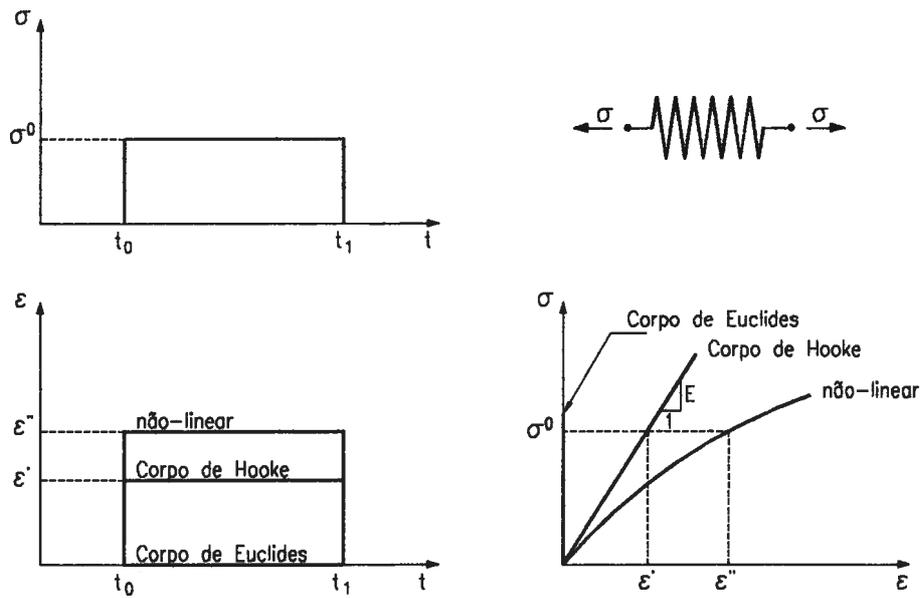


Fig. 2.2 - Modelação do comportamento dos materiais elásticos.

2.4.2.2 - Considera-se que um material tem comportamento viscoso perfeito quando a velocidade de deformação devida a acções exteriores cessar total e instantaneamente logo que deixem de actuar essas acções. Estes materiais apresentam uma relação biunívoca e independente do tempo entre a tensão e a velocidade de deformação, dada por,

$$\sigma = g \left[\frac{d\varepsilon}{dt} \right] \quad (2.3)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = g^{-1}(\sigma) \quad (2.4)$$

Se a velocidade de deformação for proporcional à tensão aplicada, o comportamento é simulado pelo corpo de Newton, definido por,

$$\sigma = \eta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (2.5)$$

onde η representa o coeficiente de viscosidade do material. O corpo de Pascal constitui o caso particular correspondente a uma rigidez nula (corpo com tensões sempre nulas

independentemente das deformações a que seja sujeito). O comportamento dos materiais viscosos é normalmente representado por amortecedores, isto é, por um sistema constituído por um êmbolo que se desloca num cilindro preenchido com um líquido viscoso.

Na Fig. 2.3 representam-se as deformações dos materiais viscosos devidas a uma tensão σ^0 , mantida constante entre os instantes t_0 e t_1 . De notar que, no instante t_1 em que é removida a carga, os corpos viscosos apresentam uma deformação permanente.

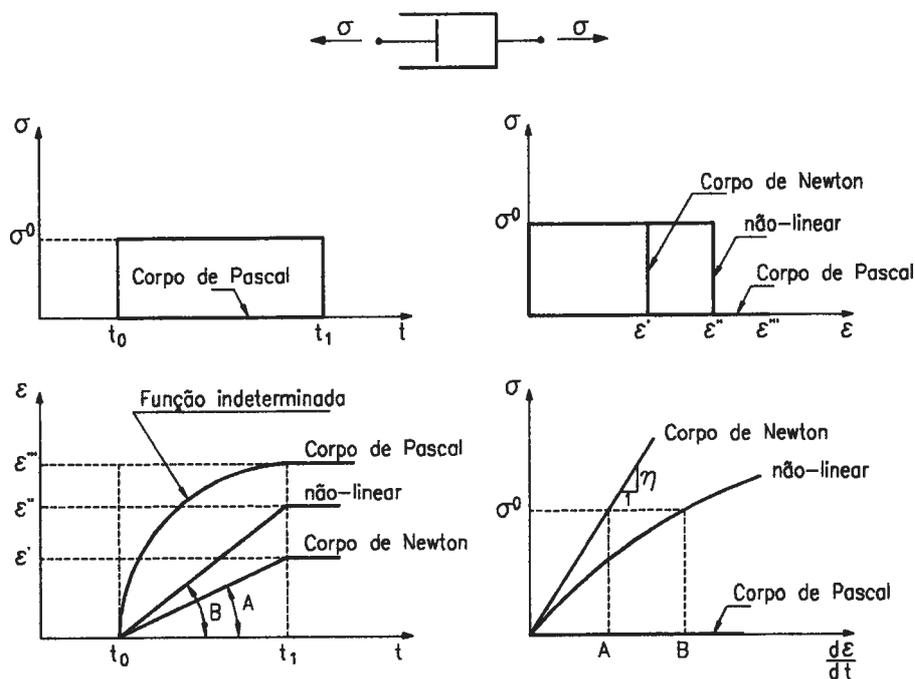


Fig. 2.3 - Modelação do comportamento dos materiais viscosos.

2.4.2.3 - Considera-se que um material tem comportamento rígido-plástico perfeito quando apresenta deformações arbitrárias logo que se atinge um certo nível de tensão σ^c (tensão de cedência), independente do tempo, não suportando tensões superiores e apresentando variações de deformação nulas para tensões inferiores. O comportamento destes materiais é representado por uma relação semi-definida entre tensões e deformações, do tipo,

$$\begin{cases} |\sigma| < \sigma^c & \Delta \varepsilon = 0 \\ \sigma = -\sigma^c & \Delta \varepsilon < 0 \\ \sigma = \sigma^c & \Delta \varepsilon > 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Este tipo de comportamento é simulado pelo corpo de Saint-Venant, que pode ser entendido como um corpo de Euclides até um determinado nível de tensão, a partir do qual se deforma como um corpo de Pascal, mantendo um nível de tensão constante.

O comportamento dos materiais rígido-plásticos é simbolizado pelo elemento de atrito, consistindo num bloco que se desloca sobre uma superfície após ser vencido o atrito estático. A força necessária para o manter em movimento é igual à que permite iniciar esse movimento.

Na Fig. 2.4 representam-se as deformações de um corpo de Saint-Venant sob a acção da tensão de cedência σ^c e a respectiva relação tensão-deformação. De notar que, quando é retirada a tensão, os materiais rígido-plásticos apresentam uma deformação permanente.

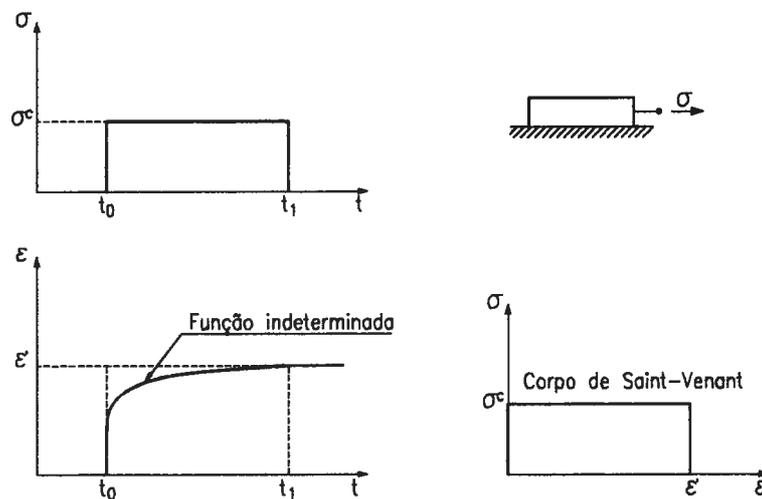


Fig. 2.4 - Modelação do comportamento dos materiais rígido-plásticos.

2.4.3 - Associações de modelos reológicos elementares

2.4.3.1 - Os três tipos de comportamento apresentados simulam alguns aspectos específicos do comportamento dos materiais. A utilização isolada de cada um dos modelos elementares conduz a aproximações aceitáveis apenas quando o tipo de comportamento que o modelo simula é o preponderante na resposta mecânica do material. Para obter melhores aproximações do comportamento reológico dos materiais têm sido utilizados modelos mais complexos constituídos, em geral, por associações dos modelos reológicos elementares. O estabelecimento das equações governativas deste tipo de associações baseia-se no princípio da sobreposição dos efeitos.

No âmbito da viscoelasticidade, as associações mais simples correspondem aos corpos de Maxwell e de Kelvin (ou Kelvin-Voigt), que consistem na associação, respectivamente, em série e em paralelo, de um corpo de Hooke e de um corpo de Newton. Dos modelos reológicos mais complexos deve referir-se o corpo de Burgers, constituído pela associação em série dos corpos de Maxwell e de Kelvin, o qual tem sido utilizado com frequência para representar o comportamento de fluência do betão, apesar de não permitir simular a variação das suas propriedades no tempo (maturação) [Pinho, 1989].

A associação em série dos corpos de Hooke e Saint-Venant dá origem ao modelo elastoplástico perfeito, utilizado correntemente na simulação do comportamento fisicamente não linear de alguns materiais, nomeadamente dos metais.

A consideração de modelos reológicos complexos para representar o comportamento dos materiais implica a necessidade de determinação de vários parâmetros, a qual tem de ser efectuada experimentalmente. Este facto, combinado com a exiguidade dos elementos normalmente disponíveis, tem obstado a uma mais frequente utilização desse tipo de modelos.

2.4.3.2 - A equação diferencial que rege o comportamento do corpo de Maxwell escreve-se na forma,

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.7)$$

sendo as parcelas do segundo membro as taxas de deformação elástica e viscosa associadas, respectivamente, às deformações na mola e no amortecedor.

Para uma tensão constante σ^0 aplicada no instante $t_0=0$, obtém-se a solução,

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma^0}{E} + \frac{\sigma^0}{\eta} t \quad (2.8)$$

traduzindo uma variação linear da deformação no tempo (também designada por fluência estacionária), após ocorrer a deformação elástica instantânea. Se, no instante t_1 , a tensão σ^0 deixar de actuar recupera-se apenas a deformação elástica, permanecendo a deformação viscosa (Fig. 2.5).

Considere-se agora a imposição de uma deformação ε^0 no instante $t_0=0$, sendo mantida constante no tempo. A equação (2.7) reduz-se à forma,

$$\frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} = 0 \quad (2.9)$$

que, integrada, conduz à solução,

$$\sigma(t) = E \varepsilon^0 e^{-\frac{E}{\eta} t} \quad (2.10)$$

a qual traduz uma relaxação progressiva das tensões elásticas ao longo do tempo.

O corpo de Maxwell simula o comportamento viscoelástico dos materiais sem maturação, caracterizando-se por deformações resultantes da sobreposição de uma parcela instantânea elástica e de outra variável no tempo e não recuperável.

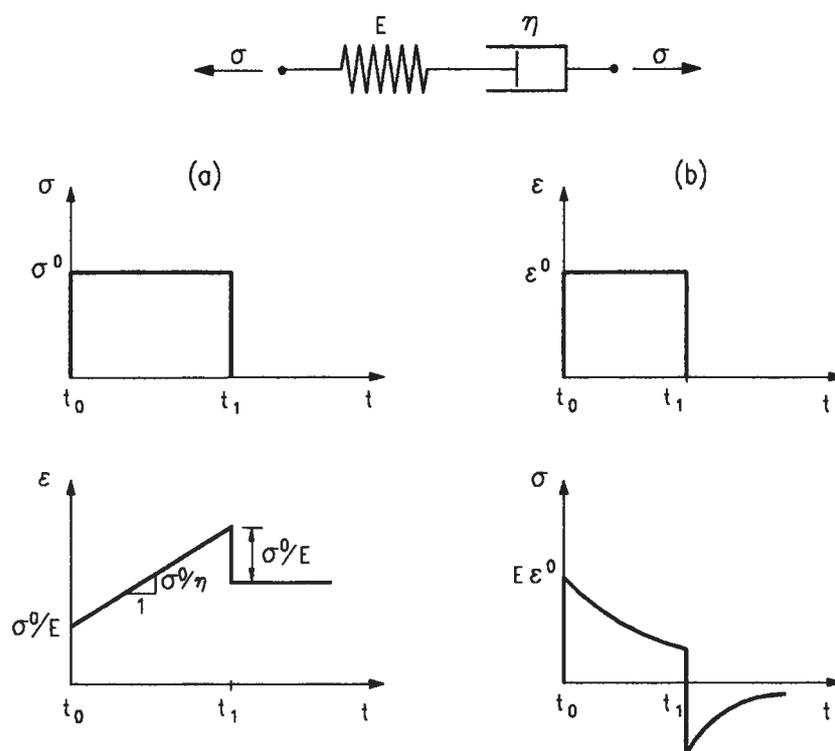


Fig. 2.5 - Corpo de Maxwell. Deformações sob tensão constante (a) e tensões sob deformação constante (b).

2.4.3.3 - A equação diferencial que rege o comportamento do corpo de Kelvin tem a forma,

$$\sigma = E \varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \tag{2.11}$$

Para uma tensão constante σ^0 , aplicada no instante $t_0=0$, obtém-se a solução,

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma^0}{E} \left(1 - e^{-\frac{E}{\eta} t} \right) \tag{2.12}$$

verificando-se que $\varepsilon = \sigma^0/E$ para $t = \infty$, isto é, a deformação total a tempo infinito tenderá para a deformação elástica (este tipo de resposta designa-se por elasticidade retardada). Se, no instante t_1 , a tensão σ^0 for retirada, verifica-se, ao longo do tempo, uma recuperação total da deformação (Fig. 2.6).

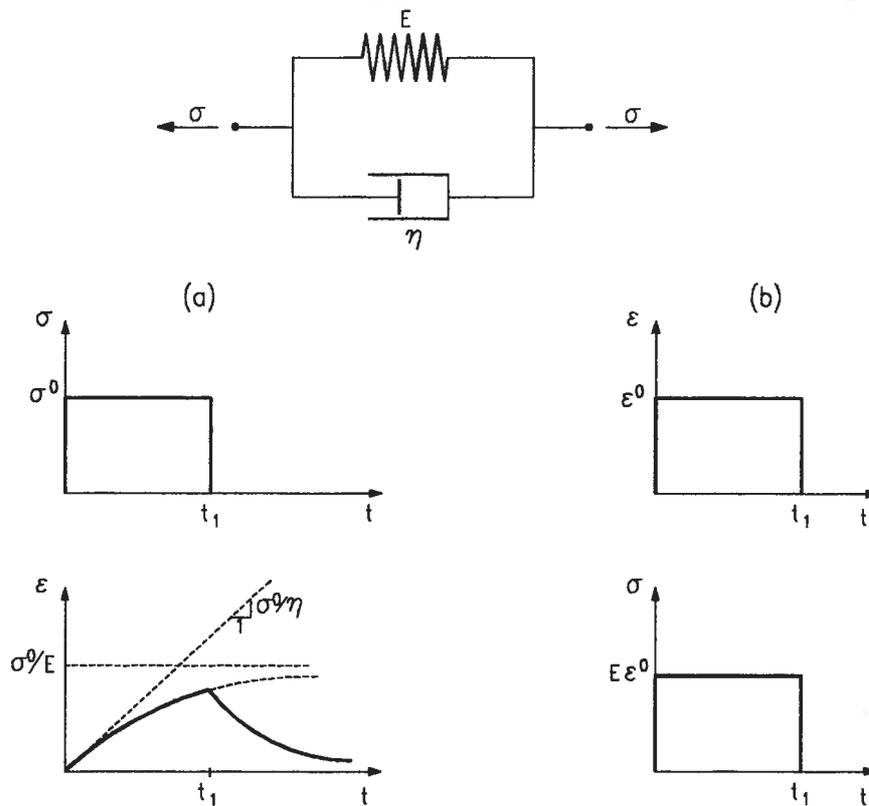


Fig. 2.6 - Corpo de Kelvin. Deformações sob tensão constante (a) e tensões sob deformação constante (b).

A imposição da deformação ε^0 em qualquer instante não origina, no tempo posterior, relaxação de tensões. De facto, se $d\varepsilon/dt=0$, a equação (2.11) reduz-se simplesmente a,

$$\sigma = E \varepsilon^0 \quad (2.13)$$

Em resumo, o corpo de Kelvin descreve um comportamento elástico retardado em que a deformação, sob tensão constante, cresce ao longo do tempo, tendendo para um valor limite igual à deformação elástica, e, após o anulamento da tensão, a deformação diminui progressivamente, tendendo para zero.

2.4.3.4 - A equação diferencial que rege o comportamento do corpo de Burgers escreve-se na forma,

$$\sigma + \left[\frac{\eta^1}{E^1} + \frac{\eta^1}{E^2} + \frac{\eta^2}{E^2} \right] \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\eta^1 \eta^2}{E^1 E^2} \frac{d^2\sigma}{dt^2} = \eta^1 \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{\eta^1 \eta^2}{E_2} \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} \quad (2.14)$$

Da resolução desta equação diferencial de segunda ordem, para uma tensão constante σ^0 aplicada no instante $t_0=0$, obtém-se a solução,

$$\varepsilon(t) = \sigma^0 \left[\frac{1}{E^1} + \frac{1}{\eta^1} t + \frac{1}{E^2} \left[1 - e^{-\frac{E^2}{\eta^2} t} \right] \right] \quad (2.15)$$

correspondendo, naturalmente, à soma das soluções obtidas para os corpos de Maxwell e de Kelvin. Se, no instante t_1 , a tensão σ^0 deixar de actuar, recupera-se a deformação elástica e a deformação diferida do corpo de Kelvin, permanecendo a deformação viscosa correspondente ao corpo de Maxwell (Fig. 2.7).

A resolução da equação diferencial (2.14), considerando a imposição duma deformação ε^0 , permite obter a função de relaxação de tensões. Essa função tem uma tradução analítica extensa, podendo ser observada na literatura da especialidade [Findley et al, 1976].

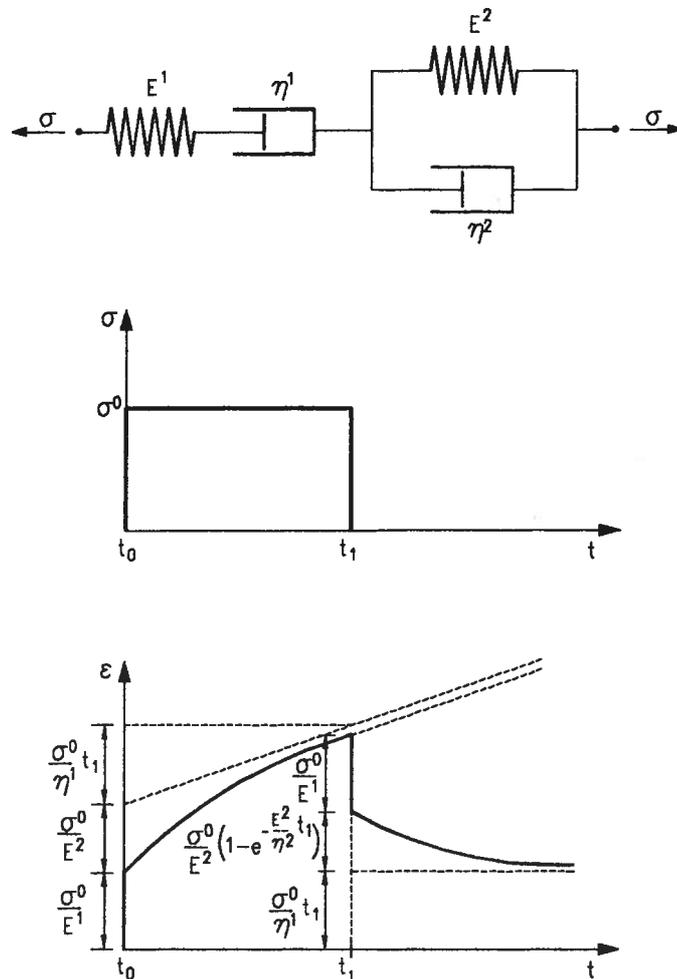


Fig. 2.7 - Corpo de Burgers.

2.4.3.5 - A associação em série dos corpos de Hooke e Saint-Venant dá origem ao modelo elastoplástico perfeito. O material exibe comportamento elástico linear até se atingir a tensão de cedência σ^c , não suportando tensões superiores a este limite (Fig. 2.8),

$$\begin{cases} \sigma = E \epsilon & se & |\sigma| < \sigma^c \\ \sigma = -\sigma^c & se & \epsilon < -\sigma^c/E \\ \sigma = \sigma^c & se & \epsilon > \sigma^c/E \end{cases} \quad (2.16)$$

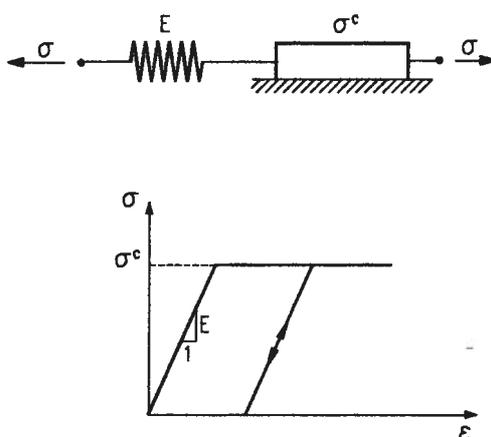


Fig. 2.8 - Modelo elastoplástico perfeito.

2.5 - Características estruturais das barragens abóbada

2.5.1 - Generalidades

O conjunto barragem-fundação-reservatório constitui um sistema estrutural tridimensional, verificando-se nele, sob a acção das solicitações, equilíbrios tridimensionais. As formas geométricas das obras, o tipo e as características das solicitações dominantes e os objectivos dos estudos a realizar, permitem, em muitos casos, a aceitação de hipóteses relacionadas com a geometria das peças estruturais que possibilitam a resolução destes equilíbrios de forma mais simples, utilizando para tal aproximações de peças lineares e laminares. A resolução deste tipo de modelos necessita de menor quantidade de dados e requer menor esforço de cálculo, facilitando a análise e a interpretação dos resultados. No entanto, o grande desenvolvimento da informática nas últimas décadas, nomeadamente em termos de capacidades de cálculo e de representação gráfica de dados e resultados, tem vindo a secundarizar a necessidade deste tipo de simplificações, existindo actualmente a tendência para se generalizar a utilização de modelos de peças maciças.

A hipótese de peças lineares (peças em que uma das dimensões é muito superior às duas restantes) não se adapta, em regra, às estruturas resistentes das barragens abóbada, embora tenha sido este tipo de aproximação a que inicialmente foi utilizada no seu estudo global (método do "trial-load").

As estruturas laminares são aquelas em que uma das dimensões, a espessura, é muito menor que as outras duas e não apresenta variações bruscas. Nestas estruturas consideram-se hipóteses sobre a distribuição, ao longo da espessura, dos campos de deslocamentos, deformações e tensões, permitindo que o estudo das peças possa ser reduzido ao da sua superfície média. Estão neste caso as placas, as lajes e as cascas.

Placas são peças laminares cuja superfície média é plana e que são solicitadas por forças actuando no plano dessa superfície média, estabelecendo-se em cada ponto um equilíbrio plano de tensão. Se a placa for delgada, pode admitir-se que a componente de deslocamento e a tensão normais à superfície média são aproximadamente nulas em todos os pontos. No caso de placas espessas, apenas se pode admitir, geralmente, a hipótese de ser nula a tensão normal à superfície média [Timoshenko et al, 1959]. Este tipo de aproximações são habitualmente aceitáveis no estudo dos contrafortes das barragens de betão.

Lajes são peças laminares de superfície média plana, sujeitas a forças que actuam perpendicularmente ao seu plano médio, designando-se o equilíbrio resultante por equilíbrio de laje. No estudo de lajes delgadas, em que possa admitir-se a hipótese dos pequenos deslocamentos, a variação da espessura é desprezável após a deformação, sendo possíveis as seguintes simplificações: i) os deslocamentos dos pontos da superfície média da laje são perpendiculares ao plano médio inicial; ii) as deformações no plano médio da laje são desprezáveis; iii) as linhas rectas, inicialmente perpendiculares à superfície média, mantêm-se, após a deformação, normais a essa superfície e, conseqüentemente, as distorções associadas ao eixo normal a esse plano são desprezáveis; e, iv) as tensões normais a facetas da superfície média são desprezáveis em todos os pontos da laje. No caso de lajes espessas, em que se não pode desprezar a variação da espessura após a deformação, a hipótese de as linhas rectas normais à superfície média manterem essa normalidade apenas é aceitável na fronteira da laje e, conseqüentemente, as componentes dos deslocamentos paralelos à superfície média, bem como as componentes de deformação e de tensão em planos paralelos ao plano médio, terão uma parcela dependente da distância a esse plano, para além das correspondentes à solução de laje delgada [Timoshenko et al, 1959].

Cascas são peças laminares em que a superfície média pode apresentar curvatura e em que as forças actuantes podem ser quaisquer. O estudo de cascas de curvatura não muito pronunciada pode ser feito aproximando a superfície média da casca por uma superfície poliédrica, formada por elementos planos, e admitindo que o comportamento de cada elemento é a sobreposição de um equilíbrio de placa, para as componentes das solicitações de resultante paralela ao plano médio, e de um equilíbrio de laje, para as componentes de resultante normal a esse plano. O estudo de cascas espessas pode ser feito da forma referida

para as placas e lajes espessas. No caso de cascas de curvatura acentuada, espessas ou delgadas, há vantagens na utilização de soluções derivadas directamente da formulação dos equilíbrios tridimensionais. A aproximação de casca é, em regra, adequada no caso de barragens abóbada simples ou abóbadas múltiplas, tendo conduzido a resultados com boa aproximação [Pedro, 1977; Pina, 1988].

No caso de estruturas maciças, em que as três dimensões são da mesma ordem de grandeza, uma simplificação é possível nos casos em que as peças tenham uma secção aproximadamente uniforme ao longo de um eixo recto, as condições de fronteira e as forças tenham uniformidade semelhante e os deslocamentos na direcção desse eixo sejam desprezáveis. Nestas condições, é possível admitir a existência de um estado plano de deformação, em que as componentes de deslocamento não nulas são apenas função das direcções normais àquele eixo, o qual será uma direcção principal de deformação e de tensão em que a extensão principal é nula. Esta aproximação é aceitável, em princípio, no estudo de barragens do tipo gravidade.

Os equilíbrios tridimensionais das peças maciças apresentam, em relação aos restantes, uma maior generalidade de aplicação, interessando sobretudo aos estudos de maciços de fundação e de zonas localizadas (pormenores). Como já se referiu, a utilização deste tipo de aproximação tem vindo a generalizar-se para todo o tipo de barragens, nomeadamente quando se pretende analisar o conjunto barragem-fundação.

No presente trabalho considerou-se, para estudar o comportamento das barragens abóbada em condições de serviço, um modelo estrutural de casca espessa derivado da teoria da elasticidade tridimensional. Este modelo permite estudar estas estruturas sem limitações relativas à espessura e à curvatura, tirando partido do facto da variação de tensões através da espessura ser praticamente linear. Permite ainda englobar, de forma explícita, a própria fundação, mediante a consideração de relações tensões-deformações apropriadas, na zona do espaço tridimensional correspondente aos elementos resultantes da discretização da interface estrutura-fundação.

2.5.2 - Equações gerais da teoria da elasticidade

2.5.2.1 - Considere-se um referencial cartesiano definido por três versores ortogonais \underline{e}_i ($i=1,2,3$), em relação aos quais se definem as coordenadas x_i ($i=1,2,3$) de qualquer ponto do domínio contínuo. A actuação de solicitações induz deslocamentos caracterizados, em cada ponto, pelas suas componentes cartesianas u_i ($i=1,2,3$), desenvolvendo-se deformações associadas a cada elemento de volume $dV = dx_1 dx_2 dx_3$. Estas deformações são

caracterizadas por um tensor de segunda ordem, simétrico, em que, na hipótese das pequenas deformações, as componentes diagonais representam extensões $\varepsilon_i = \varepsilon_{ii}$ ($i=1,2,3$) e as componentes não diagonais representam semi-distorções $\gamma_{ij}/2$ ($i,j=1,2,3$ e $i \neq j$) [Oliveira, 1969].

Representando, na forma vectorial, as seis componentes distintas do tensor das deformações, estas relacionam-se com as derivadas dos deslocamentos por meio de,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_i \\ \gamma_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right]^2 \\ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

($i=1,2,3; j=2,3,1$)
($k=1,2,3$)

Admitindo que as derivadas dos deslocamentos são muito pequenas quando comparadas com a unidade (hipótese dos pequenos deslocamentos ou da linearidade geométrica), podem desprezar-se na equação anterior as parcelas correspondentes aos produtos das derivadas dos deslocamentos, obtendo-se as relações linearizadas,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_i \\ \gamma_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \\ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

($i=1,2,3; j=2,3,1$)

Das segundas derivadas das componentes do tensor das deformações obtêm-se as seis equações de compatibilidade,

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_j}{\partial x_i^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} = 0 \quad (2.19)$$

($i=1,2,3; j=2,3,1$)

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_i}{\partial x_j \partial x_k} + \frac{\partial^2 \gamma_{jk}}{\partial x_i^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{ij}}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial^2 \gamma_{ik}}{\partial x_i \partial x_j} = 0 \quad (2.20)$$

$$(i=1,2,3; j=2,3,1; k=3,1,2)$$

Em cada ponto do domínio, o estado de tensão pode ser caracterizado por um tensor de segunda ordem, simétrico, cujas componentes diagonais $\sigma_i = \sigma_{ii}$ ($i=1,2,3$) correspondem a tensões normais e as componentes não diagonais representam tensões tangenciais τ_{ij} ($i, j=1,2,3$ e $i \neq j$).

O equilíbrio de forças de um elemento de volume $dV = dx_1 dx_2 dx_3$, considerando as forças mássicas por unidade de volume b_i ($i=1,2,3$), permite escrever,

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} + b_i = 0 \quad (2.21)$$

$$(i=1,2,3; j=2,3,1; k=3,1,2)$$

sendo o equilíbrio de momentos garantido através da simetria do tensor das tensões.

Nos pontos da fronteira do domínio, caracterizados pela normal n_i ($i=1,2,3$) e onde actuam as forças distribuídas por unidade de superfície q_i ($i=1,2,3$), as equações de equilíbrio têm a forma,

$$\sigma_i n_i + \tau_{ij} n_j + \tau_{ik} n_k = q_i \quad (2.22)$$

$$(i=1,2,3; j=2,3,1; k=3,1,2)$$

Admitindo que o comportamento dos materiais é elástico linear e independente do tempo, as tensões e as deformações relacionam-se por,

$$\begin{bmatrix} \sigma_i \\ \tau_{ij} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_i^0 \\ \tau_{ij}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{ip} = D_{pi} & DG_{ip} \\ DG_{pi} & G_{ip}^* = G_{pi}^* \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_p \\ \gamma_{pq} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_p^0 \\ \gamma_{pq}^0 \end{bmatrix} \right) \quad (2.23)$$

$$(i=1,2,3; j=2,3,1)$$

$$(p=1,2,3; q=2,3,1)$$

representando-se por σ_i^0 , τ_{ij}^0 , ε_p^0 e γ_{pq}^0 os estados de tensão e deformação iniciais.

Se os materiais apresentarem um comportamento mecânico ortótropo, as relações tensões-deformações dependem apenas de nove constantes independentes. Se o referencial utilizado coincidir com as direcções de ortotropia, as constantes características do material correspondem a todos os termos da matriz D_{ip} e aos termos diagonais da matriz G_{ip}^* , sendo, portanto, $DG_{ip} = 0$ e $G_{ip}^* = 0$ para $i \neq p$.

Para materiais isotrópicos, as relações tensões-deformações só dependem de duas constantes, por exemplo, do módulo de elasticidade (ou módulo de Young) E e do coeficiente de Poisson ν ,

$$D_{ii} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.24)$$

$$(i = 1, 2, 3)$$

$$D_{ip} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.25)$$

$$(i = 1, 2, 3; p = 2, 3, 1)$$

$$G_i = G_{ii}^* = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.26)$$

$$(i = 1, 2, 3; p = 2, 3, 1)$$

2.5.2.2 - Existindo superfícies de descontinuidade (juntas) a separar os volumes contínuos, os pontos dessas superfícies podem ser definidos pelas coordenadas x_i' ($i = 1, 2, 3$) relativas a um referencial local cartesiano em que o versor \underline{e}_3' é perpendicular, em cada ponto, à superfície. Devido às acções exteriores, as variações de deslocamentos $\Delta u_j'$ ($j = 1, 2, 3$) (referidas ao sistema de eixos local) entre os bordos superior (s) e inferior (i) da junta (Fig. 2.9), são dadas pelas relações,

$$\Delta u_j' = u_j'^s - u_j'^i \quad (2.27)$$

$$(j = 1, 2, 3)$$

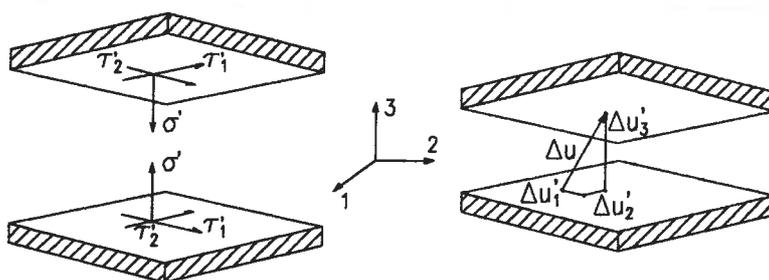


Fig. 2.9 - Definição estrutural das superfícies de descontinuidade.

Admitindo-se um comportamento elástico linear e independente do tempo, a tensão normal σ'_3 e as tensões tangenciais τ'_j ($j=1,2$) na junta relacionam-se com as variações de deslocamentos dos seus bordos por intermédio de,

$$\begin{bmatrix} \tau'_j \\ \sigma'_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tau_j^{/0} \\ \sigma_3^{/0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} KT_j & KTN \\ KNT_j & KN \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \Delta u'_j \\ \Delta u'_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta u_j^{/0} \\ \Delta u_3^{/0} \end{bmatrix} \right) \quad (2.28)$$

$(j=1,2)$

representando-se por KN e KT_j as constantes que caracterizam, respectivamente, as rigidezes normal e tangenciais da junta, por KTN e KNT_j as constantes de rigidez dos termos cruzados e por $\sigma_3^{/0}$, $\tau_j^{/0}$, $\Delta u_3^{/0}$ e $\Delta u_j^{/0}$ as tensões e as variações de deslocamentos impostas.

Se se admitir que não há interacção (i) entre a variação de deslocamentos tangenciais e a tensão normal e (ii) entre a variação do deslocamento normal e as tensões tangenciais, isto é, que as variações de deslocamentos entre os bordos da junta, numa determinada direcção, dependem apenas da tensão aplicada nessa mesma direcção (por outras palavras, se a influência da dilatação puder ser desprezada), então $KTN=0$ e $KNT_j=0$, e a matriz que figura nas relações (2.28) passa a ser diagonal.

2.5.3 - Equilíbrios de casca espessa

Como se referiu, o estudo de cascas, delgadas ou espessas, pode ser feito com vantagem usando modelos derivados directamente da teoria da elasticidade tridimensional [Zienkiewicz, 1977]. Neste tipo de modelos, supõe-se que as secções transversais da casca se conservam planas mas não perpendiculares ao folheto médio deformado. Admite-se ainda

que o eixo local perpendicular ao folheto médio da casca (definido pelo versor \underline{e}'_3) é uma direcção de ortotropia e que a tensão normal nessa direcção satisfaz a condição $\sigma'_3 = 0$. As deformações ε'_1 , ε'_2 e γ'_{12} e as tensões σ'_1 , σ'_2 e τ'_{12} , existentes nos planos tangentes à casca, variam linearmente através da espessura. As distorções γ'_{13} e γ'_{23} e as respectivas tensões tangenciais τ'_{13} e τ'_{23} são independentes da direcção normal ao folheto médio da casca e são calculadas considerando módulos de distorção corrigidos por um coeficiente k adequado [Pedro, 1973]. Considera-se assim, de forma aproximada, a contribuição dos esforços transversos para a deformação transversal.

Considere-se então um sistema de eixos local definido pelos versores ortogonais \underline{e}'_i ($i=1,2,3$) em cada ponto, sendo \underline{e}'_3 perpendicular ao plano tangente à casca nesse ponto. A transformação de coordenadas relativa ao sistema de eixos geral, definido pelos versores ortogonais \underline{e}_j ($j=1,2,3$), comum a todo o domínio, é feita por,

$$x'_i = a_{ij} x_j \quad (2.29)$$

$$(i, j = 1, 2, 3)$$

em que a_{ij} é o co-seno do ângulo formado pelos versores \underline{e}'_i e \underline{e}_j . As componentes dos estados de deformação e de tensão são transformadas através das relações,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon'_i \\ \gamma'_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_{ip})^2 & a_{ip}a_{iq} \\ 2a_{ip}a_{jp} & a_{ip}a_{jp} + a_{iq}a_{jp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_p \\ \gamma_{pq} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$(i = 1, 2, 3; j = 2, 3, 1)$$

$$(p = 1, 2, 3; q = 2, 3, 1)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma'_i \\ \tau'_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_{ip})^2 & 2a_{ip}a_{iq} \\ a_{ip}a_{jp} & a_{ip}a_{jp} + a_{iq}a_{jp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_p \\ \tau_{pq} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$(i = 1, 2, 3; j = 2, 3, 1)$$

$$(p = 1, 2, 3; q = 2, 3, 1)$$

Considerando que a direcção definida por \underline{e}'_i ($i=1,2,3$) é uma direcção principal e que, paralelamente ao folheto médio, se pode admitir a existência de um estado plano de tensão, as relações tensões-deformações (não considerando, por simplificação, deformações

e tensões iniciais) escrevem-se, para materiais isotrópicos, na forma,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1' \\ \varepsilon_2' \\ \varepsilon_3' \\ \gamma_{12}' \\ \gamma_{13}' \\ \gamma_{23}' \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu)k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu)k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1' \\ \sigma_2' \\ \sigma_3' \\ \tau_{12}' \\ \tau_{13}' \\ \tau_{23}' \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1' \\ \sigma_2' \\ \sigma_3' \\ \tau_{12}' \\ \tau_{13}' \\ \tau_{23}' \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1' \\ \varepsilon_2' \\ \varepsilon_3' \\ \gamma_{12}' \\ \gamma_{13}' \\ \gamma_{23}' \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

sendo k o factor de corte, para o qual se adopta, correntemente, o valor de 1,2 [Zienkiewicz, 1977].

2.6 - Ligações exteriores

2.6.1 - As condições de fronteira a considerar no estabelecimento dos modelos estruturais podem ser de três tipos: i) imposição, em pontos da fronteira, de algumas das componentes dos deslocamentos (apoios rígidos); ii) aplicação de forças distribuídas na superfície da fronteira, representando a acção do exterior sobre o volume em análise; e iii) imposição das relações forças-deslocamentos que se devem verificar na superfície de fronteira (apoios elásticos).

No caso das barragens de betão, quando o modelo estrutural engloba a barragem e o maciço rochoso, representa-se um volume de maciço suficientemente grande em relação às

dimensões da barragem, por forma a ser admissível a imposição de deslocamentos nulos na fronteira do maciço. A utilização deste critério aumenta consideravelmente a dimensão dos modelos, acarretando maiores dificuldades de execução e penalizando substancialmente o tempo de cálculo. Para reduzir as dimensões do modelo, utilizam-se com frequência apoios elásticos, impondo relações forças-deslocamentos na superfície de inserção da barragem no maciço de fundação [Pedro et al, 1973]. Estes apoios elásticos podem ser definidos por relações forças-deslocamentos i) independentes em cada ponto ou, ii) entrando em linha de conta com a interacção entre os vários pontos da superfície.

As características dos apoios elásticos em que se considera não existir interacção entre pontos de apoio adjacentes, designados por apoios do tipo Winkler, são normalmente determinadas por métodos simplificados, dando origem a matrizes de deformabilidade da fundação com forma diagonal. Os coeficientes de Vogt [Vogt, 1925] são parâmetros que caracterizam apoios deste tipo, correspondendo aos deslocamentos médios que se verificam numa superfície rectangular assente num espaço semi-infinito elástico, sob a acção de forças e momentos unitários uniformemente distribuídos. A técnica dos coeficientes de Vogt tem sido tradicionalmente usada na simulação da deformabilidade da fundação de barragens de betão, tanto em aplicações do método "trial-load" [USBR, 1938 e 1956] como em diferentes idealizações do comportamento estrutural utilizando o método dos elementos finitos [Hartley et al, 1974; Pedro, 1977; Teles, 1985]. Com esta técnica pretende-se ter em conta, embora de forma indirecta, a interacção entre os vários pontos da fundação, utilizando como área carregada um rectângulo cuja relação entre lados é função das dimensões da superfície de inserção da barragem na fundação.

A consideração da interacção entre todos os pontos da superfície de fundação corresponde, na análise estrutural, a utilizar matrizes de deformabilidade cheias. Estas matrizes podem ser determinadas a partir de um estudo prévio do maciço rochoso, i) efectuado por meio de soluções analíticas da teoria da elasticidade, nos casos particulares em que se possa admitir que as estruturas estão assentes em meio espaço ou quarto espaço com comportamento elástico, homogéneo e isótropo, ou ii) utilizando soluções aproximadas obtidas por métodos numéricos (elementos finitos, elementos de fronteira e elementos discretos). A deformabilidade do maciço rochoso pode ainda ser simulada considerando juntas na superfície de apoio, de modo a reproduzir as características de deformabilidade do volume exterior ao modelo.

2.6.2 - No modelo desenvolvido utilizou-se a técnica dos coeficientes de Vogt para introduzir a deformabilidade da fundação. Como se referiu, estes coeficientes foram estabelecidos a

partir da deformação média de uma superfície rectangular plana de fundação, submetida a cargas linearmente variáveis através da largura e uniformes ao longo do comprimento, calculando-se uma matriz de deformabilidade que relaciona três translações e duas rotações com as correspondentes forças e momentos. No caso geral, a superfície de inserção de uma estrutura na fundação não apresenta forma rectangular, pelo que se utiliza a técnica do rectângulo equivalente de dimensões a e b , de área idêntica à da superfície de inserção (Fig. 2.10), considerando-se, em cada faixa de espessura h , um rectângulo homotético de dimensões h e bh/a [USBR, 1956; Pedro, 1973].

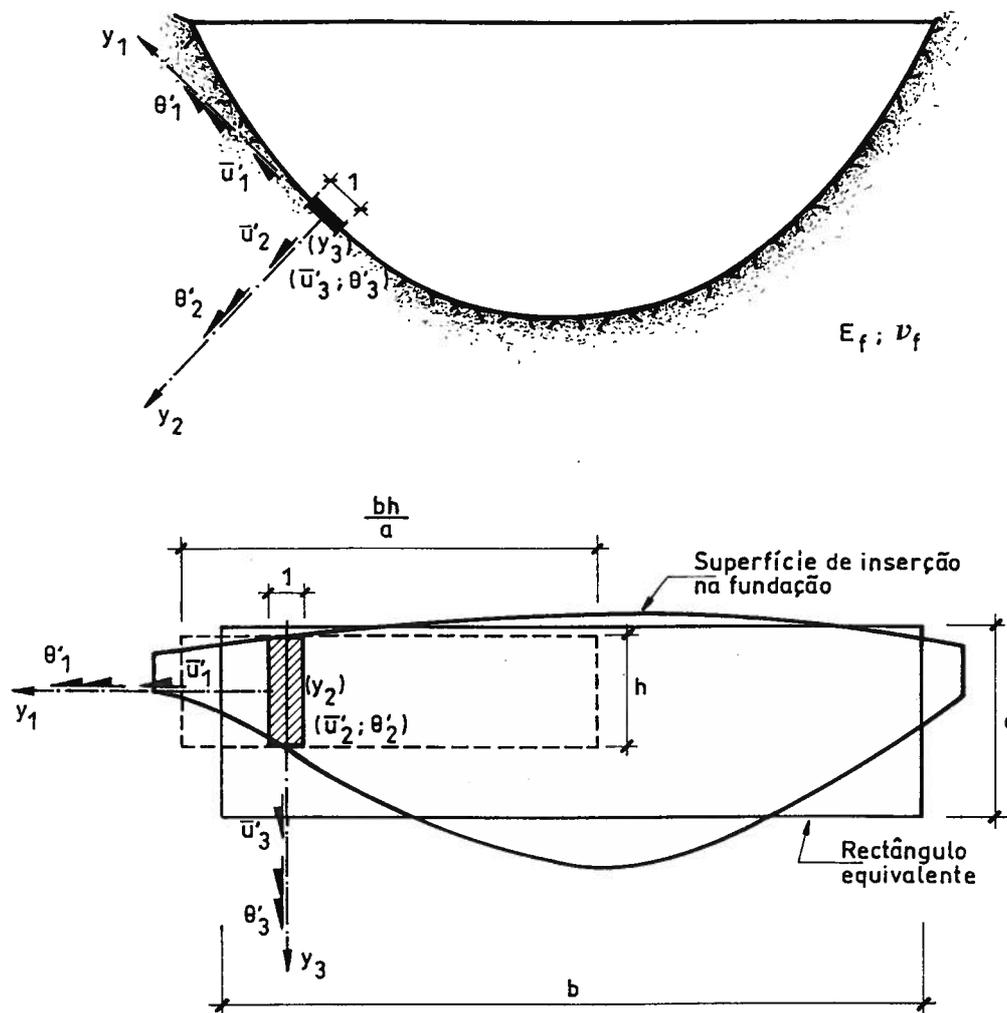


Fig. 2.10 - Técnica dos coeficientes de Vogt para consideração da deformabilidade da fundação. Convenção de referenciais.

A relação matricial entre o vector das translações e rotações e o vector das forças e momentos, referida ao sistema local de eixos ortogonais definido para $y_3=0$, sendo y_3 a direcção normal à superfície de fundação, tem a forma,

$$\begin{bmatrix} \bar{u}'_1 \\ \bar{u}'_2 \\ \bar{u}'_3 \\ \theta'_1 \\ \theta'_2 \\ \theta'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} & k_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{43} & k_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P'_1 \\ P'_2 \\ P'_3 \\ M'_1 \\ M'_2 \\ M'_3 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$k_{11} = \frac{\gamma'(v_f, a/b)}{E_f} \quad (2.35)$$

$$k_{22} = \frac{\beta'(v_f, b/2a)}{E_f} \quad (2.36)$$

$$k_{33} = \frac{\gamma'(v_f, b/a)}{E_f} \quad (2.37)$$

$$k_{44} = \frac{\alpha'(v_f, b/a)}{E_f h^2} \quad (2.38)$$

$$k_{34} = k_{43} = \frac{\alpha''(v_f, b/a)}{E_f h} \quad (2.39)$$

$$k_{55} = \frac{\delta'(v_f, b/2a)}{E_f h^2} \quad (2.40)$$

sendo α' , β' , γ' , δ' e α'' os coeficientes de Vogt [USBR, 1938 e 1956].

A igualdade matricial (2.34) pode escrever-se de uma forma mais compacta,

$$d'_m = F D'_{mn} F'_n \quad (2.41)$$

$(m, n = 1, 2, \dots, 5)$

Designando por \underline{DF}' a matriz inversa de \underline{FD}' , pode então escrever-se,

$$F'_n = DF'_{nm} d'_m \quad (2.42)$$

$$(n, m = 1, 2, \dots, 5)$$

2.7 - Acções

2.7.1 - Generalidades

As barragens de betão e as suas fundações estão sujeitas a várias acções, na sua maioria variáveis ao longo do tempo. As acções podem ser agrupadas de acordo com diferentes critérios, nomeadamente: i) em estáticas e dinâmicas, conforme puderem ou não ser desprezadas, na análise dos respectivos efeitos estruturais, as forças de inércia e de amortecimento; ii) de acordo com as solicitações a que dão origem, em acções directas (traduzidas por forças mássicas ou de superfície actuando na estrutura) e em acções indirectas (traduzidas pela imposição de deslocamentos ou deformações). Além disso, dada a natureza específica das diferentes fases da vida das barragens, podem considerar-se as acções que actuam: i) durante a construção e no período que decorre até ao primeiro enchimento da albufeira; ii) durante o primeiro enchimento da albufeira; e iii) ao longo do período de exploração corrente da obra. Neste contexto, considera-se que as tensões iniciais na barragem são aquelas que estão instaladas no início do primeiro enchimento da albufeira, correspondendo a um estado de referência para as fases futuras da vida da obra.

No período compreendido entre o início da construção e o primeiro enchimento da albufeira, as acções mais importantes resultam de escavações nos maciços rochosos, da colocação dos materiais e das injeções das juntas de contracção e das fundações. As acções a considerar são: peso próprio do betão; variações de temperatura no ar; variações de temperatura resultantes da libertação do calor de hidratação do betão; retracção; movimentos das fundações durante a construção e durante as injeções para consolidação e impermeabilização; e injeção das juntas de contracção. Estas acções actuam sobre uma estrutura cujas características geométricas e mecânicas vão variando significativamente ao longo de todo o processo construtivo, pelo que a história deste processo desempenha um papel decisivo na determinação do estado de tensão inicial instalado na estrutura.

Durante o primeiro enchimento da albufeira e ao longo do período de exploração, as

acções mais importantes sobre as barragens abóbada são as acções da água, as variações de temperatura no ar e na água, as acções dinâmicas de origem diversa (sismos naturais e induzidos pela formação do reservatório, ondas de cheia, funcionamento de descarregadores e de outros órgãos hidráulicos, etc), os movimentos das fundações resultantes do enchimento da albufeira e as variações de volume do betão.

As acções nunca se exercem sobre as estruturas isoladamente, havendo que analisar situações correspondentes a combinações plausíveis para cada fase da vida útil da obra. Estas combinações agrupam, de forma criteriosa, várias das acções atrás referidas, pretendendo representar situações relativas à construção ou às condições normais de funcionamento da obra. Estas situações são designadas habitualmente, no caso das barragens, por cenários correntes. Está fora do âmbito do presente trabalho a consideração de condições extremas de funcionamento (acidentes) que podem originar o colapso parcial ou total (cenários de rotura).

As obras deverão estar dimensionadas por forma a que seja garantida a sua funcionalidade para os cenários correntes e a sua segurança para os cenários de rotura, em qualquer fase da sua vida. Os critérios a considerar na avaliação da funcionalidade, relativamente às diferentes combinações de acções representativas dos cenários correntes, devem ter em conta, para além dos riscos envolvidos: i) a variabilidade das acções, os erros inerentes à sua quantificação e a sua probabilidade de ocorrência; e ii) a evolução das características geométricas da estrutura e das características de deformabilidade e de resistência dos materiais ao longo do tempo [Ramos, 1994].

Atendendo à natureza do presente trabalho, apenas serão consideradas as acções que induzem carregamentos quase-estáticos nas estruturas das barragens.

2.7.2 - Peso próprio

A colocação do betão, durante a construção, introduz forças mássicas verticais no volume da estrutura. A intensidade destas forças varia pouco com a composição do betão, podendo adoptar-se um valor médio de 24 kNm^{-3} .

As tensões nas barragens abóbada, devidas ao peso próprio, são extremamente condicionadas pelo processo construtivo destas estruturas, nomeadamente pela evolução das suas formas (ritmo de betonagem), pela variação dos movimentos de abertura/fecho das juntas de contracção e, em menor grau, pelas deformações diferenciais que ocorrem nas fundações.

As barragens abóbada são construídas por blocos, sendo as suas formas dependentes da geometria do vale, das características das fundações e da altura da barragem. Na maioria dos casos, os blocos mais altos apresentam, em relação à sua base, um balanço para montante

no troço inferior e um balanço global para jusante quando concluída a sua parte superior. Devido à curvatura em planta e às deformações de flexão, os blocos, ao atingirem as zonas superiores, terão tendência para se encostar junto ao paramento de jusante.

Na análise estrutural de barragens abóbada é clássica a consideração de duas hipóteses limites relativamente à distribuição de tensões devidas à acção do peso próprio: i) o peso próprio actua sobre uma estrutura já concluída, mobilizando desta forma o funcionamento dos arcos; e ii) o peso próprio actua sobre uma estrutura composta por blocos adjacentes, mas independentes (modelo de consolas independentes), originando basicamente tensões normais de direcção vertical. Considerando os efeitos diferidos, e devendo a acção do peso próprio ser considerada em conjunto com a acção das variações de temperatura no betão, devidas à libertação do calor de hidratação, o comportamento estrutural tenderá, como se comprovará através dos resultados obtidos no Cap. 7, para aquele que é representado por um modelo de consolas independentes.

2.7.3 - Acções térmicas

2.7.3.1 - As variações de temperatura nas barragens abóbada constituem uma das acções mais relevantes devido às suas características de permanência e de repetição e aos correspondentes efeitos estruturais e de deterioração dos materiais.

O estado térmico de uma barragem é influenciado por factores climáticos, pelas propriedades dos materiais e, como já se referiu, pelos processos construtivos adoptados na obra. Os factores climáticos permitem-nos definir as condições de fronteira em termos de acção térmica; as propriedades dos materiais que interessa considerar dizem respeito às características térmicas e termomecânicas do betão da barragem e do maciço rochoso de fundação; e os processos construtivos determinam os estados térmico e de tensão instalados na obra na altura da sua entrada em serviço (primeiro enchimento).

2.7.3.2 - O calor de hidratação, gerado pela reacção dos componentes do cimento com a água da amassadura durante o processo de presa e endurecimento do betão, é uma das mais importantes causas da origem das tensões iniciais nas barragens.

Na hidratação do cimento liberta-se calor, provocando nos volumes de betão uma importante subida de temperatura nos primeiros dias após a betonagem, verificando-se em seguida uma diminuição lenta dessa temperatura até se atingir o equilíbrio com exterior, ao fim de alguns meses (esse equilíbrio pode ser conseguido antes ou após o primeiro enchimento da albufeira, dependendo da extensão do período de tempo entre o final das

betonagens e o início da enchimento). O aumento da temperatura ocorre quando o betão ainda apresenta uma deformabilidade considerável, verificando-se um aumento significativo da sua rigidez no período em que se dá o arrefecimento. Estes fenómenos têm condicionado o projecto e a construção das barragens, nomeadamente na fixação das dimensões dos blocos e camadas de betonagem, na escolha do tipo de cimento e da composição dos betões e nos processos e sequências de betonagem. Para limitar, dentro de valores considerados aceitáveis, as tensões de tracção horizontais que se geram na vizinhança das interfaces das diferentes camadas de betonagem (e também para minimizar os efeitos estruturais decorrentes de eventuais assentamentos e escorregamentos nas fundações), a prática tem aconselhado a limitar a cerca de 20 metros a máxima dimensão dos blocos.

A fim de reduzir o aumento de temperatura no betão nos dias seguintes à betonagem, procura-se que: i) a dosagem de cimento seja a mínima compatível com uma resistência suficiente, utilizando-se frequentemente cinzas ou outro tipo de resíduos para colmatar, na zona dos finos, as curvas granulométricas teóricas; ii) o cimento tenha baixo calor de hidratação, recorrendo-se correntemente a cimentos pozolânicos de alto forno; e iii) a temperatura de colocação do betão seja a mais baixa possível, utilizando-se muitas vezes a refrigeração artificial durante a amassadura e nas semanas seguintes às betonagens. Os blocos são betonados por camadas com espessura compreendida, em regra, entre 1,5 e 3,0 metros, fazendo-se uma espera mínima de 3 a 4 dias entre camadas, a qual possibilita uma dissipação de calor para a atmosfera, através da superfície superior do bloco, no período em que se verifica o maior incremento de temperatura.

A quantificação destas variações de temperatura depende, para além da sequência cronológica das betonagens, de diversos factores como a composição do betão, o tipo de cimento utilizado, a temperatura de colocação, a temperatura ambiente e, naturalmente, as propriedades térmicas que influenciam a condução do calor através do betão e regulam as trocas de calor, por convecção e radiação, nas fronteiras [Silveira, 1961; Coutinho, 1974].

2.7.3.3 - O primeiro enchimento da albufeira introduz uma variação significativa nas temperaturas no paramento de montante, alterando o estado térmico instalado na barragem, especialmente na parte mais baixa. Só algum tempo após o primeiro enchimento se atinge no volume da barragem um estado térmico de referência, caracterizado pelo equilíbrio térmico, em termos de temperaturas médias, nas fronteiras em contacto com o ar, a água da albufeira e a fundação.

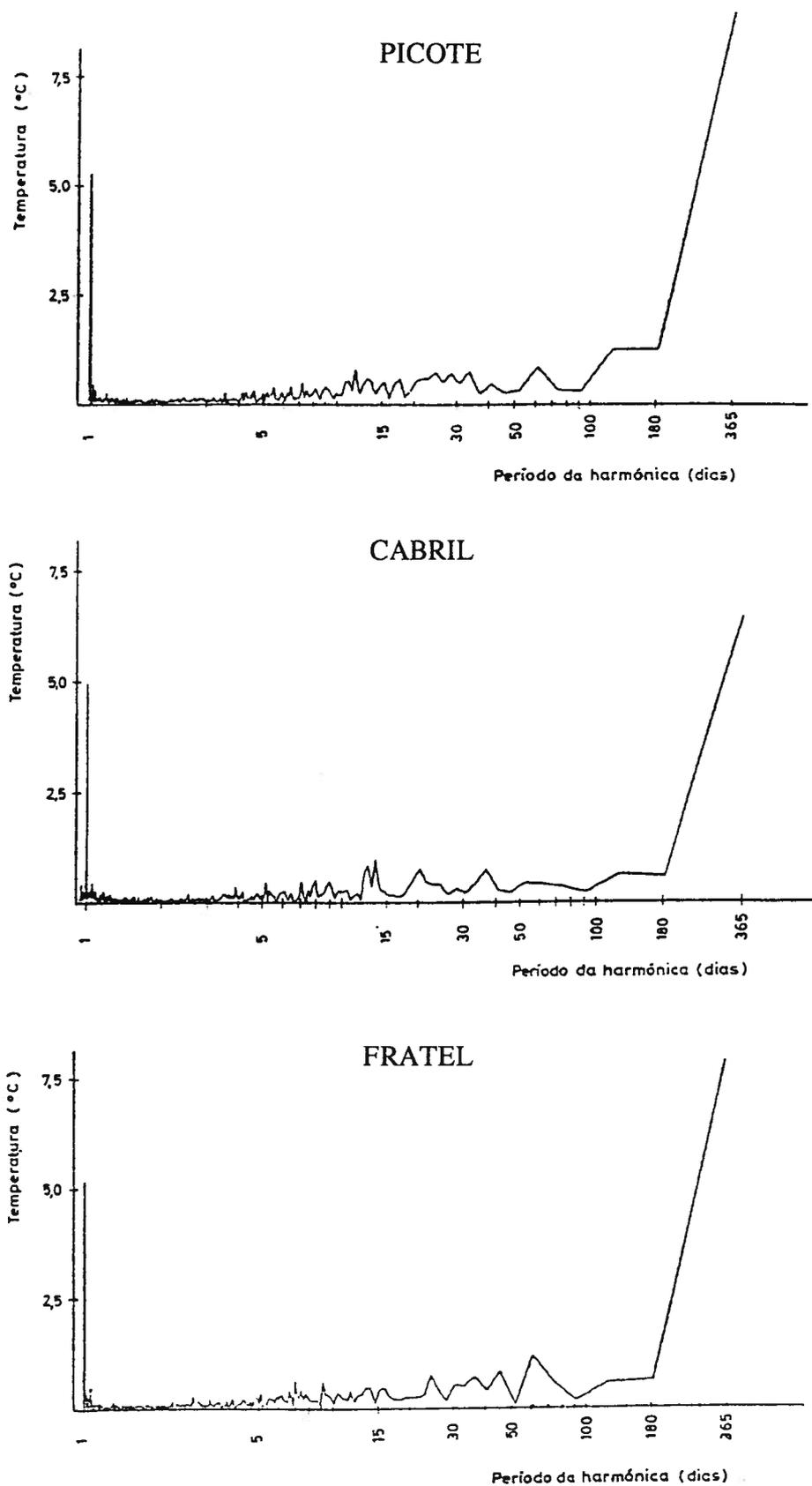


Fig. 2.11 - Espectros térmicos das temperaturas do ar dos locais das barragens do Picote, Cabril e Fratel [Teles, 1985].

As temperaturas nas superfícies em contacto com a atmosfera podem ser obtidas, com o rigor julgado necessário, a partir das temperaturas medidas no ar, tendo em consideração os efeitos da convecção e da radiação solar, directa e difusa.

A caracterização da temperatura do ar no local de construção de uma barragem não existe, em geral, antes do início dos trabalhos da sua construção. É habitual recorrer-se, nos estudos de simulação (projecto) a medições realizadas em locais próximos com climas semelhantes.

Para caracterizar analiticamente as variações de temperatura a partir dos diagramas de registos contínuos de temperatura de vários anos, admite-se habitualmente a hipótese de que a temperatura do ar pode ser representada por funções periódicas no tempo. A análise harmónica destes diagramas permite detectar os períodos de amplitude significativa que devem ser considerados. Representam-se na Fig. 2.11 os espectros térmicos das temperaturas do ar para os locais das barragens do Picote (trecho internacional do Rio Douro), Cabril (Rio Zêzere) e Fratel (Rio Tejo) [Teles, 1985]. A observação destes resultados permite concluir que apenas interessa considerar, em Portugal, as harmónicas de períodos de um dia e de um ano, podendo ser considerada aleatória a restante informação relativa às variações térmicas. Por outro lado, pode notar-se que as semi-amplitudes das ondas diária e anual variam pouco com a localização geográfica da barragem, tendo valores próximos de 5°C e de 7,5°C, respectivamente.

A onda térmica anual afecta toda a barragem mas a onda térmica diária apenas afecta uma zona superficial com cerca de 0,5 a 0,8 metros de profundidade junto aos paramentos expostos ao ar. O efeito da onda térmica diária apenas é importante nos casos em que possa agravar as tensões de tracção susceptíveis de provocar fendilhação junto aos paramentos, sendo normalmente previstas armaduras de pele para minorar as consequências desses efeitos.

A partir do primeiro enchimento da albufeira e em condições normais de exploração, grande parte do paramento de montante das barragens abóbada está em contacto com a água da albufeira. A temperatura desta água é influenciada pela temperatura do ar, pela intensidade da radiação solar, pelo regime hidrológico do rio e pelo tipo de exploração do aproveitamento.

A observação das temperaturas da água em várias albufeiras portuguesas durante décadas permitiu tirar as seguintes conclusões [Silveira, 1961]: i) a temperatura da água não é praticamente influenciada pela onda térmica diária do ar; ii) a temperatura da água em profundidade é pouco afectada pelo nível da água na albufeira; iii) nas albufeiras de regularização (a maior parte das barragens abóbada têm albufeiras deste tipo), a temperatura da água varia acentuadamente desde a superfície, onde a temperatura é próxima da do ar, até

uma profundidade da ordem dos 20 a 30 metros, mantendo-se praticamente constante para maiores profundidades; iv) o desfaseamento da onda térmica anual, em relação à temperatura do ar, aumenta com a profundidade; e v) nos aproveitamentos a fio de água a temperatura varia pouco com a profundidade.

A temperatura da fundação é pouco variável. A onda térmica diária não tem expressão prática a profundidades superiores a 0,60 metros e a onda térmica anual tem uma profundidade máxima de penetração de 12 metros [Teles, 1985]. Assim, o comportamento térmico da fundação tem pouca influência no comportamento térmico das barragens abóbada, não sendo, em geral, considerada nos estudos.

2.7.3.4 - A determinação das temperaturas $T(x_i, t)$ nos pontos de coordenadas x_i ($i = 1, 2, 3$) do interior dos volumes de betão pode basear-se na solução da equação de Fourier que rege os fenómenos de transmissão de calor por condução em sólidos isotrópicos, a qual é dada por,

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[K(x_i, t) \frac{\partial T(x_i, t)}{\partial x_i} \right] + Q(x_i, t) - C(x_i, t) \frac{\partial T(x_i, t)}{\partial t} = 0 \quad (2.43)$$

sendo $K(x_i, t)$ a condutibilidade térmica, $C(x_i, t)$ a capacidade calorífica e $Q(x_i, t)$ a quantidade de calor gerada internamente por unidade de tempo e de volume de betão. A capacidade calorífica $C(x_i, t)$ é definida pela expressão,

$$C(x_i, t) = \rho(x_i, t) c(x_i, t) \quad (2.44)$$

sendo $\rho(x_i, t)$ a massa específica e $c(x_i, t)$ o calor específico.

Uma grandeza correntemente utilizada na engenharia de barragens de betão é a difusibilidade térmica $h^2(x_i, t)$, definida por,

$$h^2(x_i, t) = \frac{K(x_i, t)}{\rho(x_i, t) c(x_i, t)} \quad (2.45)$$

As propriedades térmicas do betão, designadamente o calor específico e a condutibilidade térmica, praticamente não variam de ponto para ponto e com a idade, dentro da gama de temperaturas que habitualmente se verificam nas barragens. Nestas condições, a equação de Fourier pode ser escrita na forma,

$$K \frac{\partial^2 T(x_i, t)}{\partial x_i^2} + Q(x_i, t) - C \frac{\partial T(x_i, t)}{\partial t} = 0 \quad (2.46)$$

Soluções exactas desta equação diferencial, para sólidos de formas geométricas e condições de fronteira simples [Silveira, 1961], têm sido de grande utilidade na avaliação do estado térmico em barragens abóbada, nomeadamente as soluções de placas submetidas a variações de temperatura constantes e sinusoidais nas faces [Pedro, 1977; Pedro et al, 1984]. Mais recentemente têm sido utilizadas soluções numéricas baseadas no método das diferenças finitas [Reis et al, 1982] e no método dos elementos finitos [Teles, 1985].

Na fase de construção das barragens, a resolução da equação diferencial (2.46) possibilita o cálculo da distribuição de temperatura ao longo do tempo nos volumes de betão, considerando leis adequadas para quantificar o calor gerado na hidratação do cimento [Pinho et al, 1982; Teles, 1985] e respeitando as temperaturas impostas nas fronteiras. Relativamente à fase de serviço das obras, a geração interna de calor é desprezável, havendo apenas que considerar as temperaturas impostas nos contornos.

2.7.3.5 - Conhecida a história térmica de cada ponto do interior das barragens de betão, a determinação da resposta da estrutura, em termos de deslocamentos, deformações e tensões, faz-se a partir das deformações impostas pelas variações de temperatura ΔT e do respectivo campo de tensões, caracterizados pelas componentes,

$$\begin{cases} \varepsilon_i^0 = \alpha_i \Delta T \\ \gamma_{ij}^0 = 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

($i = 1, 2, 3 ; j = 2, 3, 1$)

$$\begin{cases} \sigma_i = D_{ik} \alpha_k \Delta T \\ \tau_{ij} = 0 \end{cases} \quad (2.48)$$

($i = 1, 2, 3 ; j = 2, 3, 1$)
($k = 1, 2, 3$)

em que α_i representa o coeficiente de dilatação térmica linear do betão na direcção definida

pelo versor \underline{e}_i . No betão das barragens, este coeficiente apresenta uma variação muito pequena, quer com a direcção quer com a idade, dependendo o seu valor do tipo, dimensões e quantidade de inertes e do tipo e grau de hidratação do cimento. Nas barragens portuguesas tem-se verificado que o coeficiente de dilatação térmica linear do betão difere muito pouco de um valor médio de $\alpha = 1,0 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ [Silveira, 1961].

Numa estrutura homogénea e isotrópica apenas se desenvolvem tensões de origem térmica se a estrutura for estaticamente indeterminada e/ou se as variações de temperatura no seu interior forem definidas por funções de grau igual ou superior ao segundo [Silveira, 1961; Oliveira, 1969].

2.7.4 - Acções da água

2.7.4.1 - A acção mecânica da água sobre um sólido permeável pode considerar-se como a sobreposição da pressão hidrostática sobre as superfícies que constituem o contorno, admitindo que estas são impermeáveis, com as subpressões nos interstícios do interior do sólido. Desta forma, as acções mecânicas da água nas barragens de betão e suas fundações induzem, nas zonas imersas: i) pressões hidrostáticas sobre os paramentos; e ii) subpressões resultantes da percolação nos meios porosos e fracturados.

No estudo das barragens de betão, dada a pequena permeabilidade do betão em comparação com a do maciço rochoso, considera-se geralmente o corpo da barragem como um meio impermeável, donde resulta que a acção da água sobre a estrutura de betão se reduz à pressão hidrostática no paramento de montante e à subpressão na superfície de inserção da estrutura na fundação.

A intensidade da pressão hidrostática nos paramentos $ph(x_3)$ é dada por,

$$ph(x_3) = (x_3^{sl} - x_3) \gamma_a \quad (2.49)$$

sendo o eixo 3 vertical, x_3^{sl} a coordenada da superfície livre da albufeira e γ_a o peso específico da água (admite-se, em regra, que $\gamma_a = 10 \text{ kNm}^{-3}$).

2.7.4.2 - Admitindo que a fundação da barragem se comporta como um meio contínuo e que o escoamento da água se processa em regime laminar, o escoamento deverá obedecer, em cada ponto, à lei de Darcy generalizada relativa a meios anisótropos, definida por,

$$v_i(t) = -K_{ij}(t) \frac{\partial h(t)}{\partial x_j} \quad (2.50)$$

$$(i, j = 1, 2, 3)$$

em que $v_i(t)$ são as componentes cartesianas do vector velocidade de percolação da água, $K_{ij}(t)$ são as componentes do tensor simétrico da condutibilidade hidráulica do meio e $h(t)$ é o potencial hidráulico, dado por,

$$h(t) = x_3 + \frac{p(t)}{\gamma_a(t)} \quad (2.51)$$

sendo $p(t)$ a pressão da água no ponto considerado.

A equação de continuidade, no caso geral do regime de escoamento não permanente em meios contínuos, tem a forma,

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_a(t) v_i(t)) = -\frac{\partial}{\partial t} (\rho_a(t) \eta(t)) \quad (2.52)$$

$$(i = 1, 2, 3)$$

sendo $\rho_a(t)$ a massa específica da água e $\eta(t)$ o volume de vazios do meio por unidade de volume. Introduzindo, nesta equação, a lei de Darcy generalizada, obtém-se,

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\rho_a(t) K_{ij}(t) \frac{\partial h(t)}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial}{\partial t} (\rho_a(t) \eta(t)) \quad (2.53)$$

$$(i, j = 1, 2, 3)$$

A solução da equação (2.53) permite obter o valor do potencial hidráulico em cada ponto. Podem utilizar-se soluções analíticas desta equação, nos casos em que seja possível idealizar a fundação da barragem como um meio homogéneo semi-infinito onde o escoamento se processa em regime permanente segundo um modelo plano, com ou sem cortina de impermeabilização [Serafim, 1954]. As soluções numéricas são utilizadas mais frequentemente, tendo sido desenvolvidas técnicas baseadas no método das diferenças finitas [Serafim, 1954], no método dos elementos finitos [Sousa, 1974; Mascarenhas, 1979] e no método dos elementos discretos [Lemos, 1987].

A acção mecânica do escoamento traduz-se por forças mássicas, distribuídas no

volume do maciço, dadas por,

$$b_i(t) = -\gamma_a(t) \frac{\partial h(t)}{\partial x_i} \quad (2.54)$$

($i = 1, 2, 3$)

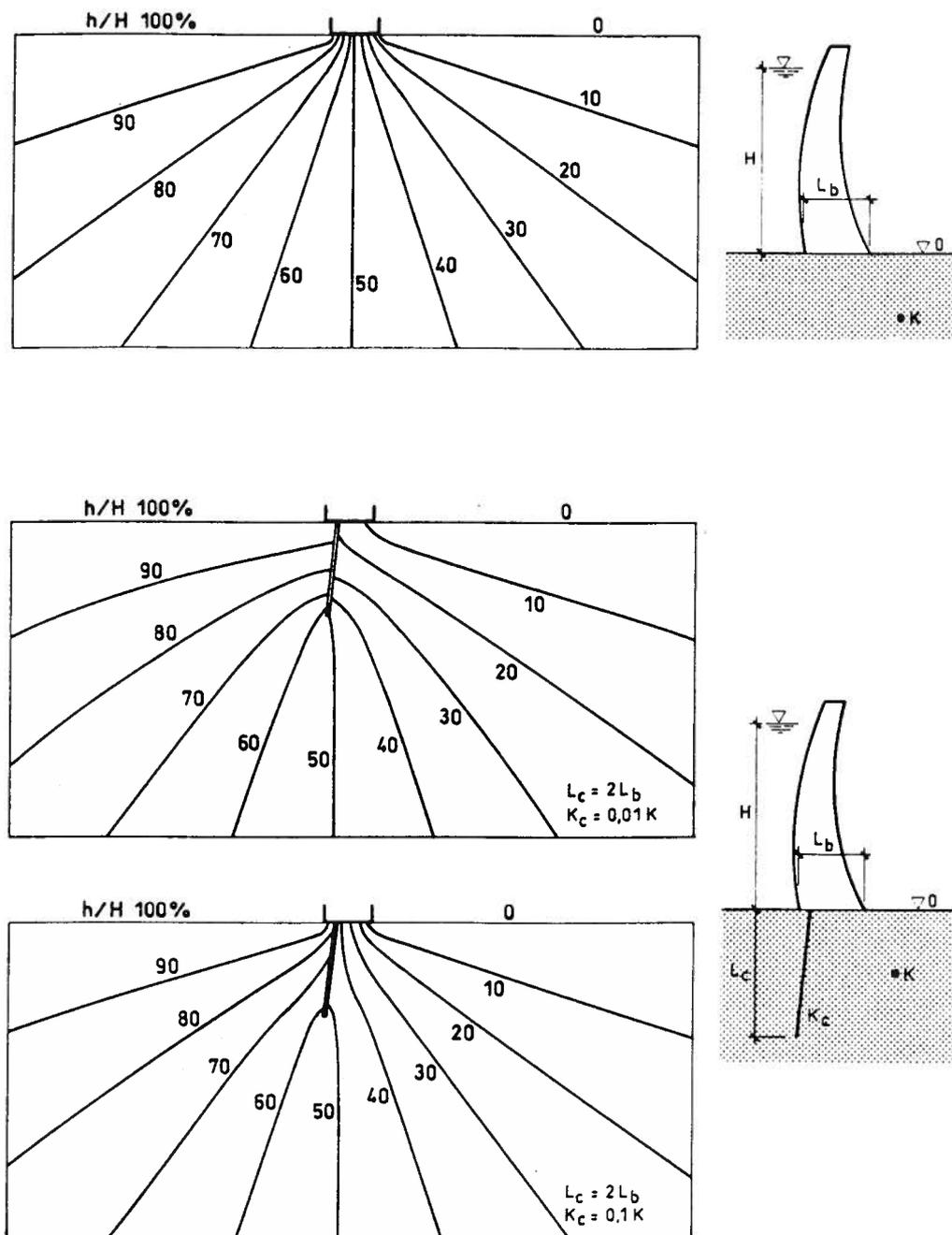


Fig. 2.12 - Fundações de barragens abóbada sem e com cortina de impermeabilização. Equipotenciais para meios homogêneos e isotrópicos [Mascarenhas, 1979].

Se as superfícies de descontinuidade existentes no maciço rochoso apresentarem permeabilidades elevadas, em comparação com a permeabilidade da matriz rochosa, o escoamento será predominantemente condicionado por essas superfícies. Nestes casos, o estudo pode realizar-se, considerando modelos i) de meio descontínuo, adoptando nas superfícies de descontinuidade as leis de escoamento das juntas [Lemos, 1987; Lamas, 1993], ou ii) de meio contínuo equivalente, eventualmente anisótropo, que incorpore, em termos médios, o efeito das descontinuidades [Sousa, 1974; Mascarenhas, 1979].

A existência de cortinas de impermeabilização e/ou drenagem altera radicalmente o potencial hidráulico na fundação das barragens, verificando-se uma queda acentuada das subpressões na superfície de inserção da barragem (Fig. 2.12).

A influência da subpressão no comportamento estrutural das barragens abóbada em condições de serviço pode ser considerada, com aproximação suficiente, admitindo que se exercem, na superfície de inserção da barragem, forças distribuídas normais que apresentam uma distribuição em forma poligonal. Os valores das subpressões que definem os vértices da poligonal poderão ser estimados a partir das observações efectuadas na rede piezométrica. No caso teórico mais simples, correspondente a não existir qualquer tipo de cortina, a poligonal reduz-se a um único troço trapezoidal montante-jusante, correspondendo os valores que o definem às pressões hidrostáticas na base de montante e no pé de jusante.

2.7.5 - Outras acções

2.7.5.1 - As variações autógenas de volume do betão têm origem em fenómenos químicos resultantes de reacções entre os componentes do betão (hidratação do cimento durante o processo de cura e endurecimento, ou reacções entre os constituintes dos agregados e os álcalis dos cimentos) ou provocados por materiais transportados na água da albufeira, nomeadamente pelos sulfatos. Outro tipo de variações de volume do betão estão relacionadas com as variações do teor de humidade do betão, provocadas pelo processo de secagem do betão (retracção) e pelas variações do nível da água na albufeira.

Durante a construção ocorrem variações de volume relacionadas com os processos de cura, endurecimento e secagem do betão, podendo os seus efeitos estruturais indesejáveis, nomeadamente a fendilhação, ser minorados, ou mesmo eliminados, através de disposições construtivas apropriadas.

As variações de volume devidas às reacções entre os constituintes dos agregados e os álcalis dos cimentos provocam, ao longo da vida das obras, expansões do betão. As expansões observadas em algumas barragens abóbada, nomeadamente em Cahora-Bassa, Santa Luzia e

Alto Ceira, têm valores significativos [Ramos et al, 1995], induzindo campos de deformações e de tensões que necessariamente terão que ser considerados na avaliação das condições de funcionalidade e segurança das obras.

Os efeitos estruturais devidos às variações de volume do betão são determinados considerando um campo inicial de deformações impostas, à semelhança do referido para as acções térmicas.

2.7.5.2 - As tensões resultantes da injeção das juntas de contracção podem considerar-se também como tensões iniciais. Estas juntas são injectadas com calda de cimento após a construção, de preferência numa época em que o campo de temperaturas no betão seja o mais baixo possível. Desta forma, estando o betão com temperaturas mais elevadas nas restantes épocas do ano, pretende-se garantir o fechamento das juntas e, conseqüentemente, assegurar a continuidade estrutural do corpo da barragem, independentemente da acção das restantes solicitações. Por este motivo, é usual injectar as juntas no final do Inverno. Em alguns casos, para fazer baixar ainda mais as temperaturas no betão, as injeções das juntas são precedidas de refrigeração artificial dos volumes de betão.

A injeção das juntas com caldas sob pressão introduz nos arcos um pré-esforço instantâneo. No entanto, dadas as características de viscosidade das caldas utilizadas para este fim, as tensões instaladas têm tendência a relaxar significativamente num curto espaço de tempo, o que é confirmado pelo rápido decréscimo dos valores observados nos dispositivos de medição da abertura das juntas, após a injeção. Essencialmente, a injeção das juntas deve ser encarada na perspectiva de obter um preenchimento eficaz do espaço remanescente entre os blocos, secundarizando a ideia de se conseguir um pré-esforço permanente nos arcos da barragem.

As injeções podem ser simuladas, em modelo matemático, considerando as pressões correspondentes como forças distribuídas nas duas faces das juntas.

2.7.5.3 - Fenómenos de natureza geológica e a construção de obras subterrâneas na vizinhança das barragens podem provocar movimentos na superfície de fundação. Ao considerar os efeitos estruturais destes movimentos, adopta-se a hipótese, aproximada, de desprezar a interacção entre o comportamento da barragem e da fundação. Deste modo, analisa-se apenas a barragem, introduzindo nas suas ligações ao exterior os movimentos estimados para a fundação.

As deformações e assentamentos das fundações que se vão produzindo à medida que se vai construindo a barragem e que poderão ocorrer durante as injeções do maciço de

fundação, para consolidação e impermeabilização, originam também tensões no corpo da barragem. A experiência tem mostrado que a sua importância é diminuta quando são adoptadas regras construtivas adequadas, nomeadamente a localização criteriosa das juntas de contracção.

2.7.5.4 - A formação da albufeira provoca a acumulação de sedimentos no fundo do vale, aumentando as pressões sobre o paramento de montante e sobre o maciço rochoso de fundação. Devido à localização destes impulsos, os seus efeitos estruturais são diminutos; no entanto, a acumulação dos sedimentos ao longo do tempo poderá afectar a funcionalidade de órgãos de segurança fundamentais, nomeadamente a manobra das comportas das descargas de fundo, podendo colocar em risco a segurança da obra.

2.7.5.5 - A utilização de pré-esforço nas barragens de betão e nos maciços rochosos tem a finalidade de comprimir determinados volumes, contribuindo para assegurar a estabilidade global das estruturas. Para além do pré-esforço previsto para a fase de construção, esta técnica tem sido muito utilizada na reparação e no reforço das estruturas, quer para melhorar o seu comportamento, quer para corrigir deficiências observadas.

O pré-esforço pode ser simulado, em modelo matemático, considerando as forças distribuídas correspondentes à sua acção.

2.7.5.6 - Em climas frios, devido à formação de uma camada de gelo à superfície, dever-se-á considerar o impulso desse gelo sobre o paramento de montante das barragens.

Os efeitos que o fenómeno cíclico de gelo/degelo provoca nas zonas fissuradas pode acelerar os processos de deterioração do betão.

3 - COMPORTAMENTO INSTANTÂNEO DOS MATERIAIS

3.1 - Introdução

3.1.1 - Os modelos de comportamento dos materiais são estabelecidos, em geral, a partir de resultados de ensaios experimentais realizados sobre provetes simples, sendo comprovados e ajustados através da observação das obras em que esses materiais estão integrados.

Os ensaios de caracterização do comportamento mecânico dos materiais podem agrupar-se em quase-estáticos e dinâmicos, apenas interessando, no âmbito do presente trabalho, considerar os do primeiro tipo.

Os ensaios quase-estáticos são realizados sobre provetes controlando forças ou deslocamentos. Nos ensaios rápidos caracteriza-se apenas o comportamento instantâneo, destinando-se os ensaios de longa duração à obtenção do comportamento de fluência dos materiais.

3.1.2 - Como consequência da sua natureza interna, o comportamento dos materiais envolvidos nas barragens abóbada, o betão e as rochas, é distinto à compressão e à tracção, sendo usual, por este motivo, realizar a sua caracterização em separado. A grande maioria da informação existente diz respeito à caracterização do seu comportamento uniaxial à compressão, sendo mais escassa a informação relativa aos comportamentos bi e triaxial e à tracção, isto pelo facto dos ensaios de compressão uniaxial serem mais fáceis de realizar que os restantes e porque, na generalidade dos casos práticos, interessa sobretudo caracterizar o bom desempenho à compressão que a fraca capacidade resistente à tracção.

3.2 - Comportamento mecânico dos materiais

3.2.1 - Os diagramas tensões-deformações obtidos em ensaios uniaxiais de tracção e de compressão de provetes de betão (Fig. 3.1) mostram que o comportamento pode ser considerado elástico e linear até se atingirem determinados níveis de tensão. Para níveis de tensão superiores, o comportamento torna-se não-linear, verificando-se uma degradação progressiva da rigidez até ocorrer a rotura. A degradação do material é devida à propagação de microfissuras na matriz de cimento, entre inertes e, predominantemente, ao longo da interface cimento-inerte, que constitui a parte menos resistente do conjunto.

O aumento progressivo da microfissuração no betão origina, à escala macroscópica, deformações permanentes. Estas deformações são devidas à existência de rugosidades nas fissuras que, conjuntamente com a ocorrência de escorregamentos internos, impossibilitam o fecho total das fissuras previamente abertas. Nos ensaios cíclicos esse fenómeno é visível na fase de descarga quando esta se inicia depois de ultrapassado o ramo elástico da curva tensões-deformações (Fig. 3.1).

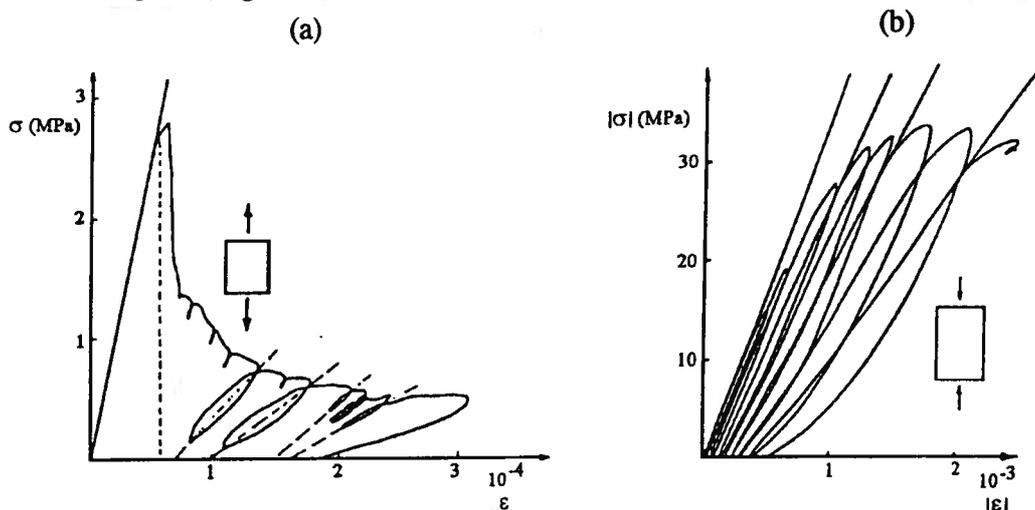


Fig. 3.1 - Comportamento uniaxial do betão à tracção (a) e à compressão (b) [Mazars, 1991].

A diferença de comportamento do betão à tracção e à compressão, observada nos ensaios uniaxiais, pode resumir-se em: i) a relação entre a tensão correspondente ao limite de elasticidade e a tensão de rotura tem, em compressão, um valor máximo da ordem de 40%, mas em tracção essa relação é muito maior, atingindo valores superiores a 80%; ii) o comportamento em compressão é caracterizado por uma certa ductilidade, mas a rotura em tracção é do tipo frágil, devido à perda de coesão do material ser mais acentuada; e iii) a resistência à tracção é muito inferior à que se verifica em compressão (é usual verificar-se uma relação próxima de 1/10 entre as respectivas tensões de rotura).

Os maciços rochosos apresentam um comportamento instantâneo semelhante ao do betão. Porém, o troço inicial em compressão pode exibir uma taxa de crescimento da deformação com a tensão decrescente (concavidade do diagrama dirigida no sentido das tensões crescentes), devida ao progressivo fecho das fissuras [Rocha, 1981]. Após esta curvatura inicial ocorre um trecho aproximadamente rectilíneo, seguido de uma curva com concavidade no sentido das extensões crescentes, tal como para o betão. No caso de se efectuarem ciclos de carga e descarga, devido ao troço inicial de menor rigidez, a recuperação praticamente total da deformação só se verifica para ciclos de carga posteriores à carga que provoca o fecho das fissuras (Fig. 3.2).

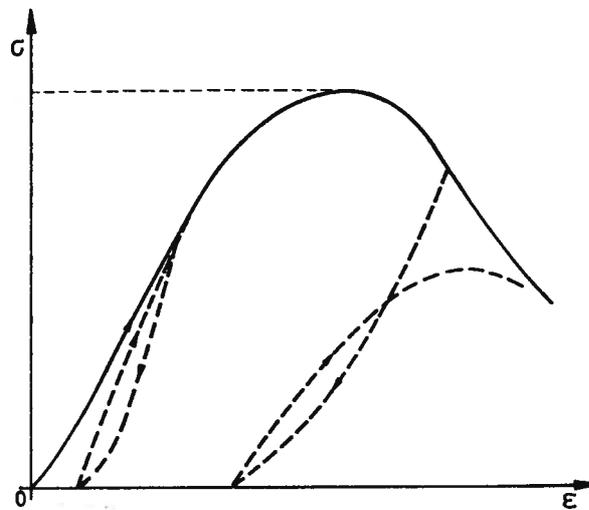


Fig. 3.2 - Comportamento uniaxial das rochas à compressão [Rocha, 1981].

3.2.2 - O comportamento do betão observado em ensaios biaxiais e triaxiais é semelhante ao que se verifica nos ensaios uniaxiais, nomeadamente o andamento não-linear das curvas tensão-deformação e a ocorrência de deformações permanentes acima do limite elástico de tensão.

A resistência biaxial e triaxial do betão à compressão é superior à observada em ensaios uniaxiais. Em ensaios de compressão biaxial observa-se um aumento de resistência de cerca de 20% (Fig. 3.3), mas em ensaios triaxiais a resistência aumenta com a tensão de confinamento, podendo atingir valores 20 vezes superiores à correspondente resistência uniaxial (Fig. 3.4).

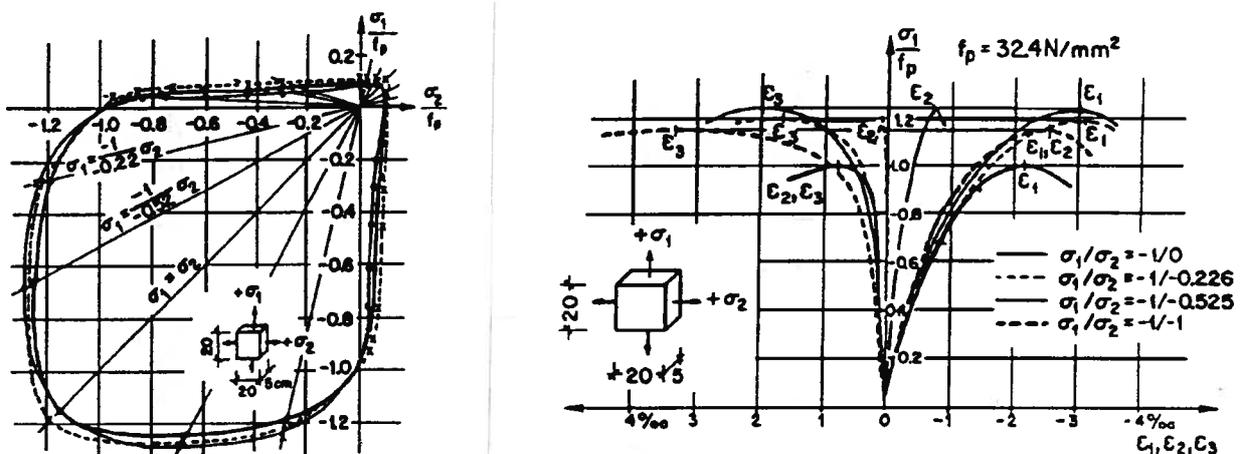


Fig. 3.3 - Comportamento biaxial do betão [Kupfer et al, 1969].

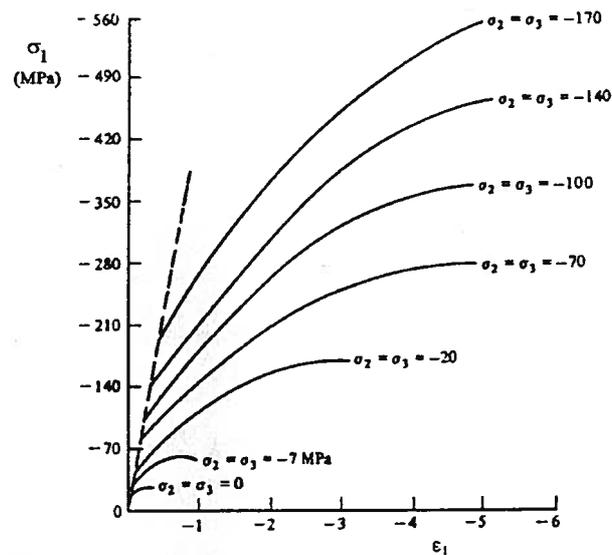


Fig. 3.4 - Comportamento triaxial do betão [Balmer, 1949].

Nos ensaios de tracção biaxiais e triaxiais, a resistência do betão é semelhante à observada nos ensaios uniaxiais (Fig. 3.3). Esta característica do comportamento à tracção fundamenta os modelos em que não se considera a interacção entre as direcções principais de tracção, admitindo tratar-se, em cada direcção, de casos uniaxiais distintos.

Em ensaios cíclicos, quando se passa do domínio da tracção para o da compressão, verifica-se uma recuperação praticamente total da rigidez (Fig. 3.5), mas na transição do ramo de compressão para o de tracção a recuperação de rigidez mantém-se apenas para um nível moderado das extensões, verificando-se uma degradação progressiva dessa rigidez à medida que aumenta a microfissuração.

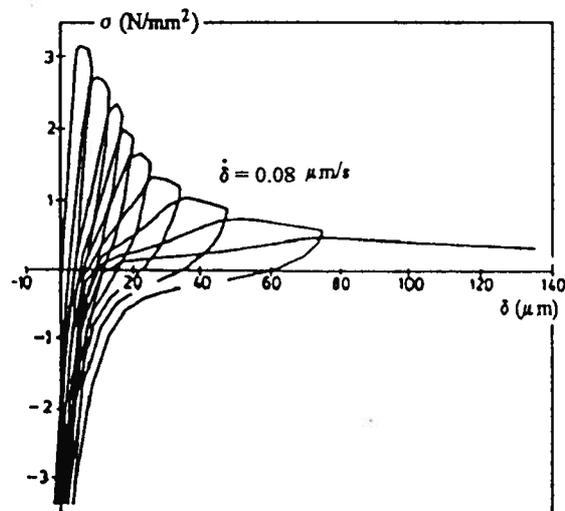


Fig. 3.5 - Comportamento do betão para cargas cíclicas [Yankelevsky et al, 1989].

3.2.3 - Pretendendo-se, em geral, que as estruturas tenham uma resposta próxima da elástica às solicitações habituais, é usual considerar como critérios de projecto das estruturas de betão em massa a não ocorrência de tensões de tracção e a limitação das compressões máximas a cerca de 40% da tensão de rotura [NPB, 1993]. A limitação das tensões de compressão aos valores desejados é, em regra, conseguida através da alteração da forma e/ou espessura das peças estruturais; a eliminação total das tensões de tracção não é possível, nomeadamente na zona superficial dos paramentos em contacto com a atmosfera, devido às variações térmicas diárias.

Atendendo aos objectivos do presente trabalho, dever-se-á seleccionar um modelo de comportamento para o betão que permita simular as diferentes situações que podem ocorrer nas barragens quando sujeitas às solicitações habituais quase-estáticas. Em particular, o modelo de comportamento do betão deverá contemplar situações de carga e descarga, e considerar os efeitos de memória e do comportamento não-linear à tracção.

A generalidade dos modelos que consideram amolecimento à tracção foram desenvolvidos para o betão, não sendo usual a utilização de modelos com enfraquecimento à tracção nos estudos de comportamento dos maciços rochosos. Os maciços rochosos apresentam, em regra, um elevado número de descontinuidades, pelo que se considera, na generalidade das aplicações, um modelo de rigidez nula no ramo de tracção.

3.3 - Modelação do comportamento à compressão

No ramo de compressão, a relação entre a tensão e a deformação instantânea do betão e dos maciços rochosos é não-linear. Esta relação é muitas vezes representada, no caso do betão, por um ramo de parábola com concavidade voltada para baixo, vértice no ponto correspondente à rotura e passando pela origem [REBAP, 1985]. Este tipo de comportamento conduz a duas possibilidades na definição do módulo de elasticidade, podendo ser tangente num dado ponto ou secante entre dois pontos.

Como já se referiu, para tensões até cerca de 40% da tensão de rotura, pode considerar-se que o módulo de elasticidade é aproximadamente constante. Nestas condições consideraram-se, no modelo adoptado, relações tensões-deformações elásticas lineares em compressão.

3.4 - Modelação do comportamento à tracção

3.4.1 - Abordagens de fenda discreta e de fenda distribuída

3.4.1.1 - A rotura frágil em tracção dos geomateriais dá-se por perda da sua coesão real, resultado da rotura das ligações internas entre o ligante e os inertes, induzindo a formação e propagação de microfissuração. A microfissuração, numa fase inicial do mecanismo de rotura, encontra-se dispersa no seio do material, mas tem tendência a localizar-se em fendas à medida que a fissuração aumenta. Os modelos da mecânica da fractura, considerando ou não a localização das fendas provenientes da evolução da microfissuração, reproduzem adequadamente este tipo de comportamento.

No âmbito da mecânica da fractura há dois tipos distintos de análise da fendilhação: a abordagem de fenda discreta e a abordagem de fenda distribuída. A do primeiro tipo admite a localização das fendas, considerando a formação de descontinuidades no material quando estas se formam ou se propagam. Em oposição, na abordagem de fenda distribuída considera-se a alteração das relações constitutivas por forma a tratar a zona fendilhada como um meio contínuo equivalente, fazendo-se, no entanto, a modelação em separado do comportamento das fendas e do meio contínuo entre elas.

Os dois tipos de representação da fendilhação apresentam simultaneamente vantagens e inconvenientes, sendo a escolha determinada, essencialmente, pelo tipo de problema a resolver. A abordagem de fenda discreta parece estar mais próxima da natureza física do fenómeno da fendilhação, apesar de sempre ocorrerem bandas de fissuração numa vizinhança limitada das fendas visíveis. No entanto, para as solicitações habituais, verifica-se que, na generalidade das estruturas de betão, a fendilhação, quando ocorre, é essencialmente distribuída, devido à existência de armaduras de tracção nas peças de betão armado e de armaduras de pele nas peças de betão em massa. Por outro lado, essa fendilhação dispersa tende apenas a concentrar-se em fendas localizadas à medida que o carregamento aplicado se aproxima dos valores de rotura.

3.4.1.2 - Como se referiu, na abordagem de fenda discreta admite-se a localização das fendas, considerando-se descontinuidades no material quando se verificam os critérios de iniciação e propagação da fendilhação. O material é considerado como um sólido contínuo até ocorrer a primeira fenda, passando esta a ser encarada como uma nova fronteira do meio.

Quando ocorre nas barragens de betão, a fendilhação estrutural está limitada, em regra, a um número reduzido de fendas em zonas específicas das obras. Nesta perspectiva,

a abordagem de fenda discreta pode ser atractiva, tanto mais que permite considerar explicitamente o efeito da pressão da água nas paredes da fenda.

Em análises realizadas pelo método dos elementos finitos, a localização das fendas nos contornos dos elementos utilizados na discretização torna a solução extremamente dependente das malhas de cálculo. Para minimizar este problema, pode-se: i) proceder à orientação dos lados dos elementos de acordo com o percurso previamente estimado para as fendas; ou ii) proceder à actualização contínua da malha de elementos, de forma a seguir-se o percurso das fendas. O primeiro procedimento é muito limitativo em relação à maioria dos casos práticos pois desconhece-se, à priori, a localização e orientação das fendas. Em relação ao segundo procedimento indicado, na análise de grandes estruturas exige-se um grande esforço computacional para actualização das malhas, perdendo-se, devido a esse motivo, muitas das vantagens em utilizar o método dos elementos finitos.

Desta forma, o campo de aplicação dos modelos baseados na abordagem de fenda discreta, utilizando o método dos elementos finitos, restringe-se a casos de estruturas simples em que são conhecidas, à partida, as bandas de fendilhação, sendo pouco interessante a sua utilização na análise de grandes estruturas sujeitas a variações apreciáveis de geometria e cargas.

3.4.1.3 - Na abordagem de fenda distribuída assume-se que a fendilhação está dispersa numa banda do meio contínuo. Assim, a representação da fendilhação é feita de uma forma aproximada, distribuindo numa banda o que na realidade acontece num número mais ou menos reduzido de fendas. A partir do momento em que se forma a primeira fenda a lei constitutiva é alterada, admitindo-se que o material, inicialmente isótropo, se transforma num material anisótropo, com eixos de anisotropia coincidentes com as direcções de fendilhação. Na direcção de anisotropia coincidente com a perpendicular ao plano das fendas a rigidez normal sofre uma quebra (amolecimento), o mesmo acontecendo à rigidez tangencial no próprio plano das fendas. A quantificação da rigidez deve considerar, de forma independente, a contribuição das parcelas relativas ao meio contínuo e às fendas. Este tipo de abordagem permite contornar algumas das dificuldades inerentes à abordagem de fenda discreta no método dos elementos finitos, pois mantém-se inalterada a topologia durante a análise, sendo apenas actualizadas as relações constitutivas dos materiais à medida que o processo de fendilhação evolui. O aspecto mais susceptível de crítica prende-se com a dificuldade em simular, de uma forma simples, a descontinuidade introduzida por uma fenda no campo de deslocamentos [Faria, 1994].

3.4.2 - Teoria da mecânica da fractura

3.4.2.1 - Na mecânica da fractura são considerados três modos elementares de deformação (Fig. 3.6): modo I, associado ao comportamento normal das fendas, e modos II e III, relacionados com o seu comportamento distorcional. Relativamente aos modos de corte, muitas vezes faz-se apenas referência ao modo planar II, dado que existe pouca informação relativa ao modo III (associado a uma deformação de corte aplicada na direcção perpendicular à direcção de evolução da fenda). Nos casos planos apenas intervêm os modos I e II, verificando-se, na generalidade dos casos práticos, que eles estão associados.

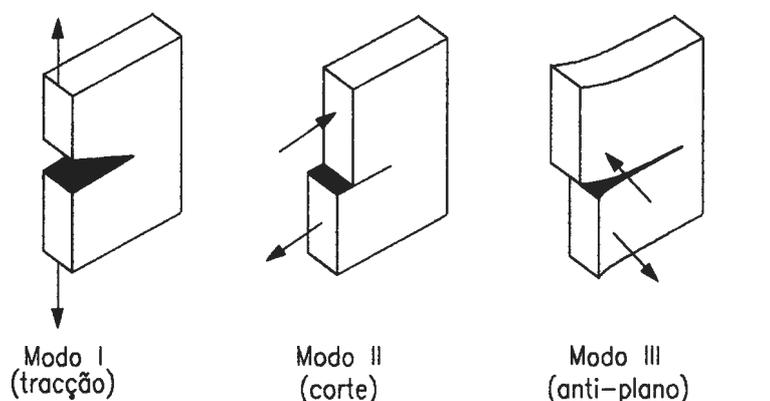


Fig. 3.6 - Representação esquemática dos modos de fractura.

Os modelos de mecânica da fractura podem dividir-se em duas categorias: os modelos da mecânica da fractura elástica linear (MFEL) e os modelos da mecânica da fractura não linear (MFNL). Nas secções seguintes são descritas, sucintamente, as principais características de cada um destes modelos.

3.4.2.2 - Considere-se a distribuição de tensões junto à extremidade de um orifício de forma elíptica numa placa infinita constituída por um material com comportamento elástico linear. Partindo de um orifício circular e fazendo tender para zero o comprimento do eixo menor, a forma elíptica aproxima-se da configuração de uma fenda, ao mesmo tempo que tende para infinito a tensão na direcção normal ao eixo maior, na extremidade da fenda (Fig. 3.7).

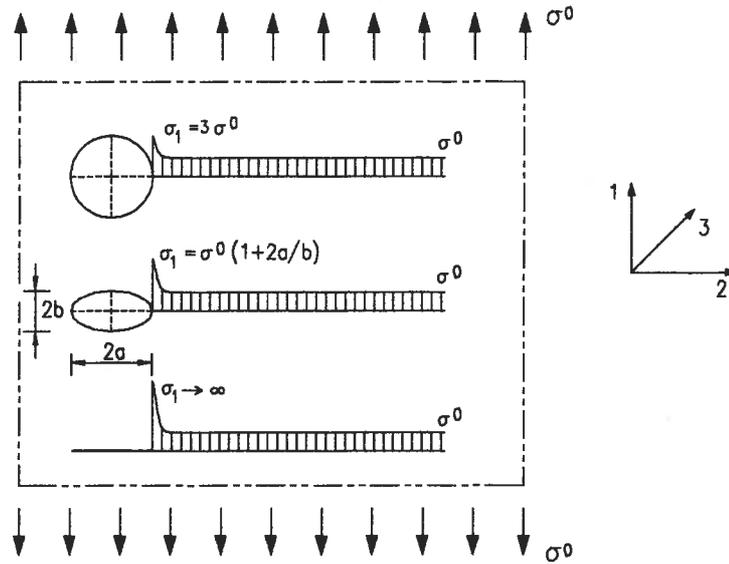


Fig. 3.7 - Distribuição de tensões nas extremidades de orifícios de uma placa infinita sujeita à tracção.

O campo de tensões na vizinhança da extremidade de uma fenda de comprimento $2a$ (Fig. 3.8) pode ser caracterizado através de soluções analíticas da teoria da elasticidade [Muskhelishvili, 1953],

$$\begin{bmatrix} \sigma_1(r, \theta) \\ \tau_{12}(r, \theta) \\ \tau_{13}(r, \theta) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} K_I f_1(\theta) \\ K_{II} f_{12}(\theta) \\ K_{III} f_{13}(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$K_I = q_1 \sqrt{\pi a} g \quad (3.2)$$

$$K_{II} = q_2 \sqrt{\pi a} g \quad (3.3)$$

$$K_{III} = q_3 \sqrt{\pi a} g \quad (3.4)$$

sendo r e θ as coordenadas polares, $f_1(\theta)$, $f_{12}(\theta)$ e $f_{13}(\theta)$ funções trigonométricas conhecidas, g um parâmetro que depende da geometria e das condições de fronteira ($g=1$ no caso da placa infinita), e K_I , K_{II} e K_{III} os factores de intensidade de tensão, com base nos quais se caracteriza o estado da fenda relativamente aos três modos elementares de

fractura. Esta solução da teoria da elasticidade não é compatível com a realidade física já que os materiais não suportam tensões infinitas. No entanto, é nesta hipótese que assenta a teoria da MFEL, admitindo a existência de uma zona localizada na extremidade da fenda em que as tensões ultrapassam a resistência do material e que todo o meio contínuo se encontra em regime elástico linear.

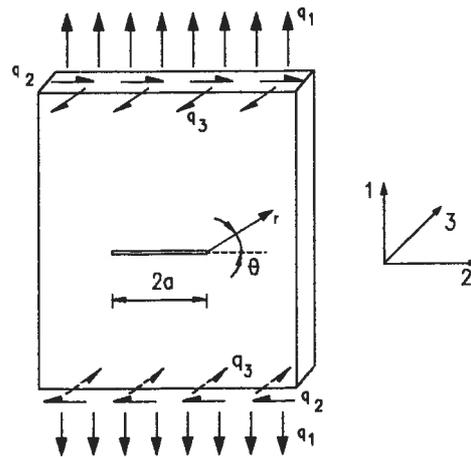


Fig. 3.8 - Placa dotada de uma fenda de comprimento $2a$. Convenções de referenciais e de solicitações.

A possibilidade de propagação da fenda é avaliada com base num critério de estabilidade, formulado a partir de considerações energéticas, podendo exprimir-se na forma,

$$f(K_I, K_{II}, K_{III}, K_{Ic}) = 0 \quad (3.5)$$

em que K_{Ic} é uma propriedade característica do material, designada por tenacidade à fractura ou factor crítico de intensidade de tensão. Na literatura podem encontrar-se diversas expressões para as funções referidas anteriormente [Broek, 1974; Oliver et al, 1988; Alfaiate, 1992; Karihaloo, 1995].

As análises da MFEL recorrem a um processo iterativo, sendo em cada passo determinados os factores de intensidade de tensão, estabelecendo o critério (3.5) a extensão e a orientação da propagação da fenda ou a detecção da sua configuração final. No caso de uma placa infinita solicitada apenas à tracção, com uma fenda de comprimento $2a$ (Fig. 3.7), o critério de estabilidade permite determinar a tensão crítica de tracção σ^{0c} a partir da qual a fenda se propaga,

$$\sigma^{0c} = K_{Ic} \sqrt{\frac{1}{\pi a}} \quad (3.6)$$

Este tipo de modelo apoia-se numa abordagem de fenda discreta, sendo necessário considerar a existência, na situação inicial, de pelo menos uma fenda ou entalhe. Como, no caso geral, a localização das fendas é desconhecida à priori, o seu campo de aplicabilidade é bastante restrito.

3.4.2.3 - Considerando como válida a distribuição de tensões dada pela MFEL fora da vizinhança da extremidade da fenda, a existência de um limite físico para a resistência dos materiais implica que a zona em processo de fractura (ZPF) deva ter uma dimensão correspondente à distância entre a extremidade da fenda e o ponto no volume em que a tensão instalada iguale o valor da resistência de pico à tracção. No caso de materiais dúcteis, essa zona encontra-se plastificada, estando a tensão limitada ao valor de cedência (Fig. 3.9(a)). Nos materiais com comportamento frágil em tracção, na ZPF propaga-se a microfissuração provocada pela rotura das ligações internas entre o ligante e os agregados, sendo esta microfissuração tanto maior quanto menor for a distância à extremidade da fenda. A consideração de uma distribuição não-linear de tensões na ZPF constitui a principal hipótese da MFNL, correspondendo ao patamar de cedência nos materiais dúcteis e ao troço de amolecimento nos materiais frágeis (Fig. 3.9(b)).

Os fenómenos que se verificam na vizinhança da extremidade de uma fenda diferem de material para material, sendo dependentes das suas características internas. No entanto, os modelos da MFNL, requerendo apenas a definição das relações constitutivas representativas do comportamento em todo o domínio das deformações, permitem o tratamento dos estudos de fractura de forma geral para todo o tipo de materiais.

Os critérios usados pela MFNL na definição do início do processo de fractura admitem que o material é homogéneo e inicialmente isotrópico, podendo por isso ser expressos em termos de tensões principais ou dos invariantes do tensor das tensões [Dinis, 1994]. O critério de Rankine, correntemente utilizado para o betão e para as rochas, baseia-se no conceito de resistência do material, e considera que a fendilhação se inicia quando uma das tensões principais atinge o valor da resistência à tracção, formando-se uma fenda normal à direcção dessa tensão. Com o acréscimo das extensões normais ao plano da fenda, após se ter atingido o valor de pico da tensão, verifica-se uma quebra gradual de tensão (amolecimento).

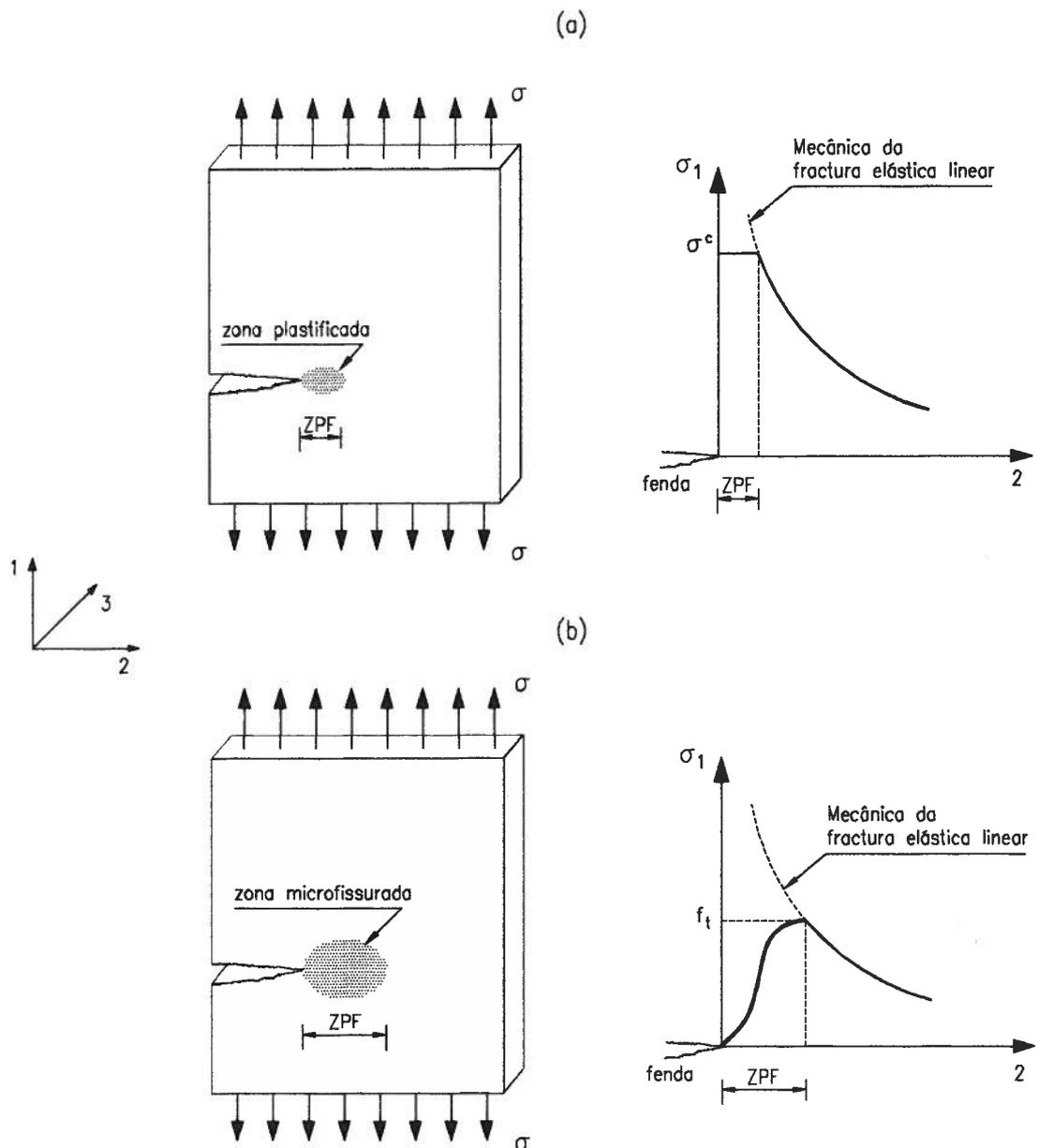


Fig. 3.9 - Distribuição de tensões na zona em processo de fratura (ZPF), em materiais dúcteis (a) e em materiais frágeis (b).

3.4.2.4 - Utilizando as hipóteses da MFNL podem destacar-se, pela sua divulgação e aplicabilidade à análise de grandes estruturas utilizando o método dos elementos finitos, o modelo da fenda fictícia, o modelo da banda de fendilhação e o modelo de dano. O primeiro recorre à abordagem de fenda discreta, considerando os dois últimos a abordagem de fenda distribuída. Outro tipo de modelos, fora do âmbito da mecânica da fractura, nomeadamente

os decorrentes da fracturação plástica, da teoria endocrónica e do microplano, poderiam ser utilizados para simular o comportamento não-linear em tracção dos geomateriais, mas as dificuldades de obtenção dos seus parâmetros característicos tornam-nos inadequados para as aplicações correntes em barragens de betão.

No modelo de fenda fictícia [Hillerborg et al, 1976; Alfaiate, 1992] admite-se que a ZPF pode ser representada por uma fenda fictícia localizada entre a fenda macroscópica e o meio contínuo, sendo estas descontinuidades simuladas através de elementos de junta. O comportamento do betão na ZPF é representado por uma relação tensão-abertura da fenda (Fig. 3.10(a)) que traduz o amolecimento devido à perda gradual de coesão entre os bordos da fenda. A área limitada pela curva $\sigma-w$ e pelos eixos coordenados constitui uma propriedade do material, a energia de fractura G_f , sendo definida como a energia dissipada na formação e completa abertura de uma fenda de área unitária,

$$G_f = \int_0^{w_u} \sigma(w) dw \quad (3.7)$$

O modelo da banda de fendilhação [Bazant et al, 1983] considera que a energia dissipada no processo de fractura de materiais microscopicamente heterogéneos, como os geomateriais, envolve um volume finito do meio. A propagação da fissuração ocorre numa banda de largura w_c , localizada na extremidade da fenda visível, na qual se admite que a distribuição da microfissuração é uniforme. O comportamento do material na ZPF é representado por uma relação tensão-deformação (Fig. 3.10(b)), sendo a energia de fractura dada por,

$$G_f = w_c \int_0^{\varepsilon_u} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (3.8)$$

A medição experimental da largura da banda de fendilhação w_c (também designada por comprimento característico do material), em diversos tipos de argamassas e betões, permitiu verificar que o seu valor é cerca de três vezes a máxima dimensão dos inertes [Bazant et al, 1983].

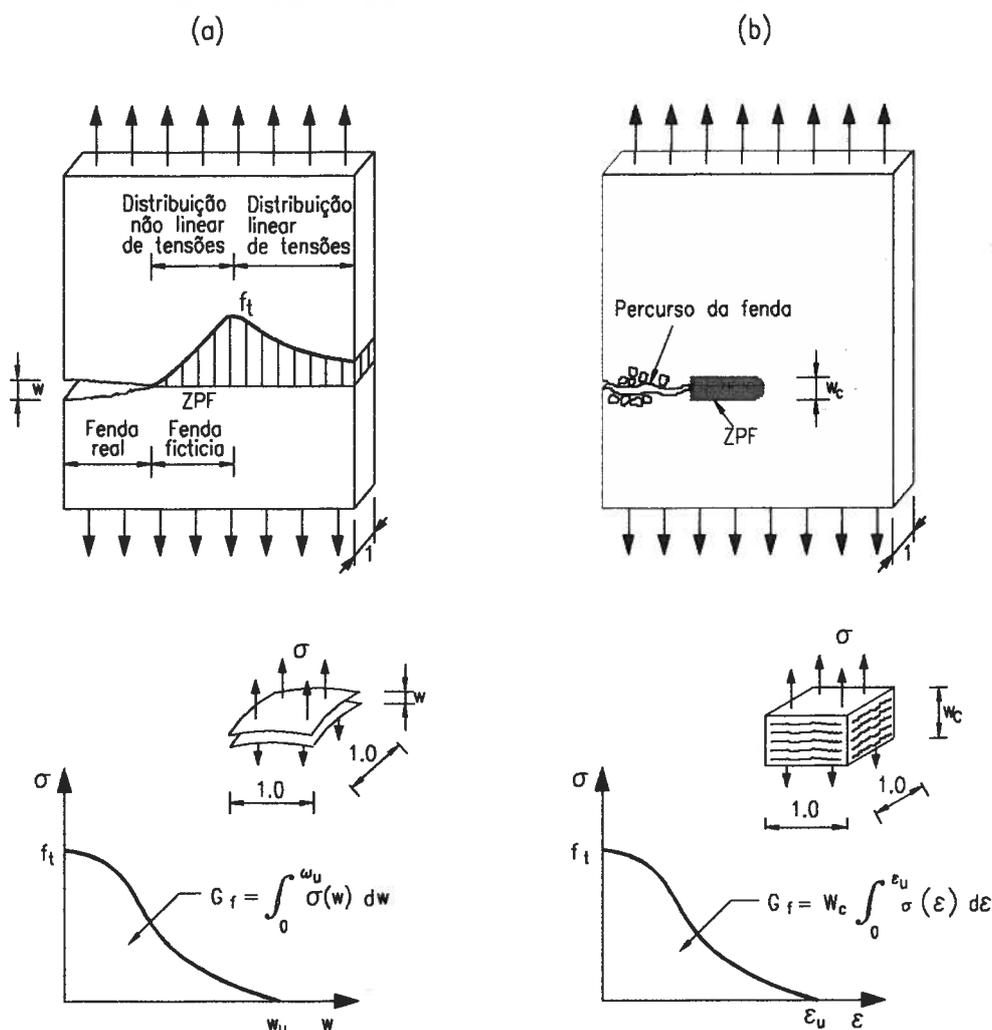


Fig. 3.10 - Comportamento do betão à tracção. Modelo de fenda fictícia (a) e modelo da banda de fendilhação (b).

No modelo de dano contínuo representa-se a progressiva degradação das propriedades mecânicas dos materiais, devida ao aumento da microfissuração, através de um conjunto de variáveis de dano. No caso geral, o valor dessas variáveis depende da direcção (dano anisótropo), sendo a sua caracterização realizada por meio de variáveis tensoriais. O modelo mais simples é o de dano isótropo, caracterizado por uma variável escalar (ou por duas variáveis escalares, no caso de se pretender incluir a não linearidade em compressão). Estas variáveis assumem valores entre 0 e 1, correspondendo o valor 0 a um comportamento perfeitamente elástico e o valor 1 a um estado de degradação total. As formulações de dano anisótropo são complexas pelo que o modelo isótropo, dada a sua simplicidade, tem vindo a ter uma aceitação crescente. A aplicação do modelo de dano isótropo para simular o

comportamento em tracção dos geomateriais tem gerado alguma controvérsia, nomeadamente no que respeita à representação de um fenómeno extremamente dependente da direcção por uma grandeza escalar.

3.4.2.5 - A aplicação da MFNL à análise de estruturas de geometria e carregamento variável requer a definição do comportamento do material em tracção, considerando o fecho e a reabertura das fendas para cargas alternadas.

Dado o reduzido número de ensaios experimentais cíclicos realizados, os resultados publicados sobre esta matéria são ainda escassos. Os modelos de comportamento, quando é possível realizar ensaios de caracterização, podem descrever de forma rigorosa os ramos de descarga e de recarga (Fig. 3.11(a)). Em regra, não é viável caracterizar experimentalmente o comportamento cíclico em tracção dos materiais constituintes das estruturas, sendo normalmente considerada uma das opções extremas para a descarga e a recarga, a secante (Fig. 3.11(b)) ou a elástica (Fig. 3.11(c)), ou ainda uma intermédia entre a secante e a elástica (Fig. 3.11(d)). Na descarga secante a extensão normal é recuperada totalmente com o decréscimo da tensão, obtendo-se uma extensão residual, para tensão nula, no caso da descarga elástica.

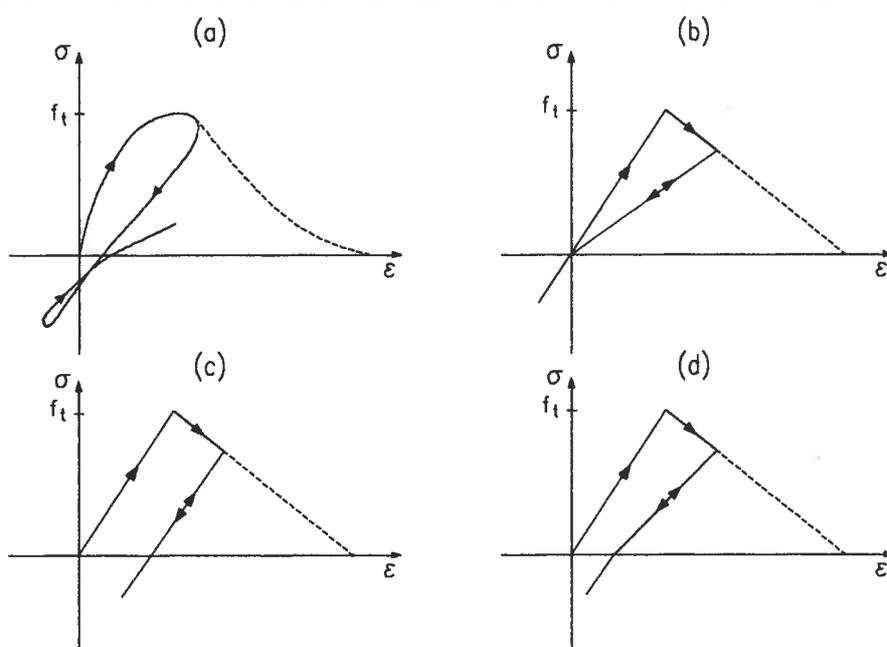


Fig. 3.11 - Comportamento do betão à tracção para cargas alternadas (a) e diferentes possibilidades de modelação desse comportamento (b), (c) e (d).

3.4.3 - Modelo de comportamento adoptado

3.4.3.1 - Os modelos da MFNL que utilizam a abordagem de fenda distribuída permitem representar o comportamento do material na transição do estado elástico até ao estado completamente fendilhado de uma forma unificada, sem necessidade de interrupção da análise, o que constitui uma enorme vantagem em relação aos modelos de fenda discreta. Este é o principal motivo pelo qual é frequentemente utilizado na análise de barragens de betão [Bhattacharjee, 1993; Faria, 1994]. No presente trabalho tomou-se uma opção do mesmo tipo, tendo-se considerado o modelo da banda de fendilhação para simular o comportamento não-linear em tracção. Assim, importa agora discutir e definir o tipo de relações constitutivas a utilizar neste modelo.

A formação e desenvolvimento da fendilhação passa por três fases sucessivas, estando directamente em correspondência com os três troços distintos geralmente considerados para definir as relações constitutivas (Fig. 3.12(a)). A microfissuração inicia-se quando se atinge o limite elástico linear, que coincide, aproximadamente, com o valor de pico da resistência à tracção; segue-se um troço em que ocorre uma perda gradual de rigidez (amolecimento), representado geralmente por um ramo linear, bilinear ou exponencial, correspondendo fisicamente à propagação da microfissuração; por fim, verifica-se a perda total de rigidez quando se desenvolve no material fendilhação macroscópica.

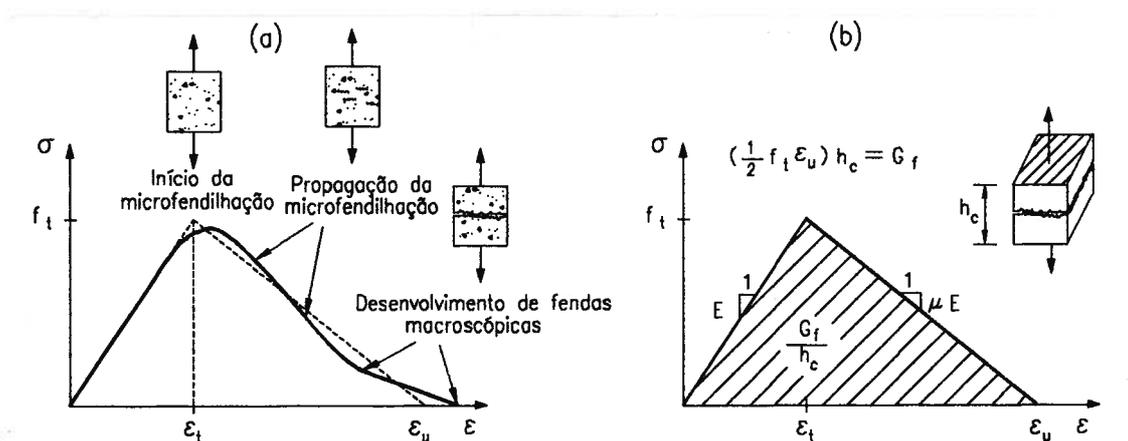


Fig. 3.12 - Modelo de comportamento do betão à tracção. Fases de desenvolvimento da fendilhação (a) e princípio de conservação da energia de fractura (b).

A definição analítica do modelo de comportamento à tracção deve assegurar, para além do valor experimental da resistência à tracção, o valor da energia de fractura, isto é,

a área limitada pela relação tensão-deformação a adoptar deverá ser idêntica à área limitada pela curva obtida experimentalmente (Fig. 3.12(a)). No entanto, para uma área unitária de propagação da fenda, a energia de fractura G_f deve ser independente do comprimento de influência do ponto de amostragem do comportamento do material h_c , também designado por comprimento característico, no qual se admite que a distribuição da microfissuração é uniforme. Se for considerado um ramo linear para representar o troço de amolecimento do diagrama tensão-deformação (Fig. 3.12(b)), obtém-se,

$$G_f = \frac{1}{2} f_t \varepsilon_u h_c \quad (3.9)$$

Assim, a inclinação do ramo descendente μE (μ tem valor negativo e é designado por factor de retenção da rigidez normal, sendo E o módulo de elasticidade do material intacto) deixa de ser encarada como uma propriedade do material [Bazant et al, 1983], dependendo das suas propriedades mecânicas e da topologia de discretização do contínuo, através do valor do comprimento característico h_c ,

$$\mu E = \frac{E f_t^2}{f_t^2 - \frac{2EG_f}{h_c}} \quad (3.10)$$

pelo que à medida que h_c aumenta, μE diminui. O valor máximo do comprimento característico para o qual se garante a objectivização do modelo obtém-se igualando a zero o denominador da expressão anterior,

$$h_c^{máx} = \frac{2EG_f}{f_t^2} \quad (3.11)$$

O comprimento característico do material w_c (comprimento no qual se verificou experimentalmente que a distribuição da microfissuração é aproximadamente uniforme) e o comprimento característico h_c (comprimento de influência do ponto de amostragem do comportamento do material para uma dada discretização estrutural, no qual se admite que a distribuição da fendilhação é uniforme) são dois conceitos distintos, resultando o segundo da impossibilidade de considerar, nos problemas práticos, discretizações estruturais com

refinamento da ordem das dezenas de centímetro. O valor do comprimento característico do material w_c deve ser considerado como o limite inferior da gama de valores a considerar para o comprimento característico h_c ; o limite superior dessa gama é dado pela expressão (3.11).

Exemplificando para um betão do tipo do utilizado nas barragens, com valores típicos de $E=30\text{GPa}$, $f_t=2\text{MPa}$ e $G_f=200\text{N/m}$, obtém-se $h_c^{\text{máx}}=3\text{m}$. Este valor poderia ser aumentado à custa da redução da resistência de pico (Fig. 3.13(b)), mantendo constante a energia de fractura [Bazant et al, 1983]. No entanto, este artifício não se afigura viável pois não é compatível com a utilização de um critério de resistência na definição do início do processo de fractura [Bhattacharjee, 1993].

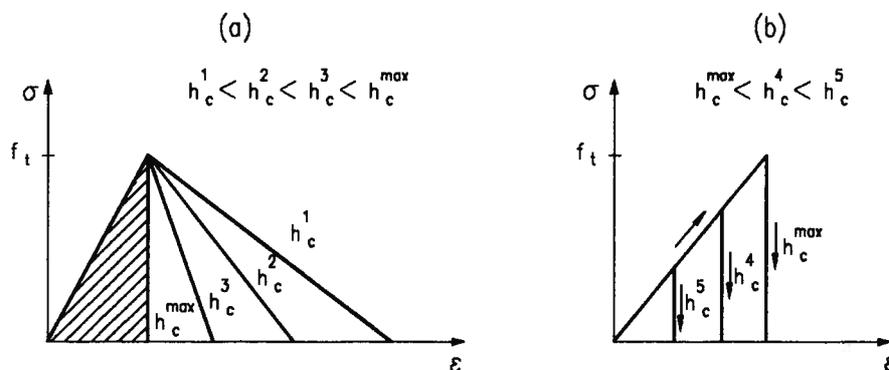


Fig. 3.13 - Objectivização do modelo de comportamento do betão à tracção. Ajustamento do ramo de amolecimento (a) e diminuição da resistência de pico (b).

3.4.3.2 - Em análises pelo método dos elementos finitos, o comprimento característico depende do tipo de elemento finito, da ordem de aproximação do campo de deslocamentos, da ordem de integração numérica, do tipo de esforços nas peças e da trajectória da fendilhação no interior do elemento [Feenstra et al, 1993].

No caso de problemas planos, representam-se na Fig. 3.14 algumas propostas para a definição do comprimento característico [Rots et al, 1985]. O seu valor deve estar associado à área (ou volume, no caso de equilíbrios tridimensionais) de influência de cada ponto de amostragem do campo de tensões. Sendo usual utilizar dois pontos de amostragem (e de integração numérica) por direcção em elementos finitos isoparamétricos do segundo grau, torna-se evidente que a objectivização só é garantida se o lado dos elementos finitos em que ocorre o processo de fractura for menor ou igual a $2h_c^{\text{máx}}=6\text{m}$. Esta condição obriga a um refinamento das malhas superior ao habitualmente considerado nos estudos de barragens de betão ou, alternativamente, à utilização de técnicas autoadaptivas das malhas.

A determinação do comprimento característico associado a uma dada fenda pode ser realizada com exactidão através de um algoritmo baseado na formulação do método dos elementos finitos [Oliver, 1989], tendo, por isso, sido adoptado no presente trabalho.

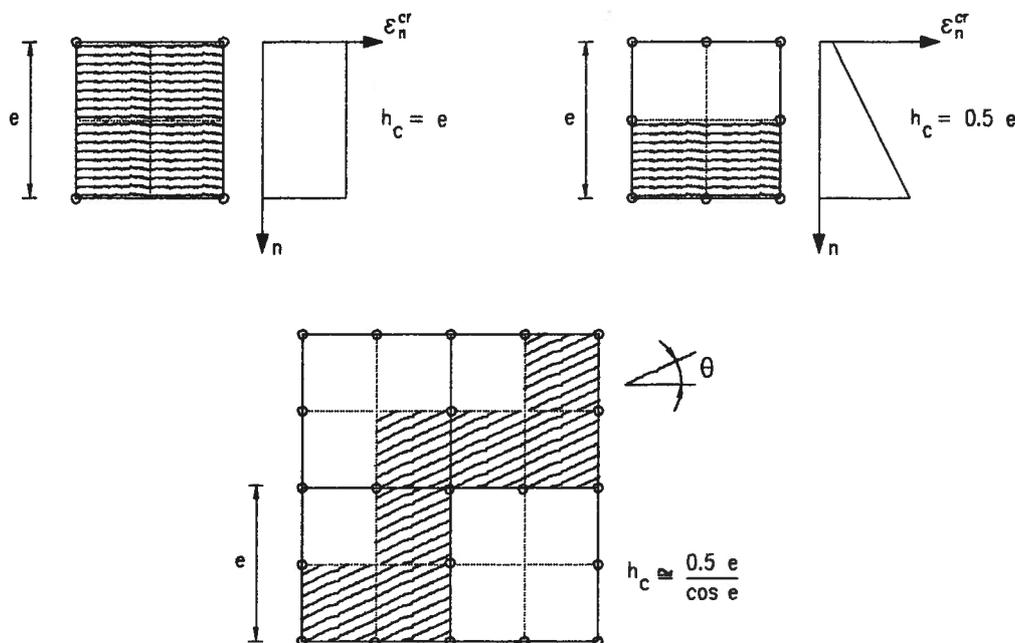


Fig. 3.14 - Estimativa da largura da banda de fendilhação em diferentes casos [Rots et al, 1985].

3.4.4 - Formulação do modelo da banda de fendilhação

3.4.4.1 - Considere-se um volume elementar de um meio inicialmente contínuo e isótropo, no qual ocorreu a formação de uma fenda sob a acção de forças exteriores. O vector do incremento de deformações $\Delta \underline{\varepsilon}$ do meio contínuo equivalente (que representa o material fendilhado) pode ser decomposto em duas parcelas, $\Delta \underline{\varepsilon}^{co}$ correspondente ao incremento de deformações do contínuo e $\Delta \underline{\varepsilon}^{cr}$ correspondente ao incremento de deformações nas fendas (Fig. 3.15),

$$\Delta \underline{\varepsilon} = \Delta \underline{\varepsilon}^{co} + \Delta \underline{\varepsilon}^{cr} \tag{3.12}$$

No sistema local de eixos ortogonais definido na Fig. 3.16, as componentes do vector das deformações da fenda $\underline{\varepsilon}^{/cr}$ com significado físico são $\varepsilon_1^{/cr}$ (modo de deformação I,

normal ao plano da fenda), $\gamma_{12}^{/cr}$ e $\gamma_{13}^{/cr}$ (modos de deformação de corte II e III). A relação entre o incremento de deformações locais e o incremento das deformações globais da fenda pode escrever-se na forma,

$$\Delta \underline{\varepsilon}^{cr} = \underline{\mathbf{N}} \Delta \underline{\varepsilon}^{/cr} \quad (3.13)$$

sendo $\underline{\mathbf{N}}$ a matriz de transformação que reflecte a orientação das fendas.

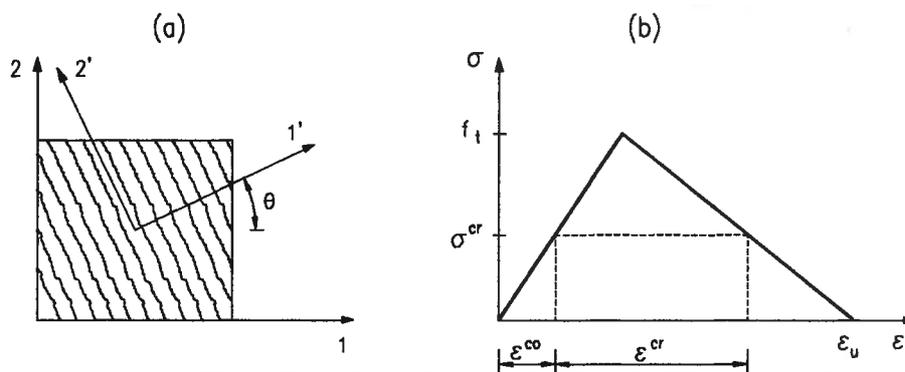


Fig. 3.15 - Modelo da banda de fendilhação. Convenção de referenciais no caso plano (a) e decomposição das deformações (b).

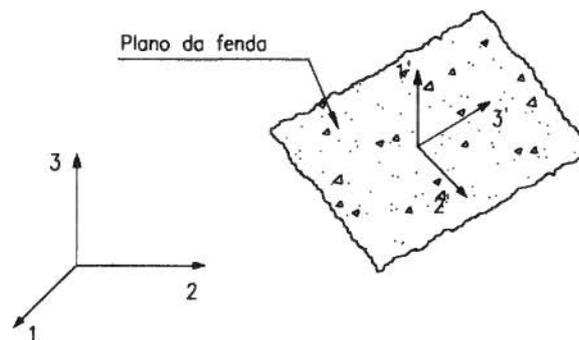


Fig. 3.16 - Modelo da banda de fendilhação. Convenção de referenciais no caso tridimensional.

As três componentes do vector do incremento de tensões na fenda $\Delta \underline{\sigma}^{/cr}$, referidas ainda ao sistema local de eixos ortogonais, $\Delta \sigma_1^{/cr}$, $\Delta \tau_{12}^{/cr}$ e $\Delta \tau_{13}^{/cr}$, relacionam-se com o vector do incremento de tensões nos eixos globais por,

$$\underline{\Delta \sigma}^{/cr} = \underline{N}^T \underline{\Delta \sigma} \quad (3.14)$$

Se se admitir que após a formação da fenda o seu plano se mantém inalterado, a relação anterior toma a forma,

$$\begin{bmatrix} \Delta \sigma_1^{/cr} \\ \Delta \tau_{ij}^{/cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_{1p})^2 & 2a_{1p}a_{1q} \\ a_{ip}a_{jp} & a_{ip}a_{jp} + a_{iq}a_{jp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \sigma_p \\ \Delta \tau_{pq} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

(i = 1,3; j = 2,1)
(p = 1,2,3; q = 2,3,1)

em que a_{ij} é o coseno director entre o versor local \underline{e}'_i e o versor global \underline{e}_j .

As relações constitutivas para o contínuo e para a fenda escrevem-se na forma,

$$\underline{\Delta \sigma} = \underline{D}^{co} \underline{\Delta \varepsilon}^{co} \quad (3.16)$$

$$\underline{\Delta \sigma}^{/cr} = \underline{D}^{cr} \underline{\Delta \varepsilon}^{/cr} \quad (3.17)$$

sendo \underline{D}^{co} a matriz representativa do contínuo isótropo e \underline{D}^{cr} a matriz que incorpora os parâmetros característicos das fendas. Apesar de haver dependência entre as componentes normal e de corte, é corrente considerar-se a matriz de rigidez das fendas ($\underline{\Delta \sigma}^{/cr} = \underline{D}^{cr} \underline{\Delta \varepsilon}^{/cr}$) como diagonal,

$$\underline{D}^{cr} = \begin{bmatrix} D^I & 0 & 0 \\ 0 & D^{II} & 0 \\ 0 & 0 & D^{III} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

representando D^I , D^{II} e D^{III} os módulos de rigidez relativos aos modos de deformação elementares.

A partir da conjugação das expressões (3.12), (3.13), (3.14), (3.16) e (3.17), é possível estabelecer as relações [Rots, 1988],

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{D}^{co} (\Delta \underline{\varepsilon} - \underline{N} \Delta \underline{\varepsilon}'^{cr}) \quad (3.19)$$

$$\Delta \underline{\varepsilon}'^{cr} = (\underline{D}^{cr} + \underline{N}^T \underline{D}^{co} \underline{N})^{-1} \underline{N}^T \underline{D}^{co} \Delta \underline{\varepsilon} \quad (3.20)$$

e, finalmente,

$$\Delta \underline{\sigma} = [\underline{D}^{co} - \underline{D}^{co} \underline{N} (\underline{D}^{cr} + \underline{N}^T \underline{D}^{co} \underline{N})^{-1} \underline{N}^T \underline{D}^{co}] \Delta \underline{\varepsilon} = \underline{D}^{crco} \Delta \underline{\varepsilon} \quad (3.21)$$

representando \underline{D}^{crco} a matriz de rigidez do meio contínuo equivalente, agora anisótropo. Repare-se que esta matriz é obtida a partir da matriz que representa o meio intacto por subtracção de uma parcela.

No caso plano, a orientação da banda de fendilhação fica completamente definida, em cada ponto de amostragem do comportamento do material, pelo ângulo θ entre o eixo global 1 e o eixo local 1', normal à direcção da fendilhação (Fig. 3.15). A transformação entre as representações local e global das deformações da fenda ($\Delta \underline{\varepsilon}^{cr} = \underline{N} \Delta \underline{\varepsilon}'^{cr}$) reduz-se à forma,

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_1^{cr} \\ \Delta \varepsilon_2^{cr} \\ \Delta \gamma_{12}^{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta \\ \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ 2 \cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_1'^{cr} \\ \Delta \gamma_{12}'^{cr} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

3.4.4.2 - Admita-se agora que num ponto de um meio inicialmente contínuo e isótropo ocorreu a formação de um número i de fendas, todas com diferente orientação. Neste caso, o incremento de deformação total devida à fendilhação pode ser obtida como a soma da contribuição das várias fendas,

$$\Delta \underline{\varepsilon}^{cr} = \Delta \underline{\varepsilon}_1^{cr} + \Delta \underline{\varepsilon}_2^{cr} + \dots + \Delta \underline{\varepsilon}_i^{cr} \quad (3.23)$$

Agrupando os vectores e as matrizes representativas de cada fenda,

$$\underline{\hat{\varepsilon}}^{/cr} = \left[\underline{\varepsilon}_1^{/cr} \quad \underline{\varepsilon}_2^{/cr} \quad \dots \quad \underline{\varepsilon}_i^{/cr} \right]^T \quad (3.24)$$

$$\underline{\hat{\sigma}}^{/cr} = \left[\underline{\sigma}_1^{/cr} \quad \underline{\sigma}_2^{/cr} \quad \dots \quad \underline{\sigma}_i^{/cr} \right]^T \quad (3.25)$$

$$\underline{\hat{N}} = \left[\underline{N}_1 \quad \underline{N}_2 \quad \dots \quad \underline{N}_i \right] \quad (3.26)$$

é possível estabelecer as relações,

$$\Delta \underline{\varepsilon}^{cr} = \underline{\hat{N}} \Delta \underline{\hat{\varepsilon}}^{/cr} \quad (3.27)$$

$$\Delta \underline{\hat{\sigma}}^{/cr} = \underline{\hat{D}}^{cr} \Delta \underline{\hat{\varepsilon}}^{/cr} \quad (3.28)$$

sendo,

$$\underline{\hat{D}}^{cr} = \begin{bmatrix} \underline{D}_{11}^{cr} & \underline{D}_{12}^{cr} & \dots & \underline{D}_{1i}^{cr} \\ \underline{D}_{21}^{cr} & \underline{D}_{22}^{cr} & \dots & \underline{D}_{2i}^{cr} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \underline{D}_{i1}^{cr} & \underline{D}_{i2}^{cr} & \dots & \underline{D}_{ii}^{cr} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

A interacção entre as diferentes fendas é considerada através das submatrizes fora da diagonal principal (\underline{D}_{kj}^{cr} , $k \neq j$).

A relação constitutiva final toma a forma,

$$\Delta \underline{\sigma} = [\underline{D}^{co} - \underline{D}^{co} \underline{\hat{N}} (\underline{\hat{D}}^{cr} + \underline{\hat{N}}^T \underline{D}^{co} \underline{\hat{N}})^{-1} \underline{\hat{N}}^T \underline{D}^{co}] \Delta \underline{\varepsilon} \quad (3.30)$$

3.4.4.3 - Na maioria dos problemas práticos o processo de fractura inicia-se no modo I mas a propagação das fendas ocorre segundo um modo de deformação misto de tracção-corte. Depois de ultrapassada a extensão correspondente ao limite de elasticidade, os eixos principais

de tensão deixam de coincidir com as direcções principais de deformação, dado que o meio passou a ser caracterizado por um comportamento anisótropo. A propagação da fendilhação tende a acentuar a anisotropia e, conseqüentemente, a aumentar a discrepância entre as direcções principais de tensão e os eixos locais da fenda, que se admitiu serem fixos. Este facto origina concentrações de tensões quando a fendilhação se propaga em "zig-zag" nos elementos finitos. No caso plano, a coaxialidade entre as tensões principais e as deformações principais pode ser mantida se for utilizada uma definição implícita para o módulo de distorção do material fendilhado G^s [Bazant, 1983],

$$G^s = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_2}{2(\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2)} \quad (3.31)$$

Um modelo que considere várias fendas de direcção fixa, não ortogonais, permite a abordagem geral do problema da fendilhação, sem necessidade de forçar a coaxialidade das direcções principais de tensão e de deformação. No entanto, a interacção entre o comportamento de várias fendas não ortogonais é de quantificação muito difícil, pelo que em muitas aplicações práticas considera-se que essa interacção é nula ($\underline{D}_{kj}^{cr} = \underline{0}$, $k \neq j$). A hipótese de se desprezar essa dependência de comportamento apenas se afigura plausível numa situação hidrostática de tracção. Neste caso formam-se fendas ortogonais, cujo comportamento individual é aproximadamente idêntico ao de uma fenda isolada.

A independência do comportamento das várias fendas não ortogonais não é aceitável uma vez que as deformações acumuladas nas fendas já existentes condiciona a formação e a propagação de uma nova fenda, nomeadamente [Rots et al, 1989; Dinis, 1994]: i) a energia de fractura disponível para formação de uma nova fenda não corresponde a G_f , como acontece quando há ortogonalidade, mas apenas a uma fracção deste valor; ii) podem formar-se fendas associadas a direcções para as quais as tensões principais são diferentes de f_t ; e iii) não se pode obter a relação constitutiva de uma nova fenda de forma explícita.

A modelação de um fenómeno com estas características torna-se difícil, tanto mais que, do ponto de vista físico, não é claro o que está a acontecer ao material. Alguns modelos deste tipo [Rots et al, 1989] propõem uma condição adicional para a formação de fendas, expressa em termos do ângulo formado pelas já existentes e a direcção principal de tensão (designado por ângulo de formação de fendas), estipulando que as fendas podem formar-se ao se atingir uma situação de "tensão crítica" ou de "ângulo crítico", isto é, quando a tensão máxima iguala o valor f_t ou quando o ângulo de formação de fendas iguala um valor

inicialmente fixado (em regra, entre 10° e 30°). Estes modelos, envolvendo conceitos e procedimentos de difícil comprovação prática, não têm ainda uma aceitação generalizada.

A coaxialidade das direcções principais de tensão e os eixos locais da fenda pode ser assegurada se o modelo admitir a possibilidade de rotação da fenda durante o processo numérico de cálculo. O modelo de fendas com rotação simplifica a abordagem de problemas em que há a formação de fendas não ortogonais, uma vez que define apenas uma relação entre tensões e deformações em termos de direcções principais, sem envolver qualquer memória quanto à formação e à orientação das fendas. Do ponto de vista físico pode parecer inaceitável a possibilidade da rotação das fendas, mas esta objecção pode ser ultrapassada considerando este modelo como o limite do modelo de fendas fixas multidirecionais. Para tal, é necessário admitir, não uma única fenda com rotação, cujas relações constitutivas, expressas nas direcções principais, acompanham essa rotação, mas um conjunto de fendas com várias orientações, apresentando as seguintes propriedades [Rots et al, 1989]: i) o ângulo de formação de fendas é nulo; ii) existência de apenas uma fenda activa em cada passo do carregamento; iii) cada fenda tem a sua própria lei local de tensões-deformações; e iv) memória de dano produzido pelas fendas anteriores.

Atendendo aos objectivos do presente trabalho, em que deve ser considerado o efeito de memória entre as várias fases de carregamento, considerou-se no modelo apenas a possibilidade de formação de fendas ortogonais de direcção fixa.

3.4.4.4 - Os resultados dos ensaios experimentais sobre provetes de betão fendilhado evidenciam que as tensões normais e tangenciais nas fendas dependem da abertura e do deslizamento entre as faces da fenda, verificando-se que o deslizamento aumenta com a abertura da fenda. Desta forma a matriz de rigidez das fendas \underline{D}^{cf} deveria ser cheia e, eventualmente, não simétrica. As dificuldades inerentes à determinação experimental de todos estes parâmetros característicos das fendas, associado à complexidade teórica da utilização de uma relação constitutiva não simétrica, tem conduzido à adopção generalizada, com bons resultados práticos, de leis constitutivas diagonais para modelar o seu comportamento [Rots, 1988].

O módulo de rigidez D^I tem, em regra, uma variação não-linear, dependendo da resistência do material à tracção f_t , da sua energia de fractura G_f e da largura da banda de fendilhação h_c ,

$$D^I = -\frac{1}{k} \frac{f_t^2 h_c}{G_f} \quad (3.32)$$

sendo a forma do diagrama de amolecimento traduzida pelo parâmetro k ($k=2$ no caso da lei de amolecimento linear).

Considerando o princípio da decomposição das deformações e os factores de retenção de rigidez normal μ e de rigidez de corte β (Fig. 3.17), obtêm-se as relações,

$$\frac{1}{\mu E} = \frac{1}{E} + \frac{1}{D^I} \quad ; \quad D^I = \frac{\mu}{1-\mu} E \quad (3.33)$$

$$\frac{1}{\beta G} = \frac{1}{G} + \frac{1}{D^{II}} \quad ; \quad D^{II} = \frac{\beta}{1-\beta} G \quad (3.34)$$

assumindo a relação constitutiva das fendas a forma,

$$\begin{bmatrix} \Delta \sigma_1^{/cr} \\ \Delta \tau_{12}^{/cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu}{1-\mu} E & 0 \\ 0 & \frac{\beta}{1-\beta} G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_1^{/cr} \\ \Delta \gamma_{12}^{/cr} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

em que E e G são, respectivamente, os módulos de elasticidade e de distorção do material intacto.

A capacidade de transferência de tensões de corte entre as faces da fenda diminui com o aumento da abertura da fenda, em consequência da diminuição dos contactos entre as rugosidades das faces. Para atender a este facto, as funções que definem o coeficiente β fazem diminuir o seu valor com o aumento da extensão normal à fenda, sendo usual adoptar funções do tipo [Rots, 1988],

$$\beta = \left[1 - \frac{\varepsilon_1^{/cr}}{\varepsilon_u^{/cr}} \right]^p \quad (3.36)$$

em que p é uma constante. Quando a deformação normal à fenda $\varepsilon_1^{/cr}$ ultrapassar a

deformação última da fenda ε_u^{cr} , o coeficiente β anula-se.

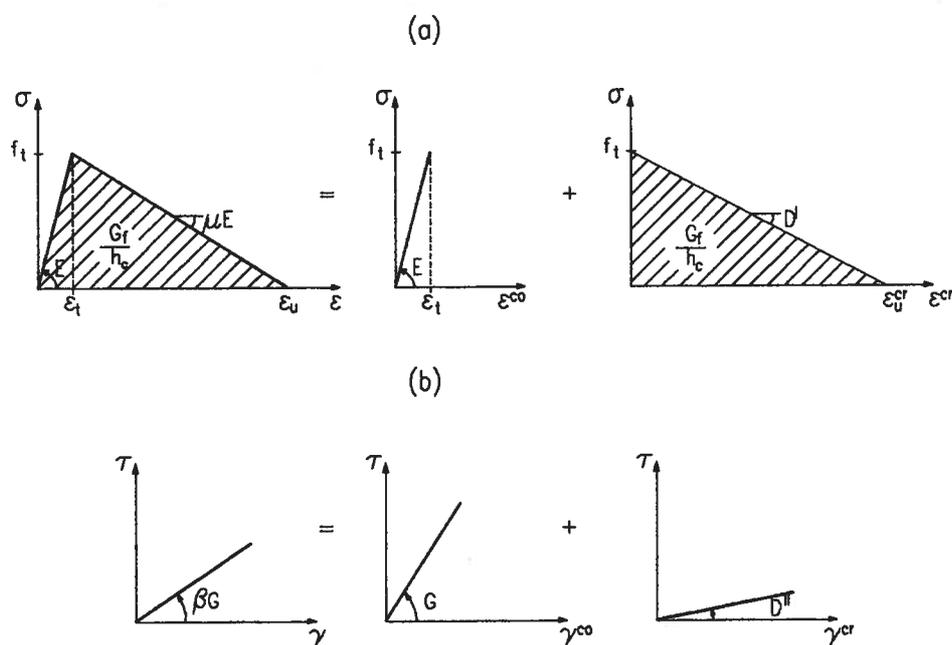


Fig. 3.17 - Representação gráfica dos conceitos referentes aos modos de fractura de tracção (a) e de corte (b).

3.4.5 - Parâmetros característicos de fractura do betão

3.4.5.1 - Os ensaios destinados à determinação da energia de fractura do betão estão normalizados [RILEM, 1985]. Tratam-se de ensaios de flexão até à rotura de vigas simplesmente apoiadas com um entalhe a meio vão, solicitadas por uma carga vertical concentrada nessa secção, realizados com equipamentos rígidos normalizados. A altura das vigas terá que ser, no mínimo, igual a 6 vezes a máxima dimensão dos inertes, e a razão entre o vão e a altura pode variar entre 4 e 8. A energia de fractura é obtida pela razão entre o trabalho de fractura (área do diagrama carga-deslocamento vertical, na secção de meio vão) e a área da secção transversal da viga.

Devido às dificuldades laboratoriais de realização de ensaios até à rotura de vigas de grandes dimensões, existe muito pouca informação sobre resultados de ensaios de fractura com betões cuja máxima dimensão dos inertes seja superior a 64 mm [Karihaloo, 1995]. Baseado em resultados de diversos estudos efectuados no âmbito da RILEM, para betões com inertes de dimensões iguais ou menores que 32 mm (betões correntemente utilizados nas estruturas de betão armado pré-esforçado), o CEB-FIP Model Code de 1990 inclui um

modelo de previsão dos parâmetros de fractura, nomeadamente a resistência uniaxial à tracção f_t , a energia de fractura G_f e o andamento do diagrama de enfraquecimento da fenda relativamente ao modo de deformação I.

O betão utilizado na construção das barragens tem, em regra, uma granulometria cuja máxima dimensão dos inertes é superior a 150 mm [Pinho, 1989]. As dificuldades existentes com o manuseamento e o ensaio de amostras com dimensões adequadas à máxima dimensão do inerte têm levado a que a maioria dos ensaios sejam realizados sobre amostras de menor dimensão, compatíveis com as capacidades dos equipamentos correntemente utilizados para caracterização das propriedades mecânicas do betão. Essas amostras são moldadas com betão obtido por crivagem em húmido do betão da estrutura, normalmente usando os peneiros de 38 mm e de 75 mm [Ramos, 1994], dando assim lugar às designações de betão crivado e de betão integral, já comuns no léxico de engenharia de barragens. Dado que as propriedades do betão dependem da percentagem de cimento da mistura e como a crivagem faz aumentar muito essa percentagem, não é possível, em geral, extrapolar para o betão integral os resultados obtidos nos ensaios do betão crivado, mesmo no caso dos ensaios mais simples destinados ao controlo de qualidade durante a construção [Pinho, 1989]. A inexistência de valores fiáveis para algumas propriedades do betão integral, nomeadamente as características de fractura, tem obrigado à consideração de modelos simples nos estudos de barragens que envolvem o comportamento não-linear em tracção do betão [Bhattacharjee, 1993].

3.4.5.2 - O modelo de previsão incluído no CEB-FIP Model Code de 1990 (CEB-MC90) permite, na ausência de resultados experimentais, estimar os parâmetros característicos do comportamento em tracção do betão, pelo que é apresentado em seguida.

O valor médio da resistência uniaxial à tracção f_{tm} (em MPa) de um betão caracterizado pelo valor característico da resistência à compressão simples f_{ck} (em MPa, referida a provetes cilíndricos padrão de 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura), pode ser estimado por,

$$f_{tm} = 0,3 (f_{ck})^{2/3} \quad (3.37)$$

A energia de fractura G_f , expressa em Nmm^{-1} , pode ser estimada por,

$$G_f = G_{f0} \left[\frac{f_{ck} + 8}{10} \right]^{0,7} \quad (3.38)$$

com f_{ck} em MPa. O valor base da energia de fractura G_{f0} depende apenas da máxima dimensão dos inertes $d_{máx}$ (Quadro 3.1).

Quadro 3.1 - Valores de base da energia de fractura G_{f0}

$d_{máx}$ (mm)	G_{f0} (Nmm ⁻¹)
8	0,025
16	0,030
32	0,058

O diagrama em tracção do betão não fendilhado é estimado por um ramo bilinear (Fig. 3.18(a)),

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma = E_{28} \varepsilon & \sigma \leq 0,9 f_{tm} \\ \sigma = f_{tm} - \frac{0,1 f_{tm}}{0,00015 - 0,9 \frac{f_{tm}}{E_{28}}} (0,00015 - \varepsilon) & 0,9 f_{tm} < \sigma \leq f_{tm} \end{array} \right. \quad (3.39)$$

sendo E_{28} o módulo de elasticidade tangente na origem aos 28 dias de idade.

O diagrama tensão-abertura da fenda é simulado por um ramo bilinear (Fig. 3.18(b)),

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma = f_{tm} \left[1 - 0,85 \frac{w}{w_1} \right] & 0,15 f_{tm} \leq \sigma \leq f_{tm} \\ \sigma = \frac{0,15 f_{tm}}{w_u - w_1} (w_u - w) & 0 < \sigma \leq 0,15 f_{tm} \end{array} \right. \quad (3.40)$$

$$w_1 = 2 \frac{G_f}{f_{tm}} - 0,15 w_c \quad (3.41)$$

$$w_u = \alpha_f \frac{G_f}{f_{tm}} \quad (3.42)$$

sendo w a abertura da fenda (mm), w_1 a abertura da fenda (mm) para $\sigma = 0,15 f_{tm}$, w_c a abertura da fenda (mm) para $\sigma = 0$ e α_f um coeficiente adimensional que depende da máxima dimensão dos inertes $d_{m\acute{a}x}$ (Quadro 3.2).

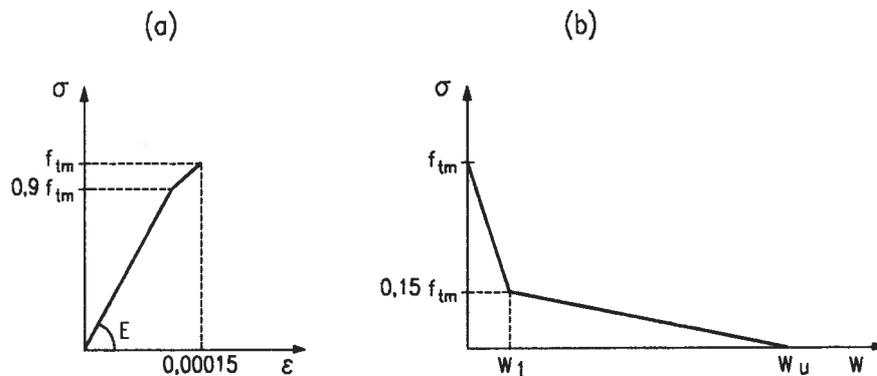


Fig. 3.18 - Modelo de previsão dos parâmetros característicos do comportamento do betão à tracção, de acordo com o CEB-MC90.

Quadro 3.2 - Valores do coeficiente α_f para estimar w_u

$d_{m\acute{a}x}$ (mm)	α_f (-)
8	8
16	7
32	5

4 - COMPORTAMENTO DIFERIDO DO BETÃO

4.1 - Introdução

4.1.1 - O comportamento diferido do betão individualiza-se, em relação a outros materiais viscoelásticos, devido à variação da sua deformabilidade com o tempo. Este fenómeno constitui o reflexo das modificações na estrutura interna do material, determinadas por processos físicos e químicos muito complexos.

O comportamento do betão manifesta-se ao longo do tempo, essencialmente, das seguintes formas: i) variação de volume na ausência de tensão (retracção e expansão); ii) variação das deformações quando submetido a tensão constante (fluência) e variação das tensões quando sujeito a deformações impostas (relaxação); e iii) variação da deformabilidade (maturação). Este tipo de comportamento tem uma influência preponderante na resposta das estruturas; no caso das barragens, essa influência é acrescida porque a sua construção é faseada e demorada e, após a entrada em serviço, as acções mais importantes têm carácter de permanência. A consideração do comportamento diferido assume particular importância na previsão e interpretação do comportamento estrutural com vista à avaliação da funcionalidade das obras.

4.1.2 - Com o incremento de construção de obras de betão verificado no pós-guerra, sentiu-se a necessidade de estabelecer formulações para a previsão da retracção e da fluência do betão, por forma a dispensar a realização, em cada caso, de ensaios específicos. De facto, a realização de ensaios de retracção e fluência é onerosa e demorada, exigindo equipamentos e meios que não são correntes, apenas se justificando no caso de obras de engenharia de grande envergadura.

Os modelos de previsão são necessários nos estudos de simulação do comportamento das estruturas realizados na fase de projecto das obras, com vista à verificação da segurança das soluções adoptadas. Em geral, o comportamento mecânico do betão das estruturas é diferente do definido pelos modelos de previsão, sendo comum obterem-se diferenças significativas entre os valores previstos e os observados em obra [Ramos, 1985; Virtuoso, 1991; Garcia, 1995]. Assim, na perspectiva da interpretação do comportamento observado, serão os ensaios de caracterização do comportamento ao longo do tempo, realizados durante a construção e exploração, que deverão possibilitar o estabelecimento de funções que possam ser utilizadas, com a confiança necessária, nas fases seguintes da vida das obras.

4.1.3 - O presente capítulo, depois de uma breve descrição da natureza das deformações diferidas do betão, apresenta os modelos de previsão desse comportamento mais utilizados entre nós, nomeadamente o CEB Model Code de 1978 (CEB-MC78) [CEB, 1978], o CEB Model Code de 1990 (CEB-MC90) [CEB, 1990] e o de Bazant e Panula de 1978-79 (BaP) [Bazant et al, 1978-1979]. O CEB-MC78 é o adoptado na actual regulamentação portuguesa de estruturas de betão armado pré-esforçado [REBAP, 1985]; o Eurocode N^o2 para o dimensionamento de estruturas de betão baseia-se no CEB-MC90; e o modelo BaP é o utilizado com mais frequência no caso das barragens de betão, nomeadamente no LNEC. O modelo proposto pelo ACI tem uma grande divulgação a nível mundial, sendo o adoptado pelo U.S. Bureau of Reclamation para as barragens [USBR, 1981]; pelo facto de não poder ser utilizado como modelo de previsão tem actualmente uma utilização diminuta no meio técnico nacional, não sendo por isso abordado neste trabalho.

Depois de descritos os três modelos de previsão, faz-se uma comparação sumária entre eles, para o caso particular dos tipos de betão utilizados na construção das barragens. Por fim, apresentam-se os resultados de estudos sobre a caracterização da deformabilidade do betão de algumas das grandes barragens portuguesas.

4.2 - Maturação, retracção e fluência

4.2.1 - O betão é constituído, a nível macroscópico, por um conjunto de agregados ligados por um aglutinante, que por sua vez é composto por agregados finos disseminados na pasta de cimento. A pasta de cimento é constituída, a nível microscópico, por grãos de cimento ainda não hidratado, embebidos no gel de cimento, composto pela água adsorvida e pelos produtos do cimento já hidratado.

O desenvolvimento da presa e endurecimento do betão, a partir do instante em que é colocado, passa por quatro fases distintas (Fig. 4.1). Numa primeira fase, com a duração de algumas horas, trata-se ainda de uma massa pastosa, designada por betão fresco. A partir do momento em que se inicia a presa e o endurecimento, ocorre uma segunda fase, em regra com 1 a 3 dias de duração, na qual a velocidade de aumento de resistência e rigidez é crescente no tempo - fase de betão jovem; em seguida ocorre o período de endurecimento propriamente dito, caracterizado pela maior velocidade de crescimento dos valores das propriedades mecânicas, ao qual se segue a derradeira fase em que essa taxa de crescimento vai diminuindo no tempo (é corrente considerar que esta última fase se inicia aos 28 dias de idade). A duração de cada uma destas fases depende de diversos factores, nomeadamente da

composição do betão, da temperatura de colocação, das condições de cura (temperatura e humidade), da espessura das peças e dos adjuvantes utilizados.

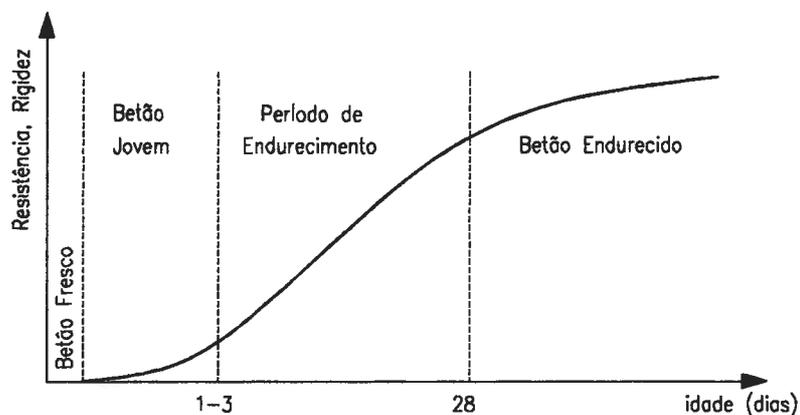


Fig. 4.1 - Fases de presa e de endurecimento do betão.

4.2.2 - A variação autogénea de volume que se verifica numa peça de betão endurecido, a temperatura constante, na ausência de cargas exteriores e de reacções químicas anómalas (alcalis-sílica e sulfatação), deve-se a alterações do seu teor de humidade. No caso de ocorrer aumento desse teor, verifica-se expansão; no caso de diminuição do teor de humidade, verifica-se retracção. A retracção deve-se, fundamentalmente, a três causas: i) perdas de humidade para o meio ambiente (retracção de secagem); ii) hidratação da pasta de cimento (retracção autogénea); e iii) carbonatação do betão, a qual é importante em ambientes com baixo PH (retracção de carbonatação) [Neville et al, 1983].

A fluência pode definir-se como sendo o acréscimo de deformação que ocorre ao longo do tempo numa peça sujeita a tensão constante, sendo a relaxação o decréscimo de tensão que ocorre sob deformação constante [Coutinho, 1974].

A fluência é devida às modificações que ocorrem na estrutura interna do betão, nomeadamente: i) escoamento viscoso da pasta de cimento provocado pelo escorregamento das partículas de gel que a constituem, lubrificadas pelas camadas de água adsorvida; ii) consolidação provocada pelos movimentos da água adsorvida ou pela sua decomposição no meio da pasta de cimento; e iii) elasticidade diferida provocada pela restrição imposta pela pasta de cimento à deformação da estrutura formada pelos agregados e pelos cristais de gel [Neville et al, 1983].

A deformação de fluência é muito influenciada pela possibilidade de troca de humidade entre o betão e o meio ambiente; assim, é habitual separá-la em duas parcelas: a fluência básica, que se desenvolve em condições de estabilidade higrométrica com um meio envolvente saturado, e a fluência de secagem, que como o próprio nome indica, é consequência do processo de secagem do betão.

As deformações de retracção e de fluência não são totalmente independentes: a retracção sofrida pelo betão quando sujeito a tensão permanente é diferente da que ocorreria se estivesse liberto de um estado de tensão, porque a acção de forças exteriores altera a estrutura do cimento hidratado [Coutinho, 1974]; o efeito da retracção é no sentido do aumento da fluência. No entanto, dada a interdependência ser pequena, considera-se, na prática, que são independentes e adicionáveis.

Embora a retracção e a fluência sejam originadas por fenómenos que ocorrem à escala microscópica, a sua caracterização é feita a nível macroscópico, dando origem a modelos constitutivos em que a definição das características de retracção e de fluência é feita a partir de propriedades médias do betão em condições de temperatura e humidade constantes.

4.2.3 - Os factores de que dependem a retracção e a fluência são habitualmente classificados em dois grupos: factores intrínsecos e factores externos. Os factores intrínsecos são aqueles que, uma vez o betão endurecido, são inalteráveis; nestes incluem-se as propriedades dos elementos constituintes, as proporções da mistura e as características derivadas das condições de fabrico. Os factores externos são aqueles que se podem alterar após o endurecimento do betão, nomeadamente, a idade de aplicação da carga, o tempo sob carga, as condições ambientais de exposição solar, humidade e temperatura, e o nível e tipo de tensão aplicada [Pinho, 1989].

A influência dos principais factores na fluência pode ser resumida do seguinte modo [Neville et al, 1983]: i) valores crescentes do módulo de elasticidade, da percentagem e da dimensão máxima dos inertes, bem como da resistência à compressão, conduzem a uma diminuição da deformação de fluência (factores intrínsecos); ii) a deformação de fluência diminui com o aumento da idade de carga, ocorrendo a situação contrária com o aumento da temperatura (factores externos); iii) a deformação de fluência aumenta com o tempo sob carga; e iv) as dimensões do elemento estrutural e a humidade ambiente constituem os factores mais relevantes, verificando-se, em ambos os casos, uma redução da deformação de fluência para valores crescentes das dimensões e da humidade ambiente (as peças esbeltas de betão, sendo mais sensíveis ao processo de secagem, estão sujeitos a maiores deformações de fluência).

4.2.4 - No betão das barragens a humidade relativa é, em regra, superior a 95%. Apenas constituem excepção as faixas superficiais, com espessura de cerca de 50 cm, do paramento de jusante e da parte emersa do paramento de montante.

Estas condições de humidade variam pouco ao longo da vida das obras. Dadas as granulometrias e os volumes envolvidos nos betões das barragens, as relações água/cimento adequadas a uma boa trabalhabilidade na colocação e na vibração, são sempre superiores a 0,5-0,6; com estas relações, a água presente é excessiva em relação à necessária para a hidratação do cimento. Na fase de exploração das obras, a existência da albufera a montante assegura, através da percolação da água nos interstícios do betão, um ambiente de humidade relativa próximo dos 100% em todo o núcleo resistente.

A existência de humidade relativa elevada nas barragens tem duas consequências importantes: a retracção (ou expansão) manifestam-se com muito pouca intensidade, a menos que ocorram processos químicos anómalos, podendo ser desprezados os seus efeitos estruturais; e a fluência básica é a predominante.

Apresentam-se na Fig. 4.2, a título de exemplo, os valores das variações autógenas de volume obtidos por meio da análise das extensões observadas nos extensómetros correctores da barragem do Cabril, ao fim de 30 anos [Pinho et al, 1984]. Verificou-se que essas variações tinham algum significado em apenas 20% dos casos, 10% dos quais exibindo expansões finais de cerca de 90×10^{-6} e os outros 10% revelando retracções de cerca de 50×10^{-6} . Nos restantes 80% denotou-se um comportamento incaracterístico, com expansões e retracções de pequeno valor absoluto, inferior a 30×10^{-6} ao fim de 30 anos.

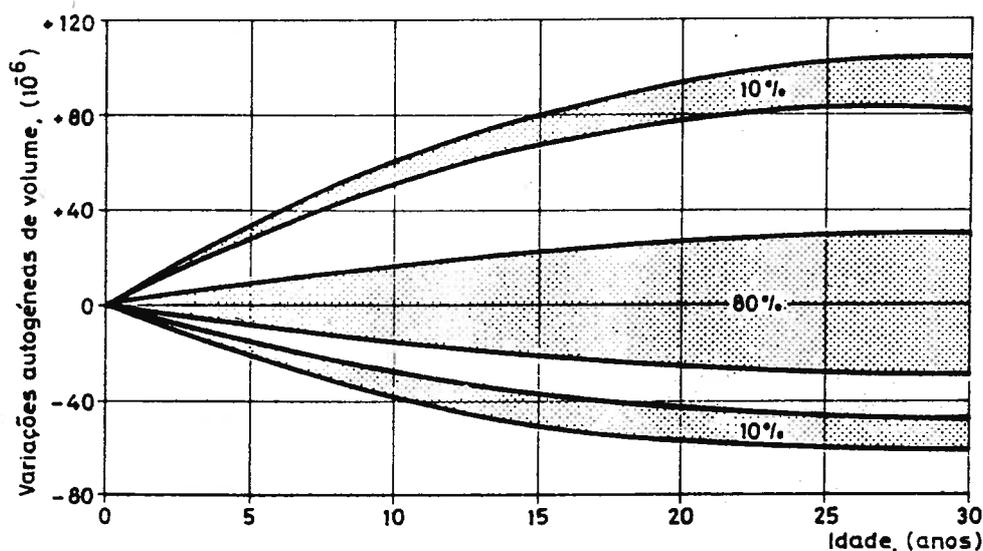


Fig. 4.2 - Variações autógenas de volume do betão da barragem do Cabril, ao fim de 30 anos [Pinho et al, 1984].

4.3 - Caracterização das deformações de fluência do betão

4.3.1 - Sob tensão constante, as curvas deformação-tempo que se observam no betão têm, qualitativamente, a forma representada na Fig. 4.3. A deformação elástica instantânea relaciona-se com a tensão aplicada pelo módulo de elasticidade na idade de carga $E(t_0)$. Na ausência de fenómenos de deterioração, o módulo de elasticidade aumenta com a idade do betão pelo que a deformação elástica diminui no tempo. Se no instante $t_1 > t_0$ a tensão aplicada deixar de actuar, verifica-se uma recuperação instantânea que é inferior à deformação instantânea inicial (Fig. 4.4). Esta recuperação instantânea é seguida de uma recuperação diferida, menor que a deformação de fluência, permanecendo uma parcela de deformação que não é recuperável (deformação residual de fluência). Verifica-se que a deformação correspondente à fluência de secagem é, em grande parte, irrecuperável, passando-se o inverso com a parcela respeitante à fluência básica.

Para tensões aplicadas elevadas, distinguem-se três fases na deformação de fluência: primeiro desenvolve-se a fluência primária, em que a taxa de deformação no tempo é decrescente; no estágio seguinte a taxa de deformação é praticamente constante, designando-se

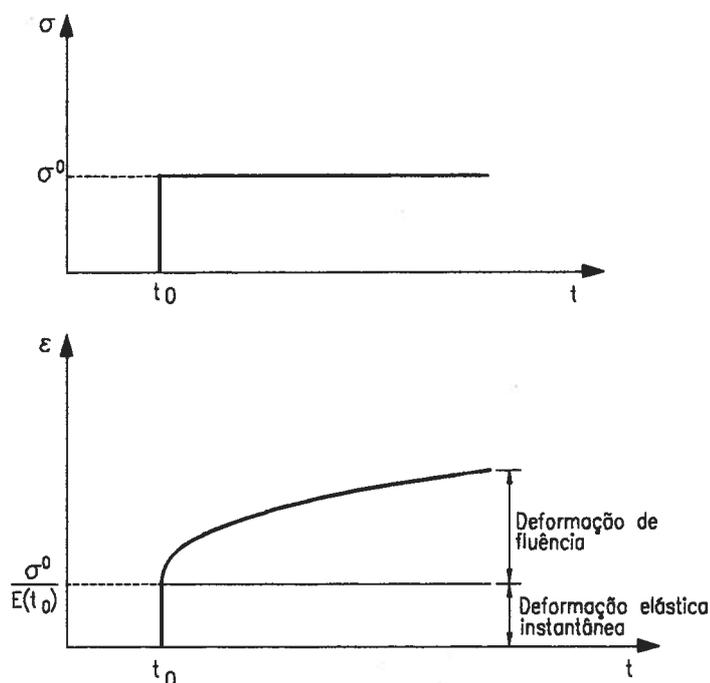


Fig. 4.3 - Evolução da deformação ao longo do tempo do betão sujeito a tensão constante. Deformação elástica e deformação de fluência.

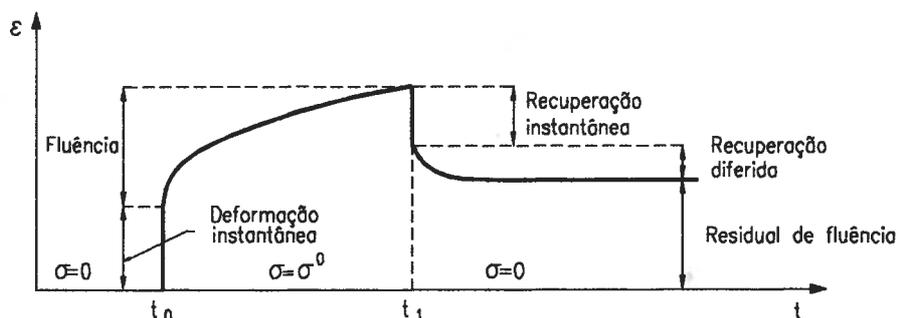


Fig. 4.4 - Evolução da deformação do betão sujeito a tensão constante num dado período de tempo.

por fase de fluência secundária ou estacionária; na última fase, designada por fluência terciária, a velocidade de crescimento da deformação aumenta ao longo do tempo até à rotura (Fig. 4.5). As fases de fluência secundária e terciária apenas ocorrem para tensões aplicadas iguais ou superiores a cerca de 50% da resistência à rotura do betão, e são devidas essencialmente ao aumento progressivo da microfissuração para níveis de tensão elevados. Para os níveis de tensão no betão em condições normais de serviço das estruturas (tensões máximas da ordem de 40% da resistência à rotura), desenvolve-se apenas a fluência primária, sendo linear a relação entre a deformação de fluência e a tensão aplicada; para níveis de tensão superiores, o desenvolvimento gradual da microfissuração, quer em compressão quer em tracção, torna esta relação não-linear.

Na fase de fluência primária a velocidade de crescimento da deformação diminui ao longo do tempo, verificando-se que a relação deformação-tempo é praticamente linear na escala logarítmica do tempo.

As deformações de fluência podem ainda ser separadas em deformações recuperáveis, correspondentes à elasticidade diferida, e em deformações não reversíveis, correspondentes ao escoamento (Fig. 4.6). A elasticidade diferida está associada à migração recuperável da água capilar sob a acção da tensão aplicada e à interacção mecânica entre os agregados e a pasta viscosa de cimento, sendo o escoamento devido à migração irreversível da água adsorvida [Chiorino, 1973]. A velocidade de desenvolvimento da elasticidade diferida decresce à medida que a idade de carga aumenta, atingindo-se um valor limite praticamente constante, e a taxa do escoamento decresce com a idade do betão, sendo pouco dependente da idade de carga [Illston, 1968].

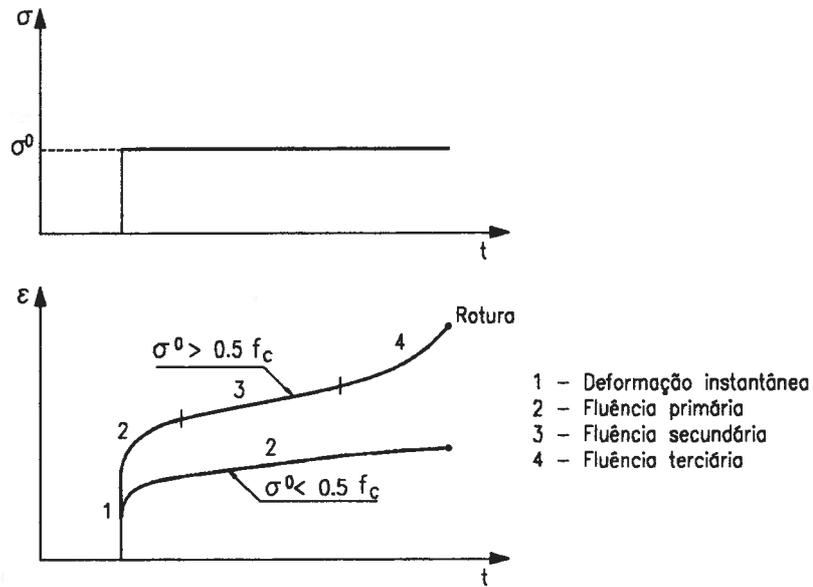


Fig. 4.5 - Evolução da deformação ao longo do tempo do betão sujeito a tensão constante. Fluências primária, secundária e terciária.

As deformações irreversíveis de fluência são referidas, em alguns dos modelos de previsão, como plásticas, embora elas não se enquadrem no domínio da plasticidade tal como a reologia a define. Assim, é usual designar-se o escoamento inicial e o escoamento retardado por deformações plásticas instantânea e diferida, respectivamente, conforme se quiser referir à deformação deste tipo que ocorre durante as primeiras horas e à que se processa lentamente ao longo do tempo.

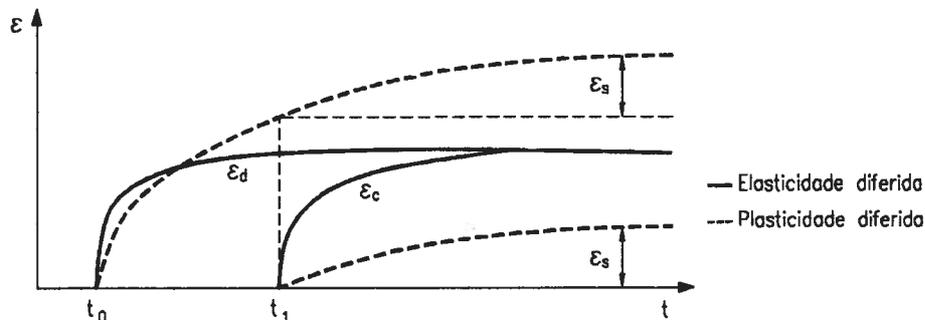


Fig. 4.6 - Evolução da deformação ao longo do tempo do betão sujeito a tensão constante. Elasticidade diferida e escoamento.

4.3.2 - A deformação total uniaxial $\varepsilon(t, t_0)$ no instante t , associada à tensão constante $\sigma(t, t_0) = \sigma(t_0)$ aplicada no instante de tempo t_0 , é dada por,

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon^i(t_0) + \varepsilon^c(t, t_0) + \varepsilon^s(t) + \varepsilon^T(t) \quad (4.1)$$

sendo $\varepsilon^i(t_0)$ a deformação instantânea, $\varepsilon^c(t, t_0)$ a deformação de fluência, $\varepsilon^s(t)$ a deformação de retracção (ou de expansão) e $\varepsilon^T(t)$ a deformação associada às variações de temperatura. As duas primeiras parcelas da deformação dependem do estado de tensão e as duas últimas são independentes dele.

A deformação dependente do estado de tensão pode ser expressa pela relação,

$$\varepsilon(t, t_0) = J(t, t_0) \sigma(t_0) \quad (4.2)$$

designando-se $J(t, t_0)$ por função de fluência. Esta função representa a deformação do betão no tempo t produzida por uma tensão unitária constante aplicada na idade de carga t_0 .

Se a função de fluência considerar separadamente a parcela da deformação instantânea $1/E(t_0)$ (inverso do módulo de elasticidade na idade de carga) e a parcela da deformação de fluência $\varepsilon^f(t, t_0)$ (também designada por fluência específica), pode escrever-se,

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + \varepsilon^f(t, t_0) \quad (4.3)$$

Determinadas funções de fluência permitem apenas obter a deformação total. Nesses casos, a deformação de fluência pode ser calculada por,

$$\varepsilon^c(t, t_0) = \sigma(t_0) \varepsilon^f(t, t_0) = \sigma(t_0) \left[J(t, t_0) - \frac{1}{E(t_0)} \right] \quad (4.4)$$

sendo o módulo de elasticidade na idade de carga dado por,

$$E(t_0) = \frac{1}{J(t_0 + \Delta t, t_0)} \quad (4.5)$$

considerando-se, em regra, um período da ordem de 60 segundos para Δt [RILEM, 1975].

Considerando o parâmetro adimensional designado por coeficiente de fluência,

$$\varphi(t, t_0) = E(t_0) \varepsilon^f(t, t_0) \quad (4.6)$$

a deformação de fluência pode ainda escrever-se na sua forma mais usual,

$$\varepsilon^c(t, t_0) = \sigma(t_0) \frac{\varphi(t, t_0)}{E(t_0)} = \varepsilon^i(t_0) \varphi(t, t_0) \quad (4.7)$$

Utilizando o conceito de módulo de elasticidade efectivo $E_e(t, t_0)$,

$$E_e(t, t_0) = \frac{E(t_0)}{1 + \varphi(t, t_0)} \quad (4.8)$$

a deformação do betão dependente do estado de tensão pode ainda escrever-se na forma mais simples,

$$\varepsilon(t, t_0) = \frac{\sigma(t_0)}{E_e(t, t_0)} \quad (4.9)$$

4.4 - Características das funções de fluência do betão

4.4.1 - As funções de fluência a utilizar, quer nos estudos de simulação e previsão quer nos estudos de interpretação, deverão ser definidas considerando os seguintes critérios [Bazant, 1982]: i) a função deverá ajustar bem os resultados experimentais conhecidos para betões semelhantes e fazer intervir todos os factores importantes que influenciam a fluência; ii) os coeficientes da função devem ser facilmente avaliados a partir dos resultados de ensaios de fluência, quando existam, ou através de relações empíricas que façam intervir apenas parâmetros obtidos em ensaios correntes de caracterização das propriedades dos materiais; e iii) a função deve ser suficientemente simples para que os coeficientes possam ser interpretados fisicamente e para tornar a avaliação numérica rápida e eficaz.

Em geral, as formulações desenvolvidas para previsão do comportamento diferido do betão têm em consideração dados relativos à resistência exigida, ao tipo de cimento, à

composição prevista, às dimensões dos elementos estruturais e aos valores médios da humidade e temperatura ambientes. A estimativa poderá ser melhorada, em regra, quando existam resultados de ensaios correntes para determinação da resistência e do módulo de elasticidade dos próprios betões.

4.4.2 - Há dois aspectos essenciais a contemplar pelas formulações de fluência: o efeito da idade de carga (teoria do envelhecimento) e o efeito do tempo sob carga (teoria da hereditariedade).

Na teoria do envelhecimento considera-se a função de fluência com a forma,

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + A(t) - A(t_0) \quad (4.10)$$

dependendo a fluência apenas da idade do material no instante em que é carregado.

A teoria da hereditariedade adopta para a função de fluência a forma,

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + B(t - t_0) \quad (4.11)$$

dependendo a fluência apenas da duração do carregamento.

Como se referiu, a fluência do betão depende, entre outros factores, simultaneamente da idade no instante do carregamento e do período que está sob carga, pelo que nenhuma das duas teorias referidas se adapta, isoladamente, ao comportamento de fluência do betão. A função de fluência deverá incluir a influência destes dois aspectos, podendo apresentar-se na forma de uma soma de várias parcelas, representando separadamente as elasticidades instantânea e diferida (recuperáveis) e o escoamento (irrecuperável),

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + A(t) - A(t_0) + B(t - t_0) \quad (4.12)$$

em que $A(t) - A(t_0)$ e $B(t - t_0)$ representam, respectivamente, o desenvolvimento do escoamento viscoso e da elasticidade diferida com o tempo sob carga. Enquadra-se neste tipo a função de fluência adoptada no CEB-MC78. A parcela diferida da função de fluência poderá ainda ser do tipo multiplicativo, sendo o produto de duas funções, uma dependente apenas da idade de carga, dependendo a outra da idade de carga e do tempo sob carga,

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + C(t_0)D(t-t_0) \quad (4.13)$$

sendo $C(t_0)$ uma função que tem em consideração a influência da idade do betão no instante de aplicação da carga e representando a função $D(t-t_0)$ o desenvolvimento da fluência com o tempo sob carga. São deste tipo as funções de fluência definidas no ACI-209 de 1978, BaP e CEB-MC90.

4.4.3 - Verifica-se que na grande maioria dos betões cerca de um quarto da fluência total se dá nas duas primeiras semanas sob carga, cerca de metade nos primeiros 2 a 3 meses e cerca de três quartos no primeiro ano, desenvolvendo-se a restante parcela muito lentamente com o tempo [Pinho, 1989]. Este facto indicia que deverão ser utilizadas expressões exponenciais para representar a fluência específica, apresentando-se, em seguida, a forma de algumas expressões propostas,

$$\varepsilon^f(t, t_0) = a(t-t_0)^b \quad (4.14)$$

$$\text{Logarítmica:} \quad \varepsilon^f(t, t_0) = a(t_0) \log((t-t_0) + 1) \quad (4.15)$$

$$\text{Exponencial:} \quad \varepsilon^f(t, t_0) = \varepsilon^{f\infty} \left(1 - e^{-a(t-t_0)} \right) \quad (4.16)$$

$$\text{Hiperbólica:} \quad \varepsilon^f(t, t_0) = \frac{a(t-t_0)}{b+(t-t_0)} \quad (4.17)$$

A expressão de potência sobrestima a fluência a longo prazo, sendo adequada para representar a fluência básica; a expressão logarítmica ajusta bem os resultados experimentais para o betão em massa, apesar de sobrestimar a fluência a curto prazo; a expressão exponencial não ajusta bem os resultados experimentais, obtendo-se melhor concordância com a adição de mais um termo exponencial; e a expressão hiperbólica subestima a fluência nos primeiros tempos sob carga, mas a longo prazo ajusta bem os resultados experimentais [Pinho, 1989].

Dados as insuficiências patenteadas por cada uma das expressões atrás referidas para representar o comportamento de fluência do betão em todo o domínio do tempo, as funções de fluência consideradas nos modelos de previsão são compostas, em geral, pela soma e/ou

multiplicação de expressões elementares destes quatro tipos, cada uma delas com um significado físico definido. Os coeficientes dessas expressões são obtidos, em regra, através da interpretação gráfica ou numérica de um grande número de resultados experimentais. O CEB-MC78 apresenta a variação da maior parte dos coeficientes sob a forma gráfica, o que dificulta a sua utilização em programas de cálculo; para obviar este obstáculo, em trabalhos posteriores [CEB, 1984; Gilbert, 1988] foi dada uma tradução matemática à representação gráfica original.

4.4.4 - Os modelos de fluência foram estabelecidos para uma temperatura padrão de 20°C. Nas grandes massas do betão das barragens verificam-se variações significativas da temperatura durante o processo de hidratação do cimento. O aumento da temperatura gerado pela hidratação do cimento faz aumentar a taxa de fluência.

Este efeito pode ser traduzido matematicamente. Considere-se a lei de Arrhénius, que é uma expressão geral que relaciona a velocidade da reacção química de um processo com a temperatura, sob a forma,

$$V(T) = A e^{-\frac{E_R}{R T}} \quad (4.18)$$

sendo $V(T)$ a velocidade de desenvolvimento da reacção, A uma constante característica da reacção em causa, E_R a energia de activação da reacção, R a constante dos gases perfeitos e T a temperatura absoluta. A razão entre as velocidades da reacção, à temperatura T e à temperatura padrão T_p , toma a forma,

$$\frac{V(T)}{V(T_p)} = e^{\frac{E_R}{R} \left(\frac{1}{T_p} - \frac{1}{T} \right)} \quad (4.19)$$

Para uma temperatura padrão $T_p = 293^\circ K$ ($20^\circ C$), a razão definida pela expressão (4.19) é designada por grau de hidratação do betão $h(T)$,

$$h(T) = e^{\frac{E_R}{R} \left(\frac{1}{293} - \frac{1}{T+273} \right)} \quad (4.20)$$

agora com a temperatura T em °C.

Definindo por t_e o tempo equivalente necessário para obter um grau de hidratação idêntico à temperatura T e à temperatura padrão de 20°C,

$$t_e = \int_0^t h(T) dt \quad (4.21)$$

ou, mais simplesmente,

$$t_e = \sum_{i=1}^n h_i(T) \Delta t_i \quad (4.22)$$

sendo Δt_i o intervalo de tempo em que ocorre a temperatura T , é possível utilizar os modelos estabelecidos para a temperatura padrão ajustando desta forma a escala do tempo.

A relação E_R/R é, em regra, obtida experimentalmente. Uma delas, estabelecida em função da resistência padrão do cimento aos 2 dias de idade, está representada na Fig. 4.7.

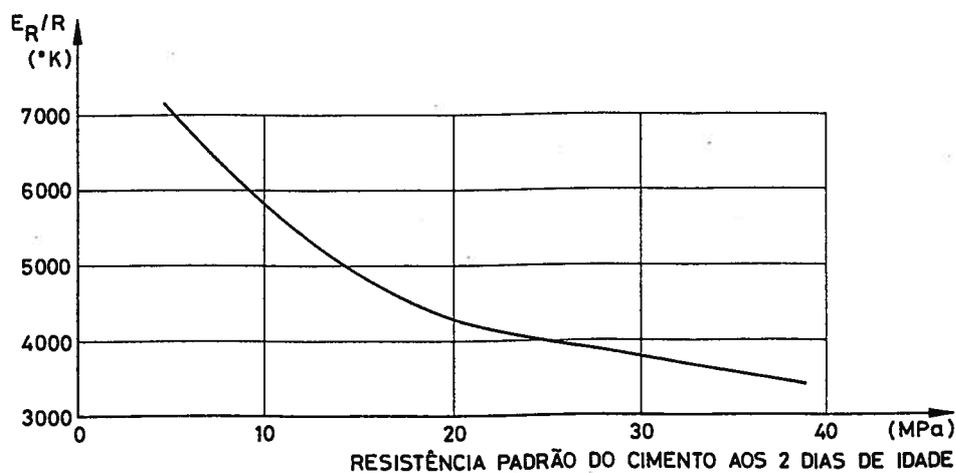


Fig. 4.7 - Relação E_R/R obtida experimentalmente em função da resistência padrão do cimento aos 2 dias de idade [Bresson, 1982].

4.5 - Maturação e fluência segundo o CEB Model Code 1978 (CEB-MC78)

4.5.1 - De acordo com o CEB-MC78, a resistência média do betão à compressão simples $f_{cm}(t)$, referida a provetes cilíndricos padrão de 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura, na idade t (em dias), pode ser estimada pela expressão,

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm28} \quad (4.23)$$

em que f_{cm28} representa a resistência cilíndrica média do betão à compressão aos 28 dias de idade. A função $\beta_{cc}(t)$ define o desenvolvimento ao longo do tempo da resistência (Fig. 4.8), sendo dada pela expressão [Gilbert, 1988],

$$\beta_{cc}(t) = \frac{1,4628 t^{0,73}}{5,27 + t^{0,73}} \quad (4.24)$$

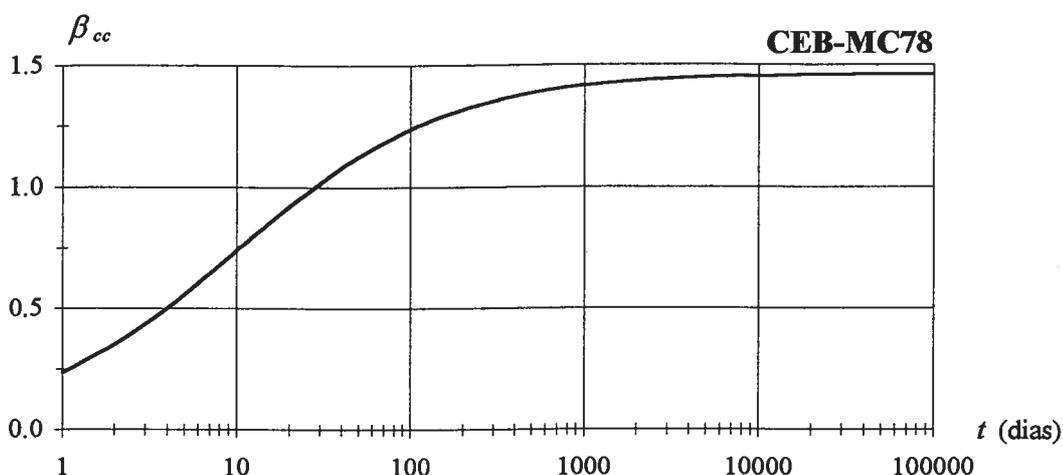


Fig. 4.8 - Desenvolvimento ao longo do tempo da resistência ($\beta_{cc}(t)$), de acordo com o CEB-MC78.

A resistência do betão é habitualmente referida ao valor característico da tensão de rotura cilíndrica à compressão simples $f_{ck}(t)$, nomeadamente aos 28 dias de idade f_{ck28} . A relação entre os valores característico e médio da resistência (em MPa) é dada pela expressão,

$$f_{ck}(t) = f_{cm}(t) + 8 \quad (4.25)$$

O módulo de elasticidade secante $E_m(t_0)$ à idade de carga t_0 (definido para uma tensão de $0,4 f_{cm}(t_0)$) pode ser obtido a partir da resistência média do betão à compressão, através da expressão,

$$E_m(t_0) = 9,5 (f_{cm}(t_0))^{1/3} \quad (4.26)$$

com $f_{cm}(t_0)$ em MPa e $E_m(t_0)$ em GPa. O módulo de elasticidade tangente na origem $E(t_0)$ pode obter-se majorando o módulo de elasticidade secante em 25%,

$$E(t_0) = 1,25 E_m(t_0) \quad (4.27)$$

4.5.2 - De acordo com o CEB-MC78, a função de fluência é dada pela expressão,

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{28}} \quad (4.28)$$

sendo E_{28} o módulo de elasticidade tangente na origem aos 28 dias de idade.

O modelo de fluência do CEB-MC78 é do tipo aditivo, estando a fluência dividida nas parcelas irreversível (plasticidade instantânea e plasticidade diferida) e reversível (elasticidade diferida). As duas componentes irreversíveis correspondem, respectivamente, às deformações que ocorrem durante as primeiras horas após a aplicação da carga e as que se processam lentamente ao longo do tempo. O coeficiente de fluência é estimado pela expressão,

$$\varphi(t, t_0) = \beta_a(t_0) + \varphi_d \beta_d(t - t_0) + \varphi_f (\beta_f(t) - \beta_f(t_0)) \quad (4.29)$$

A parcela correspondente à plasticidade instantânea (escoamento inicial) $\beta_a(t_0)$ depende da idade do betão à idade de carga, sendo dada pela expressão,

$$\beta_a(t_0) = 0,8 \left[1 - \frac{\beta_{cc}(t_0)}{1,4628} \right] \quad (4.30)$$

O coeficiente de elasticidade diferida φ_d tem o valor de 0,4. O desenvolvimento ao longo do tempo da elasticidade diferida é dado pela função $\beta_d(t, t_0)$, tendo a forma [Gilbert, 1988],

$$\beta_d(t - t_0) = 0,27 + 0,73 \left(1 - e^{-0,01(t - t_0)} \right) \quad (4.31)$$

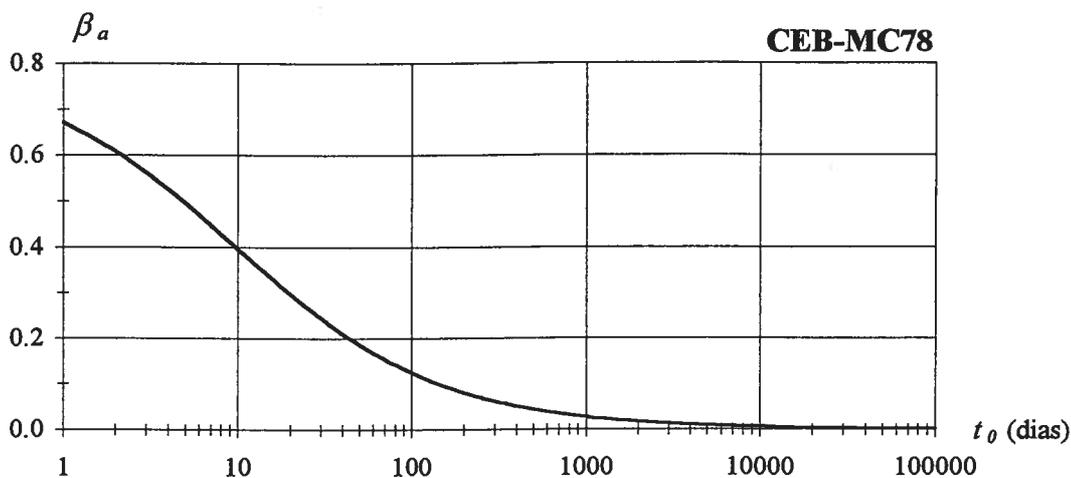


Fig. 4.9 - Influência da idade de carga na plasticidade instantânea ($\beta_a(t_0)$), de acordo com o CEB-MC78.

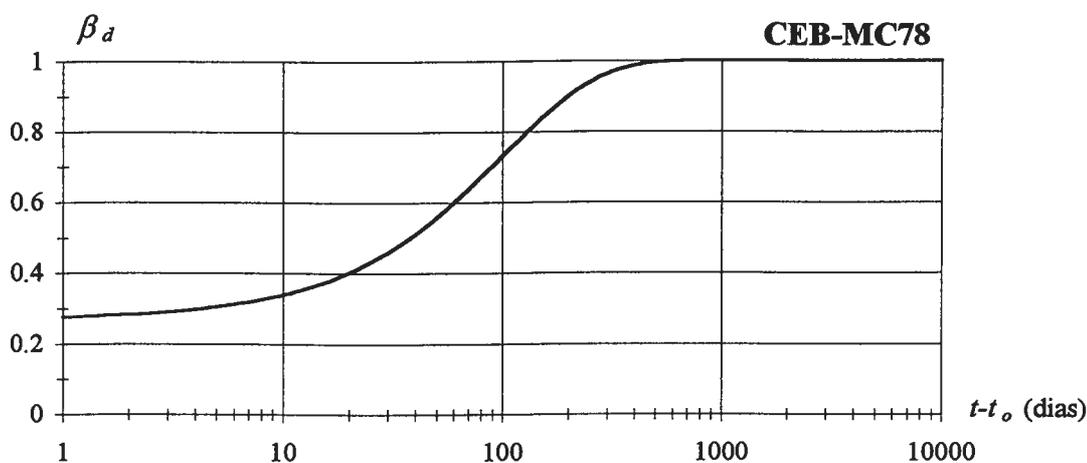


Fig. 4.10 - Evolução no tempo da elasticidade diferida ($\beta_d(t)$), de acordo com o CEB-MC78.

A plasticidade diferida (escoamento retardado) é dada pela última parcela da expressão (4.29). A função $\beta_f(t)$ depende da espessura fictícia h_0 das peças, sendo φ_f o coeficiente de plasticidade diferida.

A espessura fictícia das peças h_0 é dada pelo produto do coeficiente λ pela espessura equivalente h_e ,

$$h_e = \frac{2A_c}{u} \quad (4.32)$$

$$h_0 = \lambda h_e = \lambda \frac{2A_c}{u} \quad (4.33)$$

em que o coeficiente λ depende da humidade relativa hr , representando A_c e u os valores, para a secção transversal em análise, da área e do perímetro em contacto com a atmosfera. Os valores do coeficiente λ são dados pelas seguintes expressões [Gilbert, 1988],

$$\begin{cases} \lambda = 1 + 0,00049 e^{0,1 hr} & hr \leq 98\% \\ \lambda = 30 & hr = 100\% \end{cases} \quad (4.34)$$

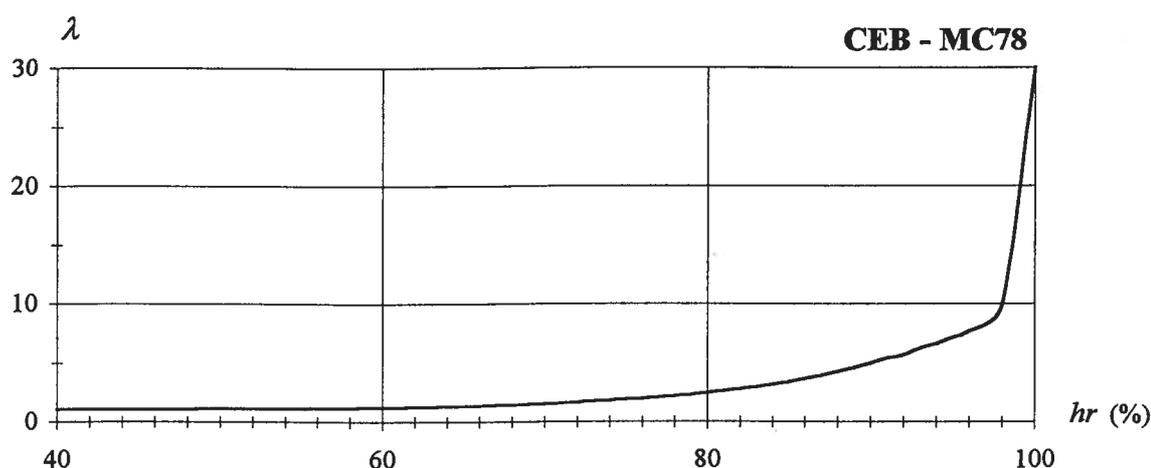


Fig. 4.11 - Variação do coeficiente λ com a humidade relativa, de acordo com o CEB-MC78.

O coeficiente de plasticidade diferida φ_f é dado por,

$$\varphi_f = \varphi_{f1} \varphi_{f2} \quad (4.35)$$

em que os coeficientes φ_{f1} e φ_{f2} dependem da humidade relativa e da espessura fictícia, respectivamente, sendo os seus valores dados pelas expressões [Gilbert, 1988],

$$\varphi_{f1} = \frac{1}{9} (0,0002hr^3 - 0,043hr^2 + 2,57hr) - 2,2 \tag{4.36}$$

$$\varphi_{f2} = 1,12 \left(1 + e^{-0,1673h_0^{0,58}} \right) \tag{4.37}$$

com os valores da humidade relativa hr e da espessura fictícia h_0 em percentagem (%) e centímetros, respectivamente. Os valores do coeficiente φ_{f1} obtidos pela expressão (4.36) são válidos para betões de consistência média, devendo ser reduzidos ou aumentados em 25% para betões de consistência alta ou baixa, respectivamente. No caso do betão das barragens, dadas as condições de humidade e as dimensões das peças, φ_f é aproximadamente igual à unidade.

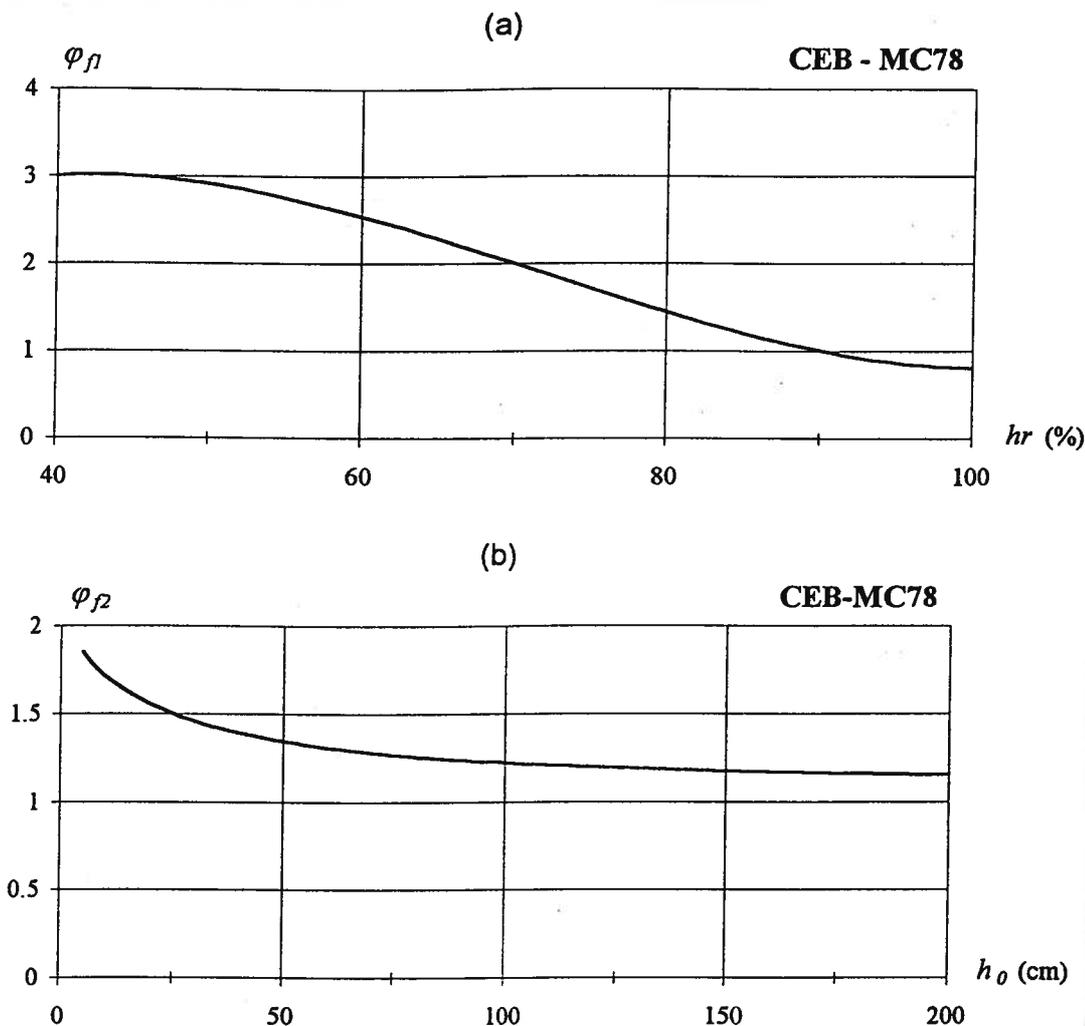


Fig. 4.12 - Influência da humidade relativa hr (a) e da espessura fictícia da peça h_0 (b) no coeficiente de plasticidade diferida φ_f , de acordo com o CEB-MC78.

Os valores da função $\beta_f(t)$ são obtidos através das expressões (4.38) a (4.40) [CEB, 1984], estando representada na Fig. 4.13 para vários valores da espessura fictícia.

$$\beta_f(t) = \left[\frac{t}{t + K_1(h_0)} \right]^{K_2(h_0)} \quad (4.38)$$

$$K_1(h_0) = e \left[\frac{5,02}{h_0} + \ln(6,95 h_0^{1,25}) \right] \quad (4.39)$$

$$K_2(h_0) = e \left[0,00144 h_0 - \frac{1,1}{h_0} - \ln(1,005 h_0^{0,2954}) \right] \quad (4.40)$$

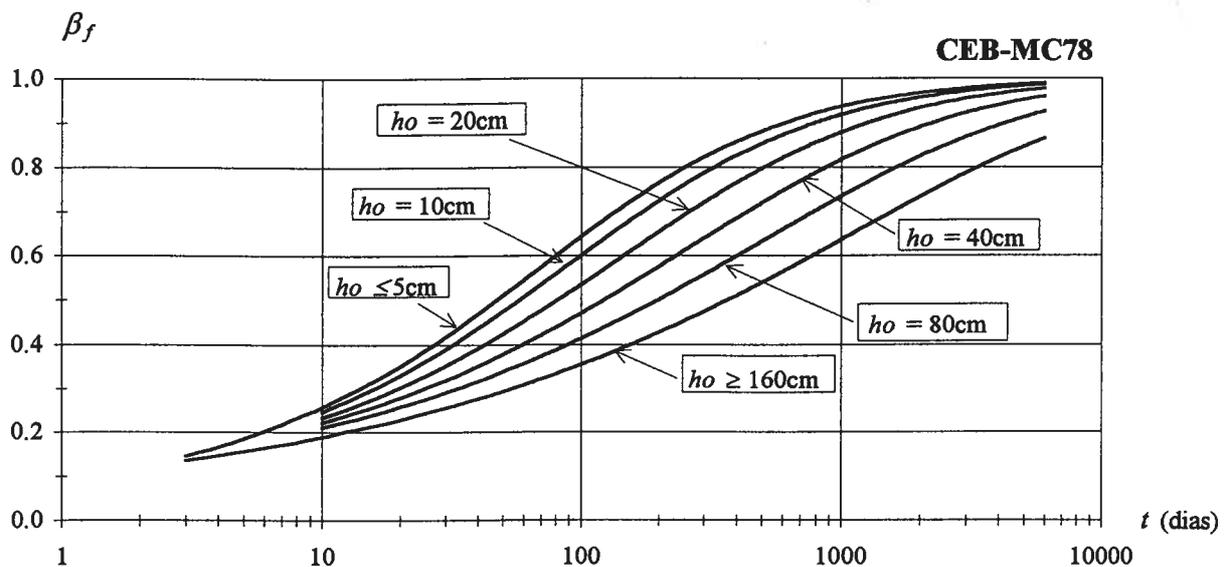


Fig. 4.13 - Variação ao longo do tempo da função correspondente à plasticidade diferida ($\beta_f(t)$), de acordo com o CEB-MC78.

4.5.3 - A temperatura a que a cura se processa e o tipo de cimento influenciam o desenvolvimento da fluência e da retracção. Para temperaturas do betão significativamente diferentes de 20°C a idade real do betão deverá ser corrigida através da expressão,

$$t_e = \frac{\alpha_T}{30} \sum_{i=1}^n (T_i + 10) \Delta t_i \quad (4.41)$$

sendo t_e a idade corrigida e T_i a temperatura média diária do betão (em °C) que ocorre durante o período de Δt_i dias. O parâmetro α_T traduz a influência do tipo de cimento, considerando-se $\alpha_T=1$ para cimentos de endurecimento normal ou lento, $\alpha_T=2$ para cimentos de endurecimento rápido e $\alpha_T=3$ para cimentos de presa rápida e alta resistência, no caso da fluência; para a retracção adopta-se $\alpha_T=1$ para todos os tipos de cimento.

4.6 - Maturação e fluência segundo o CEB Model Code 1990 (CEB-MC90)

4.6.1 - De acordo com o CEB-MC90, a resistência média do betão à compressão simples $f_{cm}(t)$, referida a provetes cilíndricos padrão, à idade de carga t (em dias), é estimada por,

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm28} \quad (4.42)$$

A função $\beta_{cc}(t)$ define o desenvolvimento ao longo do tempo da resistência, sendo dada pela expressão,

$$\beta_{cc}(t) = e^s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (4.43)$$

sendo a influência do tipo de cimento considerada através do parâmetro s ($s=0,38$ para cimentos de endurecimento lento, $s=0,25$ para cimentos de endurecimento normal ou rápido e $s=0,20$ para cimentos de presa rápida e alta resistência).

A relação entre os valores característico e médio da resistência à compressão (em MPa) é idêntica à do CEB-MC78 (expressão 4.25).

O módulo de elasticidade tangente na origem $E(t_0)$, à idade de carga t_0 , é dado por,

$$E(t_0) = \beta_E(t_0) E_{28} \quad (4.44)$$

representando E_{28} o módulo de elasticidade tangente aos 28 dias de idade. A função $\beta_E(t_0)$ define o desenvolvimento ao longo do tempo da rigidez, sendo dada pela expressão,

$$\beta_E(t_0) = \sqrt{\beta_{cc}(t_0)} \quad (4.45)$$

À idade de 28 dias, o módulo de elasticidade tangente na origem E_{28} e a resistência média do betão à compressão f_{cm28} estão relacionados por,

$$E_{28} = 10(f_{cm28})^{1/3} \quad (4.46)$$

com f_{cm28} em MPa e E_{28} em GPa. O módulo de elasticidade secante $E_m(t_0)$ pode obter-se minorando o módulo de elasticidade tangente $E(t_0)$ em 15%,

$$E_m(t_0) = 0,85 E(t_0) \quad (4.47)$$

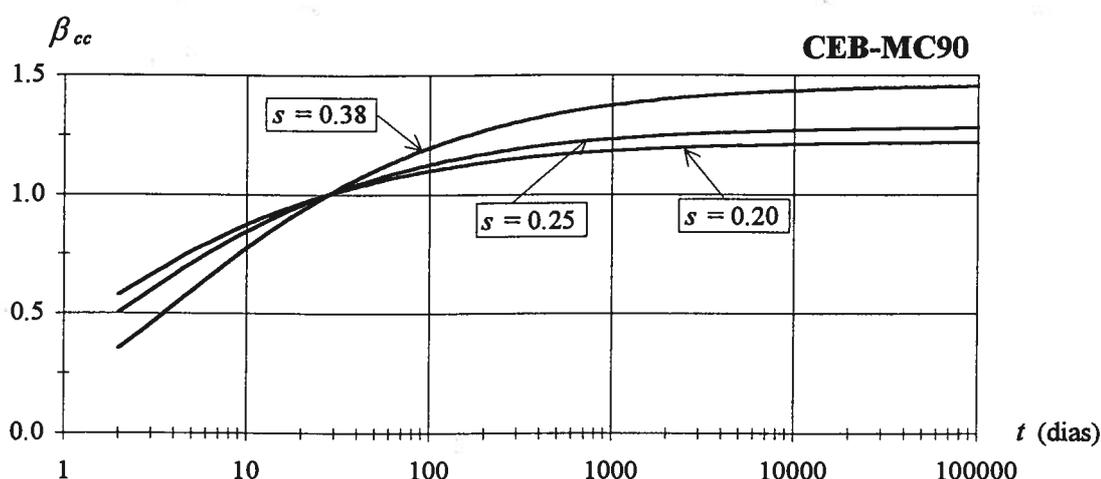


Fig. 4.14 - Desenvolvimento ao longo do tempo da resistência ($\beta_{cc}(t)$), de acordo com o CEB-MC90.

4.6.2 - A forma da função de fluência do CEB-MC90 é idêntica à do CEB-MC78 (expressão 4.28), mas agora o modelo de fluência é do tipo multiplicativo. O coeficiente de fluência é dado por,

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t - t_0) \quad (4.48)$$

sendo φ_0 o coeficiente de fluência de referência e $\beta_c(t - t_0)$ uma função que define a

variação do coeficiente de fluência ao longo do tempo. Para tensões inferiores a 40% da tensão de rotura média à compressão o coeficiente de fluência de referência é dado por,

$$\varphi_0 = \varphi_{hr}(hr, h_e) \beta_{\varphi f}(f_{cm28}) \beta_{\varphi 0}(t_0) \quad (4.49)$$

em que,

$$\varphi_{hr}(hr, h_e) = 1 + \frac{1 - \frac{hr}{100}}{0,10(h_e)^{1/3}} \quad (4.50)$$

$$\beta_{\varphi f}(f_{cm28}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm28}}} \quad (4.51)$$

$$\beta_{\varphi 0}(t_0) = \frac{1}{0,10 + (t_0)^{0,20}} \quad (4.52)$$

com os valores da humidade relativa hr , da espessura equivalente h_e e da resistência do betão f_{cm28} em percentagem (%), centímetros e MPa, respectivamente. A função $\varphi_{hr}(hr, h_e)$ tem em consideração o efeito da humidade relativa hr e da espessura equivalente h_e , sendo o seu valor tanto maior quanto menor for a humidade relativa e quanto menor for a espessura equivalente (Fig. 4.15(a)). A função $\beta_{\varphi f}(f_{cm28})$ traduz a influência da resistência do betão no valor final do coeficiente de fluência, decrescendo com o aumento da resistência do betão (Fig. 4.15(b)). Por fim, a função $\beta_{\varphi 0}(t_0)$ toma em consideração a idade do betão no instante do carregamento, sendo tanto maior quanto mais cedo o betão for carregado (Fig. 4.15(c)). A idade do betão no instante da carga t_0 a considerar no cálculo do coeficiente $\beta_{\varphi 0}(t_0)$ deve ser corrigida em função do tipo de cimento e da temperatura durante a cura do betão.

A função $\beta_c(t-t_0)$ define o desenvolvimento da fluência ao longo do tempo,

$$\beta_c(t-t_0) = \left[\frac{t-t_0}{\beta_h + t-t_0} \right]^{0,3} \quad (4.53)$$

sendo β_h um parâmetro que tem em consideração a influência da humidade relativa e da espessura equivalente na variação da fluência ao longo do tempo, sendo dado pela expressão,

$$\beta_h = 15(1 + (0,012hr)^{18})h_e + 250 \leq 1500 \quad (4.54)$$

com os valores da humidade relativa hr e da espessura equivalente h_e em percentagem (%) e centímetros, respectivamente.

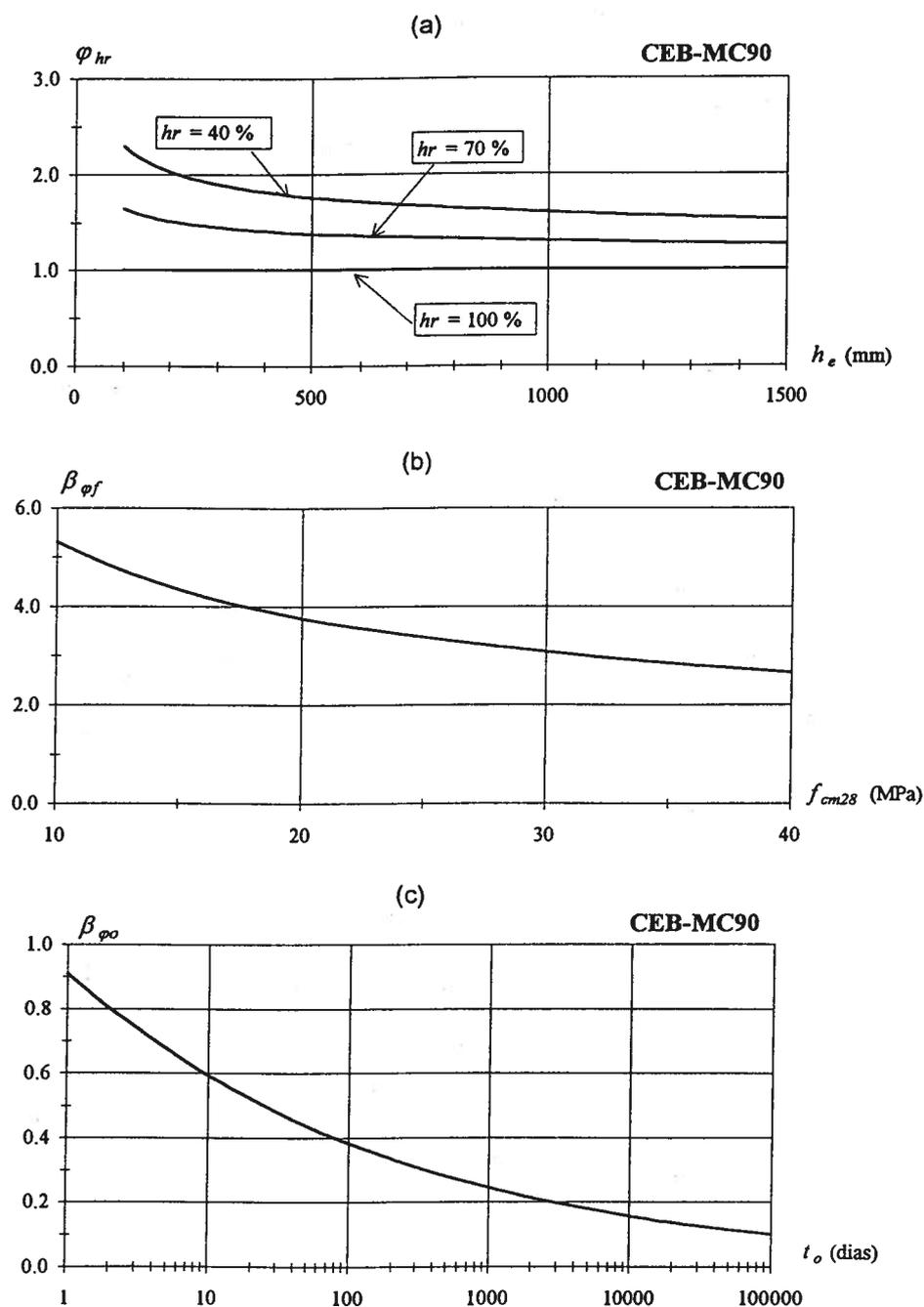


Fig. 4.15 - Influência da humidade relativa hr (a), da resistência do betão (b) e da idade de carga t_0 (c) no coeficiente de fluência de referência, de acordo com o CEB-MC90.

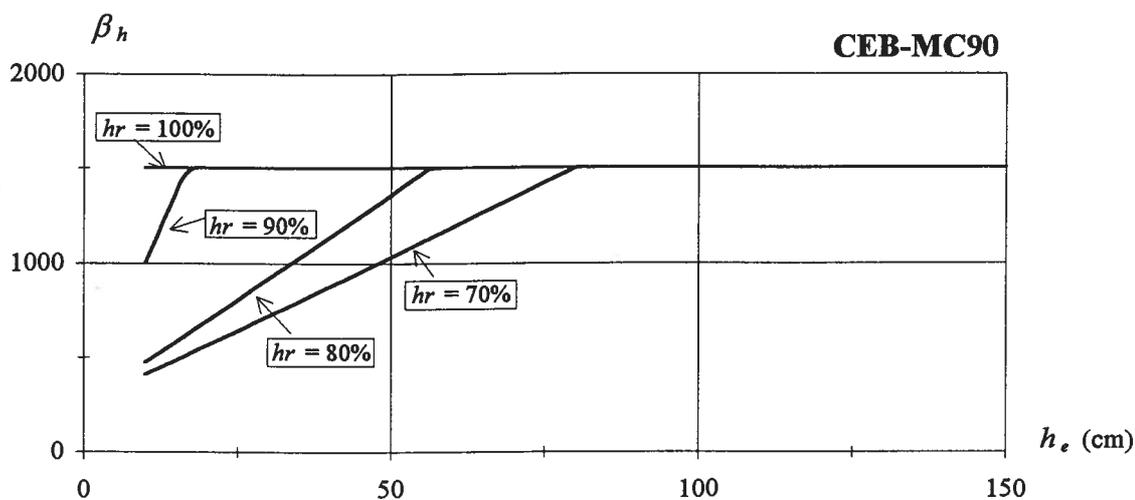


Fig. 4.16 - Variação do parâmetro β_h com a humidade relativa hr e com a espessura equivalente h_e , de acordo com o CEB-MC90.

Na Fig. 4.17 está representada a função $\beta_c(t - t_0)$ para vários valores do parâmetro β_h , podendo observar-se que o desenvolvimento da fluência no tempo é tanto mais retardado quanto maior for a espessura equivalente e quanto maior for a humidade relativa.

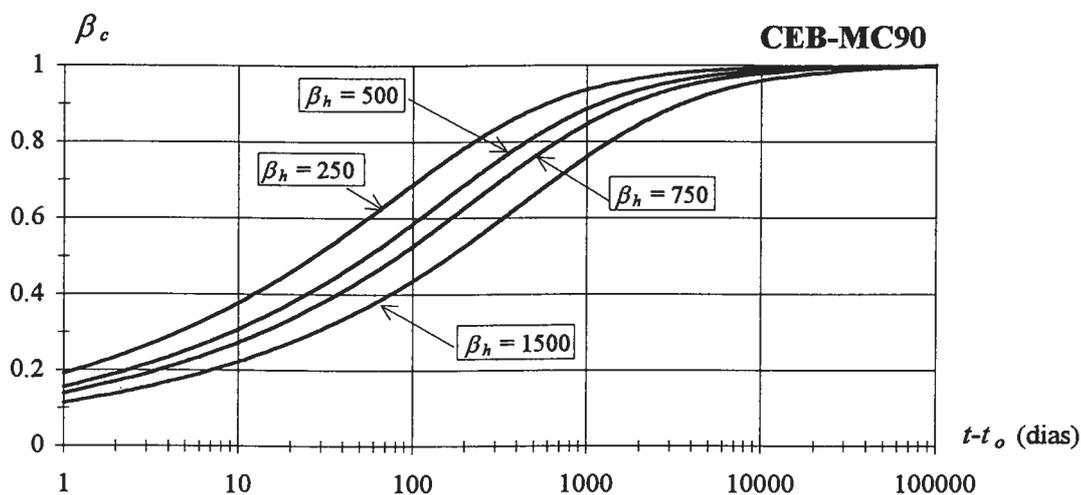


Fig. 4.17 - Função correspondente à variação com o tempo sob carga do coeficiente de fluência (β_c), de acordo com o CEB-MC90.

No caso das barragens de betão, dadas as dimensões das peças, o coeficiente $\varphi_{hr}(hr, h_e)$ é aproximadamente igual à unidade; pela mesma razão, $\beta_h \approx 1500$.

Para tensões superiores a $0,4 f_{cm}(t)$ a fluência deixa de ser linear com a tensão aplicada. No entanto, se a tensão não ultrapassar $0,6 f_{cm}(t)$, a não linearidade pode ser considerada, de uma forma aproximada, corrigindo o coeficiente de fluência de referência φ_0 da seguinte forma,

$$\varphi_{0,k} = e^{1,5(k-0,4)} \quad (4.55)$$

representando k a razão entre a tensão aplicada e a resistência média do betão,

$$k = \frac{\sigma(t)}{f_{cm}(t)} \quad (4.56)$$

4.6.3 - Para temperaturas do betão significativamente diferentes de 20°C , a idade real do betão deverá ser corrigida através da expressão,

$$t_e = \sum_{i=1}^n e^{-\left(\frac{4000}{273+T_i} - 13,65\right)} \Delta t_i \quad (4.57)$$

sendo t_e a idade corrigida e T_i a temperatura média diária do betão (em $^\circ\text{C}$) que ocorre durante o período de Δt_i dias.

A influência do tipo de cimento e da temperatura durante a cura do betão podem ser consideradas através da correcção da idade do betão no instante de carga t_0 a utilizar na cálculo do coeficiente $\beta_{\varphi_0}(t_0)$,

$$t_0 = t_{0,e} \left[\frac{9}{2 + (t_{0,e})^{1,2}} + 1 \right]^{\alpha_t} \geq 0,5 \quad (4.58)$$

sendo $t_{0,e}$ a idade do betão no instante de carga, corrigida de acordo com a expressão (4.57), e α_t um coeficiente que depende do tipo de cimento, considerando-se $\alpha_t = -1$ para cimentos de endurecimento lento, $\alpha_t = 0$ para cimentos de endurecimento normal ou rápido e $\alpha_t = 1$ para cimentos de presa rápida e alta resistência.

4.7 - Maturação e fluência segundo o modelo de Bazant e Panula de 1978-79 (BaP)

4.7.1 - A formulação BaP considera funções independentes para a fluência básica $\varphi_{b0}(t, t_0)$ e para a fluência de secagem $\varphi_{d0}(t, t_0, t_s)$ (t_s é o instante em que se inicia a secagem). A função de fluência tem a forma,

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_0} (1 + \varphi_{b0}(t, t_0) + \varphi_{d0}(t, t_0, t_s)) \quad (4.59)$$

sendo E_0 um módulo de elasticidade fictício, representando $1/E_0$ a assíptota para que tende a deformação instantânea quando t_0 tende para infinito.

4.7.2 - A fluência básica é expressa pela lei da dupla potência, com a forma,

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_0} (1 + \phi_1 (t_0^{-m} + \alpha^*) (t - t_0)^n) \quad (4.60)$$

O módulo de elasticidade deve ser calculado considerando, na expressão da lei de fluência, um tempo sob carga $(t - t_0) = 0,1$ dias [Bazant et al, 1978], obtendo-se,

$$E(t_0) = \frac{E_0}{1 + \phi_1 (t_0^{-m} + \alpha^*) 0,1^n} \quad (4.61)$$

O coeficiente de fluência $\varphi(t, t_0)$ (referido ao módulo de elasticidade à idade da aplicação da carga), o módulo de elasticidade efectivo $E_e(t, t_0)$ e a fluência específica $\varepsilon^f(t, t_0)$ são dados pelas expressões,

$$\varphi(t, t_0) = E(t_0) J(t, t_0) - 1 \quad (4.62)$$

$$E_e(t, t_0) = \frac{1}{J(t, t_0)} \quad (4.63)$$

$$\varepsilon^f(t, t_0) = \frac{1}{E_0} \phi_1 (t_0^{-m} + \alpha^*) \left((t - t_0)^n - 0,1^n \right) \quad (4.64)$$

Os parâmetros ϕ_1 , m , n e α^* são adimensionais, dependendo das características do betão. Na ausência de resultados de ensaios de fluência, os seus valores podem ser estimados através de relações empíricas, em função do valor médio da tensão de rotura cilíndrica aos 28 dias de idade f_{cm28} (em MPa),

$$\frac{1}{E_0} = 0,0145 + 3,447 (f_{cm28})^{-2} \quad (GPa)^{-1} \quad (4.65)$$

$$\phi_1 = 0,3 + 152,2 (f_{cm28})^{-1,2} \quad (4.66)$$

$$m = 0,28 + 47,541 (f_{cm28})^{-2} \quad (4.67)$$

$$n = 0,115 + 0,61 (f_{cm28})^3 \times 10^{-6} \quad (4.68)$$

$$\alpha^* = 0,05 \quad (4.69)$$

O conhecimento da composição do betão permitirá uma melhor estimativa das valores de alguns destes parâmetros,

$$\alpha^* = \frac{1}{40 w/c} \quad (4.70)$$

$$\begin{cases} n = 0,12 + \frac{0,07x^6}{5130 + x^6} & x > 0 \\ n = 0,12 & x \leq 0 \end{cases} \quad (4.71)$$

em que,

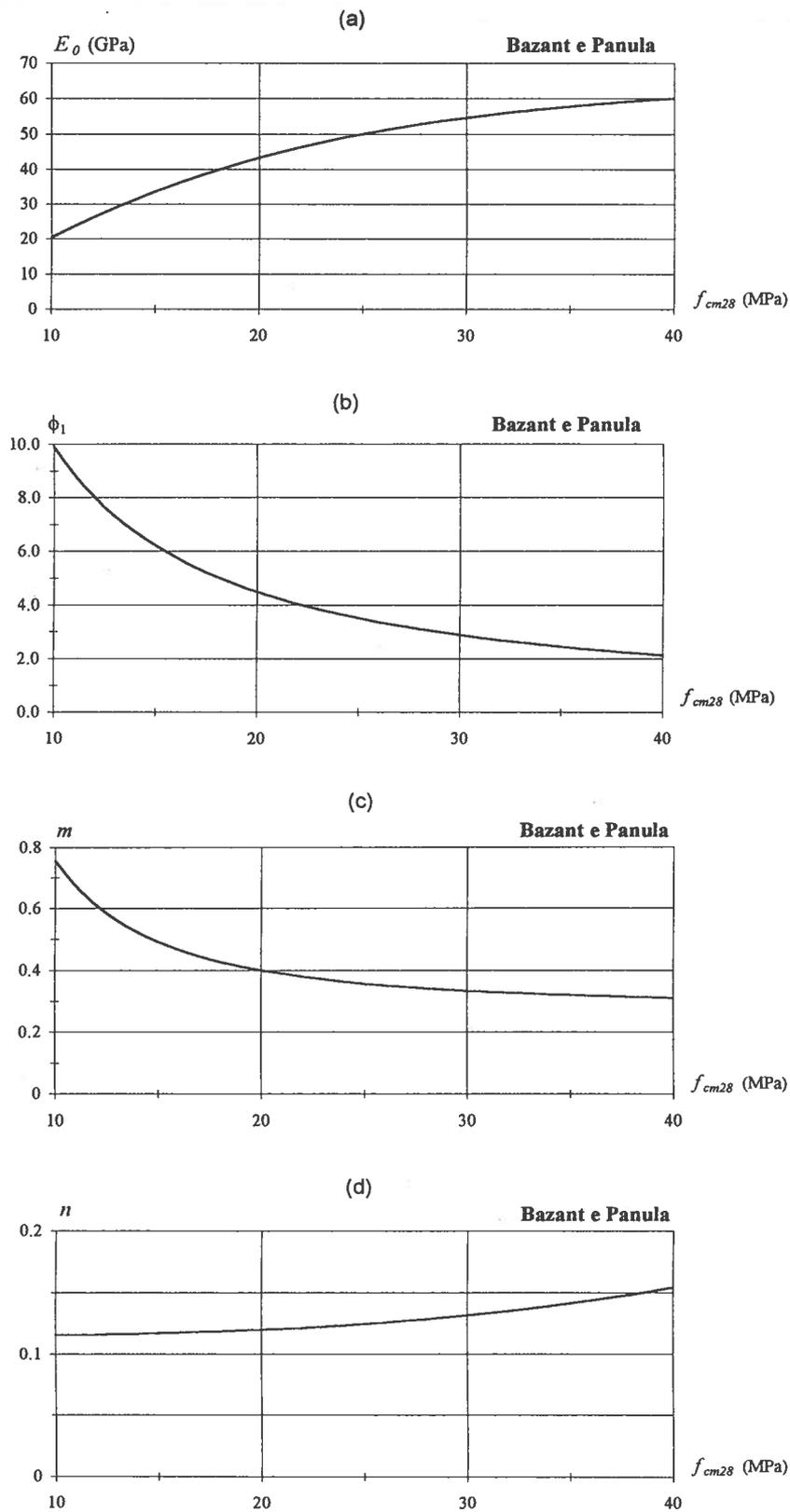


Fig. 4.18 - Variação dos parâmetros E_0 (a), ϕ_1 (b), m (c) e n (d) com a resistência do betão, no modelo BaP.

$$x = \left[2,1 \frac{a/c}{(s/c)^{1,4}} + 5,523 \times 10^{-3} (f_{cm28})^{1,5} \left[\frac{w}{c} \right]^{1/3} \left[\frac{a}{g} \right]^{2,2} \right] a_1^{-4} \quad (4.72)$$

sendo c , a , s , g e w as dosagens (em kgm^{-3}) de cimento, agregados, areia, brita e água. O coeficiente a_1 depende do tipo de cimento ($a_1 = 1,00$ para os cimentos comuns, $a_1 = 0,93$ para os cimentos de presa rápida e $a_1 = 1,05$ para os cimentos de baixo calor de hidratação).

4.7.3 - A consideração da fluência de secagem é feita por uma parcela adicional, função das condições higrométricas e das dimensões das peças,

$$\varphi_{d0}(t, t_0, t_s) = \bar{\varphi}_d k'_{hr} t_0^{-m/2} \left[1 + \frac{3\tau_{sh}}{t-t_0} \right]^{-0,35} \quad (4.73)$$

com,

$$\bar{\varphi}_d = \left[1 + \frac{t_0 - t_s}{10 \tau_{sh}} \right]^{-\frac{1}{2}} \varphi_d \varepsilon_{sh}^* \times 10^6 \quad (4.74)$$

$$\begin{cases} \varphi_d = 0,0056 + \frac{0,0189}{1 + 0,7r^{-1,4}} & r > 0 \\ \varphi_d = 0,0056 & r \leq 0 \end{cases} \quad (4.75)$$

$$\varepsilon_{sh}^* = - \left[1300 - \frac{970}{390z^{-4} + 1} \right] \times 10^{-6} \quad (4.76)$$

$$z = 0,381 \left[1,25 \sqrt{\frac{a}{c}} + 0,5 \left[\frac{g}{s} \right]^2 \right] \left[\frac{1+s/c}{w/c} \right]^{\frac{1}{3}} \sqrt{f_{cm28}} - 12 \geq 0 \quad (4.77)$$

$$r = 0,56 \left[\frac{s}{a} f_{cm28} \right]^{0,3} \left[\frac{g}{s} \right]^{1,3} \left[\frac{1610 w/c}{\varepsilon_{sh}^* \times 10^6} \right]^{1,5} - 0,85 \quad (4.78)$$

$$k'_{hr} = 1 - (hr)^{1,5} \times 10^{-3} \quad (4.79)$$

O parâmetro τ_{sh} depende da dimensão e da forma das peças,

$$\tau_{sh} = 4 \left[k_s \frac{A_c}{u} \right]^2 \frac{1}{C_1(t_s)} \quad (4.80)$$

com a razão A_c/u expressa em milímetros. O coeficiente de forma k_s assume o valor 1,0 para lajes, 1,15 para cilindros longos, 1,25 para prismas alongados, 1,30 para esferas e 1,55 para cubos. O coeficiente $C_1(t_s)$ é dado por,

$$C_1(t_s) = 2,4 + \frac{120}{\sqrt{t_s}} \quad (4.81)$$

4.7.4 - Para ter em consideração temperaturas significativamente diferentes de 20°C, durante a cura e endurecimento, prevê-se o ajuste da idade do betão e a alteração dos parâmetros ϕ_1 e n , por forma a contemplar a aceleração do processo de hidratação devida ao aumento de temperatura e o aumento da taxa de fluência devido ao aquecimento. A função da fluência básica toma a forma,

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_0} \left(1 + \phi_{1T} (t_e^{-m} + \alpha^*) (t - t_0)^{n_T} \right) \quad (4.82)$$

O ajuste da idade do betão é feita através de uma formulação idêntica à apresentada em 4.4.4, considerando o valor $E_R/R = 4000^\circ K$. A idade equivalente t_e é dada por,

$$t_e = \int_0^t e^{\left(\frac{4000}{T_{K0}} - \frac{4000}{T_K} \right)} dt \quad (4.83)$$

sendo definida como o período à temperatura absoluta (em °K) de referência T_{K0} necessário para atingir o mesmo grau de hidratação no período t à temperatura absoluta T_K . Os parâmetros ϕ_{1T} e n_T , são dados por,

$$\phi_{1T} = \phi_1 (1 + C_T) \quad (4.84)$$

$$n_T = B_T n \quad (4.85)$$

em que C_T e B_T são dados pelas expressões,

$$C_T = c_T \tau_T c_0 \quad (4.86)$$

$$B_T = \frac{0,25}{1 + \left[\frac{74}{T-253,2} \right]^7} + 1,0 \quad (4.87)$$

Os parâmetros c_T , τ_T e c_0 são funções, respectivamente, da temperatura absoluta, da idade t_T em que se verificou a temperatura T_K e da composição do betão, sendo dados por,

$$c_T = \frac{19,4}{1 + \left[\frac{100}{T-253,2} \right]^{3,5}} - 1,0 \quad (4.88)$$

$$\tau_T = \frac{1}{1 + \frac{60}{t_T^{0,69}}} + 0,78 \quad (4.89)$$

$$c_0 = \frac{1}{8} \left[\frac{w}{c} \right]^2 \left[\frac{a}{c} \right] a_1 \quad (4.90)$$

4.7.5 - Têm sido propostas por vários autores modificações à lei da dupla potência por forma a ajustar melhor os resultados experimentais dos betões jovens. Essas alterações são introduzidas, em regra, considerando a fórmula original multiplicada por um termo [Byfors, 1980],

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_0} \left(1 + \phi_1 (t_0^{-m} + \alpha^*) (t - t_0)^n \right) e^{bt_0^{-p}} \quad (4.91)$$

ou adicionada por uma parcela [Emborg, 1986],

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_0} \left(1 + \phi_1 (t_0^{-m} + \alpha^*) (t - t_0)^n + A e^{-Bt_0} \right) \quad (4.92)$$

Os novos parâmetros considerados terão que ser obtidos a partir dos resultados de ensaios de deformabilidade sobre os betões jovens.

4.8 - Comparação entre os modelos de previsão de fluência

4.8.1 - Nas barragens as peças estruturais são maciças, estando o processo de secagem do betão limitado a uma faixa superficial de dimensões reduzidas quando comparada com a espessura. As perdas de humidade concentram-se nessa faixa superficial, estando o restante volume em condições próximas de 100% de humidade relativa. Nestas condições, a retracção que se desenvolve é desprezável e a fluência básica é francamente predominante. Será partindo desta última premissa que se comparam, para as barragens de betão, os três modelos de previsão de fluência atrás apresentados.

Os factores intrínsecos que influenciam a fluência, nomeadamente a dimensão dos agregados, as proporções da mistura e o tipo de adjuvantes (os modelos de previsão foram desenvolvidos para betões sem adjuvantes), são substancialmente diferentes nas estruturas de betão armado e pré-esforçado, para as quais estão direccionados os modelos do CEB, e nas superestruturas das barragens de betão. Em ambos os casos é corrente a utilização de adjuvantes com funções de plastificante, para se poder reduzir a relação água/cimento, mas a utilização de adjuvantes para acelerar a presa não é usual nos betões das barragens. No betão em massa predominante nas barragens, utilizado na construção do seu núcleo, a máxima dimensão dos inertes é de 150 mm e a dosagem de cimento é da ordem de 150 a 250 kg por m³ (junto aos paramentos usa-se um betão mais rico em cimento para ser menos permeável e mais resistente à erosão), valores estes muito diferentes dos correspondentes ao betão das estruturas correntes. As diferenças destes factores origina um tipo de comportamento diferido distinto, como adiante se constatará.

4.8.2 - Os parâmetros das funções de fluência dos modelos do CEB e BaP podem ser estimados apenas a partir do valor médio da tensão de rotura em compressão aos 28 dias de idade, referido ao cilindro padrão de 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura.

Ao contrário do modelo de BaP, os modelos do CEB permitem estimar a evolução ao longo do tempo da resistência do betão. As curvas de endurecimento propostas pelo CEB-MC78 e pelo CEB-MC90 para betões com cimentos de endurecimento normal são muito semelhantes (Fig. 4.8 e 4.14), verificando-se um acréscimo máximo a tempo infinito de cerca de 45% em relação à resistência aos 28 dias de idade. No CEB-MC90 o endurecimento depende do tipo de cimento utilizado, verificando-se que a resistência final é tanto maior quanto mais lento for o endurecimento.

Os três modelos fazem depender a evolução dos módulos de elasticidade da resistência média do betão. Na Fig. 4.19 representa-se a variação dos módulos de elasticidade com a resistência média cilíndrica, para as idades de carga de 7 dias, 28 dias e 1 ano; na Fig. 4.20 representa-se a variação desses módulos de elasticidade ao longo do tempo, para resistências médias cilíndricas de 20 e 30 MPa. Os modelos do CEB apresentam curvas com andamento semelhante, verificando-se que os módulos de elasticidade propostos pelo MC90 são um pouco inferiores aos propostos pelo MC78; as curvas referentes ao modelo BaP têm andamentos diferentes, traduzindo-se por menores valores para resistências mais baixas e idades menores, e maiores valores para resistências mais altas e idades maiores. O modelo BaP representa melhor o endurecimento lento de betões com baixas dosagens de cimento, razão pelo qual se adapta melhor ao comportamento observado do betão de barragens. A título de exemplo, representa-se na Fig. 4.21 a evolução ao longo do tempo do módulo de elasticidade do betão crivado pelo peneiro de 38 mm, obtido a partir do betão dominante da barragem do Alto Lindoso, o qual foi realizado com uma dosagem de 150 kg de cimento por m³ [LNEC, 1993].

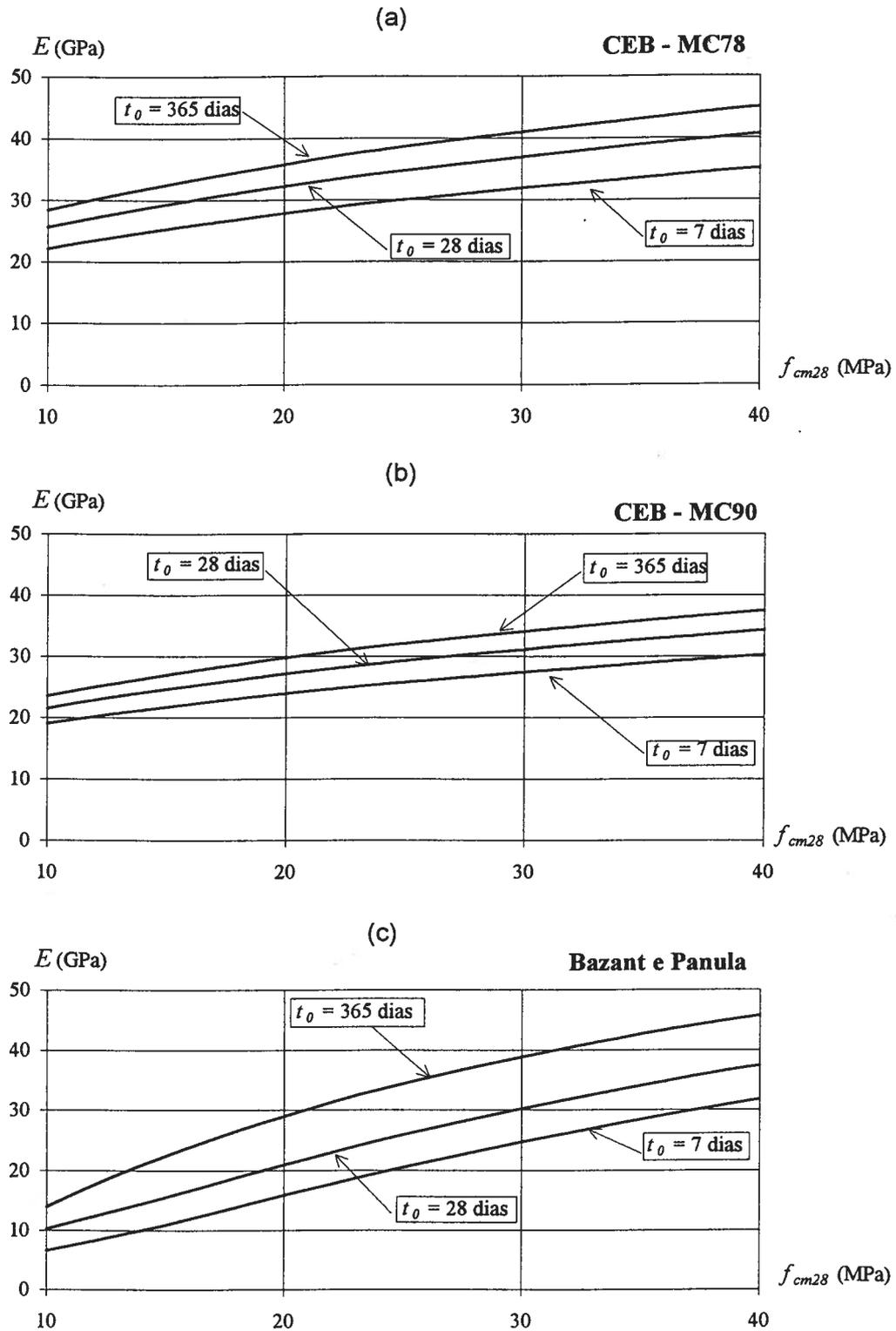


Fig. 4.19 - Variação do módulo de elasticidade com a resistência do betão, para as idades de carga de 7 dias, 28 dias e 1 ano, de acordo com o CEB-MC78 (a), CEB-MC90 (b) e BaP (c).

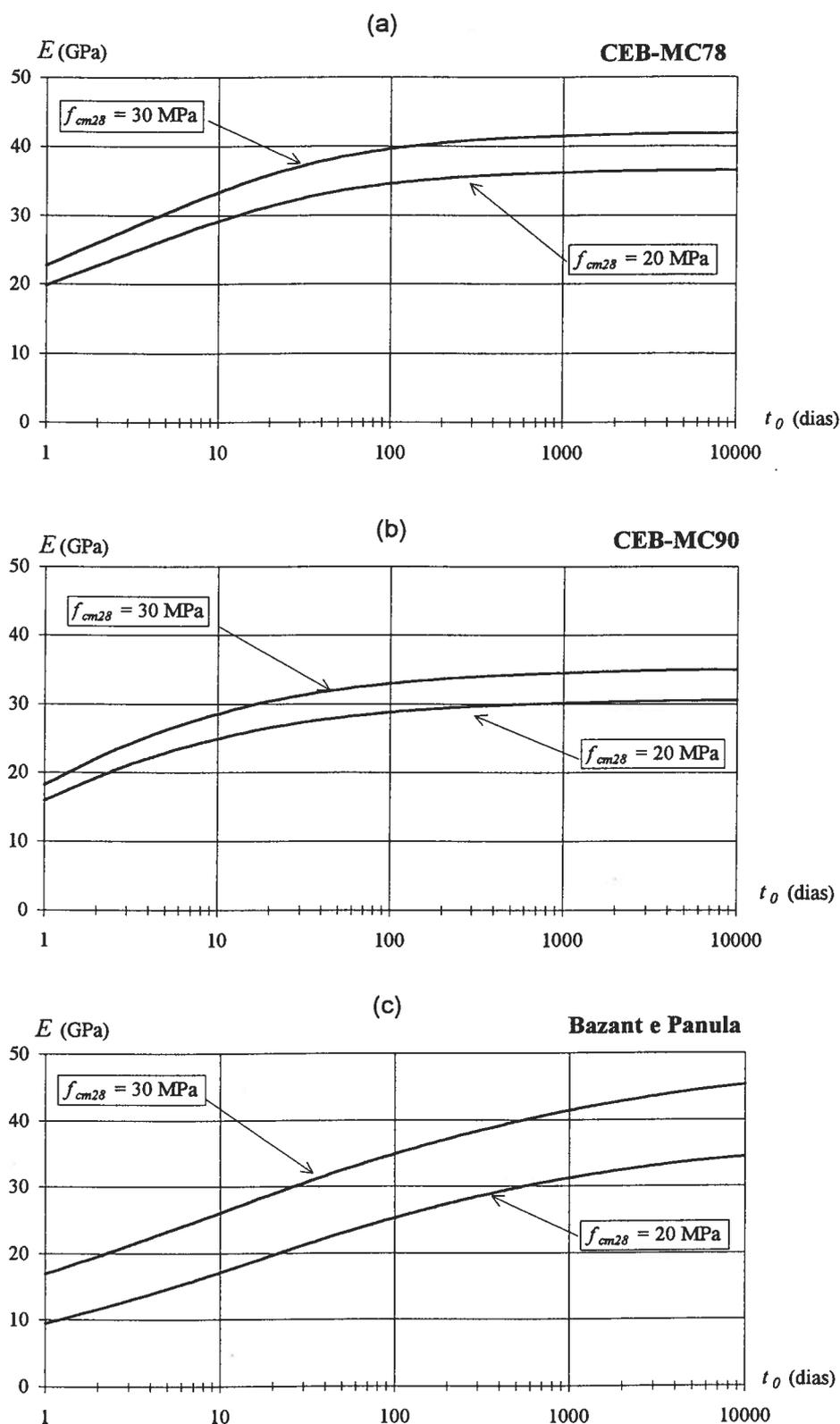


Fig. 4.20 - Variação do módulo de elasticidade com a idade de carga, para resistências médias cilíndricas de 20 MPa e 30 MPa, de acordo com o CEB-MC78 (a), CEB-MC90 (b) e BaP (c).

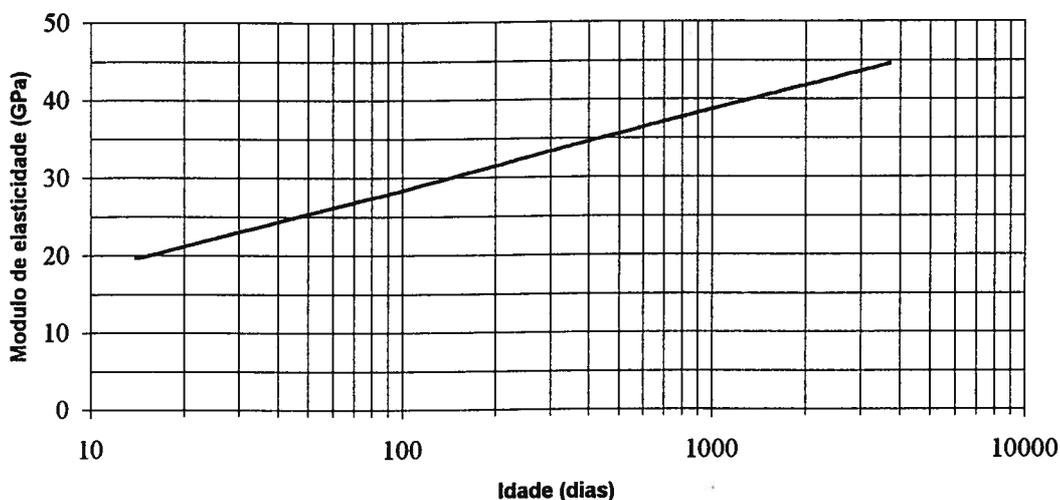


Fig. 4.21 - Variação do módulo de elasticidade com a idade de carga, para o betão crivado pelo peneiro de 38 mm, obtido a partir do betão dominante da barragem do Alto Lindoso [LNEC, 1993].

A evolução da fluência específica ao longo do tempo para os três modelos, para as idades de carga de 7 dias, 28 dias e 1 ano, está representada nas Figs. 4.22 e 4.23 para betões com resistência média de 20 MPa e 30 MPa, respectivamente. Até aos 1000 dias do tempo sob carga, os valores previstos pelo CEB-MC90 são muito semelhantes aos previstos pelo modelo BaP, mas são muito maiores que os previstos pelo CEB-MC78. A partir dos 1000 dias de carga o andamento das curvas é diferente no modelo BaP e nos modelos do CEB (estes apresentam curvas do mesmo tipo), caracterizando-se o modelo BaP pela ausência de um valor limite para a fluência, ao passo que nos modelos do CEB a taxa de fluência diminui progressivamente. Este facto é mais notório para idades jovens de aplicação da carga e longos períodos de permanência desta, verificando-se uma fluência mais elevada comparativamente quer com a prevista pelo CEB-MC90 quer com a observada em ensaios. Para corrigir este efeito foram introduzidas alterações ao modelo BaP [Bazant et al, 1984 e 1985], mas na generalidade das aplicações o aumento da qualidade dos resultados não compensa o acréscimo de esforço dispendido na obtenção do valor dos parâmetros característicos desses modelos [Pinho, 1989].

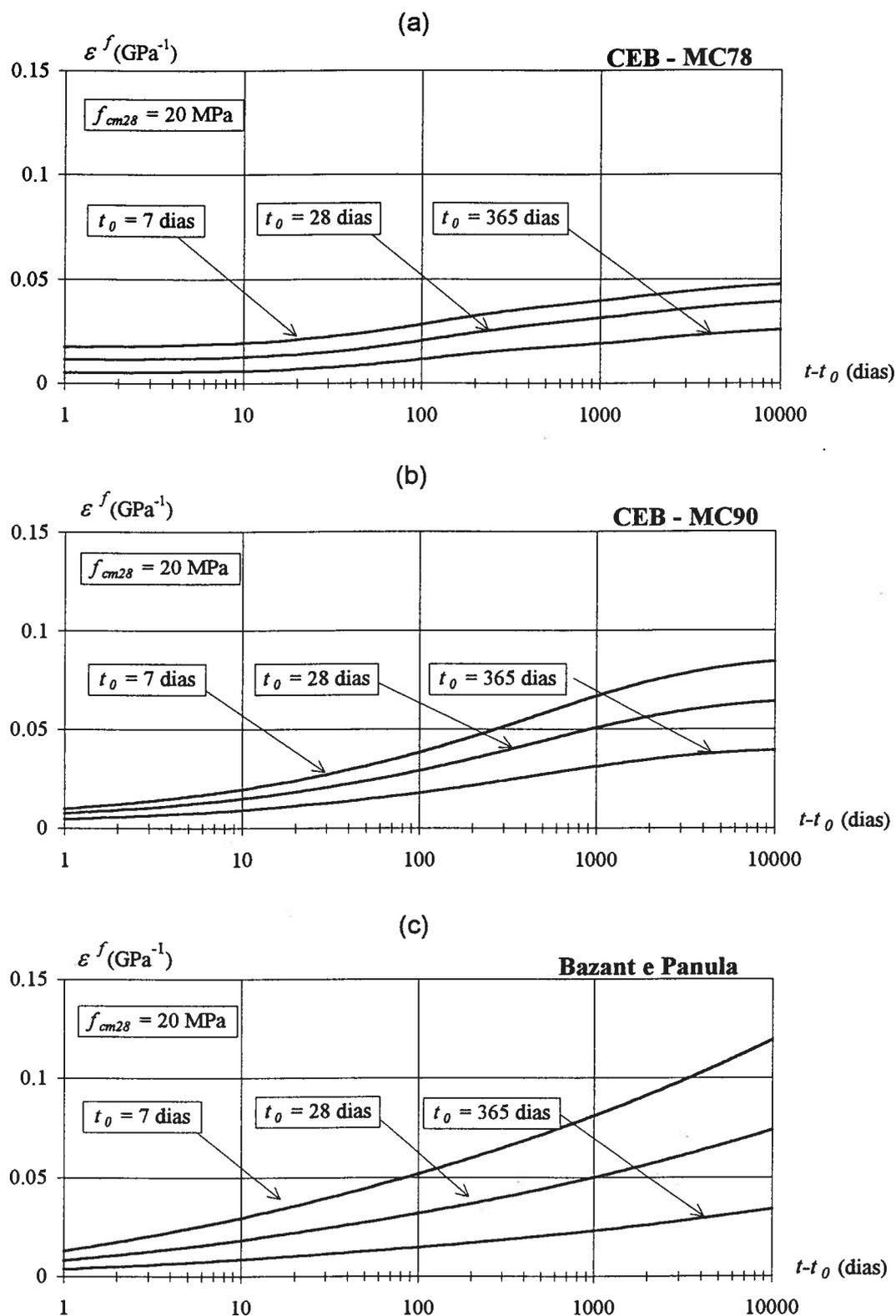


Fig. 4.22 - Desenvolvimento da fluência específica com o tempo sob carga, para uma resistência média cilíndrica de 20 MPa, de acordo com o CEB-MC78 (a), CEB-MC90 (b) e BaP (c).

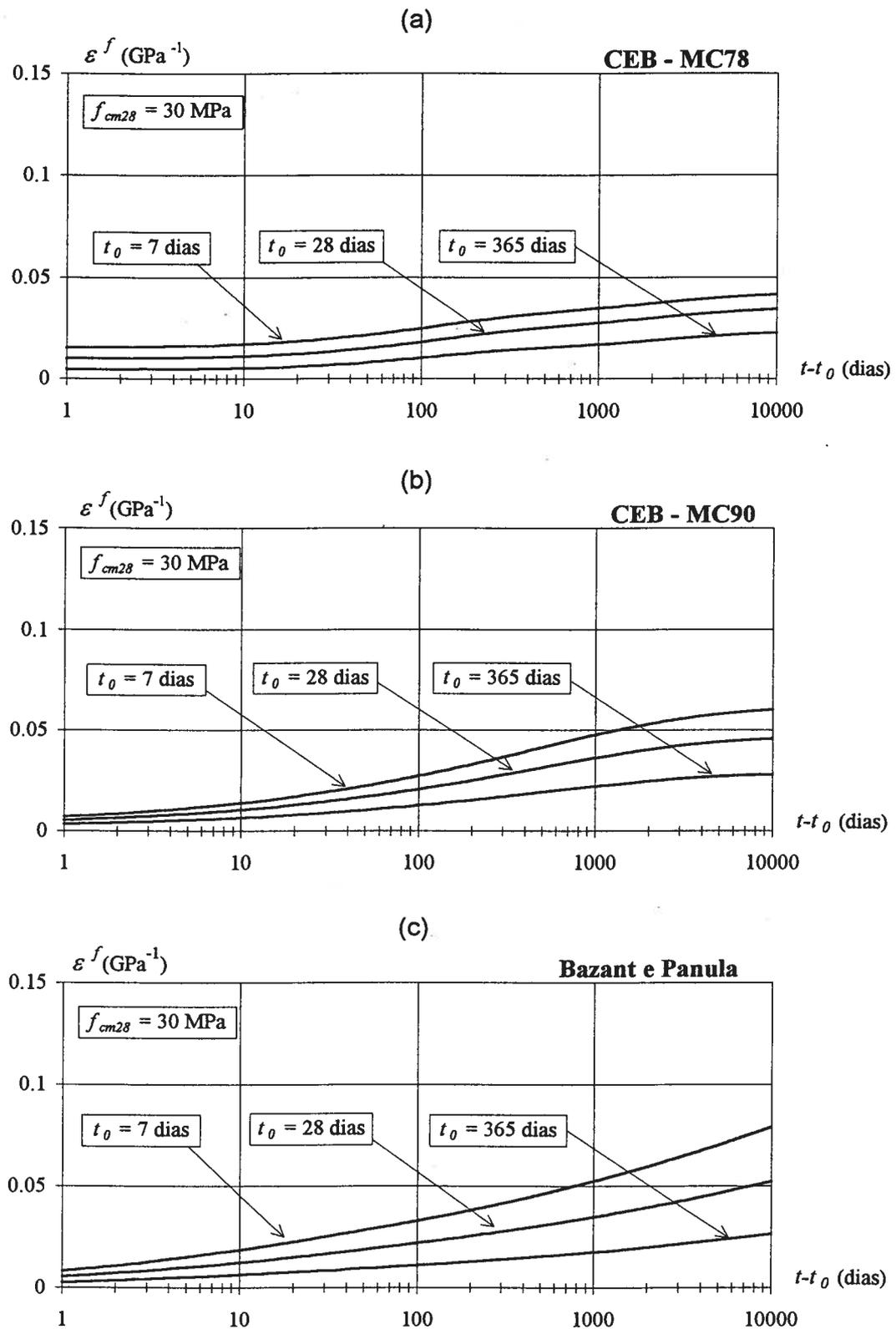


Fig. 4.23 - Desenvolvimento da fluência específica com o tempo sob carga, para uma resistência média cilíndrica de 30 MPa, de acordo com o CEB-MC78 (a), CEB-MC90 (b) e BaP (c).

4.9 - Caracterização da deformabilidade do betão das barragens portuguesas

4.9.1 - Na transição da década de 40 para a de 50, a elaboração dos sistemas e planos de observação para um conjunto de grandes aproveitamentos hidroeléctricos a construir no país (Castelo do Bode, Venda Nova, Pracana, Salamonde, Cabril e Caniçada), levantou a questão da conversão em tensões das extensões observadas (nessa época o uso de extensómetros estava já generalizado e a utilização de tensómetros era, e ainda é, limitada, devido às dificuldades de colocação e ao seu elevado preço). Identificou-se então a necessidade de conhecer com algum rigor as propriedades mecânicas e térmicas do betão, nomeadamente o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson, a função de fluência, o coeficiente de dilatação térmica linear, o calor específico e o coeficiente de condutibilidade térmica, não só do betão crivado envolvente da aparelhagem de observação como do betão integral da estrutura, devido às razões apontadas em 3.4.5.1. Foi prática corrente a determinação dessas propriedades em ensaios laboratoriais sobre provetes moldados no local das betonagens ou moldados no LNEC utilizando materiais e composições representativos dos betões correspondentes.

Constatou-se que os resultados obtidos nos ensaios de deformabilidade sobre amostras de betão extraídas do corpo das barragens diferiam dos resultados obtidos nos ensaios dos provetes moldados aquando da construção das obras, pondo em evidência a influência das condições de compactação e de cura nas propriedades do betão. Verificou-se, na maioria dos casos, que o betão da obra era mais deformável que o dos provetes laboratoriais [Pinho, 1989].

O plano de observação da barragem de Castelo do Bode, datado de 1949, já previa a realização de ensaios de fluência de betões integrais. Nos sistemas e planos de observação das barragens do Carrapatelo, Vilarinho das Furnas, Odivelas, Régua e Cahora-Bassa, elaborados entre 1966 e 1972, foram previstos equipamentos, designados por células de fluência, para a determinação, no corpo das próprias estruturas, do módulo de elasticidade e das extensões de fluência. Estes dispositivos possibilitam ainda a determinação do coeficiente de dilatação térmica linear, quer dos betões integrais, quer dos betões crivados. A sua utilização foi-se generalizando, o que permitiu melhorar substancialmente a qualidade da informação disponível acerca da reologia do betão das obras.

Tem-se verificado, desde o início dos anos 80, um esforço generalizado no sentido do aperfeiçoamento das técnicas de caracterização da deformabilidade do betão, quer em laboratório, quer "in situ" [Ramos, 1985; Pinho, 1989]. Estas técnicas têm sido utilizadas nas barragens mais importantes, podendo referir-se as do Torrão, Alto Lindoso e Funcho como

as últimas em que estes meios foram mais exaustivamente explorados. Os resultados obtidos têm permitido adequar o nível do conhecimento do comportamento dos materiais, quer às necessidades de projecto e de controlo da segurança das obras, quer ainda às crescentes potencialidades dos meios de cálculo automático.

4.9.2 - Como se referiu, os planos de observação das obras prevêm a caracterização das propriedades reológicas e térmicas do betão, nomeadamente do betão crivado que envolve os grupos de extensómetros e do betão integral da estrutura, através de ensaios a realizar "in situ" e em laboratório.

Em relação ao betão crivado, são realizados ensaios para determinação do módulo de elasticidade sob a acção de cargas rápidas e lentas de pequena intensidade, para determinação das relações tensões-deformações até à rotura e para determinação da fluência, para diferentes idades de carga e de descarga. Estes ensaios são efectuados em laboratório sobre provetes moldados com o mesmo betão que envolve os grupos de extensómetros, o qual é obtido, em regra, por crivagem do betão integral pelo peneiro de 38 mm.

Os ensaios sobre o betão integral são realizados "in situ", nos conjuntos de células de fluência. Cada conjunto é, em regra, composto por uma célula de betão crivado, uma célula de betão integral e pelos dispositivos correctores (Fig. 4.24). Mais recentemente, nas barragens do Alto Lindoso e do Funcho, foram instaladas em cada conjunto, para além da célula de betão integral, duas células de betão crivado, uma pelo peneiro de 38 mm e outra pelo peneiro de 75 mm, para possibilitar uma melhor compreensão da influência da crivagem sobre o comportamento mecânico do betão. As células são postas em carga e descarga para diferentes idades do betão, a primeira das quais o mais cedo possível, por forma a obter quer a fluência dos betões jovens, quer as curvas de recuperação de fluência.

Os resultados dos ensaios referidos são, via de regra, complementados pelos resultados dos ensaios de recepção dos materiais (cimento, inertes e adjuvantes) e pelos ensaios relativos ao controlo "industrial" do betão, realizados pelos Empreiteiros e Donos de Obra.

No LNEC, sobre os provetes a submeter a ensaios mecânicos, são ainda realizados previamente ensaios sónicos, sendo as velocidades de propagação dos ultra-sons relacionáveis, em princípio, com a deformabilidade e com a resistência [Borges, 1954; Pinho et al, 1987].

4.9.3 - Os resultados da observação das obras permitem a utilização de vias indirectas para caracterização da deformabilidade global das estruturas, constituindo, de certa forma, complementos dos processos directos atrás referidos. Uma delas consiste na utilização de técnicas de retro-análise para identificação dos parâmetros característicos do comportamento

do material, a partir de correlações estabelecidas entre as respostas observadas, as acções e as propriedades estruturais, com base em modelos de comportamento estrutural [Pinho et al, 1989; Castro et al, 1990]. Outra via, utilizada crescentemente nos últimos anos, consiste na realização periódica de ensaios de vibração forçada, permitindo, através de um modelo de comportamento dinâmico, estimar a evolução no tempo da deformabilidade global das estruturas [Portugal, 1990].

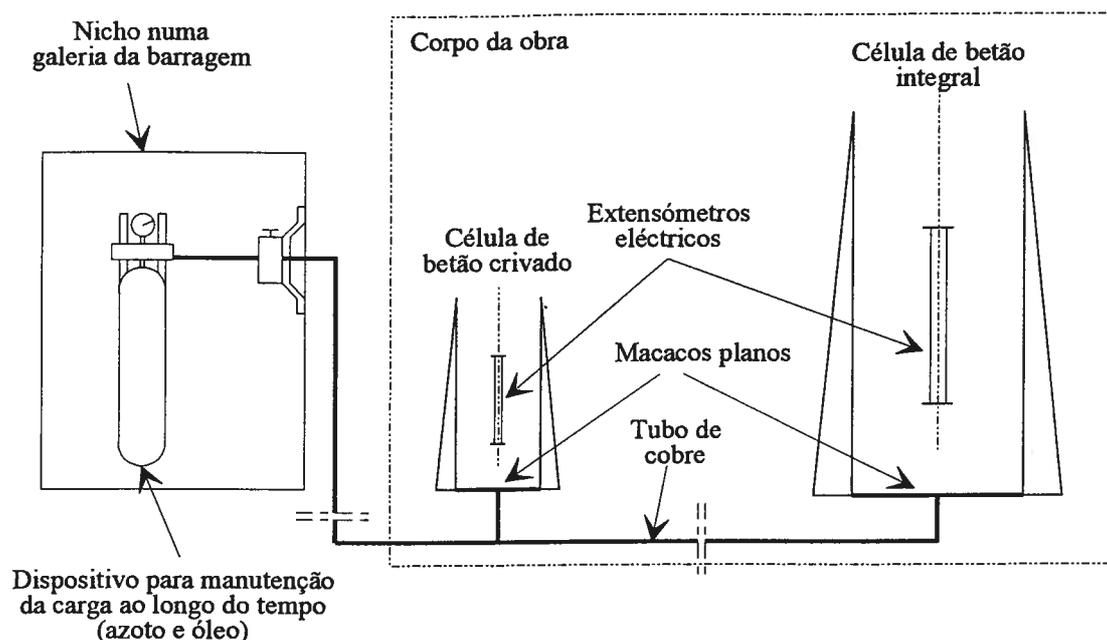


Fig. 4.24 - Esquema das células de fluência.

4.9.4 - O tratamento da enorme quantidade de informação acumulada no LNEC relativa à caracterização da deformabilidade do betão das barragens portuguesas permitiu concluir que a forma da função de fluência que melhor ajusta o conjunto de dados disponível é a do tipo logarítmico [Pina, 1988; Pinho, 1989],

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + F(t_0) \ln(t - t_0 + 1) \quad (4.93)$$

com,

$$F(t_0) = A(t_0 + 1)^B \quad (4.94)$$

Esta função é semelhante à proposta pelo ACI, dependendo apenas do módulo de elasticidade à idade de carga $E(t_0)$ e dos parâmetros A e B a ajustar experimentalmente. Apresenta como inconveniente o facto de não poder ser utilizada, à "priori", como modelo de previsão, o que tem obstado à sua frequente utilização.

O modelo de BaP permite, em relação aos modelos desenvolvidos pelo CEB, individualizar a fluência básica e considerar a evolução do módulo de elasticidade e da composição do betão na previsão da fluência. Também por estas razões, tem sido o adoptado no LNEC na maior parte dos estudos de caracterização do comportamento diferido do betão de barragens e de simulação do comportamento ao longo do tempo destas estruturas.

Existe actualmente, para um conjunto vasto de barragens, um conhecimento relativamente preciso da deformabilidade do betão, adquirido através da diversidade de actividades desenvolvidas no âmbito do controlo da segurança das obras e traduzido, na maior parte dos casos, através de funções de fluência do tipo BaP [Ramos et al, 1982; Ramos, 1985; LNEC, 1993a]. No Quadro 4.1 apresentam-se, para o betão dominante de algumas barragens abóbada, os parâmetros característicos da função de fluência de BaP.

Quadro 4.1 - Parâmetros da função de fluência de BaP do betão dominante das barragens do Cabril, Vilarinho das Furnas, Cahora-Bassa, Agueira e Alto Lindoso

Barragem	E_0 (GPa)	ϕ_1	m	α^*	n
Cabril	25,0	2,64	0,441	0,042	0,168
Vilarinho das Furnas	48,8	3,47	0,366	0,050	0,159
Cahora-Bassa	50,0	3,00	0,340	0,042	0,180
Agueira	41,5	1,09	0,315	0,050	0,178
Alto Lindoso	33,0	3,30	0,620	0,032	0,120

5 - COMPORTAMENTO DAS SUPERFÍCIES DE DESCONTINUIDADE

5.1 - Introdução

5.1.1 - As superfícies de descontinuidade que importa considerar como tal no estudo das barragens abóbada limitam-se, fundamentalmente, às juntas de betonagem, às juntas de contracção, às eventuais juntas estruturais (juntas nos socos e/ou perimetrais), às juntas betão-rocha e às superfícies de descontinuidade do maciço rochoso. Estas últimas, devido à sua génese natural, apresentam uma grande diversidade de situações relativamente ao seu preenchimento e às características de rugosidade e de resistência das suas paredes. Todas as outras são resultantes da construção e, com excepção das juntas de contracção, correspondem a tipos em que o contacto é directo entre paredes de materiais com coesão elevada, não apresentando nem aberturas significativas nem preenchimentos que determinem as suas propriedades mecânicas. As juntas de contracção constituem um caso particular pois apresentam um preenchimento (calda de cimento endurecida) que influencia o seu comportamento mecânico.

5.1.2 - Os ensaios de caracterização do comportamento mecânico das superfícies de descontinuidades das barragens e dos maciços rochosos de fundação podem ser realizados "in situ", sobre provetes intactos preparados para o efeito, ou em laboratório, sobre amostras da descontinuidade.

Na caracterização das propriedades mecânicas das superfícies de descontinuidade é habitual analisar-se separadamente os comportamentos segundo as direcções normal e tangencial à superfície. Os ensaios utilizados para essa caracterização são, respectivamente, o ensaio de compressão uniaxial e o ensaio de corte directo. Estes ensaios são realizados, de um modo geral, impondo forças nas direcções normal e tangencial ao plano médio da superfície de descontinuidade e medindo os deslocamentos relativos normal Δu_n e tangencial Δu_t que ocorrem entre as paredes.

5.1.3 - Como se referiu, o comportamento mecânico das superfícies de descontinuidade é determinado pelas características das suas paredes e do seu preenchimento. As descontinuidades em que o contacto é directo entre as paredes e as juntas em que os materiais de preenchimento têm propriedades mecânicas independentes do tempo, não exibem fluência. Nas juntas de contracção das barragens, dada a pequena espessura do preenchimento de calda

de cimento endurecida, a fluência que se desenvolve é desprezável quando comparada com aquela que se verifica nos volumes de betão dos blocos.

Os fenómenos de alteração físico-química das paredes e do preenchimento das descontinuidades, provocados pela percolação da água e pelos próprios movimentos da junta, originam deteriorações que também alteram o seu comportamento mecânico ao longo do tempo.

5.1.4 - A influência das superfícies de descontinuidade no comportamento das estruturas pode ser considerada com toda a generalidade, em modelos de elementos finitos, através de elementos de junta [Goodman et al, 1968]. Os modelos de comportamento mecânico de juntas mais utilizados requerem a definição de um conjunto de parâmetros relacionados com as propriedades das superfícies de descontinuidade, nomeadamente a rigidez a esforços normais e tangenciais, as resistências à tracção e ao corte, a dilatação e o fecho máximo admissível.

Os modelos mais utilizados em engenharia de barragens para representar o comportamento dos tipos de juntas atrás referidos, nomeadamente no que respeita às relações constitutivas e aos critérios utilizados na definição das resistências, são apresentados na parte final do presente capítulo.

5.2 - Comportamento mecânico das superfícies de descontinuidade

5.2.1 - Os diagramas típicos obtidos nos ensaios de superfícies de descontinuidade estão representados nas Fig. 5.1 a 5.3.

As curvas correspondentes ao comportamento na direcção normal (Fig. 5.1) apresentam uma forma côncava, verificando-se um rápido acréscimo da rigidez à medida que aumenta a variação dos deslocamentos normais, até se atingir o fecho máximo da descontinuidade, ao qual corresponderá, teoricamente, um valor infinito de rigidez.

Nas curvas relativas ao comportamento na direcção tangencial, sob tensão normal constante (Fig. 5.2), verifica-se um troço aproximadamente linear em que as tensões tangenciais crescem rapidamente para deslocamentos tangenciais ainda pequenos, até se atingir um valor de pico dessa tensão tangencial; com o aumento dos deslocamentos relativos entre as paredes a tensão tangencial tende para um valor residual, podendo esse valor ser inferior (Fig. 5.2(a)) ou idêntico ao da tensão de pico (Fig. 5.2(b)). Verifica-se que o valor de pico da tensão e a rigidez tangencial dependem do valor da tensão normal aplicada e que o deslocamento correspondente à tensão tangencial de pico parece ser independente da tensão

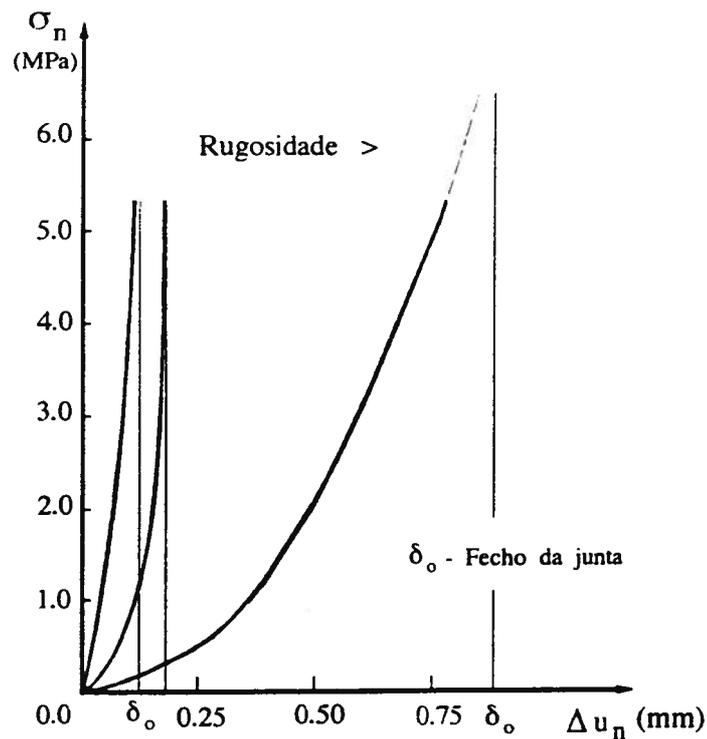


Fig. 5.1 - Comportamento de superfícies de descontinuidade em compressão [Barton et al, 1985].

normal. Os valores de pico e residual da tensão tangencial são correntemente designados por resistências tangenciais de pico e residual, respectivamente. O arco cuja tangente é o declive da relação entre o valor de pico ou residual da tensão tangencial e o valor da tensão normal aplicada é designado por ângulo de atrito interno de pico ϕ_p ou residual ϕ_r , respectivamente,

$$\phi_p = \text{tg}^{-1} \left[\frac{d\tau_p}{d\sigma_n} \right] \quad (5.1)$$

$$\phi_r = \text{tg}^{-1} \left[\frac{d\tau_r}{d\sigma_n} \right] \quad (5.2)$$

Em todas as superfícies de descontinuidade e, em particular, naquelas que apresentam maior rugosidade, verifica-se, nos ensaios de corte directo sob tensão normal constante, que ocorre variação do deslocamento normal. Este fenómeno designa-se por dilatância, apresentando-se na Fig. 5.3 um exemplo didáctico que permite definir o ângulo de dilatância. Nas descontinuidades naturais, habitualmente com paredes de configuração geométrica

irregular, o ângulo de dilatância i varia com o deslocamento tangencial, sendo definido por,

$$i = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{d(\Delta u_n)}{d(\Delta u_t)} \right] \quad (5.3)$$

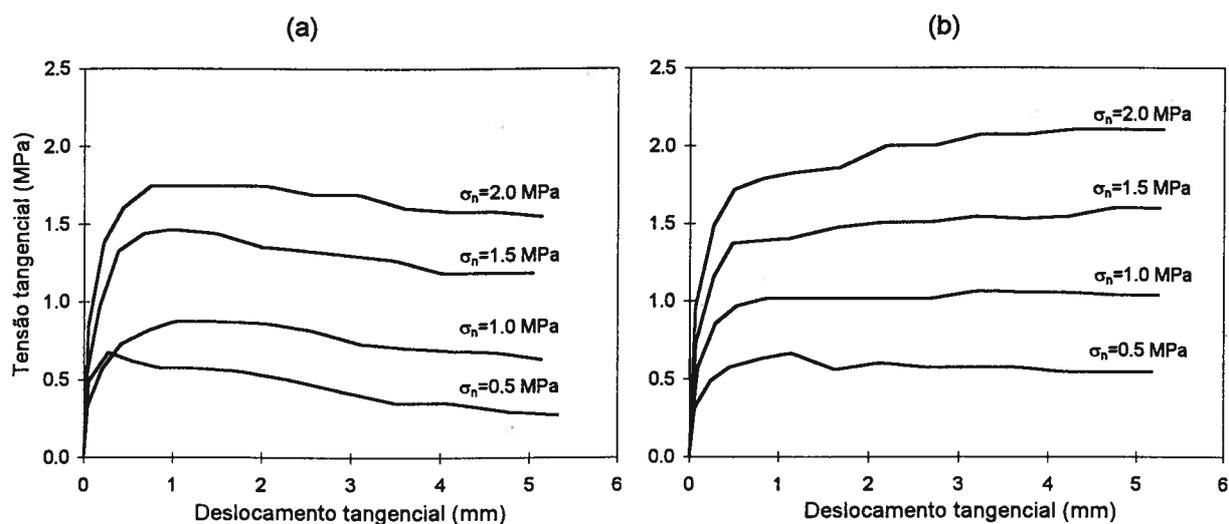


Fig. 5.2 - Comportamento de superfícies de descontinuidade ao corte, com diferentes tensões de compressão [Muralha, 1995].

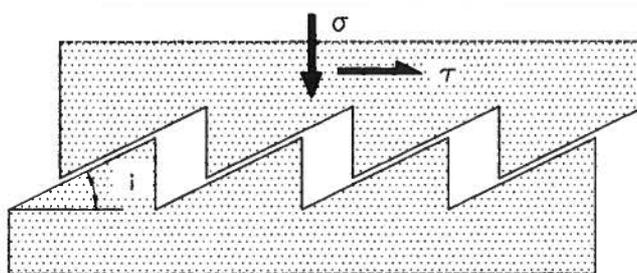


Fig. 5.3 - Definição da dilatância no deslizamento de superfícies de descontinuidade.

A máxima taxa de crescimento da dilatância verifica-se, em geral, para o deslocamento tangencial correspondente à tensão tangencial de pico. Ultrapassado este pico, a taxa de dilatância decresce, verificando-se uma taxa praticamente nula logo que se atinge a tensão tangencial residual (Fig. 5.4).

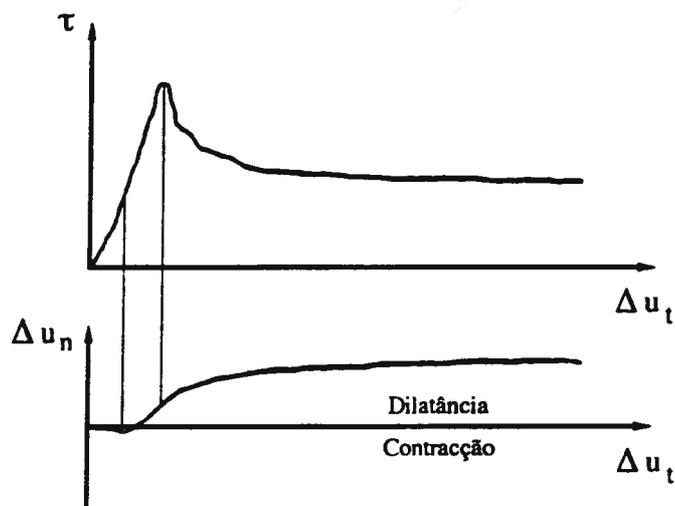


Fig. 5.4 - Efeitos da dilatância no deslizamento de superfícies de descontinuidade. Variação dos deslocamentos normais nos ensaios de corte [Barton et al, 1985].

Os resultados de ensaios de corte realizados sobre amostras de diferentes tamanhos da mesma superfície de descontinuidade puseram em evidência o efeito de escala na resistência de pico (Fig. 5.5), verificando-se que a diferença entre os valores de pico e residual da tensão tende a esbater-se com o aumento da dimensão das amostras.

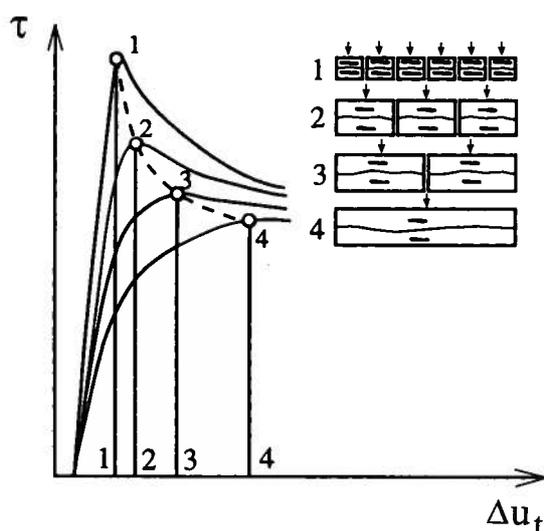


Fig. 5.5 - Efeito de escala no deslizamento de superfícies de descontinuidade. Decréscimo da tensão tangencial de pico com o aumento da dimensão das amostras [Bandis, 1980].

5.2.2 - Relativamente ao comportamento das superfícies de descontinuidade, quando sujeitas a acções normais alternadas, representam-se na Fig. 5.6 os diagramas típicos observados. À medida que aumenta o número de ciclos de carga e descarga verifica-se uma acumulação de deslocamentos residuais, tendendo para um valor limite. A rigidez na primeira descarga é superior à da carga correspondente, mas nos ciclos seguintes verifica-se que essa diferença tende a esbater-se.

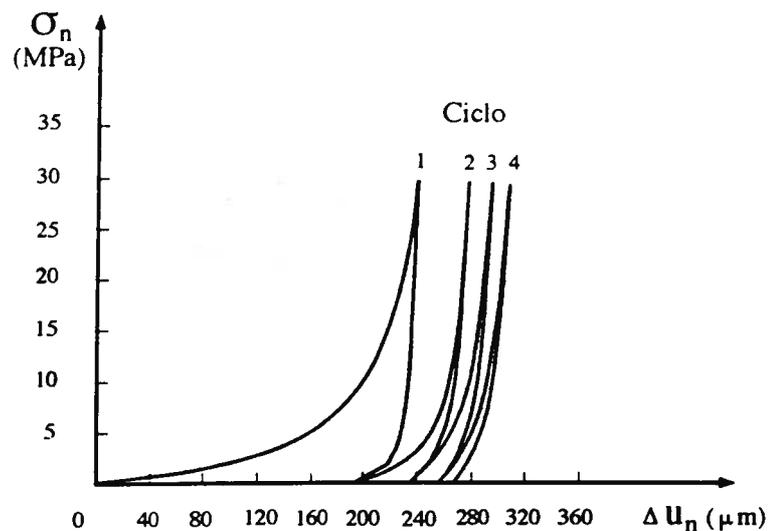


Fig. 5.6 - Comportamento de superfícies de descontinuidade em ensaios cíclicos de compressão [Barton et al, 1985].

Os resultados dos ensaios realizados sobre o comportamento tangencial cíclico de superfícies de descontinuidade, sob tensão normal constante (Fig. 5.7), permitem tirar as seguintes conclusões: i) na primeira carga verifica-se o pico mais acentuado das tensões tangenciais (devido ao acréscimo de força mobilizada para destruir as asperezas das paredes), sendo o comportamento registado nos restantes ciclos muito semelhante, com valores de pico e residuais praticamente idênticos; na transição dos quadrantes I e IV para os quadrantes II e III faz-se sentir o efeito da dilatância, verificando-se uma variação da tensão residual; iii) o efeito da dilatância diminui à medida que aumenta o número de ciclos; e iv) a rigidez observada nos ramos de carga e descarga é, após a primeira carga, aproximadamente constante.

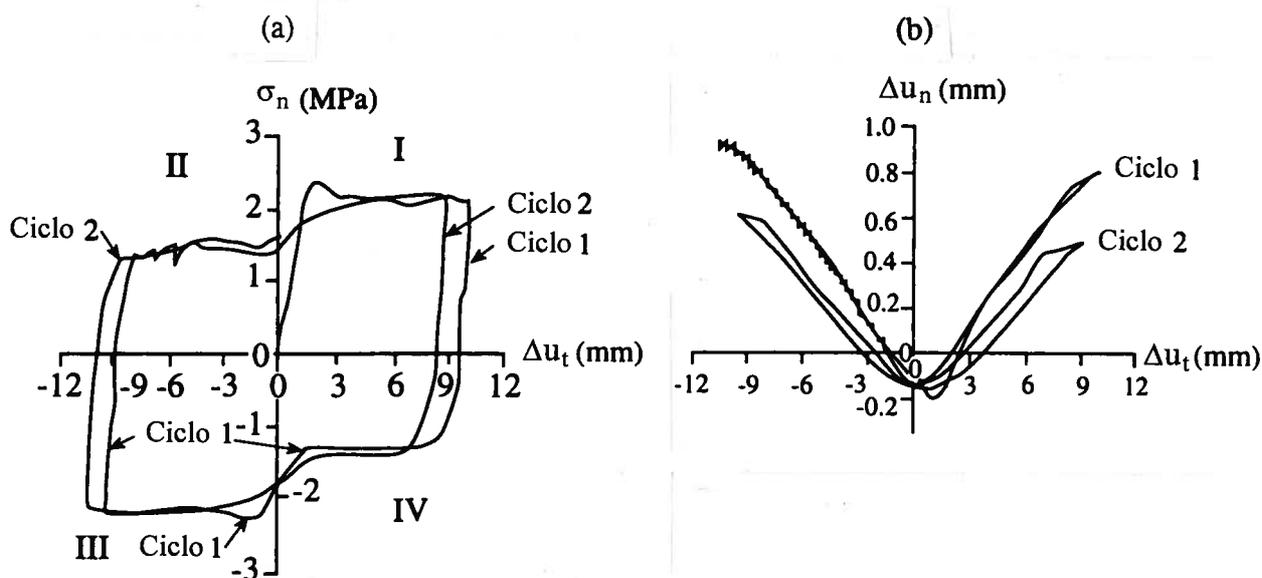


Fig. 5.7 - Comportamento de superfícies de descontinuidade em ensaios cíclicos de deslizamento sob tensão normal constante. Evolução das tensões tangenciais (a) e da dilatância (b) [Jing, 1990].

A variação do comportamento tangencial com a direcção é correntemente modelada através de uma elipse de variação do ângulo de atrito com o sentido de aplicação da tensão tangencial (Fig. 5.8(a)). A variação do ângulo de atrito tende a diminuir com o aumento da tensão normal (Fig. 5.8(b)).

5.2.3 - O tipo comportamento observado nos ensaios pode ser explicado com base na rugosidade das paredes da superfície de descontinuidade: i) o deslocamento normal relativo que se observa no ensaio de compressão resulta, em grande parte, de não existir um contacto perfeito entre as duas paredes (esse deslocamento aumenta com o desalinhamento entre as irregularidades); ii) no mesmo ensaio de compressão, o aumento progressivo da tensão normal, provocando o esmagamento das irregularidades existentes no contacto entre as paredes, origina, no limite, o encosto entre ambas, o que corresponde ao fecho total da descontinuidade; iii) a dilatância observada no ensaio de corte resulta dos deslocamentos tangenciais acentuarem o desencontro entre as rugosidades, o que origina um deslocamento na direcção normal ao plano médio da descontinuidade; iv) a diferença entre o valor de pico e o valor residual da tensão tangencial que se observa neste ensaio corresponde à tensão necessária para eliminar as asperezas mais importantes existentes no contacto entre paredes (esta justificação é concordante com o facto da tensão tangencial de pico ser superior quando aumenta a rugosidade e se impede o deslocamento normal); e v) o valor residual da tensão

tangencial pode ser explicada pelo facto de qualquer deslocamento tangencial ter sempre de vencer as forças de atrito geradas no contacto entre as paredes.

Verifica-se que o tipo de comportamento em que a tensão tangencial de pico é superior à tensão tangencial residual é característico de descontinuidades rugosas e com tensões normais baixas, para as quais o deslocamento tangencial só é possível depois do galgamento da rugosidade ou do corte das asperezas. O comportamento tangencial de descontinuidades pouco rugosas, descontinuidades com preenchimento ou descontinuidades com paredes de materiais muito alterados, pode ser bem representado por um modelo do tipo elastoplástico perfeito.

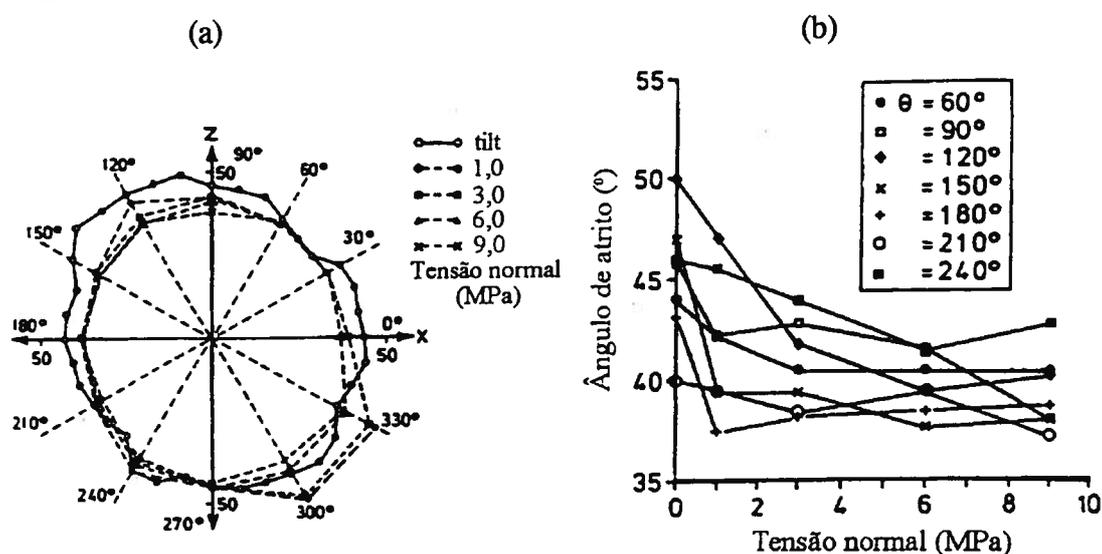


Fig. 5.8 - Variação da resistência tangencial com o sentido do deslizamento (a) e com a tensão normal (b) [Jing et al, 1992].

5.3 - Modelação do comportamento tangencial e normal

5.3.1 - Admitindo que a superfície de descontinuidade é plana e que as forças aplicadas geram estados de tensão uniformes no contacto entre as paredes, em cada ponto da junta de coordenadas x_i' ($i=1,2,3$), referidas a um sistema local de eixos ortogonais (associando o índice 3 à direcção normal), a expressão (2.28) relaciona matematicamente as tensões tangenciais τ_i' ($i=1,2$) e a tensão normal σ_3' com os deslocamentos relativos tangenciais $\Delta u_i'$ ($i=1,2$) e normal $\Delta u_3'$, respectivamente. Essa relação pode ser escrita de uma forma mais compacta,

$$\sigma'_i - \sigma_i'^0 = D'_{ij} (\Delta u'_j - \Delta u_j'^0) \quad (5.4)$$

$(i, j = 1, 2, 3)$

sendo σ'_i o vector que agrupa as tensões tangenciais e normal, $\sigma_i'^0$ o vector das tensões iniciais, D'_{ij} a matriz que define a rigidez por unidade de superfície nas duas direcções tangenciais e na direcção normal, $\Delta u'_j$ o vector dos deslocamentos relativos entre os bordos da junta nas direcções tangenciais e normal, e $\Delta u_j'^0$ o vector dos deslocamentos relativos iniciais. Refira-se que a forma adoptada para a relação anterior tem subjacente a hipótese de uma formulação do problema em termos de valores totais; se for considerada uma formulação incremental, em vez da matriz secante \underline{D}' haverá que considerar a sua forma tangente, relacionando valores incrementais das tensões com incrementos de variação de deslocamentos relativos.

Em juntas pouco rugosas, como é o caso das juntas estruturais e de contracção das barragens, verifica-se que é praticamente nula a diferença entre os valores de pico e residual da tensão tangencial e que o efeito da dilatância é desprezável [Muralha, 1995]. Para outros tipos de superfícies de descontinuidade, o facto da dilatância jogar a favor da segurança, aliado às dificuldades inerentes à sua caracterização experimental, tornam problemática, na generalidade dos casos práticos, a consideração dos seus efeitos. Assim, considerando que não há interacção entre os deslocamentos tangenciais e as tensões normais, e entre os deslocamentos normais e as tensões tangenciais, a matriz \underline{D}' diagonal,

$$\underline{D}' = \begin{bmatrix} KT_1 & 0 & 0 \\ 0 & KT_2 & 0 \\ 0 & 0 & KN \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Apresentam-se em seguida os modelos e os critérios mais utilizados para representar o comportamento tangencial e normal das superfícies de descontinuidade não dilatantes.

5.3.2 - Os resultados dos ensaios de corte mostram que a rigidez tangencial KT e o valor de pico da tensão tangencial dependem da tensão normal aplicada à superfície de descontinuidade. O modelo mais simples para descrever este tipo de comportamento ao corte consiste na adopção de uma relação elastoplástica perfeita, caracterizada por uma rigidez tangencial inicial constante, associada a um determinado critério de rotura ao corte que tenha em conta o efeito da tensão normal.

Os critérios de deslizamento são normalmente definidos em termos de resistências de pico e de resistências residuais, permitindo a formulação de dois tipos de modelos trilineares (Fig. 5.9): i) modelos de rigidez constante, em que se admite que a rigidez tangencial não depende da tensão normal; e ii) modelos de deslocamentos constantes, em que se admite que os valores de pico e residual dos deslocamentos não dependem da tensão normal. Estes modelos podem ser expressos na forma,

$$\left\{ \begin{array}{ll} \tau = \frac{\tau_p}{(\Delta u_t)_p} \Delta u_t & \Delta u_t < (\Delta u_t)_p \\ \tau = \frac{\tau_p - \tau_r}{(\Delta u_t)_p - (\Delta u_t)_r} \Delta u_t + \frac{\tau_r (\Delta u_t)_p - \tau_p (\Delta u_t)_r}{(\Delta u_t)_p - (\Delta u_t)_r} & (\Delta u_t)_p \leq \Delta u_t \leq (\Delta u_t)_r \\ \tau = \tau_r & \Delta u_t > (\Delta u_t)_r \end{array} \right. \quad (5.6)$$

em que o índice p corresponde ao valor de pico e o índice r ao valor residual.

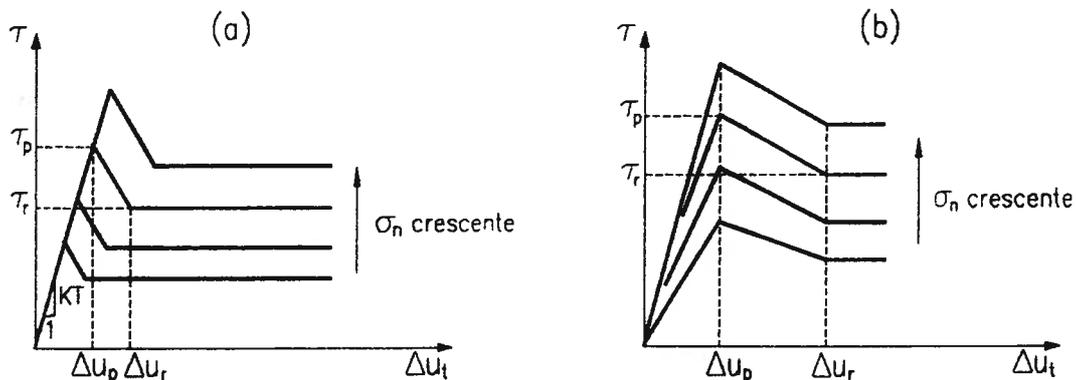


Fig. 5.9 - Modelos trilineares do comportamento tangencial de superfícies de descontinuidade. Modelos de rigidez constante (a) e de deslocamentos constantes (b) [Goodman et al, 1977].

Existem modelos mais elaborados para descrever o comportamento tangencial das superfícies de descontinuidade, a maior parte deles oriundos da Mecânica das Rochas [Barton et al, 1985]. Em regra, os parâmetros que caracterizam esses modelos dependem da tensão normal aplicada, dos coeficientes empíricos JRC (coeficiente de rugosidade da descontinuidade) e JCS (resistência à compressão uniaxial dos materiais em contacto) e do ângulo de atrito residual, sendo necessários meios experimentais específicos para os

determinar. Por esta razão, na generalidade das aplicações práticas são utilizados modelos semelhantes ao descrito atrás, os quais são caracterizados por um número reduzido de parâmetros que podem ser obtidos em ensaios correntes.

5.3.3 - Nos primeiros modelos desenvolvidos para representar o comportamento normal das superfícies de descontinuidade considerava-se para a rigidez um valor constante e muito grande, por forma a evitar que a superfície rodasse [Goodman et al, 1968].

O comportamento observado nos ensaios de compressão é melhor representado por um modelo bilinear [Goodman, 1980; Pedro, 1983], caracterizado por três parâmetros (dois valores da rigidez normal e o valor do fecho da descontinuidade no ponto de transição entre os dois ramos), ou por modelos que consideram funções contínuas para a relação entre as tensões e os deslocamentos normais, do tipo hiperbólica [Bandis et al, 1983], potência [Cundall et al, 1990] e exponencial [Goodman, 1976].

Dos modelos mais utilizados na Mecânica das Rochas para descrever o comportamento normal de superfícies de descontinuidades (ver Fig. 5.6) deve referir-se o de Bandis. Em termos de valores totais, a relação constitutiva é do tipo,

$$\sigma_n = \frac{KN_o \delta_o}{\delta_o + \Delta u_n} \Delta u_n \quad (5.7)$$

em que KN_o representa a rigidez inicial e δ_o o fecho da descontinuidade. Estes dois parâmetros podem relacionar-se com os coeficientes empíricos JCR e JCS [Bandis et al, 1983].

5.4 - Critérios de resistência

5.4.1 - O critério mais utilizado para definir a resistência à tracção de uma descontinuidade é o de Rankine,

$$\sigma_n = f_t \quad (5.8)$$

sendo f_t a resistência máxima à tracção da descontinuidade, a qual é, em regra, considerada nula.

5.4.2 - O critério correntemente utilizado para representar a resistência ao corte de uma superfície de descontinuidade é o de Coulomb. Segundo este critério, o deslizamento de uma descontinuidade plana ocorrerá quando a tensão tangencial atingir o valor,

$$\tau = -\sigma_n \operatorname{tg} \phi \quad (5.9)$$

em que ϕ é o ângulo de atrito que caracteriza o comportamento ao corte da superfície. Dado que as asperezas impedem o contacto integral entre as paredes da descontinuidade, o modelo de comportamento ao corte de superfícies rugosas deve contemplar essa influência. Se as asperezas fizerem um ângulo i (ângulo de dilatância) com o plano médio da descontinuidade, o equilíbrio de forças horizontais permite obter a relação [Goodman, 1980],

$$\tau = -\sigma_n \operatorname{tg} \omega = -\sigma_n \operatorname{tg}(\phi + i) \quad (5.10)$$

designando-se $\omega = \phi + i$ como ângulo de atrito efectivo. A expressão anterior só é válida se a descontinuidade puder dilatar livremente, ou se a tensão normal for pequena. Para tensões normais elevadas, o movimento dos blocos ocorre com a eliminação de certas asperezas na superfície de contacto, em vez dos dois blocos contornarem a rugosidade. A tensão tangencial terá de vencer, para além das forças de atrito, a resistência ao corte do material adjacente. Nestas condições, o comportamento de uma descontinuidade deve estar limitado pelas duas leis referidas, estando este facto na origem do seguinte critério bilinear,

$$\begin{cases} \tau = -\sigma_n \operatorname{tg}(\phi + i) & \text{para } \sigma_n \text{ pequeno} \\ \tau = c - \sigma_n \operatorname{tg} \phi & \text{para } \sigma_n \text{ grande} \end{cases} \quad (5.11)$$

sendo c a coesão do material que constitui as paredes.

Os resultados experimentais mostram, no entanto, que a transição entre a inclinação inicial $\omega = \phi + i$ e a inclinação final ϕ se faz de forma suave, facto que motivou o estabelecimento de critérios mais elaborados em que este aspecto é tido em consideração [Goodman, 1980].

Nos critérios apresentados não intervem a trajectória seguida pelas tensões, o que não corresponde à realidade. Esta dependência resulta da importância que tem, para a resistência

ao deslizamento, o estado em que se encontra a superfície de contacto, cuja alteração é provocada, tanto pelas tensões normais como por eventuais escorregamentos ocorridos anteriormente.

5.5 - Modelo de comportamento adoptado

5.5.1 - De entre os modelos disponíveis para representar o comportamento mecânico das superfícies de descontinuidade, no presente trabalho seleccionou-se aquele que melhor se adapta ao comportamento das juntas existentes nas estruturas de betão das barragens. Adoptou-se um modelo idêntico ao utilizado em trabalhos anteriores no LNEC [Pedro, 1983; Dinis, 1994], que utiliza a via da elasticidade não-linear e apresenta as seguintes características principais (Fig. 5.10): i) aproxima por troços rectos os diagramas entre as tensões e os deslocamentos relativos; ii) considera um modelo bilinear para o comportamento à compressão; iii) a rigidez ao corte é independente da tensão normal; iv) considera dois modos de rotura, por tracção e por corte; v) considera os critérios de Rankine, para a rotura à tracção, e o de Mohr-Coulomb, para a rotura ao corte; e vi) admite resistências de pico, até ocorrer a rotura, e resistências residuais, após a rotura. Este tipo de modelo é não dilatante, uma vez que admite que o comportamento tangencial é independente do comportamento na direcção normal à junta. O comportamento ao corte é do tipo elastoplástico, sendo a descarga efectuada paralelamente ao ramo elástico.

O modelo escolhido contempla os aspectos fundamentais do comportamento mecânico das descontinuidades, designadamente a fraca resistência à tracção e a possibilidade de ocorrerem deslizamentos sob a acção de forças tangenciais. Entre as limitações deste modelo deve referir-se a não inclusão da dilatância, a adopção de rigidez constante ao corte e a consideração de um critério relativamente simples, o de Mohr-Coulomb, para definir a rotura por corte. As limitações apontadas não são particularmente importantes nas aplicações em que se pretende simular o comportamento das juntas das barragens já que são praticamente lisas, podendo considerar-se aceitável a hipótese de comportamento não dilatante. A opção de um critério simples como o de Mohr-Coulomb para simular a rotura ao corte deve-se às seguintes razões: i) a larga experiência existente na sua definição e na utilização dos seus resultados; ii) o significado físico imediato e bem definido dos seus parâmetros; iii) o conhecimento das suas limitações, nomeadamente para tensões normais baixas; e iv) a simplicidade da sua tradução matemática [Muralha, 1995].

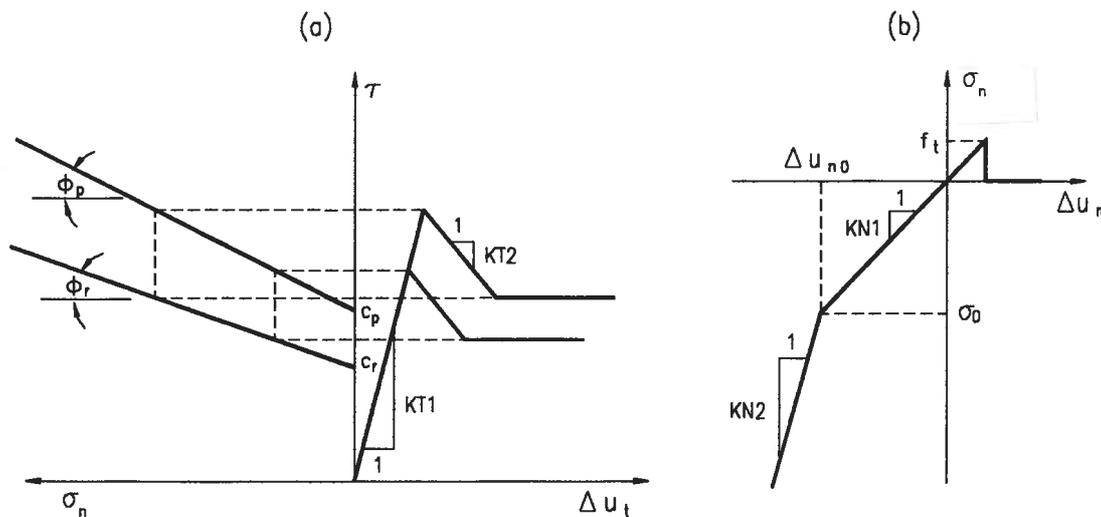


Fig. 5.10 - Modelo de comportamento das superfícies de descontinuidade. Critérios de rotura e relações entre as tensões e as variações de deslocamentos nas direcções tangencial (a) e normal (b).

5.5.2 - As relações constitutivas incrementais para as superfícies de descontinuidade podem obter-se com facilidade tomando como base os diagramas da Fig. 5.10. Considerem-se, num dado ponto da superfície de descontinuidade, os incrementos de deslocamentos relativos $\Delta(\Delta u_n)$ na direcção normal e $\Delta(\Delta u_t)$ na direcção tangencial. Se KN e KT representarem, respectivamente, os valores tangentes da rigidez normal e da rigidez tangencial, podem estabelecer-se as seguintes relações,

$$\begin{cases} \Delta \sigma_n = KN \Delta(\Delta u_n) \\ \Delta \tau = KT \Delta(\Delta u_t) \end{cases} \quad (5.12)$$

se $\Delta \tau \leq c_p - (\sigma_n + \Delta \sigma_n) \operatorname{tg} \phi_p - \tau$. Se esta condição não se verificar é porque ocorreu rotura por corte, tomando as relações anteriores a forma,

$$\begin{cases} \Delta \sigma_n = KN \Delta(\Delta u_n) \\ \Delta \tau = c_r - (\sigma_n + \Delta \sigma_n) \operatorname{tg} \phi_r - \tau \end{cases} \quad (5.13)$$

Se os incrementos de deslocamentos relativos correspondentes a um incremento de carga implicarem uma transição de ramo nas relações constitutivas, então é necessário subdividir esse incremento de carga nas suas parcelas pré e pós-transição, às quais poderão ser aplicadas, individualmente, as expressões anteriores [Rots, 1988].

6 - MÉTODOS DE ANÁLISE

6.1 - Introdução

6.1.1 - As equações diferenciais que regem o comportamento estrutural dos meios contínuos e descontínuos foram estabelecidas considerando as condições de equilíbrio, de compatibilidade e as relações constitutivas, por forma a relacionar os campos de deslocamentos, de deformações e de tensões que se desenvolvem nos pontos do interior e do contorno da estrutura com as solicitações aplicadas.

A solução analítica destas equações diferenciais só é possível em alguns problemas elementares (peças com características geométricas e mecânicas simples quando submetidas a solicitações particulares), limitando assim a sua utilização em casos práticos. As soluções numéricas, embora aproximadas, para além de terem um campo de aplicação mais vasto, quando resolvidas nos computadores actuais de grande capacidade em termos de velocidade de processamento e de armazenamento de informação, permitem minorar as aproximações inerentes ao método utilizado através da divisão do domínio a analisar em subdomínios tão pequenos quanto o pretendido.

As soluções numéricas mais utilizadas na análise de modelos com as características referidas nos capítulos anteriores (volumes contínuos eventualmente separados por superfícies de descontinuidade, respeitando a hipótese da linearidade geométrica, com comportamentos fisicamente não-lineares e diferidos, submetidos a carregamentos quase-estáticos) são baseadas no método dos elementos finitos [Pina, 1988; Dinis, 1994]. Este método foi inicialmente concebido para meios contínuos, tendo posteriormente sido desenvolvido um tipo específico de elemento (elemento de junta) que permite incluir, com toda a generalidade, qualquer tipo de superfícies de descontinuidade.

6.1.2 - Como foi referido do capítulo 2, o estudo de cascas pode ser feito com vantagem usando modelos derivados directamente da teoria da elasticidade tridimensional.

Numa das primeiras formulações deste tipo [Ahmad et al, 1970] tomava-se em consideração, de forma aproximada, a contribuição dos esforços transversos para a deformação transversal, num elemento com funções de interpolação parabólicas ou cúbicas na superfície da casca e lineares através da espessura; consideravam-se como deslocamentos generalizados as três componentes dos deslocamentos do folheto médio e as duas rotações de eixo tangente a esse folheto.

Os elementos finitos de casca derivados de elementos sólidos do tipo cubo, isoparamétricos do segundo grau, cuja formulação foi desenvolvida no LNEC [LNEC, 1974, 1985 e 1988], através da eliminação dos pontos nodais do meio das arestas correspondentes à espessura, consideram como incógnitas as três componentes dos deslocamentos nos pontos nodais existentes nas duas faces exteriores dos elementos (oito pontos nodais em cada face). Adoptam, portanto, funções de interpolação dos deslocamentos do segundo grau nas faces exteriores e lineares através da espessura. Estes elementos permitem melhorar a representação da curvatura das estruturas, ter em conta a influência do esforço transversal na deformação e determinar o valor médio das tensões tangenciais nas facetas paralelas à superfície média, pelo que serão os utilizados no presente trabalho.

Admite-se a hipótese que as estruturas a analisar são formadas por blocos contínuos e homogêneos, eventualmente ligados por superfícies de descontinuidade (juntas), nos quais se supõe que os eixos de ortotropia são paralelos às direcções de um referencial definido, em cada ponto, por dois eixos contidos no plano tangente à casca e um terceiro normal a este plano. Considera-se a hipótese dos pequenos deslocamentos (linearidade geométrica), sendo as relações constitutivas incrementais definidas a partir das leis de comportamento dos materiais.

6.1.3 - No presente capítulo apresenta-se, em primeiro lugar, a formulação genérica, em deslocamentos, do método dos elementos finitos, considerando as hipóteses da linearidade física e geométrica. Considerando ainda estas hipóteses, são apresentadas em anexo as formulações dos elementos usados neste trabalho (elementos finitos de casca espessa, elementos de junta e elementos de superfície para introdução da deformabilidade da fundação), utilizando notação indicial.

Apresentam-se, em seguida, as técnicas usadas para resolver os sistemas de equações relativos à não linearidade física e os métodos matemáticos para integração da função de fluência no tempo, dando-se particular destaque à aproximação da função de fluência por séries de Dirichlet com vista ao estabelecimento das relações constitutivas incrementais de fluência. Descreve-se ainda o algoritmo de solução das equações de equilíbrio dependentes do tempo e apresenta-se a formulação e técnica de resolução das equações de equilíbrio não-lineares e dependentes do tempo.

O capítulo termina com uma breve referência às técnicas de integração numérica utilizadas.

6.2 - Formulação genérica do método dos elementos finitos

6.2.1 - Nos problemas de mecânica estrutural pretende-se, em regra, determinar o campo de deslocamentos e de tensões num dado domínio de geometria e propriedades conhecidas, quando submetido a um determinado conjunto de solicitações e condições de fronteira. A resolução deste tipo de problemas, usando o método dos elementos finitos, envolve, fundamentalmente, três etapas:

- i) O domínio a analisar é dividido em subdomínios, designados por elementos finitos, ligados entre si por um número finito de pontos, designados por pontos nodais. Em cada elemento finito as variáveis de campo, deslocamentos ou tensões, são aproximadas por funções, designadas por funções de interpolação, que são dependentes, em geral, do valor dessas variáveis nos pontos nodais. Utilizando os teoremas energéticos ou o método dos resíduos pesados é possível obter, a partir das funções de interpolação escolhidas, um sistema de equações lineares que representa o comportamento do elemento.
- ii) Os sistemas do conjunto de elementos finitos são criteriosamente agrupados, reconstituindo todo o domínio. Obtem-se assim um sistema de equações global que terá uma solução única através da consideração das condições de fronteira do domínio.
- iii) Os valores nodais das variáveis de campo são determinados através da resolução do sistema de equações global, sendo o cálculo de outras grandezas relevantes realizado a partir desses valores nodais.

A formulação em deslocamentos do método dos elementos finitos é a mais utilizada na análise estrutural, sendo a seguida neste trabalho. Neste tipo de formulação definem-se funções de interpolação dos deslocamentos no interior e na fronteira dos elementos por forma a garantir a compatibilidade em todo o domínio, sendo o equilíbrio assegurado apenas nos pontos nodais.

6.2.2 - Num sistema de eixos cartesianos, o campo de deslocamentos \underline{u} em qualquer ponto do interior e da fronteira do elemento é aproximado por,

$$\underline{u} = \underline{N} \underline{u}^e \quad (6.1)$$

sendo \underline{u}^e o vector dos deslocamentos nodais do elemento e \underline{N} a matriz das funções de interpolação adoptadas na referida aproximação.

Considerando as relações (2.18) e (6.1), podem relacionar-se as deformações $\underline{\varepsilon}$ em qualquer ponto do elemento com os deslocamentos nodais \underline{u}^e por,

$$\underline{\varepsilon} = \underline{B} \underline{u}^e \quad (6.2)$$

com,

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N}{\partial x_3} \\ \frac{\partial N}{\partial x_2} & \frac{\partial N}{\partial x_1} & 0 \\ \frac{\partial N}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial N}{\partial x_1} \\ 0 & \frac{\partial N}{\partial x_3} & \frac{\partial N}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

As relações constitutivas (tensões-deformações), no domínio elástico linear, podem escrever-se na forma,

$$\underline{\sigma} = \underline{D} \underline{\varepsilon} \quad (6.4)$$

sendo \underline{D} a matriz de elasticidade.

Conjugando as relações (6.2) e (6.4), obtém-se,

$$\underline{\sigma} = \underline{D} \underline{B} \underline{u}^e \quad (6.5)$$

Admitindo que sobre o elemento actuam forças mássicas \underline{b} e forças de superfície \underline{q} , a aplicação do teorema dos trabalhos virtuais (ou a condição de estacionaridade da energia potencial total) permite obter,

$$\int_V \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} dV \underline{u}^e = \int_V \underline{N}^T \underline{b} dV + \int_S \underline{N}^T \underline{q} dS \quad (6.6)$$

ou,

$$\underline{K}^e \underline{u}^e = \underline{f}^e \quad (6.7)$$

sendo,

$$\underline{K}^e = \int_V \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} dV \quad (6.8)$$

$$\underline{f}^e = \int_V \underline{N}^T \underline{b} dV + \int_S \underline{N}^T \underline{q} dS \quad (6.9)$$

em que \underline{K}^e é a matriz de rigidez do elemento e \underline{f}^e é o vector das forças nodais estaticamente equivalentes a forças distribuídas no volume V e na superfície S do elemento.

6.2.3 - Considerando as equações (6.7) para cada elemento finito, a imposição das condições de compatibilidade e equilíbrio nos diversos pontos nodais em que os elementos se encontram interligados permite obter, em cada instante, um sistema de equações global em função dos deslocamentos e das forças em todos os pontos nodais da estrutura,

$$\underline{K}(\underline{u}, t) \underline{u}(t) = \underline{f}(t) \quad (6.10)$$

A matriz de rigidez da estrutura, que inclui as condições de ligação ao exterior, depende, em geral, da resposta estrutural e da variação das propriedades dos materiais. É simétrica positiva definida e tem ainda características de esparsidade e de banda.

Os problemas não-lineares e dependentes do tempo tratados no presente trabalho são, como já foi referido, linearizáveis, o que permite escrever as relações (6.10) de uma forma incremental, considerando a discretização do carregamento a que o sistema está submetido em incrementos espaçados no tempo,

$$\underline{K} \Delta \underline{u} = \Delta \underline{f} \quad (6.11)$$

em que a matriz de rigidez \underline{K} e o vector do incremento das forças nodais equivalentes às solicitações externas $\Delta \underline{f}$ não dependem do vector do incremento dos deslocamentos nodais $\Delta \underline{u}$. A resolução deste tipo de sistemas de equações pode ser efectuada por meio de métodos directos ou iterativos. Dadas as capacidades dos computadores actuais, tem-se generalizado o uso dos métodos directos. Destes, adoptou-se o de Cholesky por ser aquele que apresenta mais vantagens na análise estrutural de barragens abóbada [Pina et al, 1987].

6.3 - Solução das equações de equilíbrio não-lineares

6.3.1 - Utilizando o método dos elementos finitos, as equações de equilíbrio que governam o comportamento de um sistema estrutural, em qualquer instante, podem ser escritas por relações do tipo,

$$\underline{p} = \underline{f} \quad (6.12)$$

sendo \underline{p} as forças internas que equilibram a totalidade das forças externas aplicadas \underline{f} . O vector das forças internas \underline{p} é obtido por integração do estado de tensão (que respeita as relações constitutivas do material) instalado nos elementos finitos por intermédio de,

$$\underline{p} = \int_V \underline{B}^T \underline{\sigma} dV \quad (6.13)$$

sendo o vector das forças nodais externas \underline{f} calculado através da expressão (6.9).

Quando se considera o comportamento fisicamente não-linear dos materiais, o estado de tensão depende quer do incremento de carga quer das histórias de tensão e de deformação anteriores. Nos problemas que o presente trabalho procura abordar é necessário considerar uma via incremental na aplicação da carga; por outro lado, tratando-se de problemas conservativos, apenas a matriz de rigidez depende das incógnitas $\Delta \underline{u}$, podendo a solução ser obtida, para cada incremento de carga, através de um processo iterativo, por forma a assegurar, em cada fase, a igualdade constante das equações (6.12).

Os incrementos de carga devem ser definidos previamente tendo em consideração a evolução no tempo quer das solicitações exteriores quer das características de deformabilidade e de resistência dos materiais intervenientes na estrutura, devendo evitar-se discretizações demasiado espaçadas no tempo ou que envolvam parcelas de carga demasiado grandes quando

comparadas com a carga final. As forças Δf correspondentes à fase corrente são aplicadas na sua totalidade e a solução é obtida iterativamente, actualizando-se no final do processo iterativo os estados de deformação e de tensão que respeitam o equilíbrio e as relações constitutivas que regem o comportamento do material. Poder-se-ia ainda considerar, em cada fase, a aplicação das forças Δf em parcelas proporcionais mais pequenas, por forma a encurtar o processo iterativo.

Quando a resolução do sistema de equações não-lineares é efectuada iterativamente, é necessário considerar um processo de redistribuir as forças residuais $\underline{\psi}$ e obter a solução convergida mediante a fixação de uma tolerância para os resíduos. Considerem-se as equações de equilíbrio, para a iteração i , na forma do seguinte sistema de equações lineares,

$$\delta \underline{u}^i = (\underline{K}^{i-1})^{-1} \underline{\psi}^{i-1} \quad (6.14)$$

sendo,

$$\underline{\psi}^{i-1} = \Delta \underline{f} + \underline{r}^{i-1} - \underline{p}^{i-1} \quad (6.15)$$

designando por $\delta \underline{u}^i$ o vector dos acréscimos dos deslocamentos nodais, \underline{K}^{i-1} a matriz de rigidez, $\underline{\psi}^{i-1}$ o vector das forças residuais (forças nodais não equilibradas) que subsistem após a iteração $i-1$, \underline{r}^{i-1} o vector das reacções nas ligações elásticas exteriores e \underline{p}^{i-1} o vector das forças nodais equivalentes ao estado de tensão instalado na iteração anterior.

O incremento de deslocamentos na fase $\Delta \underline{u}^i$ e os deslocamentos totais \underline{u}^i são dados por,

$$\Delta \underline{u}^i = \Delta \underline{u}^{i-1} + \delta \underline{u}^i \quad (6.16)$$

$$\underline{u}^i = \underline{u}^0 + \Delta \underline{u}^i \quad (6.17)$$

sendo \underline{u}^0 o vector dos deslocamentos totais correspondente à solução convergida do anterior incremento de carga. Da mesma forma, em relação às deformações, pode escrever-se,

$$\Delta \underline{\varepsilon}^i = \underline{B} \Delta \underline{u}^i \quad (6.18)$$

$$\underline{\varepsilon}^i = \underline{\varepsilon}^0 + \Delta \underline{\varepsilon}^i \quad (6.19)$$

tendo os índices o significado atrás referido.

O cálculo do campo de tensões é feito a partir das relações constitutivas do material,

$$\Delta \underline{\sigma}^i = \Delta \underline{\sigma}^i(\underline{\sigma}^0, \underline{\varepsilon}^0, \Delta \underline{\varepsilon}^i) \quad (6.20)$$

$$\underline{\sigma}^i = \underline{\sigma}^0 + \Delta \underline{\sigma}^i \quad (6.21)$$

O vector das forças nodais equivalentes ao estado de tensão instalado na iteração corrente \underline{p}^i é dado por,

$$\underline{p}^i = \int_V \underline{B}^T \underline{\sigma}^i dV \quad (6.22)$$

no caso dos elementos de volume; para os elementos de junta, tem-se,

$$\underline{p}^i = \int_S \underline{B}^T \underline{\sigma}^i dS \quad (6.23)$$

Em cada fase o ciclo iterativo é interrompido quando forem satisfeitos os critérios de convergência adoptados.

A técnica de resolução de sistemas de equações não-lineares que se descreveu corresponde à utilização do método de Newton-Raphson, baseando-se na linearização do problema. A linearização resulta da eliminação dos termos de ordem superior à primeira da expansão em série de Taylor do vector das forças residuais $\underline{\psi}$.

A utilização da matriz de rigidez tangente em cada passo do processo de linearização afigura-se vantajoso na perspectiva de minimizar o número de iterações necessárias para obter a solução (Fig. 6.1(a)); obriga, no entanto, ao cálculo das matrizes de rigidez dos elementos

em que se verificam não linearidades, à construção da nova matriz de rigidez global e ao cálculo da sua inversa, o que penaliza substancialmente o esforço computacional a dispender. Esse esforço pode ser diminuído, sem perda de qualidade na solução obtida, considerando, ao longo do processo iterativo, a reatualização ocasional da matriz de rigidez global. Dada a grande dimensão dos sistemas de equações envolvidos na análise estrutural das barragens abóbada, as técnicas mais atraentes são aquelas que menos vezes reformularem a matriz de rigidez global; sendo assim, no presente trabalho adoptou-se o método da rigidez inicial (designado também por método de Newton-Raphson modificado), que corresponde à consideração da matriz de rigidez elástica, calculada no início da fase, ao longo de todo o processo iterativo (Fig. 6.1(b)). Esta técnica evita problemas numéricos, nomeadamente o mau condicionamento da matriz de rigidez tangente quando se está próximo da capacidade última da estrutura, mas apresenta, como desvantagem, uma velocidade de convergência lenta, exigindo, em regra, a realização de um grande número de iterações. Apesar de terem sido desenvolvidos vários esquemas por forma a atenuar este problema [LNEC, 1984], optou-se por não fazer uso neste trabalho de qualquer processo de aceleração de convergência, de modo a não condicionar a evolução da solução não-linear.

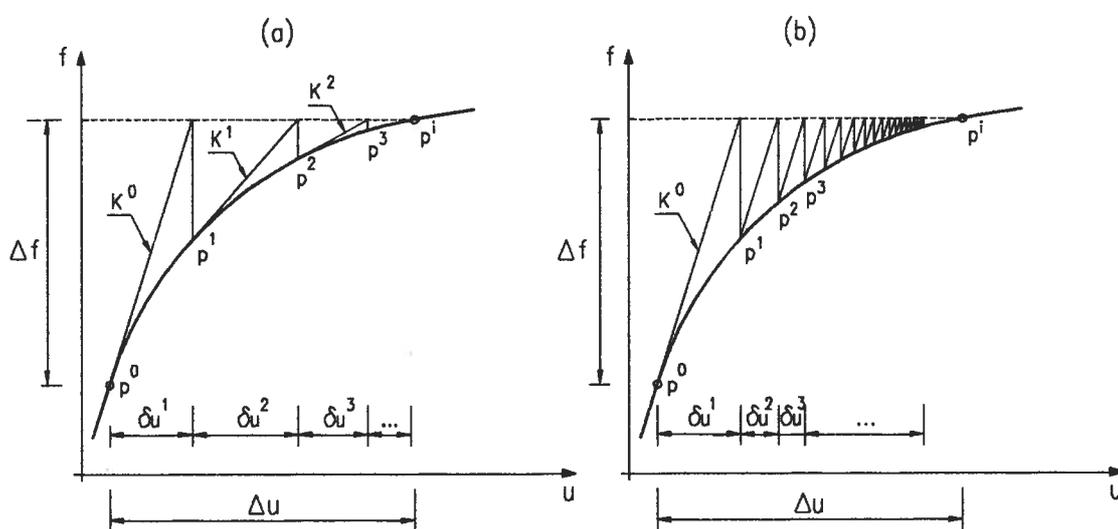


Fig. 6.1 - Técnicas de resolução de sistemas de equações não-lineares utilizando a rigidez tangente (a) e a rigidez inicial (b).

6.3.2 - A resolução de sistemas de equações não-lineares requer a definição de uma tolerância na análise da convergência ao longo do processo iterativo.

Os critérios de convergência geralmente utilizados baseiam-se em normas relativas às incógnitas nodais, às forças residuais ou à energia interna. A técnica utilizada na resolução do sistema de equações sugere a adopção de critérios referidos aos valores verificados na primeira iteração, sendo usualmente consideradas as grandezas,

$$\frac{\|\Delta \underline{\psi}^i\|}{\|\Delta \underline{\psi}^1\|} \cdot 100 \quad (6.24)$$

$$\frac{\|\Delta \underline{u}^i\|}{\|\Delta \underline{u}^1\|} \cdot 100 \quad (6.25)$$

$$\frac{(\Delta \underline{\psi}^i)^T \Delta \underline{u}^i}{(\Delta \underline{\psi}^1)^T \Delta \underline{u}^1} \cdot 100 \quad (6.26)$$

em que i representa o número da iteração e $\|x\|$ a norma euclideana de x .

A grandeza que varia mais lentamente é, em regra, a relativa às forças residuais, razão pela qual foi privilegiada para analisar a convergência do processo iterativo em todos os casos estudados.

Utilizando-se no processo não-linear o controlo de forças, a divergência da solução numérica que indicia a rotura corresponde a um aumento dos valores de $\Delta \underline{u}$ sem que haja variação de valor da entidade que controla a convergência. O controlo da evolução dos deslocamentos pode efectuar-se através de uma grandeza que tem por base a norma dos deslocamentos da solução corrente,

$$\frac{\|\underline{u}^i\|}{\|\underline{u}^1\|} \cdot 100 \quad (6.27)$$

Combinando os valores dados pelas expressões (6.24) e (6.27), é possível definir como divergente uma situação em que não haja alteração significativa da norma das forças residuais mas em que, simultaneamente, a grandeza (6.27) não cesse de aumentar [Dinis, 1994].

No presente trabalho, à semelhança de outros similares, adoptaram-se valores compreendidos entre 0,1% e 1,0% para a tolerância. Consideraram-se para sistemas estruturais contínuos (apenas com elementos de volume) valores próximos do limite inferior deste intervalo, tendo-se adoptado os valores mais elevados no caso de sistemas descontínuos (incluindo também elementos de junta).

6.4 - Métodos de integração da função de fluência no tempo

6.4.1 - Métodos algébricos

Podendo uma história de tensão ser considerada como uma sucessão de infinitésimos de tensão $d\sigma$ aplicados nos instantes t_0 , usando o princípio da sobreposição dos efeitos e tendo em consideração a relação constitutiva (4.2), a deformação no instante t , dependente da tensão, é dada pela expressão,

$$\varepsilon(t) = \int_{t_0}^t J(t, t_0) d\sigma(t_0) \quad (6.28)$$

A deformação $\varepsilon(t)$ definida pela equação do tipo integral (5.94) pode ser calculada numericamente dividindo o período de tempo em análise em n intervalos para os quais se possam considerar incrementos de tensão constantes,

$$\Delta\sigma(t_i) = \sigma(t_i) - \sigma(t_{i-1}) \quad (6.29)$$

realizando-se a integração passo a passo. Essa integração conduz a somatórios do tipo (6.30), (6.31) e (6.32) conforme se considere para a função de fluência uma aproximação rectangular, trapezoidal ou trapezoidal no ponto médio do intervalo (Fig. 6.2), respectivamente,

$$\varepsilon(t_n) = \sum_{i=1}^n J(t_n, t_i) \Delta\sigma(t_i) \quad (6.30)$$

$$\varepsilon(t_n) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (J(t_n, t_{i-1}) + J(t_n, t_i)) \Delta\sigma(t_i) \quad (6.31)$$

$$\varepsilon(t_n) = \sum_{i=1}^n J(t_n, t_{i-1/2}) \Delta\sigma(t_i) \quad (6.32)$$

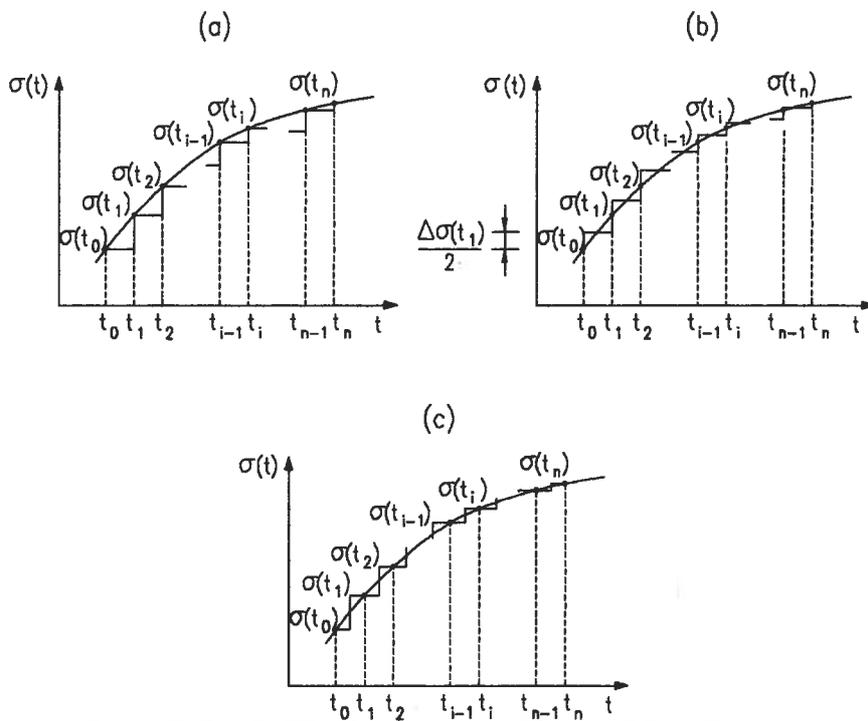


Fig. 6.2 - Discretização da carga através das aproximações rectangular (a), trapezoidal (b) e trapezoidal no ponto médio do intervalo de tempo (c).

Usando o conceito de módulo de elasticidade efectivo, a expressão (6.30) toma a forma clássica,

$$\varepsilon(t_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta\sigma(t_i)}{E_e(t_n, t_i)} \quad (6.33)$$

Qualquer das soluções apresentadas implica necessariamente o armazenamento de toda a história de tensões, para além de impor a realização de somatórios progressivamente crescentes à medida que a análise avança no domínio do tempo. A adopção de procedimentos numéricos deste tipo, embora utilizados frequentemente no passado para a análise de grandes estruturas [Catarino, 1986], constitui uma solução onerosa porque obriga, em cada passo da análise, ao armazenamento e manipulação de uma quantidade enorme de informação.

6.4.2 - Aproximação da função de fluência por séries de Dirichlet

Uma técnica simples e eficaz de ultrapassar a dificuldade associada à integração da equação (6.28) consiste na aproximação da função de fluência por uma série de funções exponenciais reais, designada por série de Dirichlet [Bazant et al, 1973], com a forma,

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + \sum_{i=1}^N \frac{1}{E^i(t_0)} \left(1 - e^{-(t-t_0)/\tau^i} \right) \quad (6.34)$$

$$\varepsilon^f(t, t_0) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{E^i(t_0)} \left(1 - e^{-(t-t_0)/\tau^i} \right) \quad (6.35)$$

A primeira parcela do segundo membro da equação (6.34) representa a deformação instantânea e a segunda parcela representa a deformação diferida (fluência específica), sendo equivalente à deformação de um corpo de Hooke e de uma cadeia de N corpos de Kelvin associados em série (Fig. 6.3). Os coeficientes $E^i(t_0)$ são módulos de elasticidade dependentes da idade de carga e $\tau^i = \eta^i / E^i(t_0)$ são constantes, designadas por tempos de retardação, de cada unidade da cadeia (η^i são os coeficientes de viscosidade dos amortecedores). Desta forma, a equação (6.28) pode ser integrável analiticamente. Esta técnica de aproximação é perfeitamente geral, pois é independente do tipo de modelo considerado para a função de fluência.

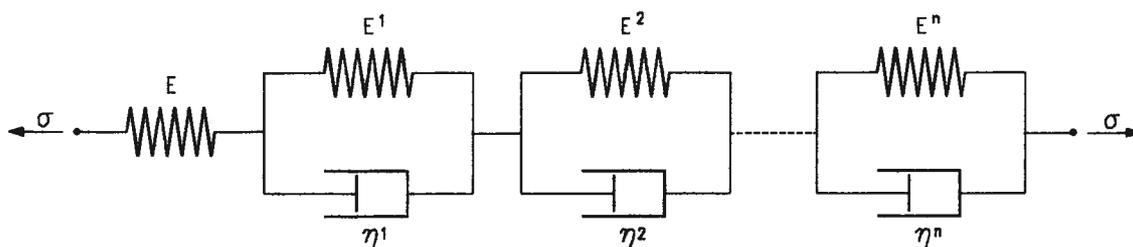


Fig. 6.3 - Corpo de Hooke e cadeia de corpos de Kelvin associados em série.

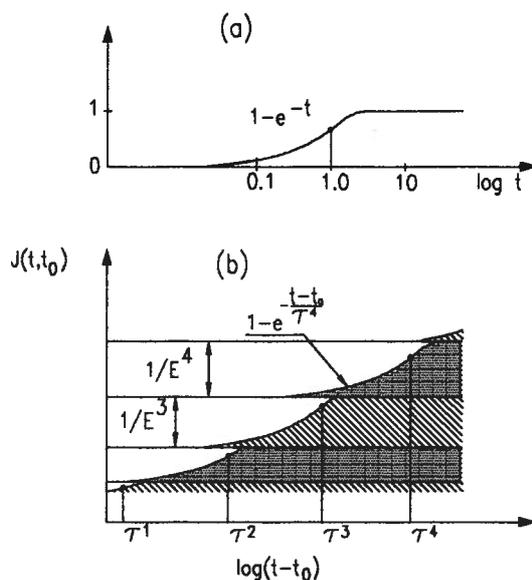


Fig. 6.4 - Representação dos termos da série de Dirichlet: termo genérico (a) e primeiros termos (b).

Existem soluções analíticas para o cálculo dos coeficientes $E^i(t_0)$ e $\tau^i = \eta^i / E^i(t_0)$ da equação (6.34), para determinadas leis de fluência [Bazant, 1988]. No entanto, a aproximação numérica de uma função de fluência qualquer pode realizar-se segundo o seguinte procedimento [Póvoas, 1991]:

- Escolha do número de unidades N da cadeia de Kelvin (em geral consegue-se uma boa aproximação para um número de unidades compreendido entre 5 e 8);
- Determinação dos tempos de retardação das N unidades de Kelvin, tendo em consideração que a função de fluência deverá estar devidamente aproximada até ao final do período de tempo em análise. A escolha é arbitrária, mas a prática recomenda que estejam igualmente espaçados na escala logarítmica do tempo, tendo-se utilizado as expressões,

$$\begin{cases} \tau^1 = 0,1 \\ \tau^i = \tau^1 10^{(i-1)} & i=2,N \end{cases} \quad (6.36)$$

- c) Determinação das datas de carga t'_j , também igualmente espaçadas no eixo do tempo em escala logarítmica, considerando o número de intervalos de tempo n a adoptar no período em análise, a idade de carga t_0 e a idade final correspondente ao período em análise t_f , através das equações,

$$\begin{cases} t'_1 = t_0 \\ t'_j = t_0 + 10^{\alpha(j-1)} & 1 < j < n \\ t'_n = t_f \end{cases} \quad (6.37)$$

$$\alpha = \frac{\log_{10}(t_f - t_0)}{n - 1} \quad (6.38)$$

- d) Cálculo, para cada data de carga t'_j ($j=1, n$), dos coeficientes $1/E^i(t'_j)$ ($i=1, N$) pelo método dos mínimos quadrados (MMQ), escrevendo a equação (6.35) em k , $k=1, m \gg n$ instantes de tempo,

$$\varepsilon^f(t_k, t'_j) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{E^i(t'_j)} \left(1 - e^{-(t_k - t'_j)/\tau^i} \right) \quad (6.39)$$

através da solução do sistema de equações do MMQ,

$$\begin{bmatrix} 1 - e^{-(t_1 - t'_j)/\tau^1} & \dots & 1 - e^{-(t_1 - t'_j)/\tau^n} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 - e^{-(t_m - t'_j)/\tau^1} & \dots & 1 - e^{-(t_m - t'_j)/\tau^n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/E^1(t'_j) \\ \dots \\ 1/E^i(t'_j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon^f(t_1, t'_j) \\ \dots \\ \varepsilon^f(t_m, t'_j) \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

6.4.3 - Relações constitutivas incrementais de fluência

Se o material for isótropo e se o seu coeficiente de Poisson for constante ao longo do tempo [USBR, 1961; Bazant, 1988], a relação constitutiva (4.2) poderá generalizar-se para,

$$\underline{\varepsilon}(t) = J(t, t_0) \underline{C} \underline{\sigma}(t_0) \quad (6.41)$$

A matriz \underline{C} apresentar-se-á na forma (6.42) ou (6.43), conforme se pretendam representar equilíbrios tridimensionais ou de casca espessa, respectivamente,

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu)k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu)k \end{bmatrix} \quad (6.43)$$

sendo k o factor de corte.

A relação (6.28) generaliza-se para a forma,

$$\underline{\varepsilon}(t) - \underline{\varepsilon}^0(t) = \int_{t_0}^t J(t, t_0) \underline{C} d\underline{\sigma}(t_0) \quad (6.44)$$

representando $\underline{\varepsilon}^0(t)$ deformações impostas (retracções ou expansões, variações de temperatura, etc.).

Substituindo (6.34) em (6.44), obtém-se,

$$\underline{\varepsilon}(t) - \underline{\varepsilon}^0(t) = \int_{t_0}^t \frac{1}{E(t_0)} \underline{C} \, d\underline{\sigma}(t_0) + \sum_{i=1}^N \int_{t_0}^t \frac{1}{E^i(t_0)} \left(1 - e^{-(t-t_0)/\tau^i}\right) \underline{C} \, d\underline{\sigma}(t_0) \quad (6.45)$$

Aplicando novamente o princípio de sobreposição dos efeitos à equação anterior e considerando os instantes de tempo $t_1, t_2, \dots, t_{r-1}, t_r$, para os instantes t_{r-1} e t_r pode escrever-se,

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon}(t_{r-1}) - \underline{\varepsilon}^0(t_{r-1}) &= \int_{t_0}^{t_{r-1}} \frac{1}{E(t_0)} \underline{C} \, d\underline{\sigma}(t_0) + \\ &+ \sum_{i=1}^N \int_{t_0}^{t_{r-1}} \frac{1}{E^i(t_0)} \left(1 - e^{-(t_{r-1}-t_0)/\tau^i}\right) \underline{C} \, d\underline{\sigma}(t_0) \end{aligned} \quad (6.46)$$

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon}(t_r) - \underline{\varepsilon}^0(t_r) &= \int_{t_0}^{t_r} \frac{1}{E(t_0)} \underline{C} \, d\underline{\sigma}(t_0) + \\ &+ \sum_{i=1}^N \int_{t_0}^{t_r} \frac{1}{E^i(t_0)} \left(1 - e^{-(t_r-t_0)/\tau^i}\right) \underline{C} \, d\underline{\sigma}(t_0) \end{aligned} \quad (6.47)$$

Sendo o intervalo do tempo definido por $\Delta t_r = t_r - t_{r-1}$, o incremento da deformação nesse intervalo é dado pela diferença entre as expressões (6.47) e (6.46),

$$\begin{aligned} \Delta \underline{\varepsilon}_r - \Delta \underline{\varepsilon}_r^0 &= \int_{t_{r-1}}^{t_r} \frac{1}{E(t_0)} \underline{C} \, d\underline{\sigma}(t_0) + \sum_{i=1}^N \int_{t_{r-1}}^{t_r} \frac{1}{E^i(t_0)} \underline{C} \, d\underline{\sigma}(t_0) + \\ &+ \sum_{i=1}^N \int_{t_0}^{t_{r-1}} \frac{e^{-(t_{r-1}-t_0)/\tau^i} \left(1 - e^{-\Delta t_r/\tau^i}\right)}{E^i(t_0)} \underline{C} \, d\underline{\sigma}(t_0) - \\ &- \sum_{i=1}^N \int_{t_{r-1}}^{t_r} \frac{e^{-(t_r-t_0)/\tau^i}}{E^i(t_0)} \underline{C} \, d\underline{\sigma}(t_0) \end{aligned} \quad (6.48)$$

Para pequenos intervalos de tempo, $E(t_0)$ e $E^i(t_0)$ são aproximadamente iguais aos valores no instante médio do intervalo (escolhido preferencialmente na escala logarítmica do

tempo), $(E)_{r-1/2}$ e $(E^i)_{r-1/2}$. Substituindo na expressão (6.48), obtem-se,

$$\Delta \underline{\varepsilon}_r - \Delta \underline{\varepsilon}_r^0 = \left[\frac{1}{(E)_{r-1/2}} + \sum_{i=1}^N \frac{1 - \left(1 - e^{-\Delta t_r / \tau^i}\right) \frac{\tau^i}{\Delta t_r}}{(E^i)_{r-1/2}} \right] \underline{C} \Delta \underline{\sigma}_r + \Delta \underline{f}_r \quad (6.49)$$

em que,

$$\Delta \underline{f}_r = \sum_{i=1}^N \left(1 - e^{-\Delta t_r / \tau^i}\right) (\underline{\varepsilon}^{i*})_{r-1} \quad (6.50)$$

$$(\underline{\varepsilon}^{i*})_r = (\underline{\varepsilon}^{i*})_{r-1} e^{-\Delta t_r / \tau^i} + \frac{1 - e^{-\Delta t_r / \tau^i}}{(E^i)_{r-1/2}} \frac{\tau^i}{\Delta t_r} \underline{C} \Delta \underline{\sigma}_r \quad (6.51)$$

O vector $(\underline{\varepsilon}^{i*})_{r-1}$ contém o efeito de toda a história da carga desde o instante t_0 até ao instante t_{r-1} .

Substituindo a relação,

$$\frac{1}{E_r^*} = \frac{1}{(E)_{r-1/2}} + \sum_{i=1}^N \frac{1 - \left(1 - e^{-\Delta t_r / \tau^i}\right) \frac{\tau^i}{\Delta t_r}}{(E^i)_{r-1/2}} \quad (6.52)$$

em (6.49), as relações constitutivas incrementais apresentam-se na forma,

$$\Delta \underline{\varepsilon}_r - \Delta \underline{\varepsilon}_r^0 = \frac{1}{E_r^*} \underline{C} \Delta \underline{\sigma}_r + \Delta \underline{f}_r \quad (6.53)$$

$$\Delta \underline{\sigma}_r = E_r^* \underline{C}^{-1} (\Delta \underline{\varepsilon}_r - \Delta \underline{\varepsilon}_r^0 - \Delta \underline{f}_r) \quad (6.54)$$

Assim, em cada passo da análise, basta apenas guardar os vectores $(\underline{\varepsilon}^{i*})_r$.

6.4.4 - Solução das equações de equilíbrio dependentes do tempo

Considerando ainda o método dos elementos finitos, em cada instante de tempo o vector velocidade de deformação $\underline{\dot{\epsilon}}$ é definido pela relação cinemática,

$$\underline{\dot{\epsilon}} = \underline{B} \underline{\dot{u}} \quad (6.55)$$

onde \underline{B} é a matriz das derivadas das funções de interpolação e $\underline{\dot{u}}$ é o vector das velocidades nodais.

Com base na relação constitutiva (6.54), o vector de variação das tensões $\underline{\dot{\sigma}}$ é obtido por,

$$\underline{\dot{\sigma}} = E^*(t) \underline{C}^{-1} (\underline{\dot{\epsilon}} - \underline{\dot{\epsilon}}^0 - \underline{\dot{f}}) \quad (6.56)$$

Aplicando o princípio dos trabalhos virtuais, obtém-se a relação,

$$\underline{K}(t) \underline{\dot{u}} = \underline{\dot{r}}^a + \underline{\dot{r}}^0 + \underline{\dot{r}}^f \quad (6.57)$$

onde $\underline{K}(t)$ é a matriz de rigidez, definida pela relação,

$$\underline{K}(t) = \int_V \underline{B}^T E^*(t) \underline{C}^{-1} \underline{B} dV \quad (6.58)$$

e $\underline{\dot{r}}^a$, $\underline{\dot{r}}^0$, $\underline{\dot{r}}^f$ são os vectores velocidade das forças nodais equivalentes, respectivamente, às solicitações exteriores, às deformações impostas e à história de carga.

Em pequenos intervalos de tempo Δt_i as velocidades podem ser aproximadas pelas relações incrementais $\underline{\dot{\sigma}} \approx \Delta \underline{\sigma}_i / \Delta t_i$ e $\underline{\dot{r}} \approx \Delta \underline{r}_i / \Delta t_i$, transformando-se a relação (6.57) para a forma,

$$\underline{K} \Delta \underline{u}_i = \Delta \underline{r}^a + \Delta \underline{r}^0 + \Delta \underline{r}^f \quad (6.59)$$

Este sistema de equações é resolvido em todos os passos de análise, com a actualização da matriz de rigidez global em cada um deles. A estabilidade numérica deste método é independente do tamanho dos intervalos de discretização do tempo [Bazant, 1988; Barros et al, 1990].

6.5 - Equações de equilíbrio não-lineares e dependentes do tempo

Os métodos apresentados para resolver o problema estrutural dependente do tempo não consideram a possibilidade do material fendilhar, mas podem ser adaptados com facilidade no caso de se adoptar o modelo da banda de fendilhação com decomposição das deformações nas parcelas correspondentes ao betão $\underline{\varepsilon}^{co}$ e às fendas $\underline{\varepsilon}^{cr}$. A única alteração a fazer refere-se à substituição, na relação (6.54), do vector do incremento de deformações totais $\Delta \underline{\varepsilon}_r$ pelo vector do incremento de deformações do meio contínuo $\Delta \underline{\varepsilon}_r^{co}$,

$$\Delta \underline{\sigma}_r = \underline{D}_r^{co} (\Delta \underline{\varepsilon}_r^{co} - \Delta \underline{\varepsilon}_r^0 - \Delta \underline{f}_r) \quad (6.60)$$

$$\underline{D}_r^{co} = E_r^* \underline{C}^{-1} \quad (6.61)$$

A relação constitutiva (3.17) para a fenda pode generalizar-se, para o intervalo de tempo Δt_r , para a forma,

$$\Delta \underline{\sigma}_r^{/cr} = \underline{D}_r^{cr} \Delta \underline{\varepsilon}_r^{/cr} + \underline{\Lambda}' \quad (6.62)$$

sendo $\underline{\Lambda}'$ o vector que incorpora os efeitos do comportamento viscoso das fendas.

Nas condições em que foram estabelecidas as relações (3.21) e (3.30), é possível obter as seguintes relações constitutivas [Borst et al, 1994],

$$\begin{aligned} \Delta \underline{\sigma}_r = & [\underline{D}_r^{co} - \underline{D}_r^{co} \underline{N} (\underline{D}_r^{cr} + \underline{N}^T \underline{D}_r^{co} \underline{N})^{-1} \underline{N}^T \underline{D}_r^{co}] (\Delta \underline{\varepsilon}_r - \Delta \underline{\varepsilon}_r^0 - \Delta \underline{f}_r) + \\ & + \underline{D}_r^{co} \underline{N} (\underline{D}_r^{cr} + \underline{N}^T \underline{D}_r^{co} \underline{N})^{-1} \underline{\Lambda}' \end{aligned} \quad (6.63)$$

$$\begin{aligned} \Delta \underline{\sigma}_r = & [\underline{D}_r^{co} - \underline{D}_r^{co} \hat{\underline{N}} (\underline{D}_r^{cr} + \hat{\underline{N}}^T \underline{D}_r^{co} \hat{\underline{N}})^{-1} \hat{\underline{N}}^T \underline{D}_r^{co}] (\Delta \underline{\varepsilon}_r - \Delta \underline{\varepsilon}_r^0 - \Delta \underline{f}_r) + \\ & + \underline{D}_r^{co} \hat{\underline{N}} (\underline{D}_r^{cr} + \hat{\underline{N}}^T \underline{D}_r^{co} \hat{\underline{N}})^{-1} \underline{\Lambda}' \end{aligned} \quad (6.64)$$

A partir das relações (6.63) e (6.64) obtêm-se sistemas de equações idênticos a (6.59), os quais podem ser resolvidos pelos processos já descritos.

6.6 - Técnicas de integração numérica

As técnicas de integração numérica desempenham um papel importante no método dos elementos finitos, em particular no cálculo dos integrais referentes à matriz de rigidez e aos vectores das forças aplicadas e residuais.

No método dos elementos finitos recorre-se habitualmente às regras de integração numérica de Gauss ou de Lobatto [Pereira, 1989]. Esta segunda regra, ao contrário da primeira, impõe a localização das coordenadas extremas dos pontos de integração nos vértices dos elementos, o que representa uma vantagem dado que as tensões máximas nos elementos de casca ocorrem à superfície, mas necessita de mais um ponto de integração por direcção para se obter uma precisão equivalente à conferida pela regra de Gauss, onerando assim o esforço computacional de cálculo.

A regra de Gauss permite utilizar um pequeno número de pontos de integração (a integração numérica de um polinómio de grau n é realizada exactamente com um número de $2n - 1$ pontos de Gauss), conseguindo-se desta forma soluções numéricas mais flexíveis e próximas das reais, com a vantagem adicional de exigirem menor esforço de cálculo. Este tipo de integração elimina, em parte, os fenómenos de aumento de rigidez artificial associados à avaliação numérica das contribuições de corte para a matriz de rigidez [Delgado, 1984]. A ordem de integração pode originar, ao nível do elemento, modos de deformação espúrios (modos de deformação de energia nula), os quais são ultrapassados, nos sistemas estruturais reais, através da assemblagem da matriz de rigidez global.

A integração das tensões residuais não oferece qualquer dificuldade quando todos os pontos do elemento se encontram no ramo não-linear. No entanto, se isso só ocorrer em alguns pontos, o cálculo será apenas aproximado, porque: i) a avaliação do comportamento não-linear é feita nos pontos de integração, os quais não se localizam nos contornos dos

elementos, onde ocorrem as tensões máximas; e ii) as funções a integrar não são contínuas.

A influência da regra e da ordem de integração nos resultados de análises não lineares de estruturas de barragens de betão pode sintetizar-se da seguinte forma [Dinis, 1994]:

- i) o número de pontos de integração deve ser o mesmo para todos os integrais, já que a utilização de números diferentes pode influenciar os resultados;
- ii) a regra de Gauss é preferível à de Lobatto, pois o esforço adicional de cálculo que esta última acarreta não se traduz numa alteração significativa dos resultados;
- iii) a utilização de apenas 2 pontos de Gauss por direcção (integração reduzida para elementos parabólicos) conduz a bons resultados, mesmo nos elementos em que se verifica um comportamento não linear parcial.

Como se referiu, os pontos de integração são também os pontos em que se calcula o estado de tensão e se verificam as relações constitutivas do material; o aumento da ordem de integração proporciona um conjunto mais vasto de pontos de amostragem e de diagnóstico do comportamento do material, se for utilizada uma discretização estrutural pouco refinada. Por outro lado, se a discretização da espessura nas barragens abóbada for realizada apenas com um elemento de casca, só o aumento da ordem de integração permitiria localizar os pontos de amostragem próximo das faces exteriores, onde o comportamento não-linear se inicia ou se manifesta com maior intensidade. Pelo conjunto de razões apontadas, nas aplicações em que se pretende contemplar o comportamento não-linear do betão deve ser utilizada uma discretização mais refinada.

7 - ESTUDOS DE APLICAÇÃO

7.1 - Introdução

7.1.1 - Os estudos de aplicação que se apresentam neste capítulo pretendem mostrar as capacidades e a fiabilidade dos modelos e métodos desenvolvidos, quando utilizados no estudo de cenários correntes em barragens abóbada. Estes estudos foram levados a efeito para análise e interpretação do comportamento estrutural, tanto em simulações de situações plausíveis como para o controlo da segurança de obras em exploração.

A apresentação foi separada em estudos relativos à construção, ao primeiro enchimento e à fase de exploração. Esta separação foi motivada pelas especificidades de cada uma destas fases da vida das obras, implicando opções distintas na utilização dos modelos e métodos desenvolvidos. Os estudos relativos à construção serão abordados em duas etapas, uma considerando um modelo de pormenor representativo da betonagem das sucessivas camadas dos blocos e a outra, integrando os resultados da primeira, considerando a elevação global das formas da barragem.

7.1.2 - As técnicas construtivas têm uma influência preponderante no estado das obras de betão quando estas entram em serviço. Este estado inicial pode ser caracterizado, nas barragens de betão, pelas propriedades dos materiais e pelos campos térmico, de deformação e de tensão em cada ponto do volume das obras.

Dada a complexidade da fase construtiva das barragens abóbada, o seu estudo pode ser realizado em duas etapas sucessivas complementares. A primeira, utilizando um modelo de pormenor para o estudo da betonagem dos blocos da barragem, deve atender à sequência cronológica de colocação das sucessivas camadas e considerar uma discretização minuciosa das variações térmicas devidas à libertação do calor de hidratação, num período de tempo da ordem da dezena de semanas. A evolução das tensões e deformações em cada camada de betão deve ser calculada considerando a deformabilidade, a relaxação e a resistência dos betões jovens. Nesta etapa é necessário recorrer a um modelo térmico em regime transiente que permita determinar a evolução da temperatura no betão. Em regra, a pequena interferência entre as propriedades térmicas e mecânicas do betão, permite resolver o problema termomecânico de uma forma independente.

A segunda etapa do estudo do processo construtivo considera já um modelo global da barragem. A evolução das formas da estrutura é discretizada em períodos maiores, da ordem

de semanas ou mesmo meses, representando-se as juntas de contracção entre blocos e considerando-se agora as acções do peso próprio e das variações de temperatura sazonais. Os resultados obtidos com o modelo de pormenor são considerados, aquando da inserção no modelo global de um dado volume, como um estado inicial com evolução conhecida no tempo. Se puderem ser desprezados os efeitos superficiais da onda térmica diária, o modelo térmico agora requerido é relativamente mais simples, sendo usual considerar-se no estudo de barragens abóbada as soluções analíticas de placa para fluxo unidireccional de calor [Silveira, 1961; Pedro et al, 1984; Pina, 1988].

Será esta a metodologia utilizada no estudo da construção da barragem do Alto Lindoso. A primeira etapa considerará a elevação de um bloco, com betonagens de camadas sucessivas de 1,5 m de espessura cada, de 5 em 5 dias, correspondente ao ritmo máximo ocorrido na obra. Na segunda etapa, com um modelo global da barragem, admitir-se-á uma evolução mensal na construção dos blocos.

7.1.3 - Os estudos relativos à análise do comportamento de barragens abóbada nas fases de primeiro enchimento da albufeira e de exploração normal dos aproveitamentos envolvem como solicitações mais importantes, para além das devidas às acções térmicas ambientais já referidas, as devidas às acções da água. Nestas fases, as propriedades estruturais têm já menores variações ao longo do tempo, podendo ser considerados modelos de cálculo com discretizações volumétricas e cronológicas menos refinadas que as utilizadas no estudo da construção.

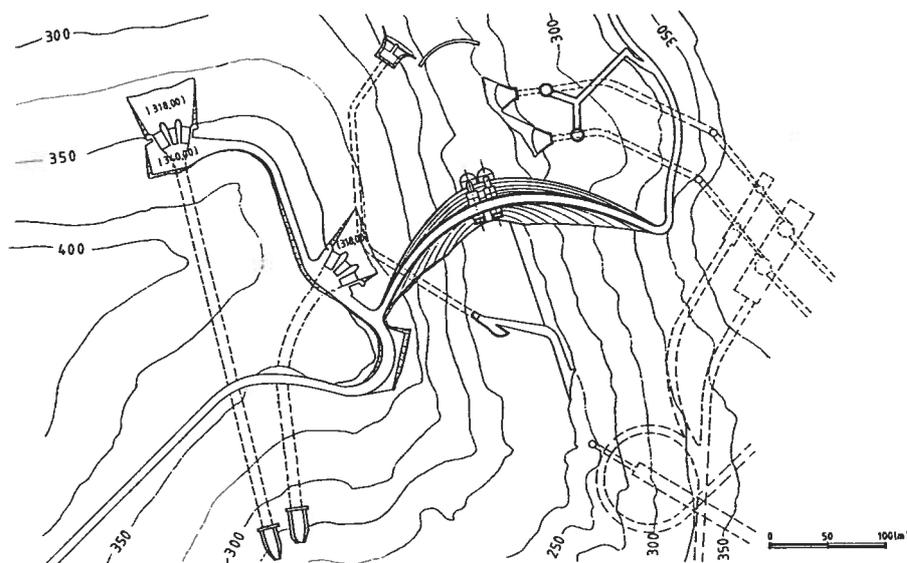
Apresentar-se-ão os estudos de análise do comportamento das barragens do Alto Lindoso e de Cahora-Bassa, respectivamente, durante o primeiro enchimento da albufeira e durante todo o período de exploração, comparando-se os resultados obtidos numericamente com os resultados da observação do comportamento real das obras.

7.2 - Estudo da construção da barragem do Alto Lindoso

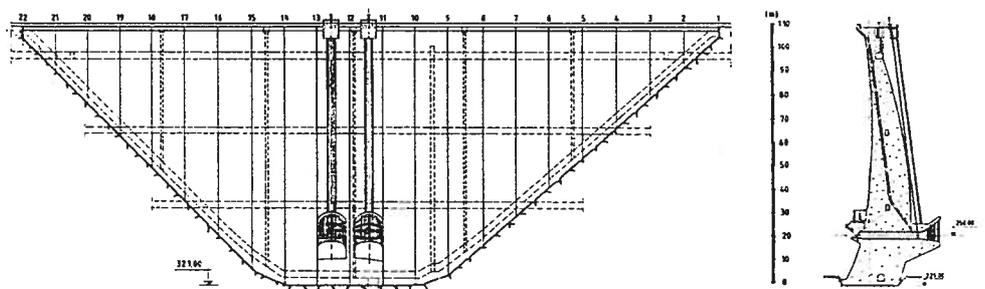
7.2.1 - Características da barragem

7.2.1.1 - A barragem do Alto Lindoso (Fig. 7.1) localiza-se no Rio Lima, junto à fronteira espanhola, a jusante da confluência com o Rio Castro Laboreiro. Trata-se de uma barragem abóbada de dupla curvatura, constituída por 21 blocos, praticamente simétrica, com as seguintes características [EDP, 1983]:

- altura máxima acima da fundação 110 m
- desenvolvimento do coroamento 297 m
- espessura na base da consola central 21 m
- espessura no coroamento da consola central 4 m
- espessura máxima na zona dos rins 30 m



PLANTA



ALÇADO DE MONTANTE

CORTE PELA CONSOLA CENTRAL

Fig. 7.1 - Barragem do Alto Lindoso.

As betonagens do corpo da barragem decorreram entre Abril de 1987 e Julho de 1990 (Fig. 7.2). No troço inicial dos blocos, junto à fundação, foram utilizadas camadas de betonagem de 1,0 m de espessura, tendo-se processado a restante elevação dos blocos através da betonagem de camadas de 1,5 m. O ritmo de elevação dos blocos foi variável, tendo-se registado uma periodicidade mínima de cerca de 5 dias na betonagem das camadas do bloco 9-10, em Dezembro de 1987, e do bloco 12-13, em Agosto de 1989.

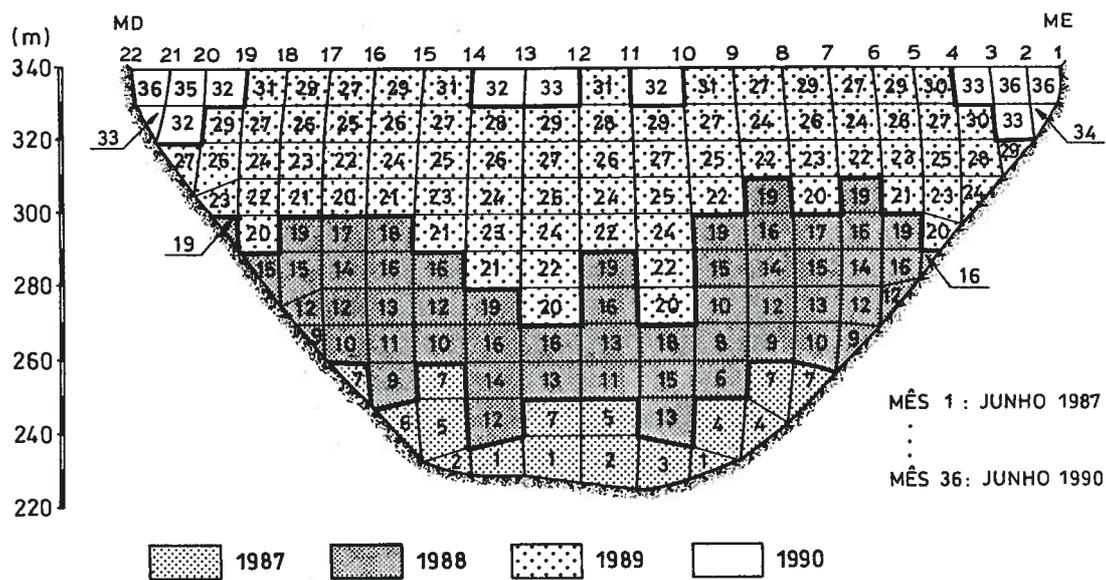


Fig. 7.2 - Barragem do Alto Lindoso. Sequência de construção.



Fig. 7.3 - Barragem do Alto Lindoso. Vista de jusante durante a construção.

A injeção das juntas de contracção decorreu entre Março e Maio de 1991.

O primeiro enchimento da albufeira iniciou-se em 6 de Janeiro de 1992, com o nível da água na albufeira à cota 234 m, e terminou em 28 de Abril de 1994, quando o nível da água atingiu a cota 338 m (Figs. 7.28 e 7.29).

O sistema de observação da barragem permite a determinação de deslocamentos horizontais (cinco fios de prumo invertidos e poligonação nas galerias), deslocamentos verticais (extensómetros de fundação e nivelamentos geométricos de precisão), movimentos de juntas (medidores de movimentos de junta e alongâmetros), temperaturas no betão (termómetros, extensómetros, tensómetros e medidores de movimentos de junta), extensões e tensões, subpressões e caudais drenados [LNEC, 1986].

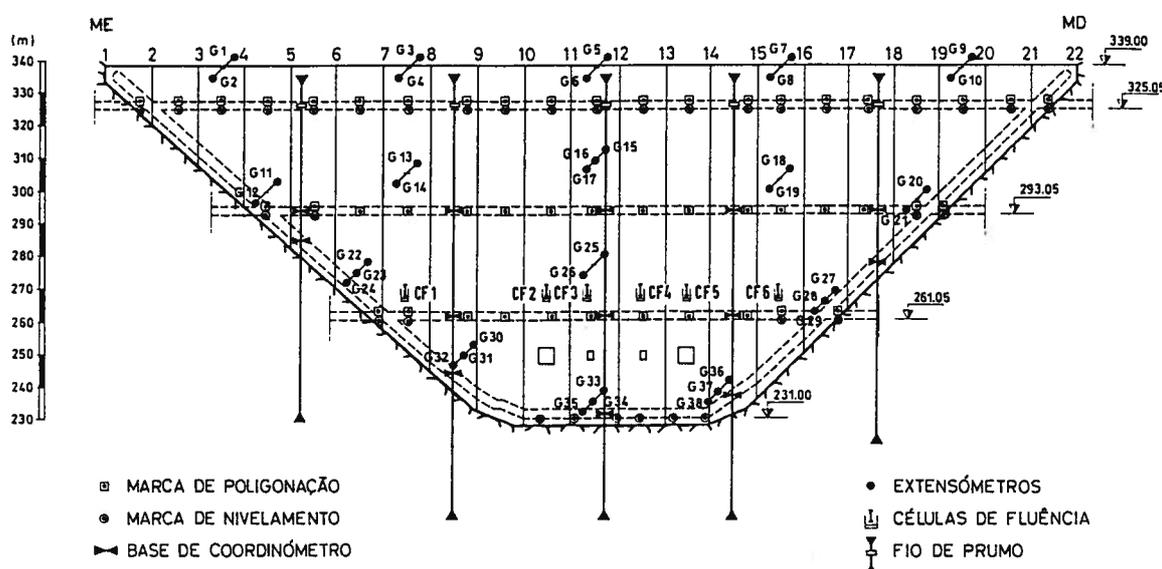


Fig. 7.4 - Barragem do Alto Lindoso. Sistema de observação de deslocamentos e extensões (alçado de montante pela superfície de referência).

7.2.1.2 - A barragem está fundada num maciço granítico de boa qualidade, apresentando-se, no entanto, heterogéneo. A sua deformabilidade foi caracterizada a partir dos resultados de ensaios mecânicos "in situ" e laboratoriais, e de ensaios geofísicos para determinação das velocidades de propagação de ondas longitudinais no maciço, realizados antes e depois do tratamento da fundação.

Na fase de projecto foram realizados ensaios sobre amostras extraídas da matriz granítica para determinar o módulo de elasticidade e a resistência à compressão. Obtiveram-se valores compreendidos entre 28 e 43 GPa para o módulo de elasticidade e entre 116 e 124 MPa para a resistência à compressão uniaxial. Depois da construção, mas ainda antes de

realizar o tratamento da fundação, os resultados obtidos em ensaios geofísicos mostraram velocidades de propagação de ondas longitudinais entre 5000 e 6000 m/s na zona inferior do vale, entre 4000 e 5000 m/s na encosta esquerda e na parte inferior da encosta direita, e de cerca de 3000 m/s na parte superior desta encosta. Depois de efectuado o tratamento da fundação, os valores das velocidades de propagação aumentaram nesta última zona, fixando-se entre 3000 e 5000 m/s [LNEC, 1992 e 1997]. As deformabilidades estimadas para o maciço rochoso de fundação, a partir dos resultados dos ensaios realizados após o tratamento, estão indicadas na Fig. 7.16.

7.2.1.3 - Na construção do corpo da barragem foram utilizadas várias composições para o betão, sendo a composição predominante realizada com 150 Kg/m³ de cimento Vulcano (Quadro 7.1). Os inertes graníticos usados foram provenientes das escavações dos circuitos hidráulicos e da central.

Quadro 7.1 - Composição do betão dominante da barragem do Alto Lindoso

		Inertes (Kg/m ³)			Areia (Kg/m ³)	Cimento (Kg/m ³)	Água (l/m ³)	Adjuv. (l/m ³)
75/150	38/75	19/38	10/19	5/10	0/2,5			
726	425	175	125	103	633	150	117	0,6

As propriedades reológicas deste betão foram obtidas a partir dos resultados dos ensaios laboratoriais sobre provetes de betão crivado moldados durante a construção, para determinação do módulo de elasticidade, resistência à compressão e função de fluência, e a partir dos resultados de ensaios "in situ" em células de fluência preenchidas com betão integral e com betão crivado, para determinação do módulo de elasticidade e função de fluência. Os resultados destes ensaios foram sistematicamente comparados com os resultados dos ensaios correntes realizados em obra para controlo da qualidade do betão.

Os ensaios laboratoriais para a caracterização da reologia do betão foram realizados em cerca de 300 provetes prismáticos de 20x20x60 cm³ e 30 provetes cilíndricos de $\phi=15$ cm e h=30 cm, estes dois grupos de amostras realizados com betão crivado pelo peneiro de 38 mm, e 10 provetes cilíndricos de $\phi=30$ cm e h=60 cm moldados com betão crivado pelo peneiro de 75 mm. Os ensaios "in situ" foram realizados em 6 grupos de células de fluência,

cada um constituído por 3 células cilíndricas, uma de $\phi=45$ cm e $h=135$ cm, preenchida com betão integral, outra de $\phi=30$ cm e $h=90$ cm preenchida com betão crivado pelo peneiro de 75 mm e a última de $\phi=22,5$ cm e $h=67,5$ cm preenchida com betão crivado pelo peneiro de 38 mm. As células de fluência existentes no núcleo da barragem foram colocadas em carga aos 3, 7, 14, 28, 90 e 365 dias de idade do betão. Para as mesmas idades foram colocadas em carga amostras em laboratório, para realizar ensaios de fluência, e realizaram-se ensaios para determinação do módulo de elasticidade e resistência à compressão, quer em laboratório, quer "in situ" [LNEC, 1993]. Considerando este conjunto de ensaios e a composição do betão dominante, estimou-se a seguinte função de fluência de Bazant e Panula (BaP),

$$J(t, t_0) = \frac{1}{33,0} \left(1 + 3,3(t_0^{-0,62} + 0,032)(t - t_0)^{0,12} \right) \quad (GPa^{-1}) \quad (7.1)$$

representando t e t_0 , respectivamente, o tempo sob carga e a idade de carga. Na Fig. 7.5 representa-se esta função de fluência para três idades de carga e as correspondentes curvas de relaxação, obtidas da função de fluência por inversão numérica [Bazant, 1972]. Pode-se observar que o betão da barragem tem pouca fluência.

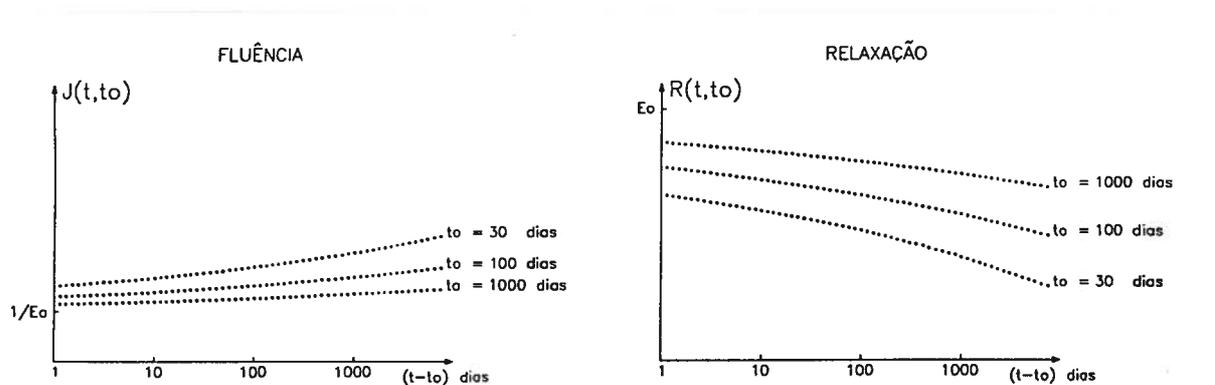


Fig. 7.5 - Barragem do Alto Lindoso. Curvas de fluência e de relaxação do betão.

Para betões jovens considerou-se a alteração da lei de fluência BaP sugerida por Emborg,

$$J(t, t_0) = \frac{1}{33,0} \left(1 + 3,3(t_0^{-0,62} + 0,032)(t - t_0)^{0,12} + 50,0 e^{-3,0 t_0} \right) \quad (GPa^{-1}) \quad (7.2)$$

em que os parâmetros da parcela exponencial foram escolhidos por forma a obter uma evolução qualitativamente coerente para o módulo de elasticidade nos primeiros dias (Fig. 7.6) [Nagy et al, 1994].

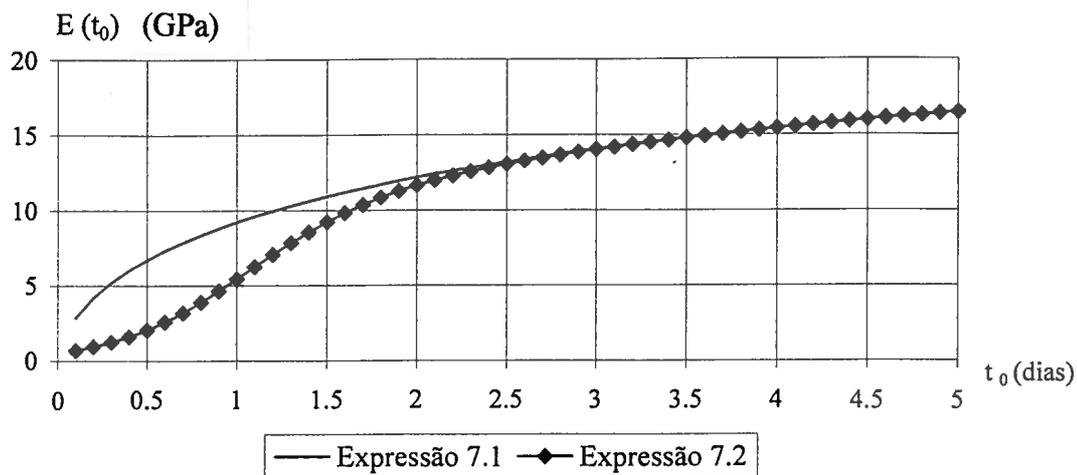


Fig. 7.6 - Barragem do Alto Lindoso. Ajuste dos módulos de elasticidade dos betões jovens.

7.2.2 - Estudo da elevação de um troço de um bloco

7.2.2.1 - A evolução do campo térmico no betão, nos dias seguintes à sua colocação, foi obtida recorrendo aos resultados do estudo de um modelo tridimensional representativo da sequência de betonagem de camadas com 1,5 m de espessura de um bloco prismático de secção horizontal de 15x15 m² (Fig. 7.7), analisado em regime transiente pelo método dos elementos finitos [Teles, 1985]. Foram consideradas três camadas para simular o ritmo de betonagem (a colocação de camadas posteriores à terceira já tem pouca influência nas temperaturas mais elevadas do bloco). O intervalo de tempo entre a colocação de duas camadas sucessivas foi suposto igual a 5 dias.

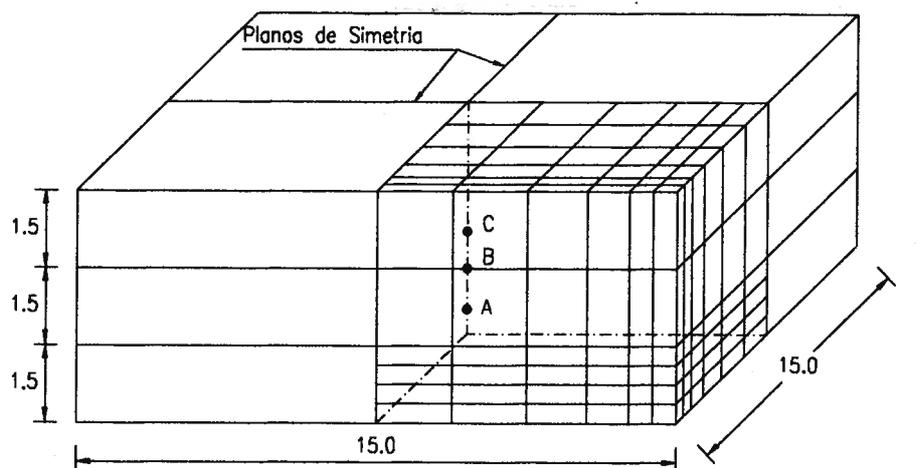


Fig. 7.7 - Modelo de cálculo térmico, por elementos finitos, para simulação do processo construtivo [Teles, 1985].

Dado não existir uma caracterização térmica do betão da barragem, consideraram-se para as suas propriedades valores médios habitualmente utilizados nos estudos relativos a barragens de betão, à semelhança do admitido no referido estudo [Teles, 1985]. Assim, considerou-se o betão como um material homogêneo e isótropo, com uma condutibilidade térmica $K=2,6 \text{ W/mK}$ e uma capacidade calorífica $C=2,1 \times 10^6 \text{ J/m}^3\text{K}$, ambas independentes da temperatura. Como se pretendia conhecer apenas a evolução do campo térmico devido ao desenvolvimento do calor de hidratação dos cimentos, adoptaram-se condições de fronteira constantes ao longo do tempo. As quantidades de calor geradas foram estimadas pela função,

$$Q(t, T) = 95 (1 - (t+1)^{-(0,123 + 0,0035T)}) \quad (7.3)$$

estando a quantidade de calor em cal/g , a temperatura em $^{\circ}\text{C}$ e o tempo em horas.

A evolução da temperatura nas três camadas, nos pontos assinalados na Fig. 7.7, está representada na Fig. 7.8. As curvas têm um andamento semelhante nos três pontos, sendo caracterizadas por um aumento rápido da temperatura até se atingir um valor máximo de cerca de 30°C no final do primeiro dia, diminuindo lentamente até ocorrer a colocação da nova camada, provocando então um ligeiro aumento de temperatura. A distribuição de temperaturas mantém-se praticamente constante através das secções horizontais do bloco, com excepção de uma faixa superficial junto às paredes, com cerca de 1 m de espessura.

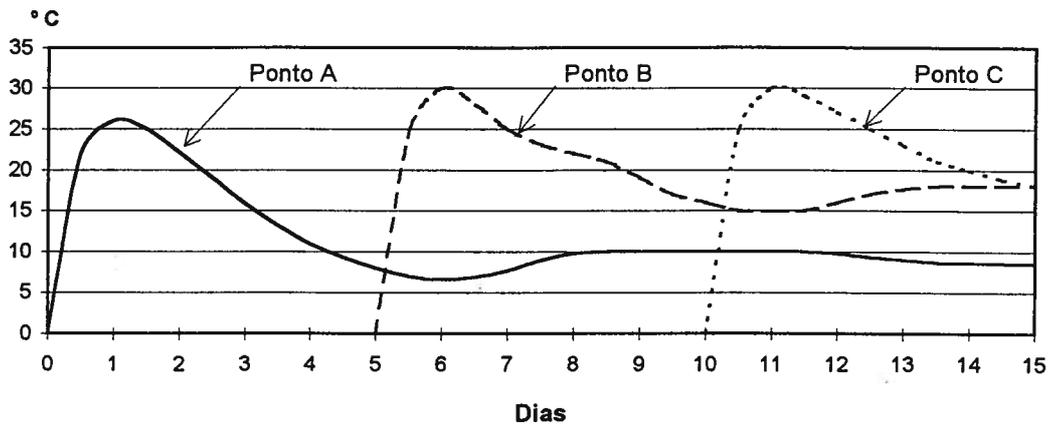


Fig. 7.8 - Evolução da temperatura, devida à libertação do calor de hidratação, em três pontos do bloco [Teles, 1985].

7.2.2.2 - No modelo estrutural considerou-se um volume do bloco correspondente à betonagem de 5 camadas sucessivas (a colocação de mais camadas já não influencia o comportamento das primeiras camadas). Por razões de simetria, a malha de elementos finitos adoptada contemplou apenas um quarto do bloco (Fig. 7.9). As ligações entre a primeira camada considerada e o restante volume inferior do bloco, não considerado no modelo, foi simulada por meio de apoios elásticos, calculados entrando em linha de conta com o ritmo de betonagem e a deformabilidade do betão.

O betão dos blocos foi suposto homogêneo e isotrópico, com comportamento ao longo do tempo caracterizado pela expressão (7.2) e coeficiente de Poisson $\nu_b = 0,2$.

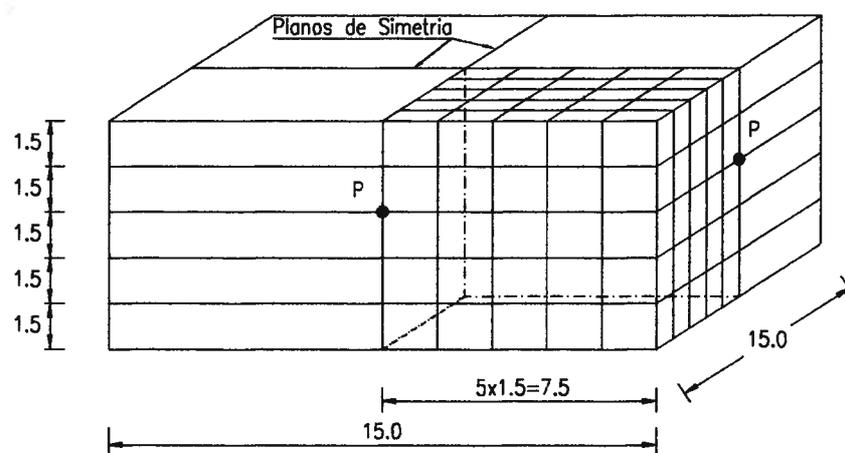


Fig. 7.9 - Modelo estrutural para simulação da betonagem de camadas sucessivas durante o processo construtivo.

As acções térmicas determinadas em regime transiente (Fig. 7.8) foram discretizadas em intervalos de 0,5 dias nos primeiros 30 dias (no 30º dia a idade do betão da última camada considerada é de 5 dias) e em intervalos de 5 dias nos 4 meses seguintes (para não prolongar demasiado o tempo de análise, admitiu-se que as temperaturas no betão se dissipavam num período de apenas 4 meses, mas isso não afecta os resultados porque o betão em causa, ao fim de apenas algumas semanas, já tem pouca capacidade de relaxação das tensões). De acordo com resultados de ensaios, foi considerado o valor $\alpha = 0,95 \times 10^{-5} / ^\circ C$ para coeficiente de dilatação térmica linear.

Foi analisada uma situação correspondente à colocação sequencial das camadas a um ritmo constante de 5 em 5 dias e uma outra semelhante a esta, mas em que se simulou uma interrupção da betonagem, entre duas camadas sucessivas, de cerca de 3 meses.

7.2.2.3 - Para a situação correspondente à betonagem sequencial das camadas a ritmo constante verifica-se, a longo prazo, uma contracção dos blocos, com valores máximos de 1,5 mm nos vértices (Fig. 7.10).

A evolução dos deslocamentos ao longo do tempo, nos pontos do contorno pertencentes aos planos de simetria do bloco, está representada na Fig. 7.11. Observa-se uma expansão no primeiro dia, consonante com o aumento de temperatura ocorrido nesse intervalo de tempo, e uma diminuição do volume a partir desse instante (salvo uma pequena expansão na altura de betonagem da camada superior), até se atingir uma contracção final de 1,1 mm.

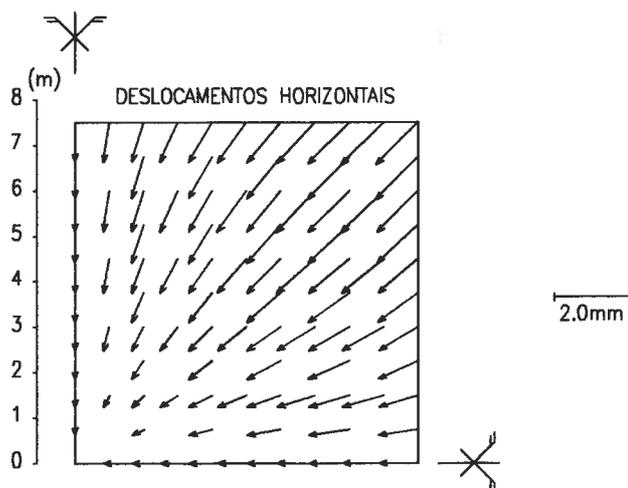


Fig. 7.10 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias. Deslocamentos horizontais do bloco a longo prazo.

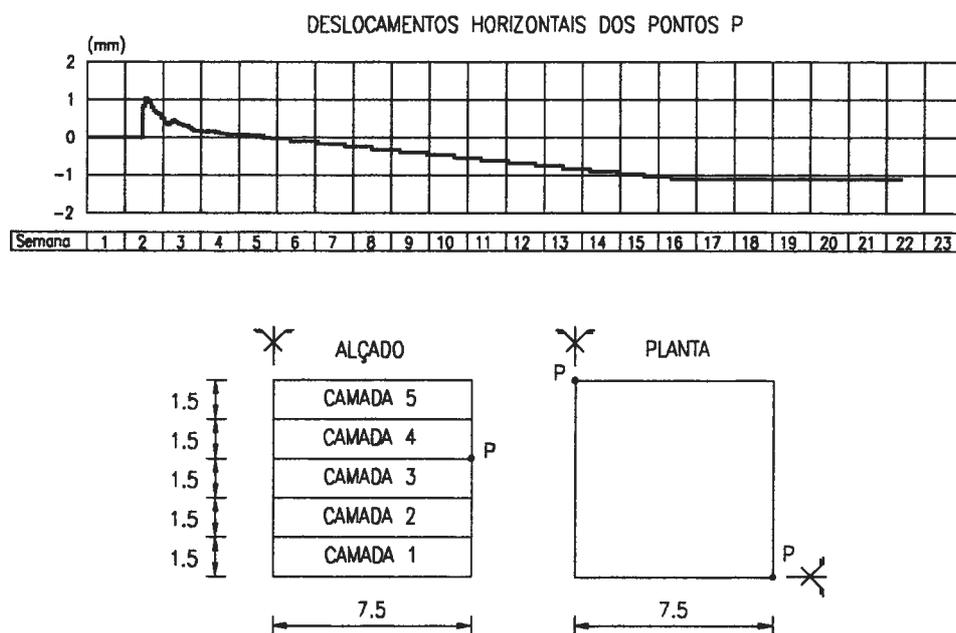


Fig. 7.11 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias. Evolução dos deslocamentos horizontais dos pontos do contorno coincidentes com os planos de simetria do bloco.

Na Fig. 7.12 representam-se as tensões principais a longo prazo, em quatro secções horizontais do bloco. Pode observar-se um campo generalizado de tracções nas secções, com valores máximos de 1,0 MPa na secção inferior, notando-se uma diminuição acentuada das tensões, em cada camada de betonagem, entre os níveis inferior e superior.

A evolução das tensões horizontais, na vizinhança do centro do bloco e nas secções atrás referidas, está representada na Fig. 7.13. Nos primeiros dias calcularam-se tensões de compressão, com valores máximos de 0,5 MPa, evoluiu-se para tensões de tracção que atingiram 1,2 MPa no final do 6º dia (quando se verifica a máxima temperatura na camada superior), em seguida essas tracções são atenuadas, devido ao rápido arrefecimento dessa camada superior, e por fim verifica-se um novo acréscimo das tracções (devido ao arrefecimento da própria camada), agora de uma forma mais lenta, obtendo-se valores finais de 0,8 MPa e 0,5 MPa, respectivamente nas secções inferior e superior. Verificou-se que, no caso do betão desta barragem, o efeito de relaxação teve uma influência diminuta, devido ao facto do comportamento do betão ser caracterizado por pouca fluência.

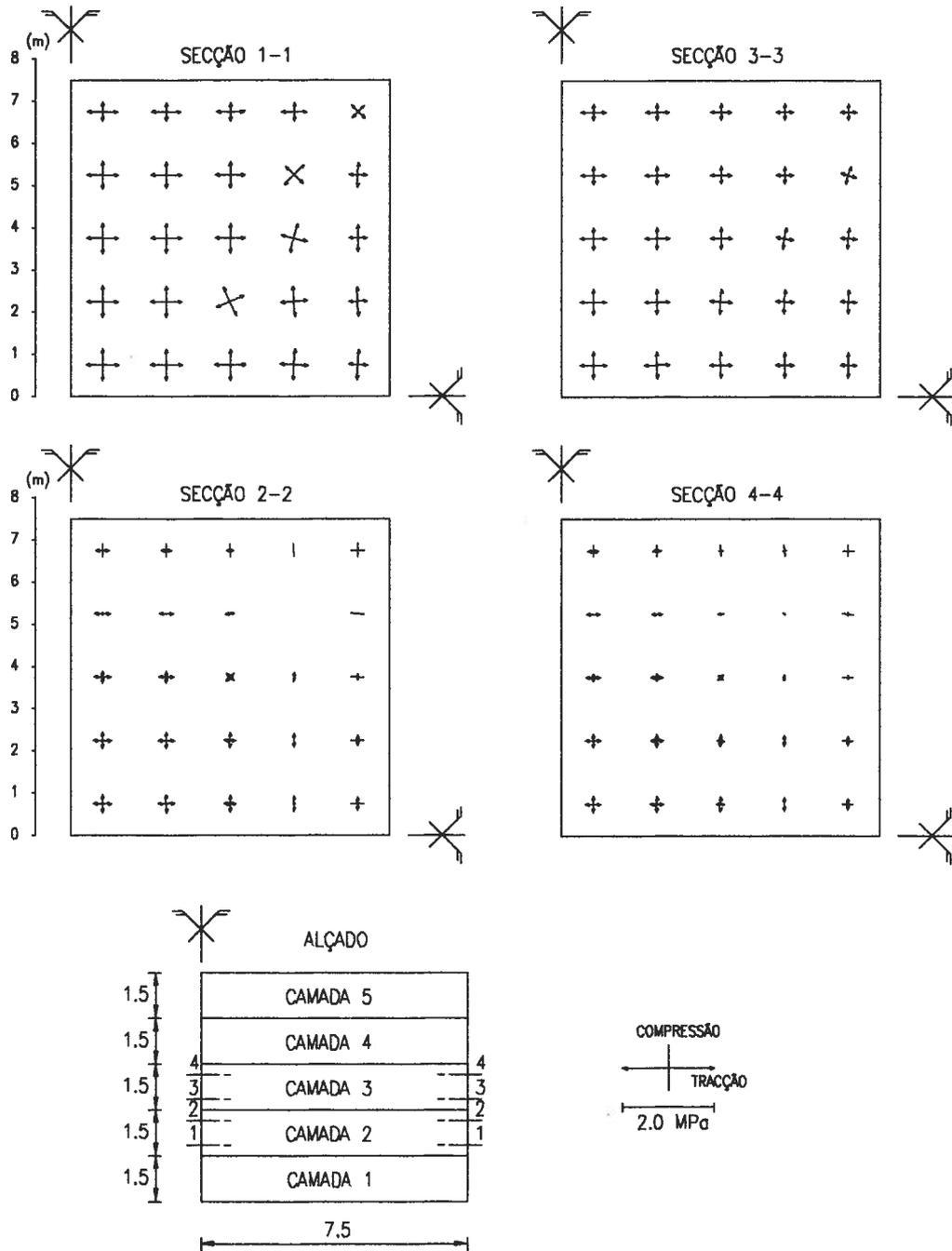


Fig. 7.12 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias. Tensões horizontais a longo prazo em quatro secções do bloco.

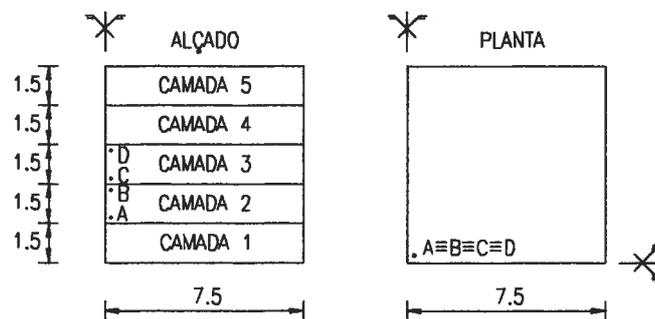
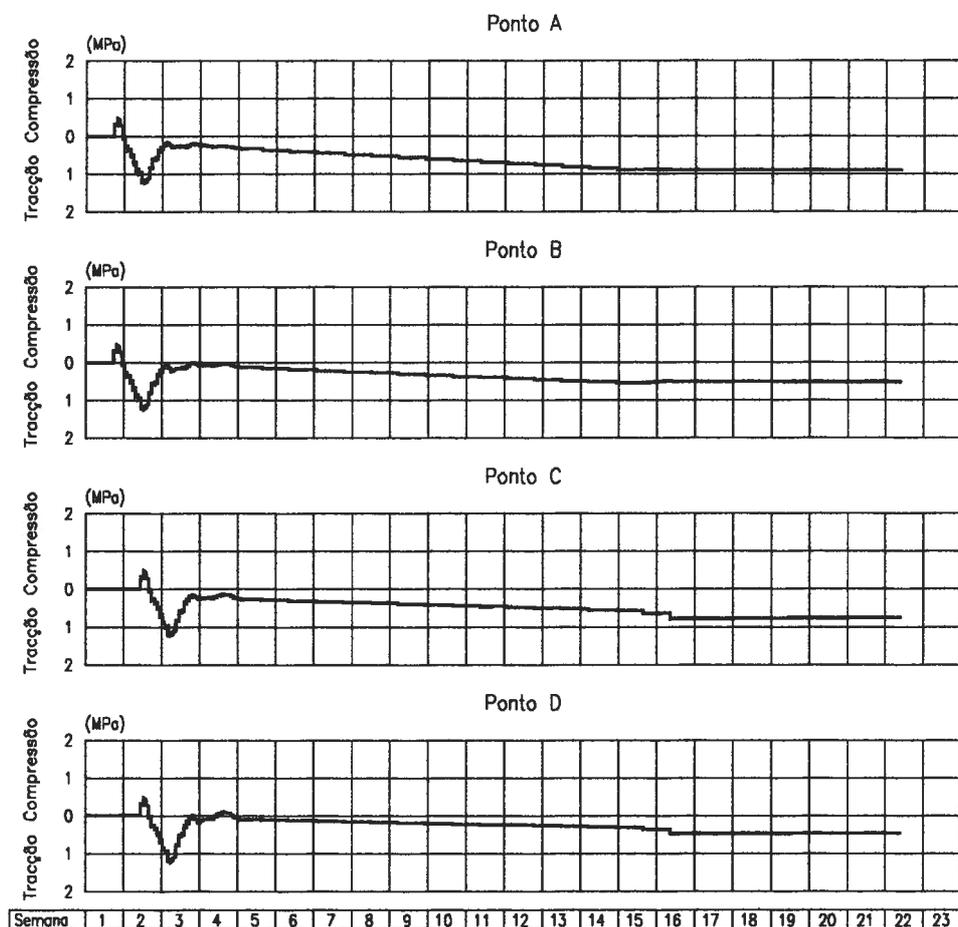


Fig. 7.13 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias. Evolução das tensões horizontais num ponto na vizinhança do centro do bloco.

7.2.2.4 - Na situação em que se considerou uma interrupção de 3 meses entre a betonagem das camadas 1 e 2 verifica-se, a longo prazo, um acréscimo de contracção do volume de betão mais velho, com valores máximos de 0,9 mm nos vértices do bloco; na primeira nova camada a contracção final máxima é de 1,3 mm, mas nas camadas superiores esse valor tende para o máximo de 1,5 mm atrás calculado (Fig. 7.14).

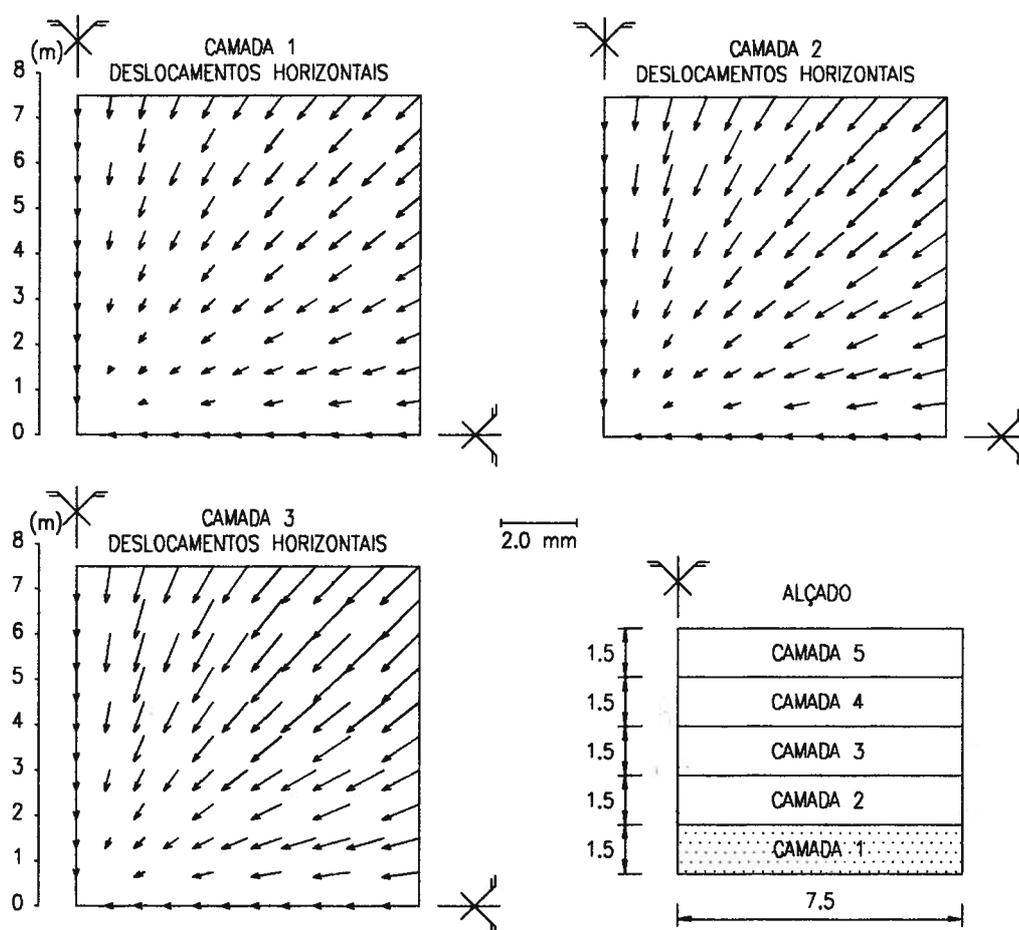


Fig. 7.14 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias, com interrupção de 3 meses entre as camadas 1 e 2. Deslocamentos horizontais do bloco a longo prazo.

A evolução ao longo do tempo das tensões horizontais, na vizinhança do centro do bloco, está representada na Fig. 7.15. Na camada correspondente ao betão mais velho evoluiu-se de uma tensão inicial de tracção (ver Fig. 7.13) para compressões que atingem um máximo de 2,8 MPa. Nas camadas de betão jovem, após compressões nos primeiros dias, com valores de cerca de 0,5 MPa, atingem-se tensões de tracção finais máximas de 2,2 MPa junto à superfície inferior da primeira camada betonada após a interrupção. Os valores máximos das tensões de tracção finais vão diminuindo nas camadas superiores, tendendo para os valores

calculados para a situação de betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias (ver Fig. 7.12).

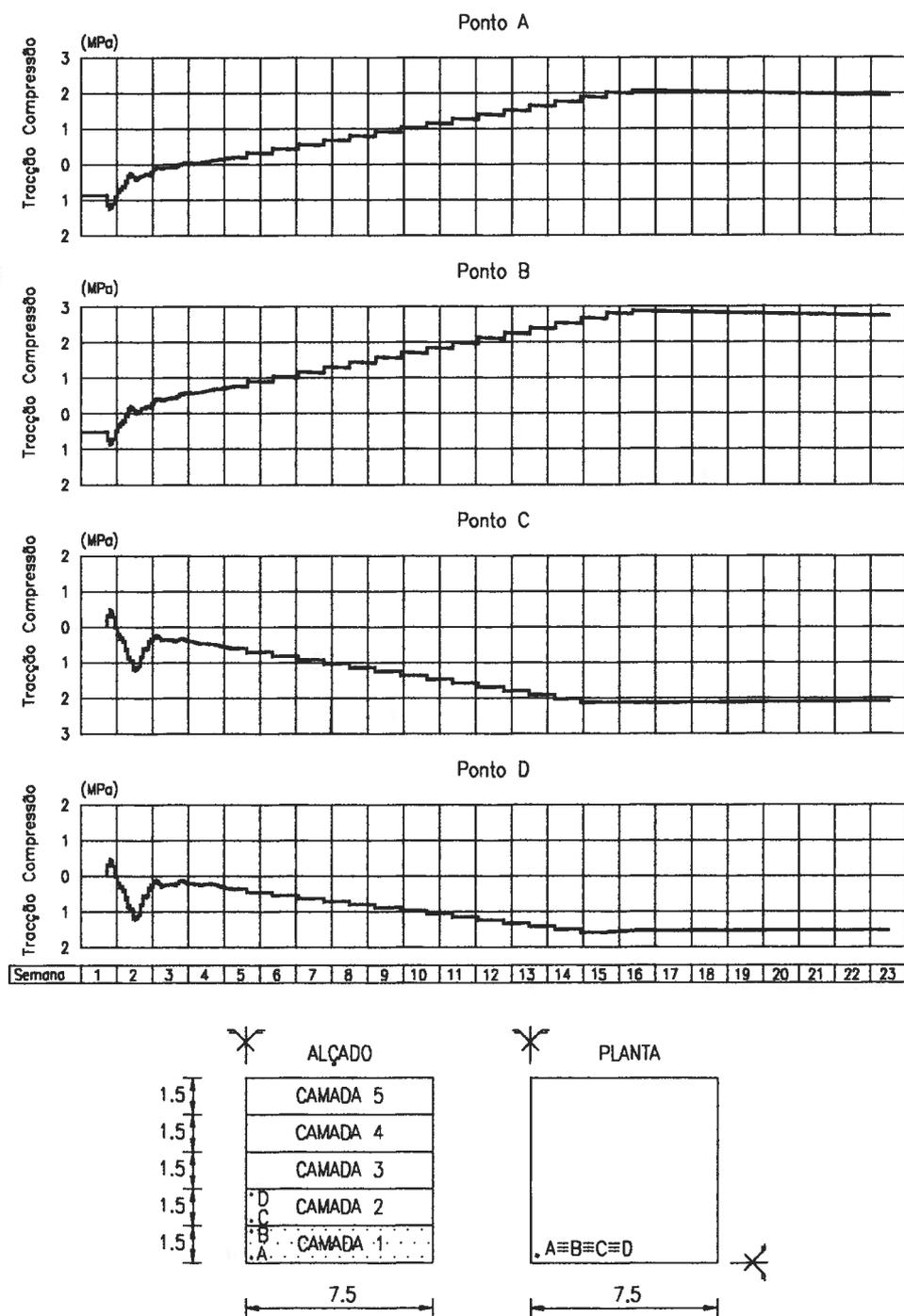


Fig. 7.15 - Betonagem sequencial das camadas de 5 em 5 dias, com interrupção de 3 meses entre as camadas 1 e 2. Evolução das tensões horizontais num ponto na vizinhança do centro do bloco.

7.2.2.5 - Como já se referiu, o betão dominante da barragem do Alto Lindoso exhibe pouca fluência e, conseqüentemente, tem uma reduzida capacidade de relaxar tensões devidas a deformações impostas. As variações de temperatura associadas à betonagem sequencial das camadas a um ritmo constante no tempo induzem tensões de tracção máximas da ordem de 1,2 MPa no dia seguinte à betonagem de uma camada superior, portanto quando o betão tem uma idade de cerca de 6 dias. Embora não se tenha informação acerca da resistência à tracção do betão jovem da barragem, estes valores das tensões devem estar próximos da sua resistência à tracção, admitindo que esta se situa na franja dos 10% da resistência à compressão.

A interrupção das betonagens num período de meses é particularmente gravosa já que acarreta a ocorrência de tensões de tracção da ordem de 2,2 MPa nas novas camadas (quase o dobro dos valores calculados para o caso em que não se considerou interrupção), quando o betão tem cerca de 4 meses de idade. À semelhança das tensões de tracção de 1,2 MPa calculadas para os 6 dias de idade, este valor de 2,2 MPa aos 4 meses deve ser da ordem de grandeza da resistência à tracção do betão nessa idade.

7.2.3 - Estudo da elevação global das formas da barragem

7.2.3.1 - Os efeitos estruturais devidos à colocação e maturação do betão dependem, como já se referiu, das formas das barragens e dos processos e técnicas construtivas. O peso próprio instala-se progressivamente e os seus efeitos estruturais sofrerão alteração devido ao comportamento reológico do betão, ao comportamento não-linear das juntas de contracção ou caso ocorram movimentos ou modificações nas condições de fronteira da estrutura. A dependência do processo construtivo nas tensões iniciais pode ser considerável no caso das barragens abóbada, devido às suas formas, mas é relativamente pequena no caso das barragens gravidade.

No estudo da elevação global das formas da barragem do Alto Lindoso recorreu-se a um modelo em que foram representadas explicitamente todas as juntas de contracção. A elevação de cada bloco foi discretizada em períodos mensais, considerando-se assim a acção faseada do peso próprio do betão. Os resultados obtidos com o modelo de pormenor, em que se observou uma contracção horizontal significativa dos blocos, não foram considerados neste estudo dado que, devido às formas da estrutura, aos movimentos de abertura das juntas e ao comportamento diferido do betão, a acção exclusiva do peso próprio leva a que o comportamento global da barragem seja semelhante ao de uma estrutura formada por consolas

independentes.

7.2.3.2 - No modelo estrutural adoptado (Fig. 7.16), considerou-se que o betão da barragem é homogéneo e isótropo em cada bloco, com comportamento reológico caracterizado pela expressão (7.1) e coeficiente de Poisson $\nu_b = 0,2$.

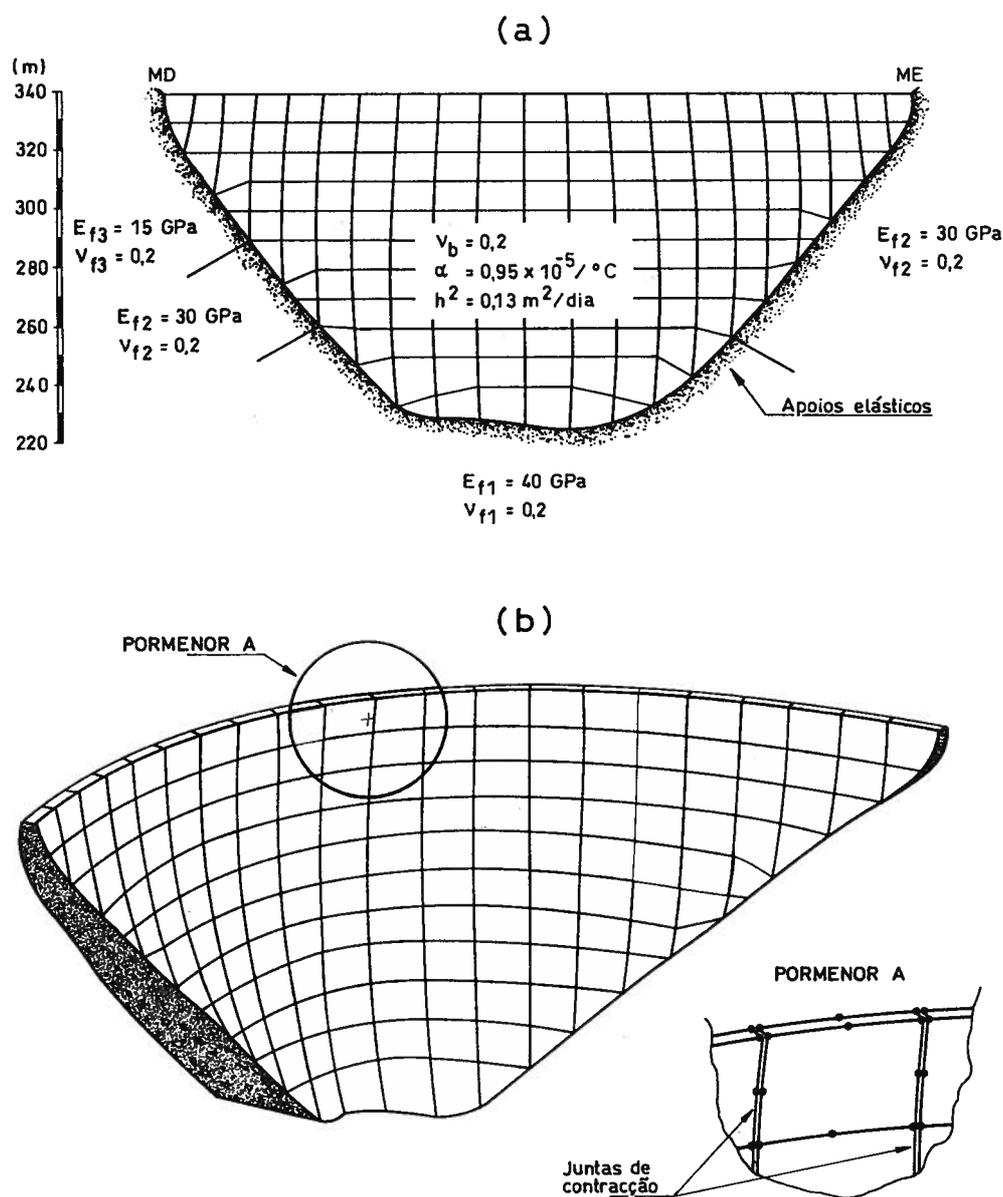


Fig. 7.16 - Barragem do Alto Lindoso. Modelo estrutural (a) e malha de elementos finitos de casca espessa (b).

Dado não terem sido realizados ensaios de caracterização do comportamento das juntas de contracção, consideraram-se valores elevados para a rigidez, $KN1 = KN2 = 10^8 \text{ kN/m}$ e

$KT1=10^8 \text{ kN/m}$, e os parâmetros de resistência ao corte, quer de pico, quer residuais, $c=0$ e $\phi = 40^\circ$ (ângulo de atrito correntemente considerado entre duas superfícies lisas de betão), e resistência nula à tracção.

A fundação foi dividida em quatro zonas de diferente deformabilidade (Fig. 7.16), a qual foi representada no modelo por intermédio de apoios elásticos de Vogt (considerou-se para coeficiente de Poisson da fundação o valor $\nu_f=0,2$). Não se consideraram os efeitos do tempo sobre o comportamento da fundação.

A acção do peso próprio do betão foi representada por forças mássicas verticais ($\gamma_b=24 \text{ kN/m}^3$).

7.2.3.3 - Admitiu-se que o peso próprio do betão se instalou sucessivamente em 36 fases, correspondentes a uma evolução mensal das formas da estrutura (Fig. 7.2). O comportamento da estrutura vai ser ilustrado pelos campos de deslocamentos, movimentos de juntas e tensões no final dos meses (fases) 12, 24 e 36.

Os deslocamentos radiais dos blocos são para montante, até se atingir cerca de dois terços da altura da barragem (o que é consonante com o balanço das consolas), verificando-se deslocamentos radiais para jusante, devido à construção do terço superior (Figs. 7.17 a 7.19). No final da construção os deslocamentos radiais máximos ocorrem na consola central, sendo de cerca de 6 mm para montante, a meia altura da barragem, e de cerca de 2 mm para jusante, no coroamento. Os deslocamentos tangenciais são pequenos e os deslocamentos verticais máximos ocorrem no terço inferior dos blocos centrais, com valores máximos de 5 mm no final da construção.

Como consequência do movimento dos blocos para montante, verifica-se uma abertura generalizada das juntas de contracção, com valores máximos de 0,8 mm, nas juntas centrais a um terço da altura da barragem, a montante, e na vizinhança da base dos blocos na zona dos rins, a jusante (Figs. 7.20 a 7.22).

Representam-se nas Figs. 7.23 a 7.25 as tensões principais nos paramentos da barragem. No paramento de montante as tensões são de compressão, de direcção vertical, com valores máximos de 4,0 MPa na base da consola central. No paramento de jusante também ocorre um campo generalizado de compressões, de direcção vertical e valores máximos de 1,5 MPa a um terço de altura da consola central, excepto na zona dos rins, em que se verificam tracções normais à inserção da barragem na fundação, com valores máximos de 1,0 MPa. Estes campos de tensões evidenciam um comportamento típico de uma estrutura formada por consolas independentes.

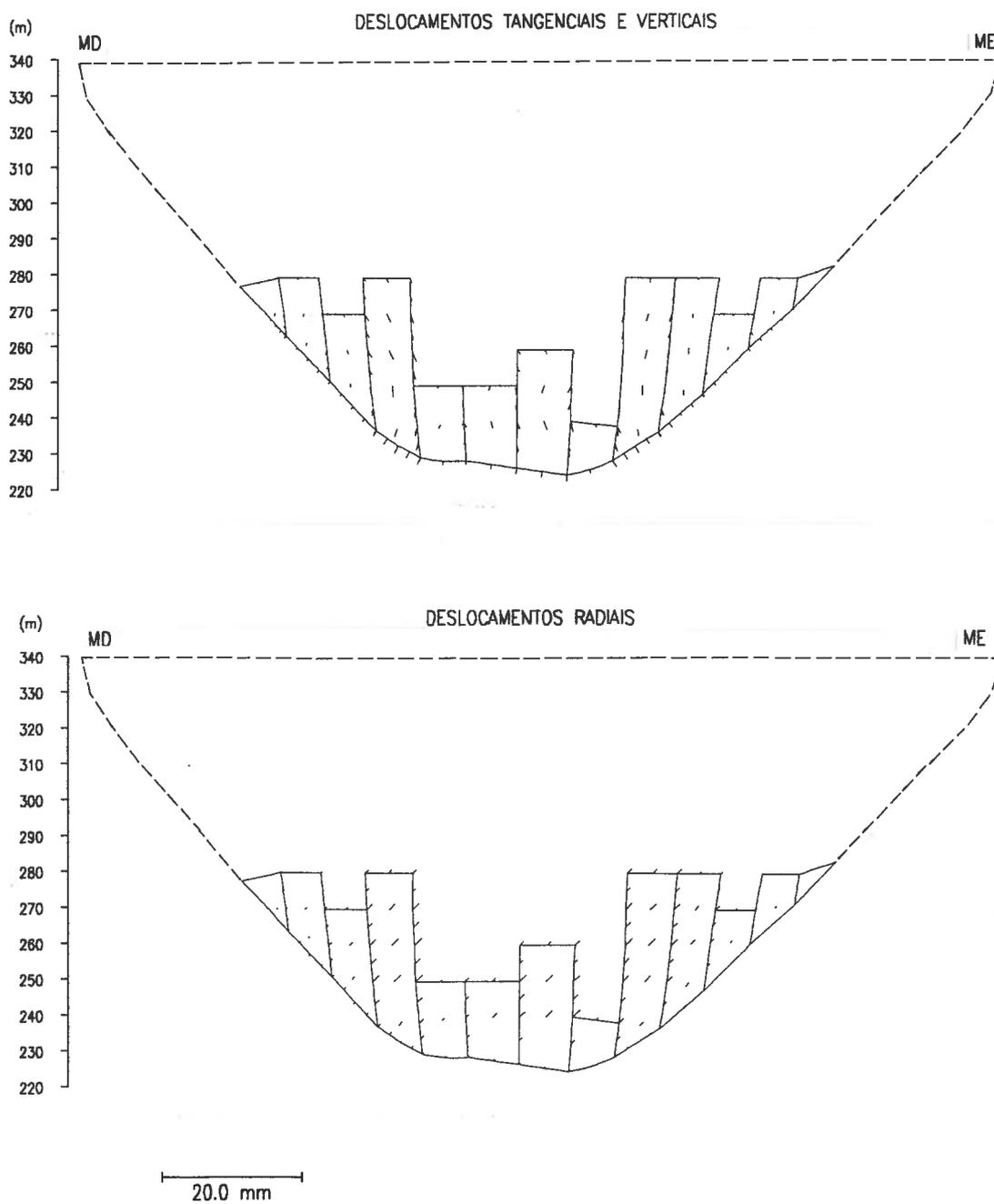


Fig. 7.17 - Barragem do Alto Lindoso. Deslocamentos devidos à acção do peso próprio, no final do 12º mês de construção.

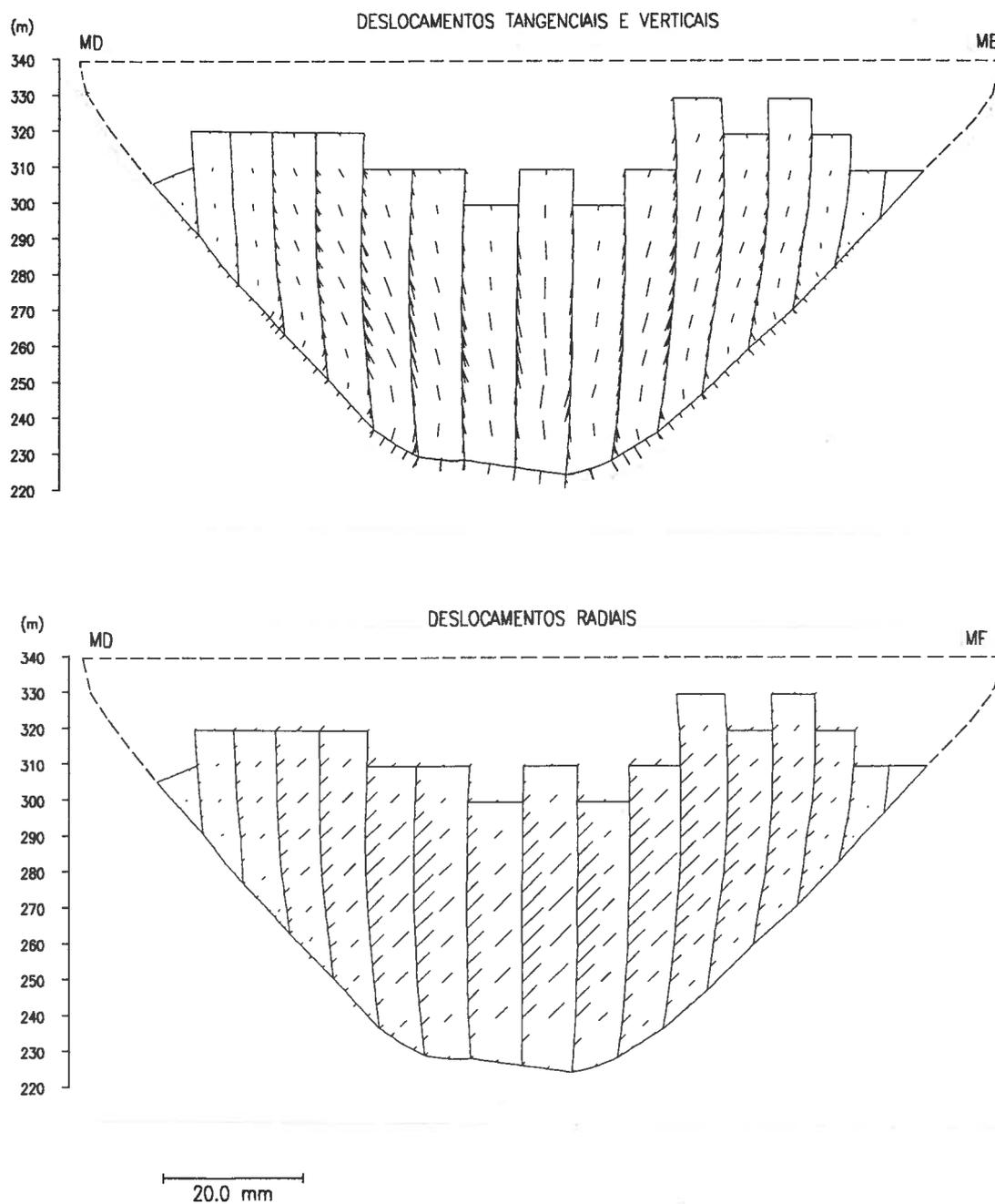


Fig. 7.18 - Barragem do Alto Lindoso. Deslocamentos devidos à acção do peso próprio, no final do 24^o mês de construção.

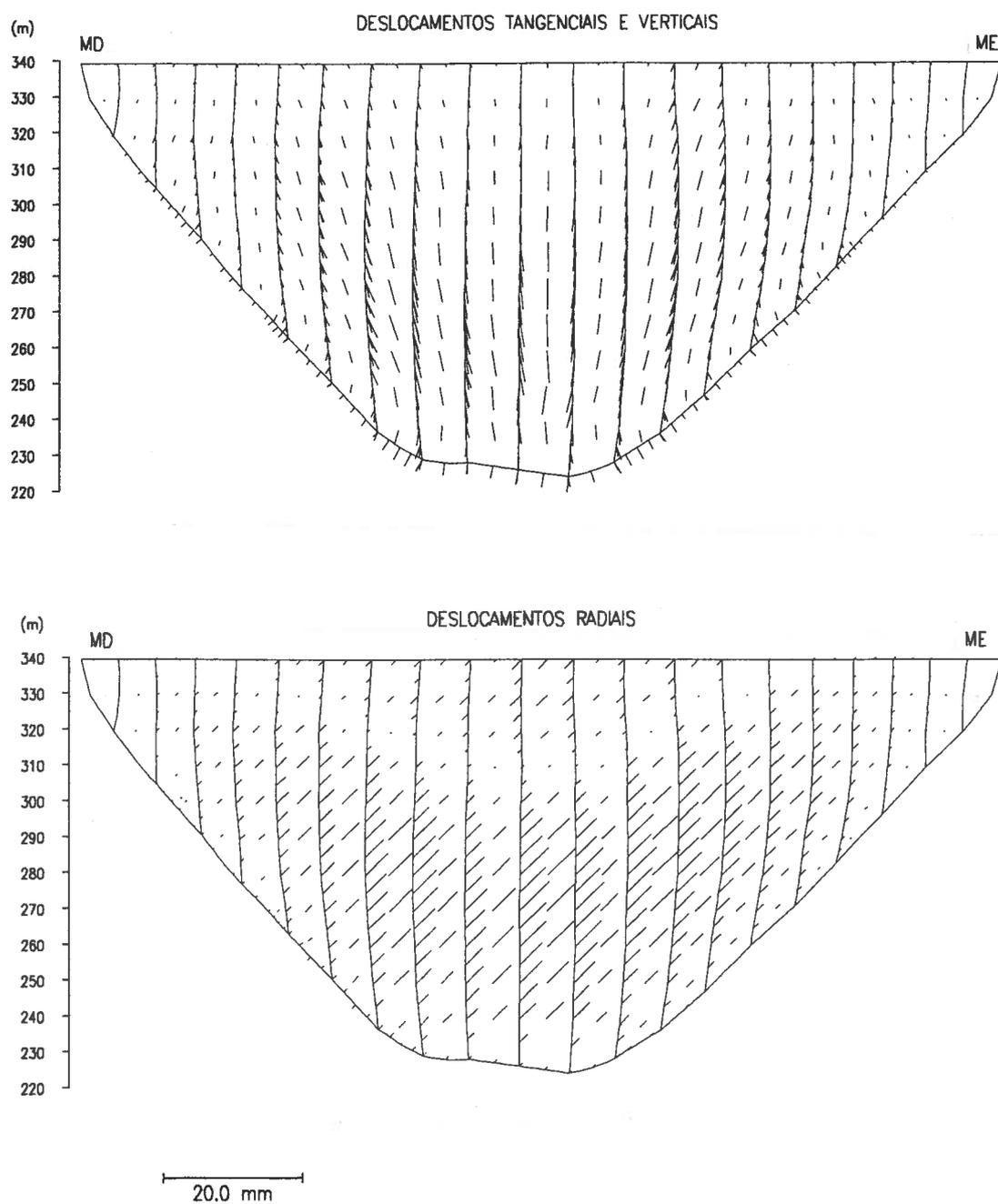


Fig. 7.19 - Barragem do Alto Lindoso. Deslocamentos devidos à acção do peso próprio, no final da construção (36^o mês).

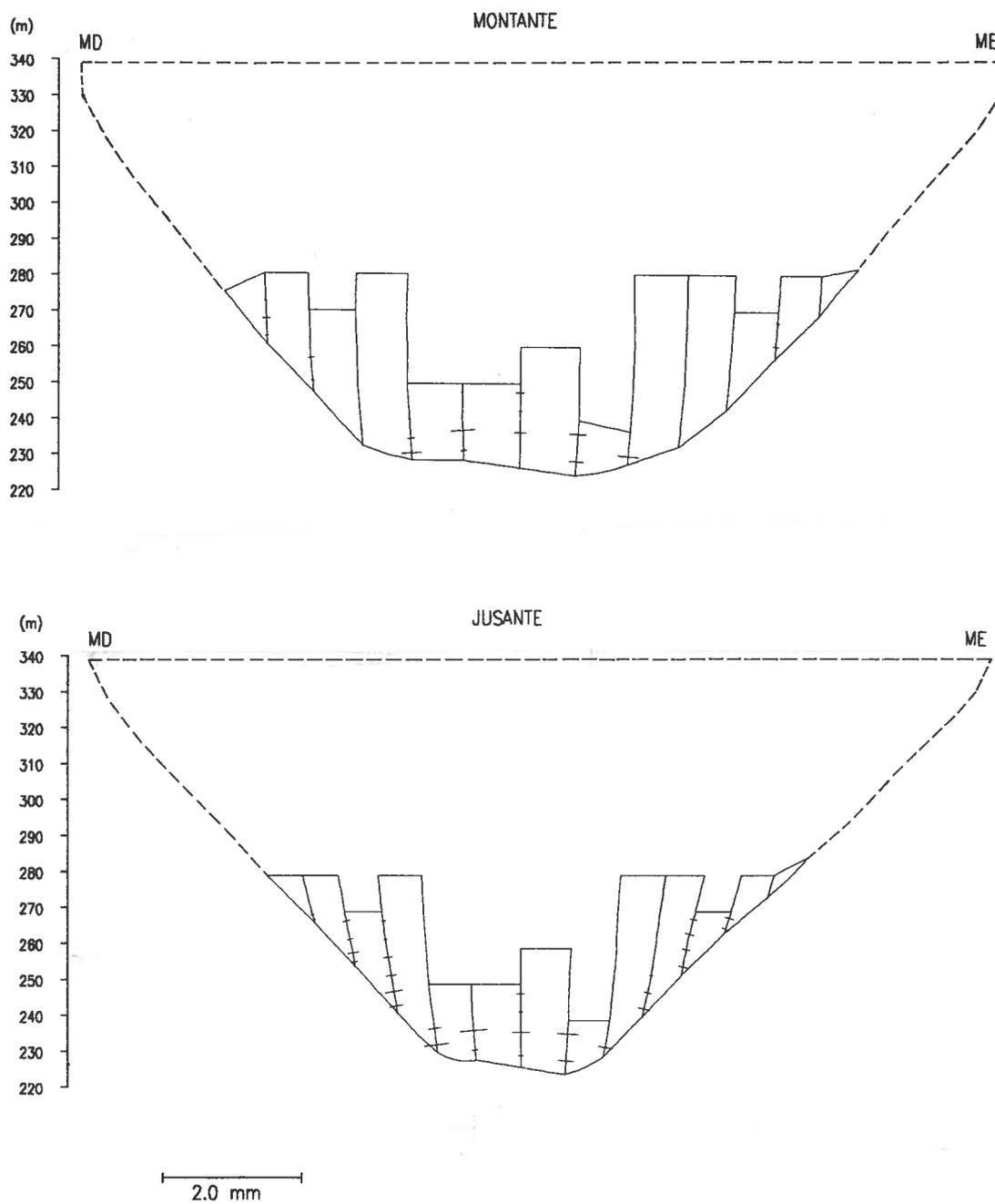


Fig. 7.20 - Barragem do Alto Lindoso. Movimentos de abertura das juntas de contracção devidos à acção do peso próprio, no final do 12^o mês de construção.

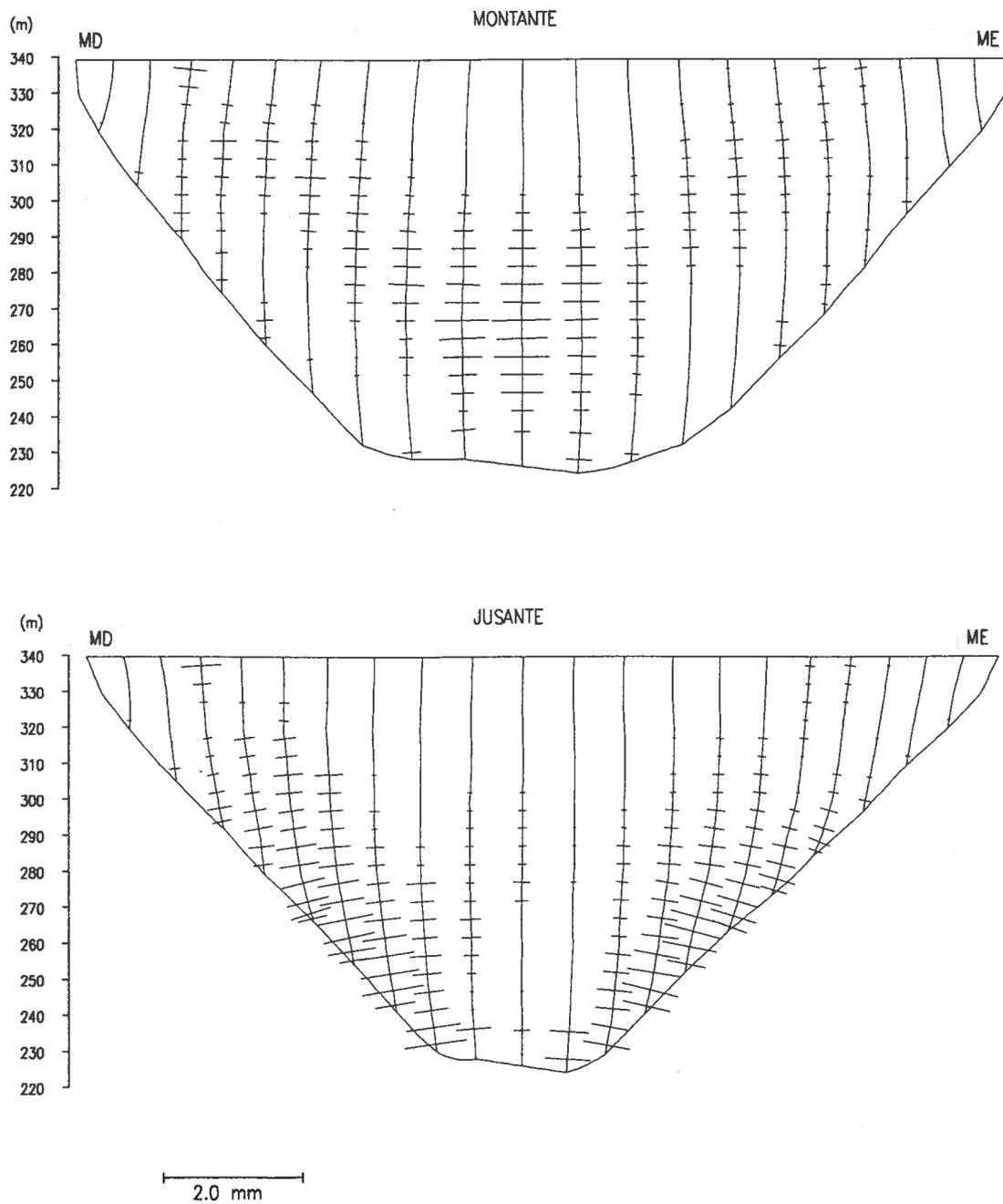


Fig. 7.22 - Barragem do Alto Lindoso. Movimentos de abertura das juntas de contracção devidos à acção do peso próprio, no final da construção (36^o mês).

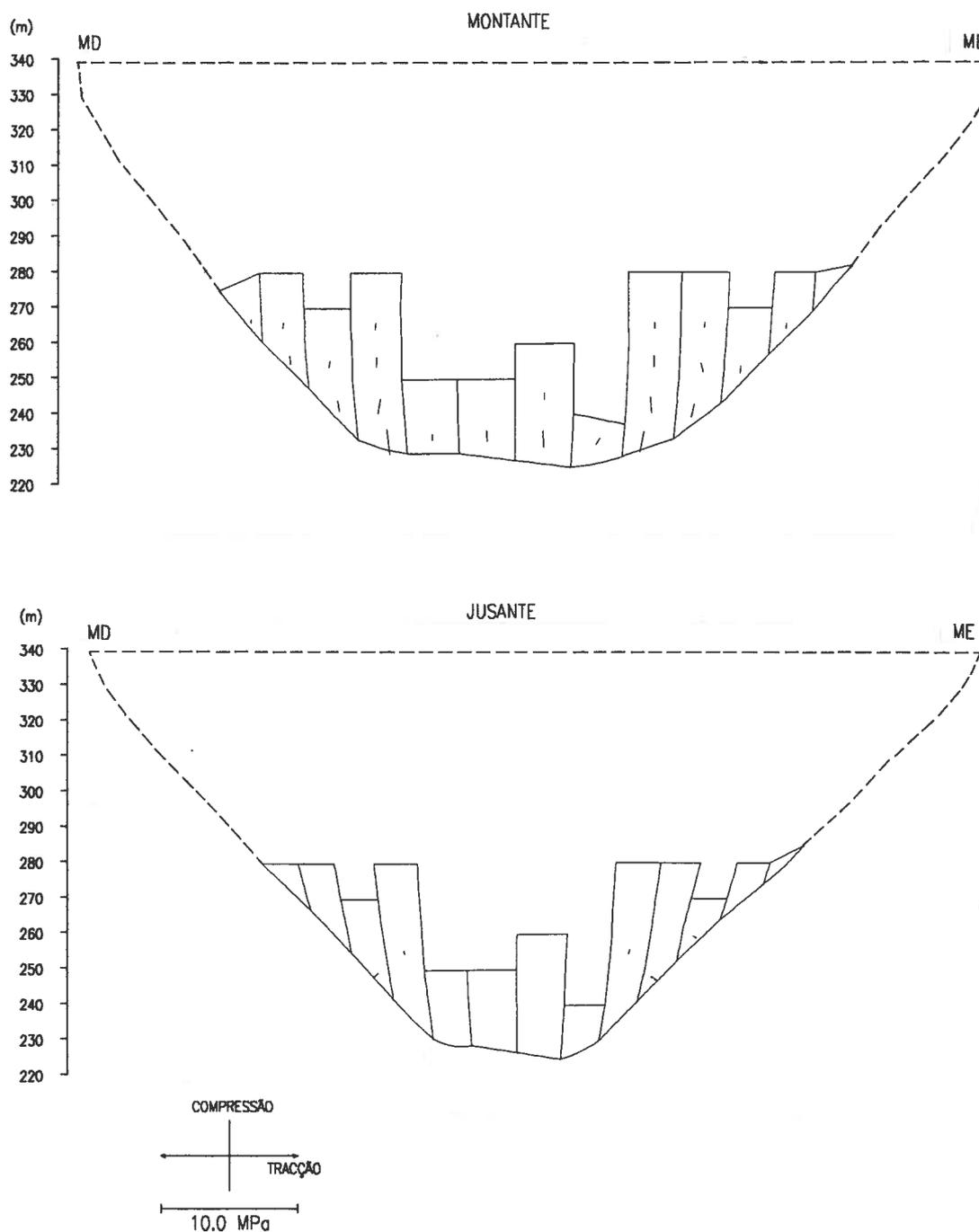


Fig. 7.23 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos devidas à acção do peso próprio, no final do 12^o mês de construção.

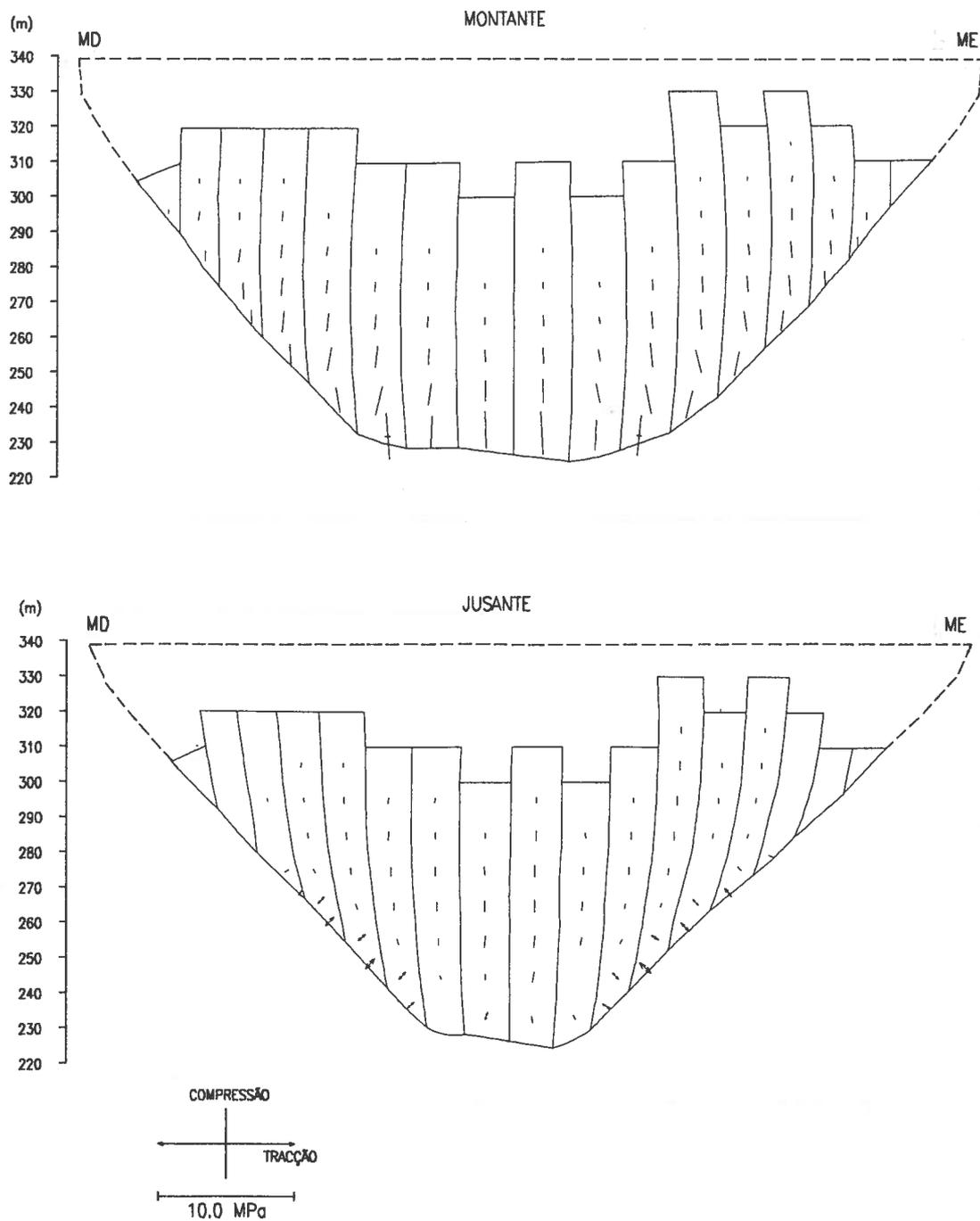


Fig. 7.24 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos devidas à acção do peso próprio, no final do 24^o mês de construção.

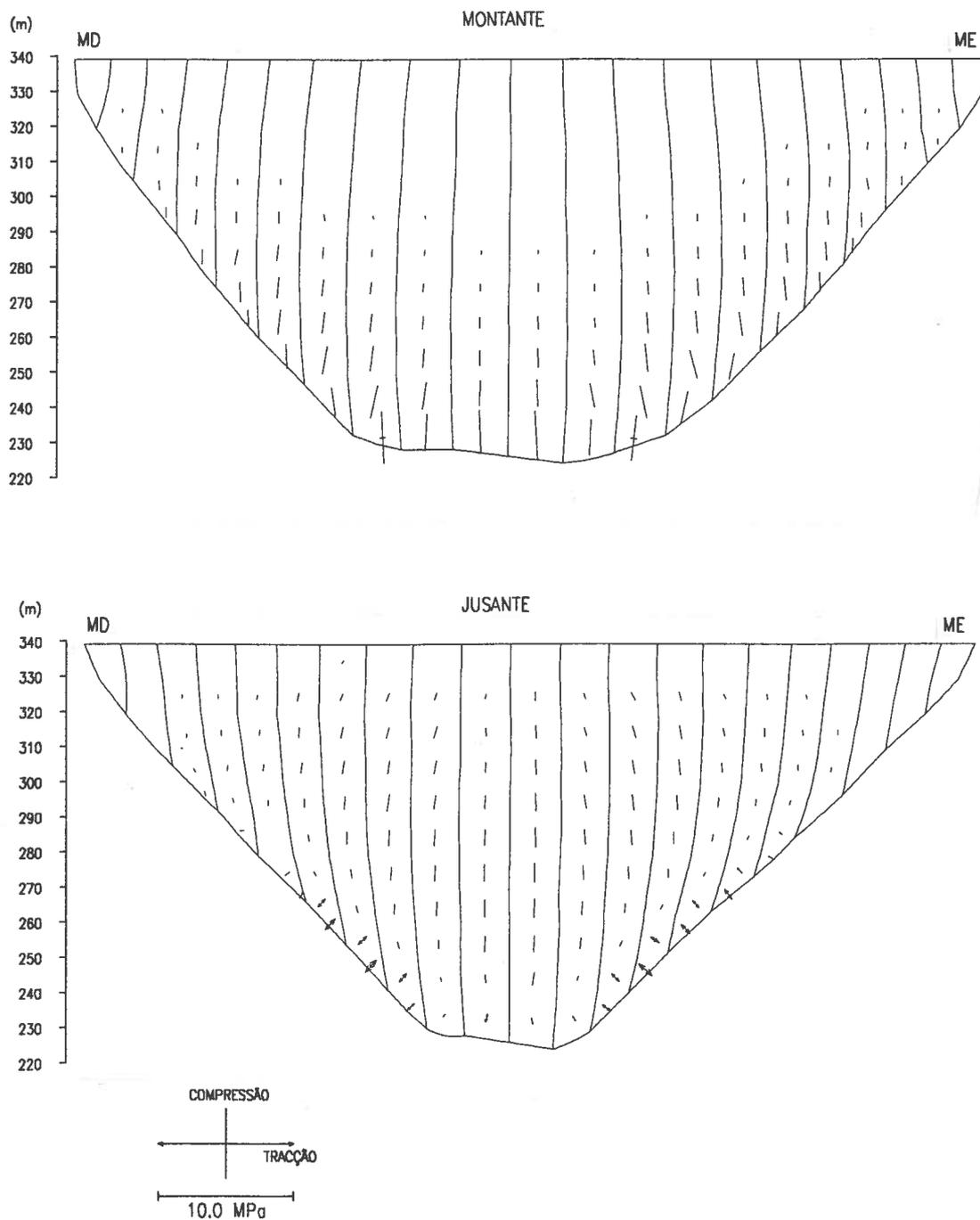


Fig. 7.25 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos devidas à acção do peso próprio, no final da construção (36^o mês).

Comparando as tensões principais representadas na Fig. 7.25 com as obtidas supondo o peso próprio instalado instantaneamente numa estrutura com juntas de contracção não resistentes à tracção (Fig. 7.26), verifica-se que os esforços de flexão são ligeiramente mais elevados quando se considera o faseamento construtivo, sendo maiores as tensões de compressão, a montante, e reduzindo-se essas compressões, a jusante. Junto à base da consola central, a montante, essas tensões de compressões têm valores de 3,6 MPa e de 3,0 MPa, ao passo que no paramento de jusante calcularam-se tracções de 0,6 MPa e compressões praticamente nulas, respectivamente.

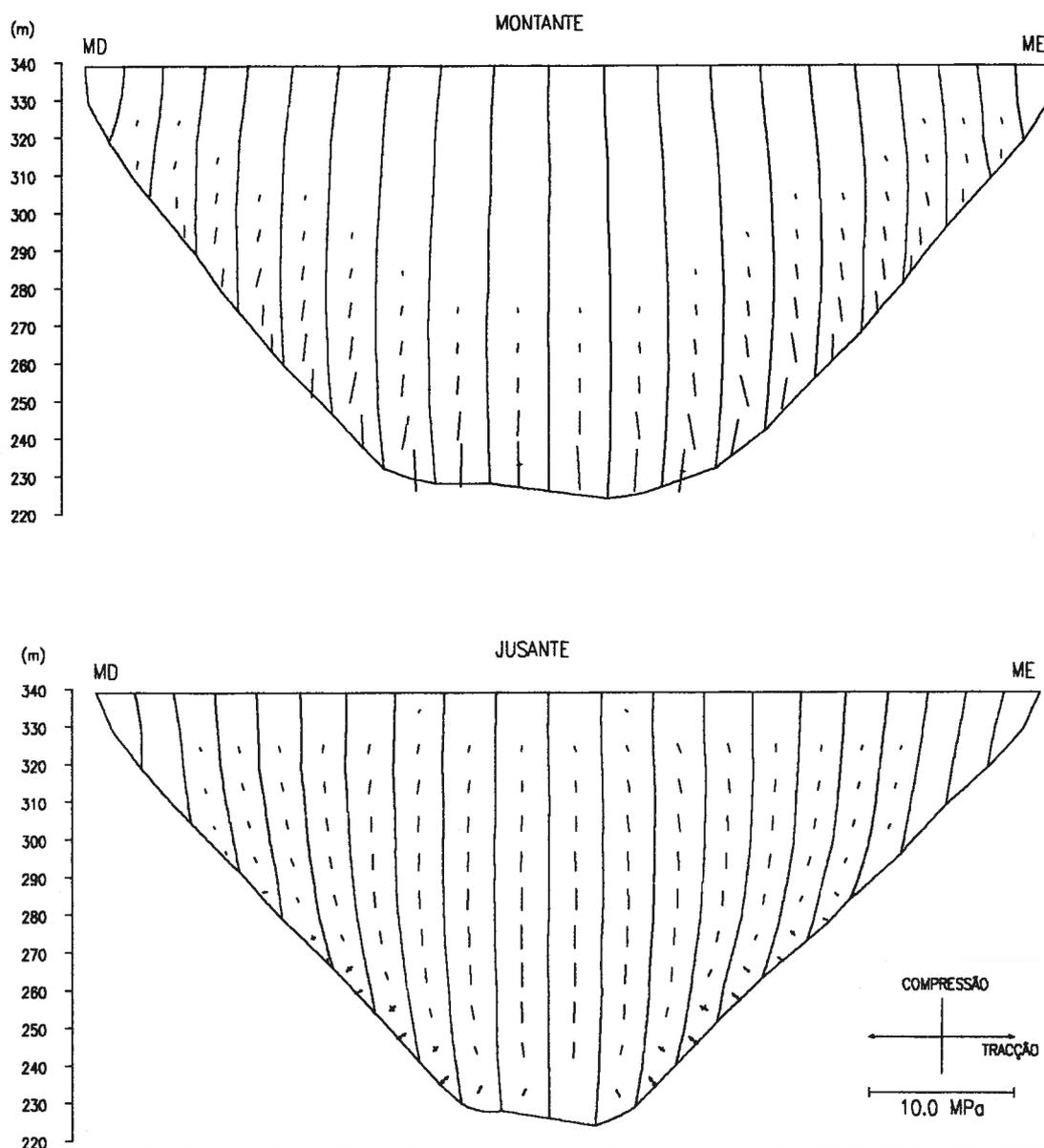


Fig. 7.26 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos devidas à acção do peso próprio, suposto instalado instantaneamente numa estrutura com juntas de contracção não resistentes à tracção.

Na Fig. 7.27 representam-se as tensões principais nos paramentos da barragem considerando a actuação instantânea de peso próprio numa estrutura monolítica. O campo de tensões difere substancialmente daqueles que estão representados nas Figs. 7.25 e 7.26, estando muito subestimadas as compressões verticais devido à mobilização do funcionamento dos arcos da estrutura.

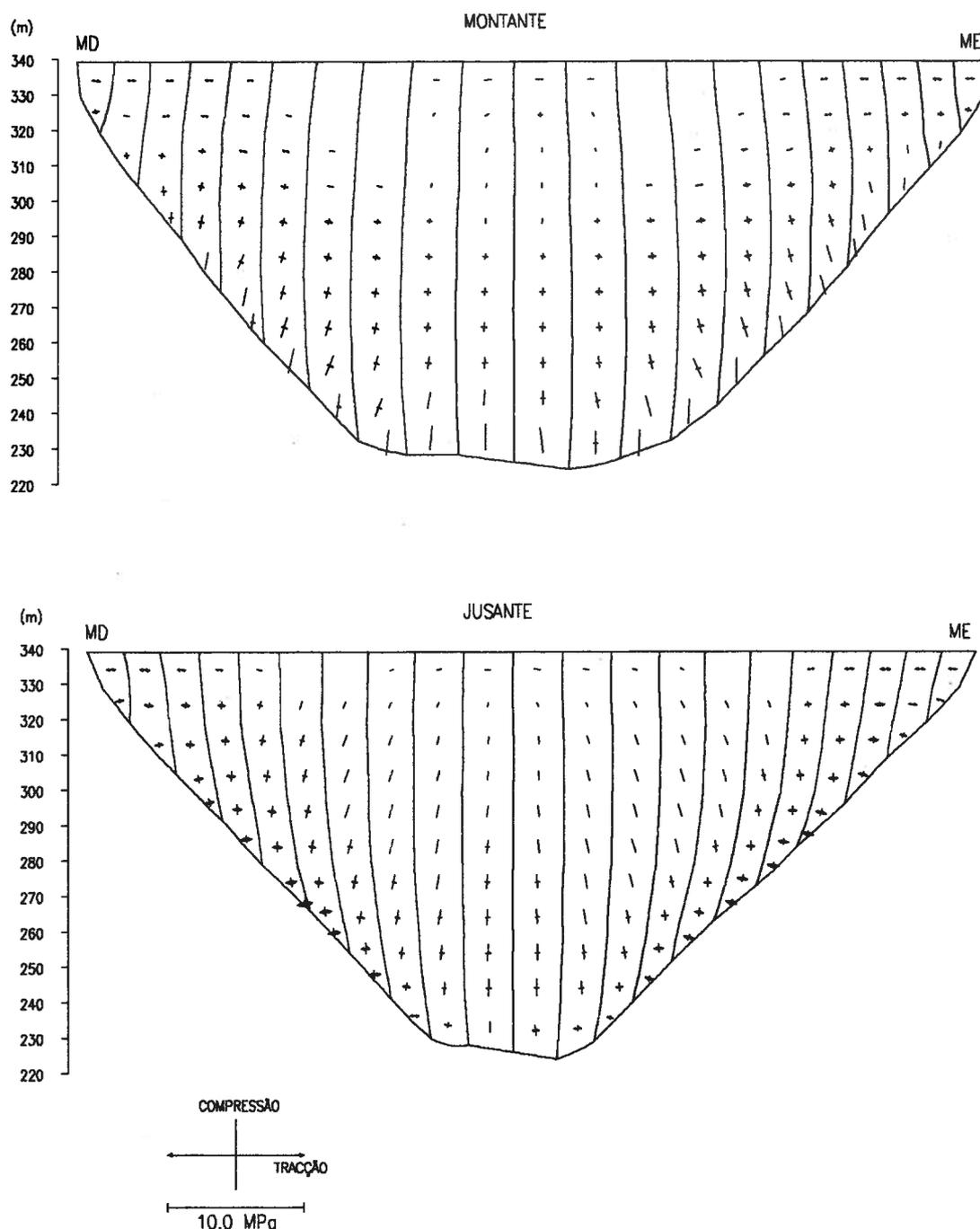


Fig. 7.27 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos devidas à acção do peso próprio, suposto instalado instantaneamente numa estrutura monolítica.

7.3 - Análise do comportamento da barragem do Alto Lindoso durante o primeiro enchimento da albufeira

7.3.1 - Para avaliação das condições de segurança e interpretação do comportamento observado da barragem, no Plano de Primeiro Enchimento da Albufeira [EDP, 1991] foram estabelecidos cinco patamares de observação. O patamar P0, correspondente ao início do enchimento, com a albufeira praticamente vazia (nível de água à cota 234,0 m), foi realizado em 6 de Janeiro de 1992, e os três seguintes em: o patamar P1, quando o nível de água na albufeira atingiu a cota 318,0 m, a 18 de Maio de 1992; o patamar P2, com o nível de água na albufeira à cota 328,0 m, a 25 de Agosto de 1992; e o patamar P3, quando o nível de água

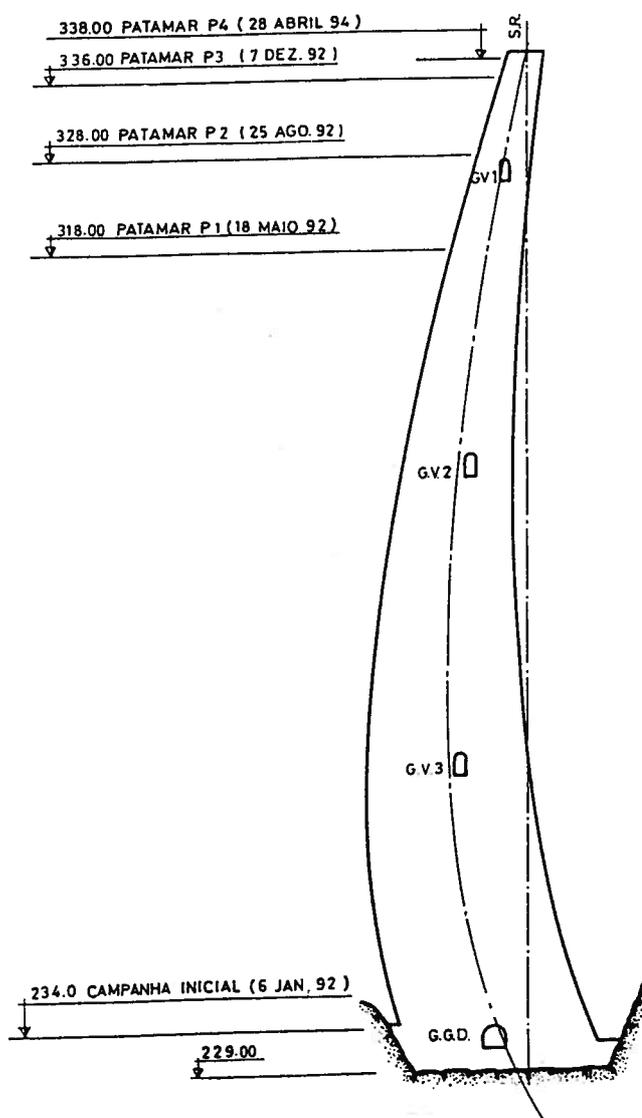


Fig. 7.28 - Barragem do Alto Lindoso. Patamares de observação durante o primeiro enchimento da albufeira.

na albufeira atingiu a cota 336,0 m, a 7 de Dezembro de 1992. Devido ao regime de exploração da albufeira não foi possível que o nível de água atingisse a cota 339,0 m, correspondente ao patamar P4 no Plano de Primeiro Enchimento, nos meses seguintes. Dado o bom comportamento evidenciado pela barragem até ao patamar P3, o aproveitamento entrou então em exploração normal, tendo-se retomado o plano inicial apenas em Abril de 1994, altura em que o nível de água na albufeira ultrapassou a cota 336,0 m e atingiu um máximo no dia 28 desse mês, à cota 338,0 m, que passou a ser considerado como o nível correspondente ao patamar P4 (Figs. 7.28 e 7.29).

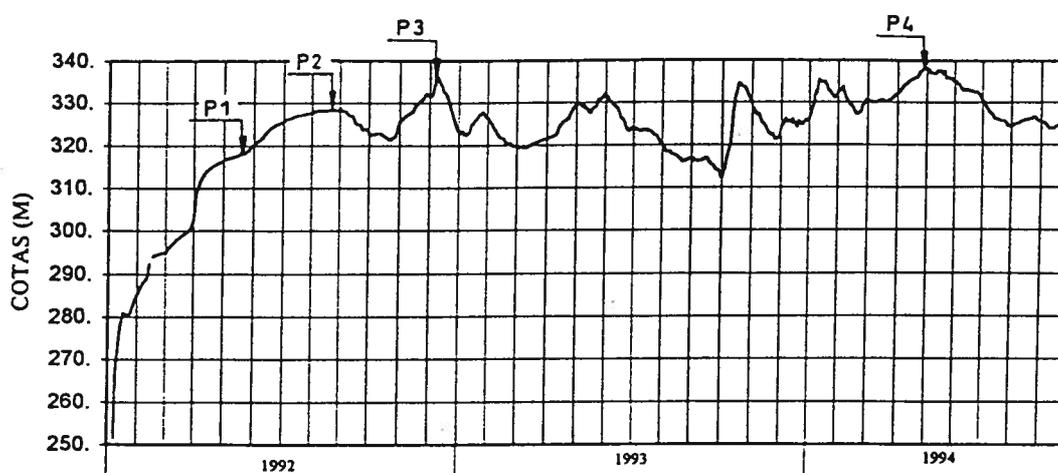


Fig. 7.29 - Barragem do Alto Lindoso. Evolução do nível de água durante o primeiro enchimento da albufeira.

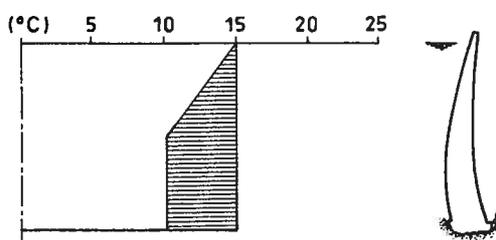
7.3.3 - A acção da água foi representada pela pressão hidrostática sobre o paramento de montante da barragem ($\gamma_a = 10 \text{ kN/m}^3$), tendo sido considerados 24 patamares de discretização do nível da albufeira, entre 6 de Janeiro de 1992 e 28 de Abril de 1994 (Fig. 7.32).

As acções térmicas nos paramentos da barragem foram separadas em acções devidas ao enchimento da albufeira e acções resultantes das variações de temperatura anuais no ar e na água. Em relação às primeiras, consideraram-se no paramento de montante da barragem as diferenças entre as temperaturas médias anuais do ar e da água, à medida que se processava o enchimento; as ondas térmicas anuais no ar e na água foram calculadas pelo método dos mínimos quadrados a partir das temperaturas observadas (Fig. 7.30). A distribuição de temperaturas no corpo da barragem, ao longo do tempo, foi calculada através da resolução da equação de propagação do calor em placas, em função das temperaturas nas

faces. Na Fig. 7.31 representam-se, para a consola central, as isotérmicas correspondentes às variações de temperatura observadas e calculadas entre os vários patamares, verificando-se um bom acordo entre a observação e a previsão.

As variações de temperatura no ar entre Maio de 1991 (data de conclusão da injeção das juntas entre blocos) e Janeiro de 1992 foram consideradas para estimar a abertura das juntas de contracção na altura em que se iniciou o enchimento. Durante o enchimento as variações de temperatura foram discretizadas em 16 intervalos, sensivelmente espaçados de 2 meses.

VARIAÇÕES TÉRMICAS DEVIDAS AO ENCHIMENTO DA ALBUFEIRA



ONDAS TÉRMICAS ANUAIS NA ÁGUA E NO AR

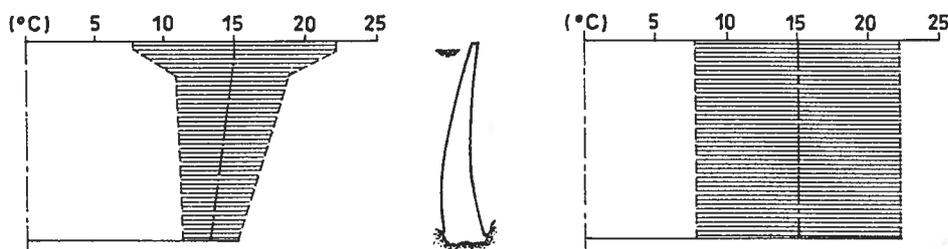


Fig. 7.30 - Barragem do Alto Lindoso. Variações de temperatura nos paramentos da barragem devidas ao enchimento da albufeira e às ondas térmicas anuais na água e no ar.

7.3.4 - Durante os primeiros meses do enchimento verificou-se um significativo movimento de fecho das juntas na zona superior da abóbada, que se prolongou sensivelmente até início de Junho de 1992, altura em que a cota do nível da albufeira correspondia a cerca de 85% do nível de pleno armazenamento. Na Fig. 7.32 representa-se a comparação entre os valores observados e os valores calculados para os movimentos de abertura/fecho das juntas centrais 11 e 13, na cota correspondente às bases de alongâmetro da galeria superior GV1.

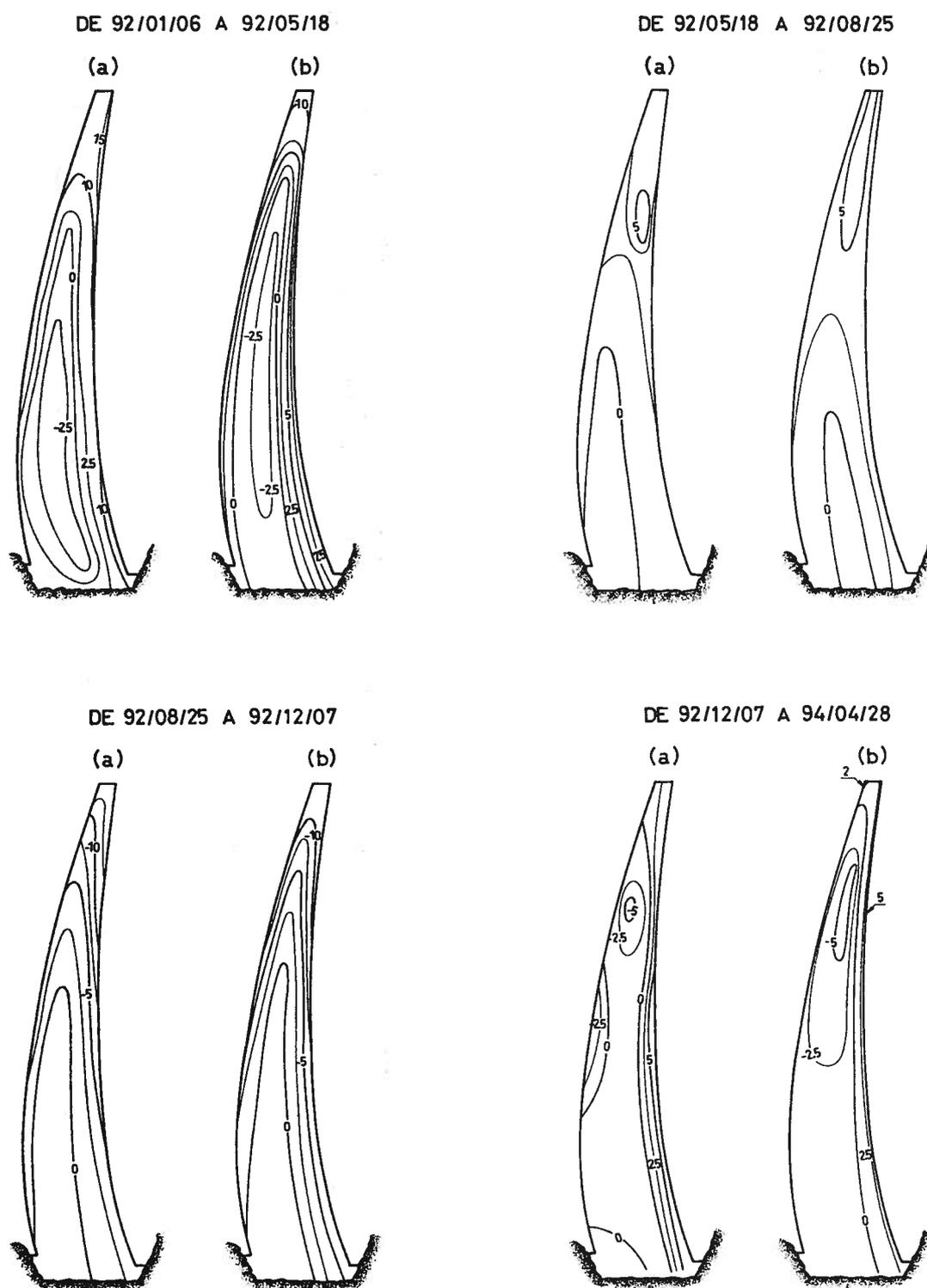


Fig. 7.31 - Barragem do Alto Lindoso. Isotérmicas correspondentes às variações de temperatura na consola central entre os quatro patamares, observadas (a) e calculadas (b).

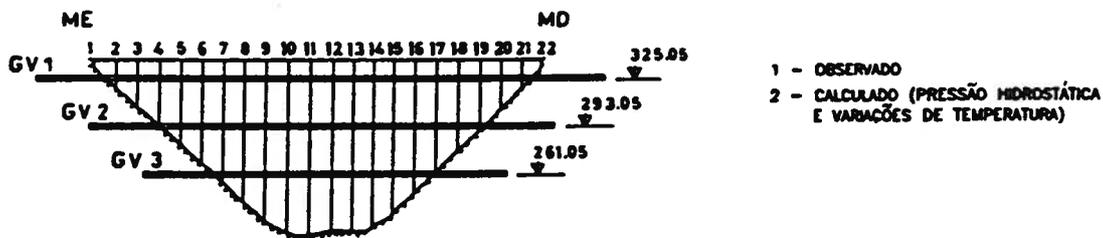
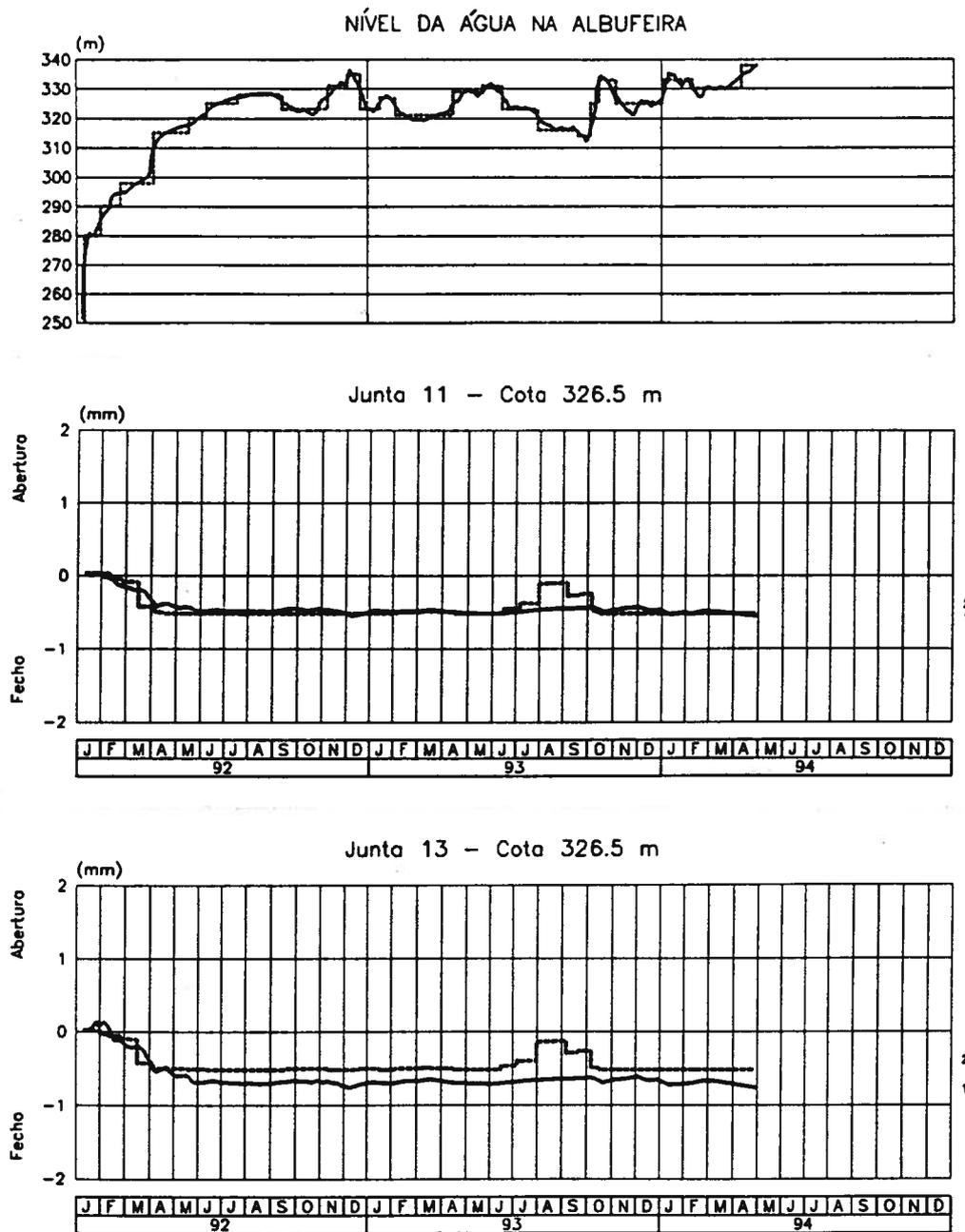


Fig. 7.32 - Barragem do Alto Lindoso. Evolução dos movimentos de abertura/fecho das juntas centrais 11 e 13 à cota 326,5 m.

Os deslocamentos radiais observados ao longo do período em que decorreu o primeiro enchimento da albufeira, no ponto à cota 326,5 m do fio de prumo central (PP3), estão representados na Fig. 7.33, em conjunto com os calculados, considerando os efeitos da pressão hidrostática, ondas térmicas anuais e fluência, verificando-se uma boa concordância entre eles. Os deslocamentos elásticos devidos à pressão hidrostática e às variações térmicas, bem como os deslocamentos diferidos, apresentam-se separadamente, podendo observar-se a grande influência das variações térmicas nos deslocamentos totais e a pouca relevância da resposta diferida, coerente com a pouca fluência apresentada pelo betão da barragem (Fig. 7.5).

Na Fig. 7.34 representam-se os deslocamentos horizontais observados nos fios de prumo e por poligonação, nos arcos correspondentes às galerias de visita GV1, GV2 e GV3, entre datas próximas dos patamares de observação P0 e P4, bem como as deformadas calculadas. O deslocamento dos arcos para jusante é compatível com a variação das solicitações, sendo os deslocamentos tangenciais pequenos e praticamente simétricos.

Na Fig. 7.35 representam-se os deslocamentos verticais observados e calculados nas três galerias de visita da barragem, entre 14 de Janeiro de 1992 e 28 de Abril de 1994. A comparação entre as deformadas mostra uma boa concordância dos resultados.

Está representada na Fig. 7.36 a variação do estado de tensão a 1 m dos paramentos da barragem, devida à pressão hidrostática, variações de temperatura e efeitos diferidos, entre o início e o final do primeiro enchimento. No cálculo das tensões realizado a partir das extensões observadas considerou-se para o betão um comportamento viscoelástico linear, traduzido por um módulo de elasticidade efectivo $E_e = 25 \text{ GPa}$, correspondente a uma carga imposta em Janeiro de 1992 e actuando em todo o período de enchimento, e admitiu-se, em cada grupo de extensómetros, um estado plano de tensão segundo uma superfície tangente ao paramento no ponto considerado. De uma forma geral existe uma concordância razoável entre as tensões principais observadas e calculadas. Nas partes intermédia e superior, junto ao paramento de montante, observa-se um campo generalizado de compressões, com valores máximos de cerca de 3,7 MPa no fecho dos arcos localizados a meia altura da barragem. Ainda junto ao paramento de montante, mas na parte inferior da barragem, verificam-se tracções de direcção vertical, perpendiculares à superfície de inserção, com máximos de cerca de 3,0 MPa nos blocos centrais. Junto ao paramento de jusante apenas se verificam compressões, com valores máximos de cerca de 8,0 MPa nos rins da abóbada.

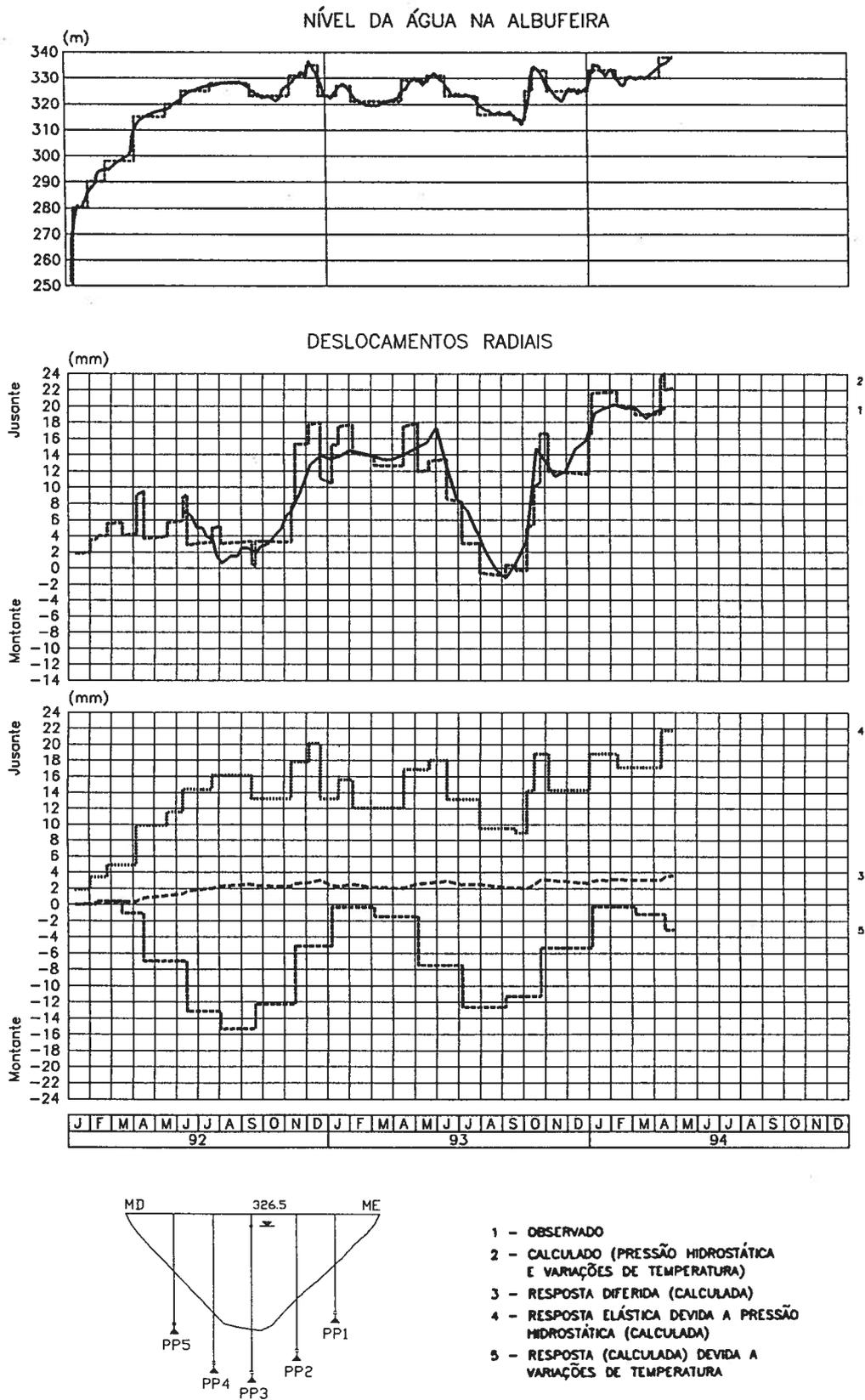


Fig. 7.33 - Barragem do Alto Lindoso. Evolução dos deslocamentos radiais no ponto correspondente à base de leitura do fio de prumo central à cota 326,5 m.

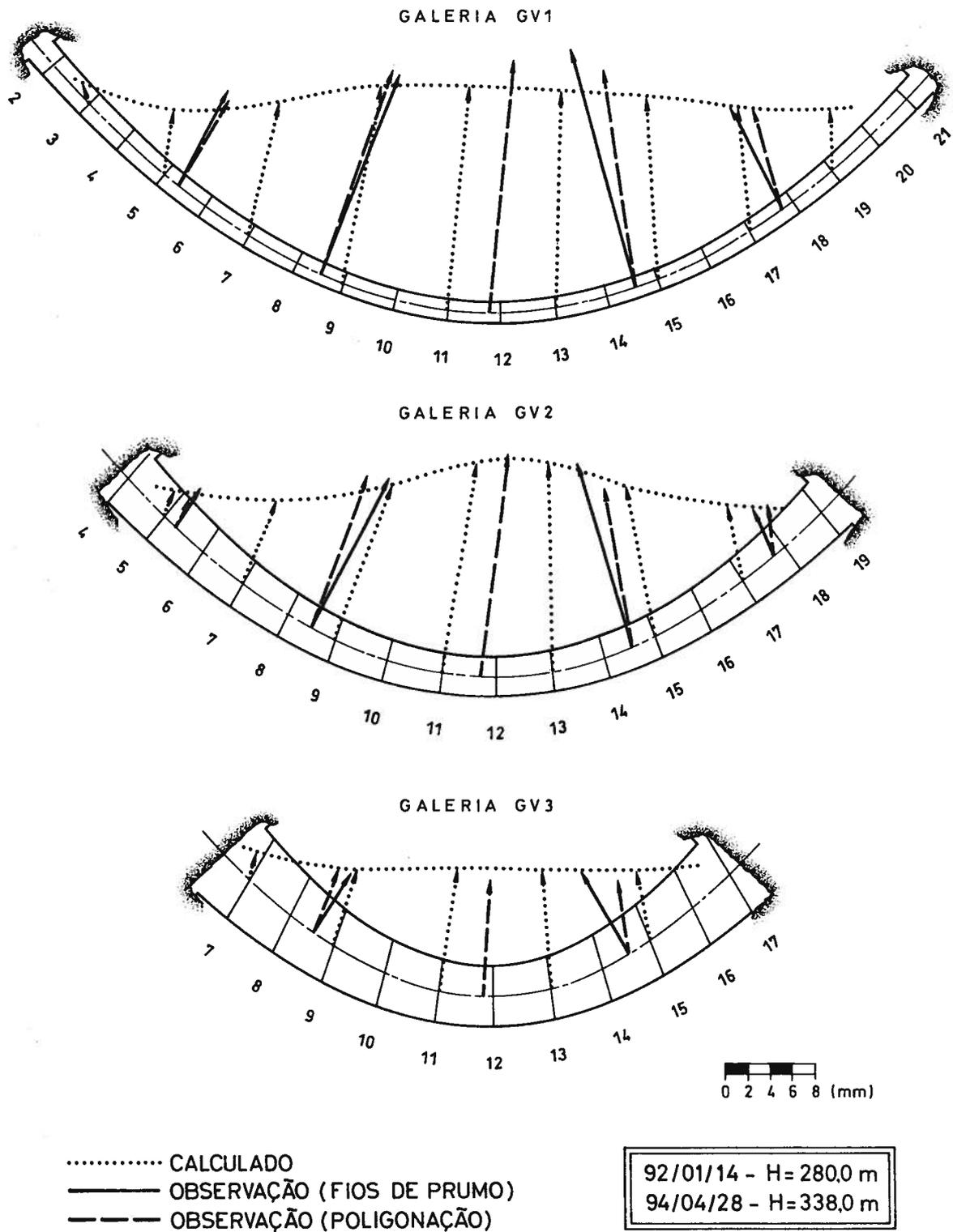


Fig. 7.34 - Barragem do Alto Lindoso. Deslocamentos horizontais dos arcos correspondentes às galerias de visita GV1, GV2 e GV3, entre 92/01/14 e 94/04/28.

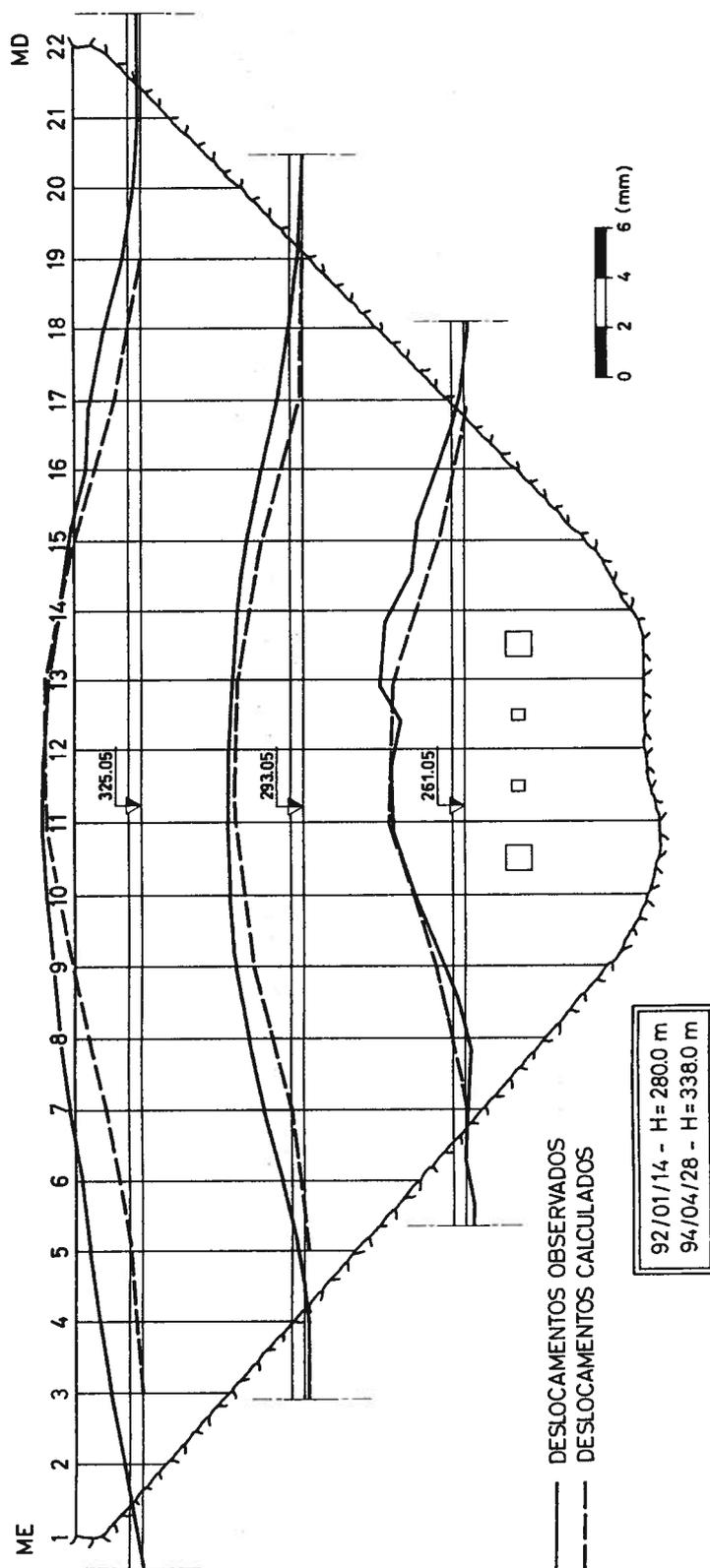


Fig. 7.35 - Barragem do Alto Lindoso. Deslocamentos verticais dos arcos correspondentes às galerias de visita GV1, GV2 e GV3, entre 92/01/14 e 94/04/28.

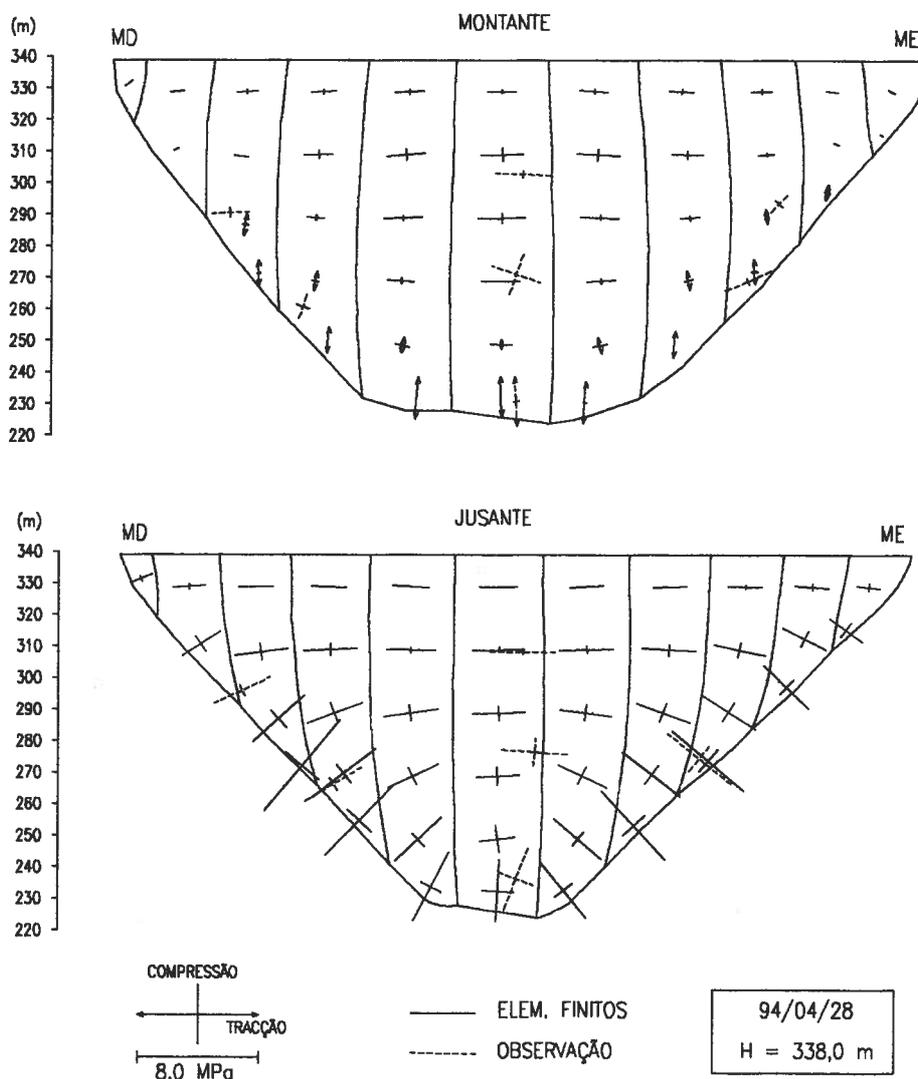


Fig. 7.36 - Barragem do Alto Lindoso. Variação do estado de tensão a 1 m dos paramentos da barragem, entre o início e o final do primeiro enchimento.

Finalmente, representam-se na Fig. 7.37 as tensões principais calculadas nos paramentos da barragem no final do primeiro enchimento, devidas à acção do peso próprio (considerando um modelo de consolas independentes) e ao conjunto de acções inerentes ao primeiro enchimento da albufeira. No fecho dos arcos calcularam-se tensões de compressão horizontais, com valores máximos de cerca de 3,0 MPa, quer a montante, quer a jusante. O paramento de jusante está totalmente à compressão, localizando-se as maiores tensões nas

zonas dos rins e do fundo do vale, com direcção normal à superfície de inserção, com valores máximos de 5,7 MPa e 5,4 MPa, respectivamente. No paramento de montante calcularam-se apenas tensões de tracção na zona dos rins, com direcção praticamente normal à fundação, mas com valores sempre abaixo de 1,4 MPa.

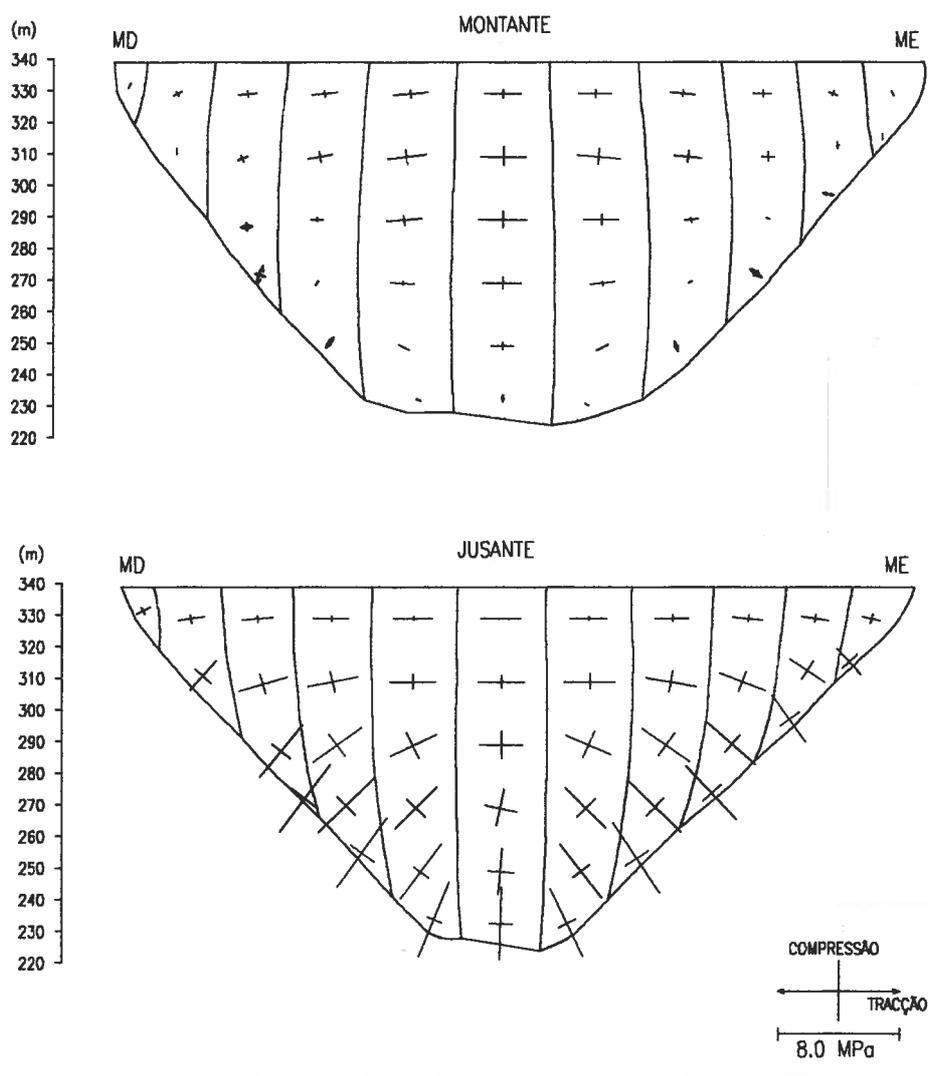


Fig. 7.37 - Barragem do Alto Lindoso. Tensões principais nos paramentos da barragem no final do primeiro enchimento.

7.4 - Análise do comportamento ao longo do tempo da barragem de Cahora-Bassa

7.4.1 - A barragem de Cahora-Bassa, situada no rio Zambeze (Moçambique), é uma abóbada delgada de dupla curvatura, com altura máxima acima da fundação de cerca de 166 m, uma relação corda/altura de 1,54 e espessuras, na consola central, variando entre 23 m na base e 4 m no coroamento (Fig. 7.38). Assenta numa fundação muito rígida constituída, essencialmente, por gnaisses graníticos [LNEC, 1969].

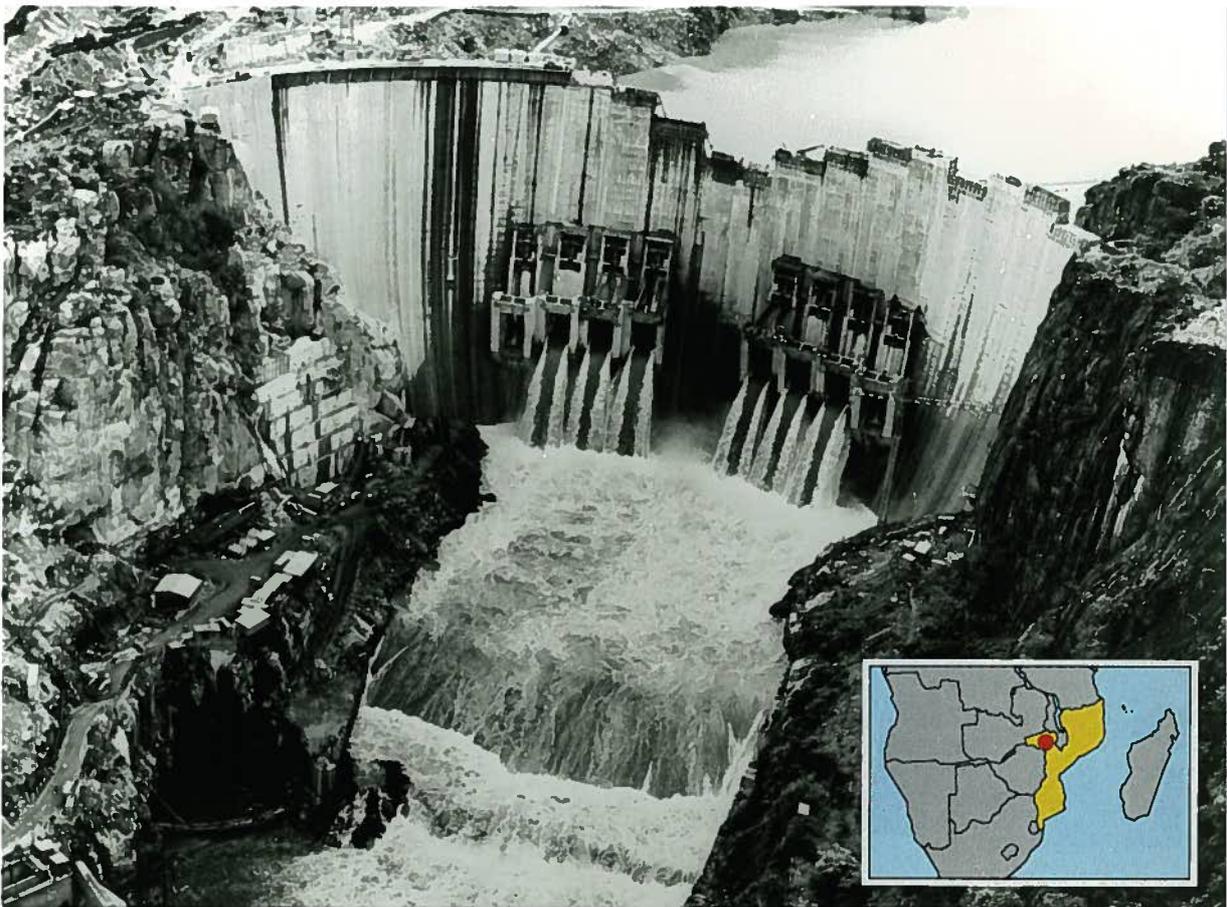


Fig. 7.38 - Barragem de Cahora-Bassa. Vista.

A construção da barragem decorreu entre Setembro de 1972 e Julho de 1975 (Fig. 7.39). O primeiro enchimento iniciou-se em 7 de Dezembro de 1974, mesmo antes de concluída a abóbada (Fig. 7.38). Desde então o nível da água tem-se mantido sensivelmente constante (Fig. 7.45).

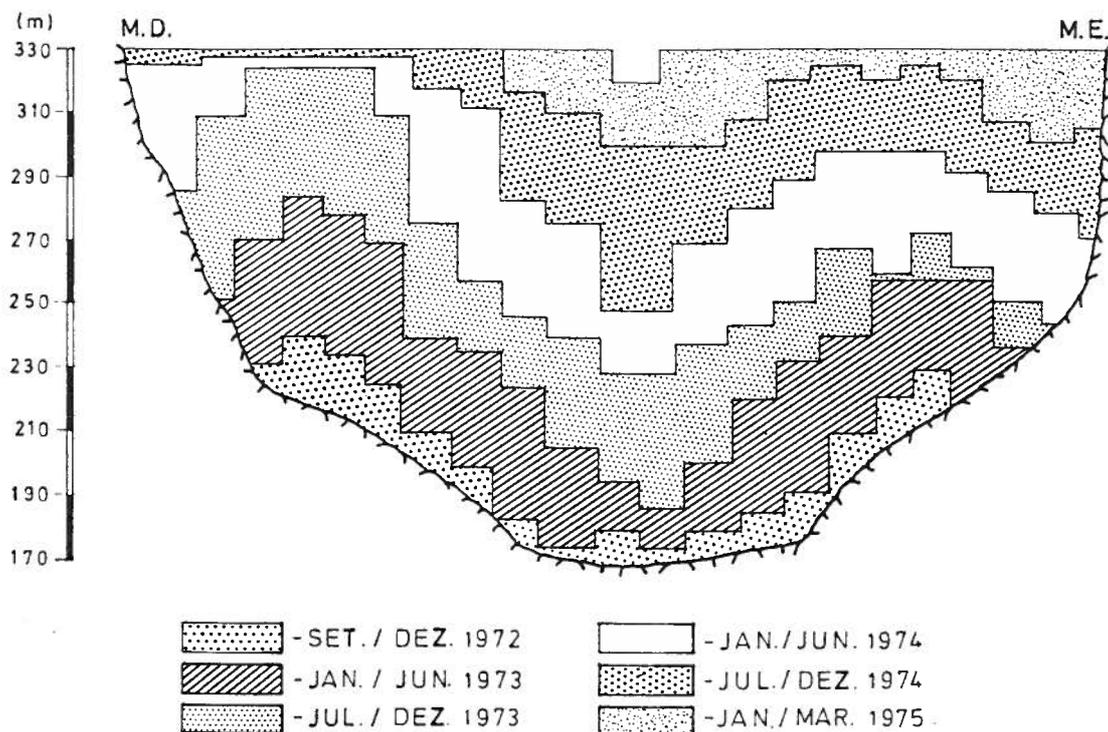


Fig. 7.39 - Barragem de Cahora-Bassa. Sequência de construção.

7.4.2 - O sistema de observação da barragem permite a determinação de deslocamentos horizontais (em bases de coordenómetro instaladas nos pontos de cruzamento dos cinco fios de prumo invertidos com as galerias de visita), deslocamentos verticais (por nivelamentos geométricos de precisão nas galerias), movimentos de juntas (medidores de movimento de juntas e alongâmetros), temperaturas no betão (termómetros, extensómetros e tensómetros), extensões (em grupos de dois, cinco ou nove extensómetros Carlson instalados em 72 zonas), tensões (em dois grupos de tensómetros Carlson), subpressões e caudais drenados [LNEC, 1972]. Na Fig. 7.40 representa-se um alçado da barragem que inclui a localização da instrumentação mais importante do ponto de vista do comportamento da superestrutura.

A barragem tem sido observada de forma contínua, existindo em arquivo no LNEC um conjunto completo de resultados das observações. A análise do comportamento estrutural da obra durante o primeiro enchimento da albufeira [LNEC, 1981] baseou-se nos resultados dos cálculos de projecto [Fernandes et al, 1970] e de ensaios em modelo físico [LNEC, 1968, 1973, 1973a, 1974 e 1975]. Desde então, o seu comportamento tem sido analisado com regularidade pelo LNEC, através de inspecções periódicas, interpretações quantitativas dos valores observados [Ramos et al, 1988] e, mais recentemente, utilizando modelos matemáticos com consideração do comportamento viscoelástico do betão [LNEC, 1991].

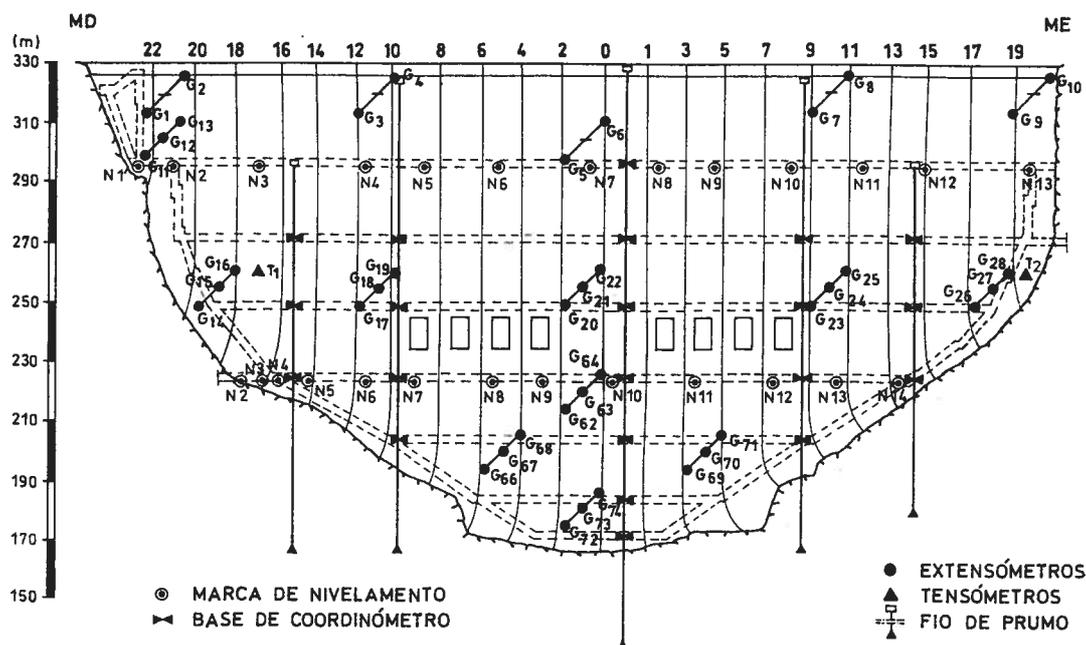


Fig. 7.40- Barragem de Cahora-Bassa. Sistema de observação de deslocamentos, extensões e tensões.

7.4.3 - No betão da barragem tem-se desenvolvido um processo expansivo [Ramos et al, 1991]. As expansões foram detectadas através da análise das extensões observadas nos extensómetros correctores (Fig. 7.41(a)) e foram confirmadas quer por nivelamentos geométricos de precisão da galeria superior (Fig. 7.41(b)) quer pelas análises mineralógicas e petrográficas de amostras de betão extraídas do corpo da barragem [LNEC, 1991].

Verifica-se que as expansões, até ao momento, são relativamente moderadas e que a sua evolução foi aproximadamente linear ao longo do tempo, mas não uniforme no corpo da barragem. Na fig. 7.42 representa-se o zonamento estimado para as expansões acumuladas até finais de 1995.

7.4.4 - No betão dominante utilizado na construção da barragem foram utilizados inertes britados provenientes das escavações (gnaisse granitóide porfiroblástico), de 150 mm de máxima dimensão, cimento portland normal e adjuvantes com características de plastificantes e retardadores de presa (Quadro 7.2).

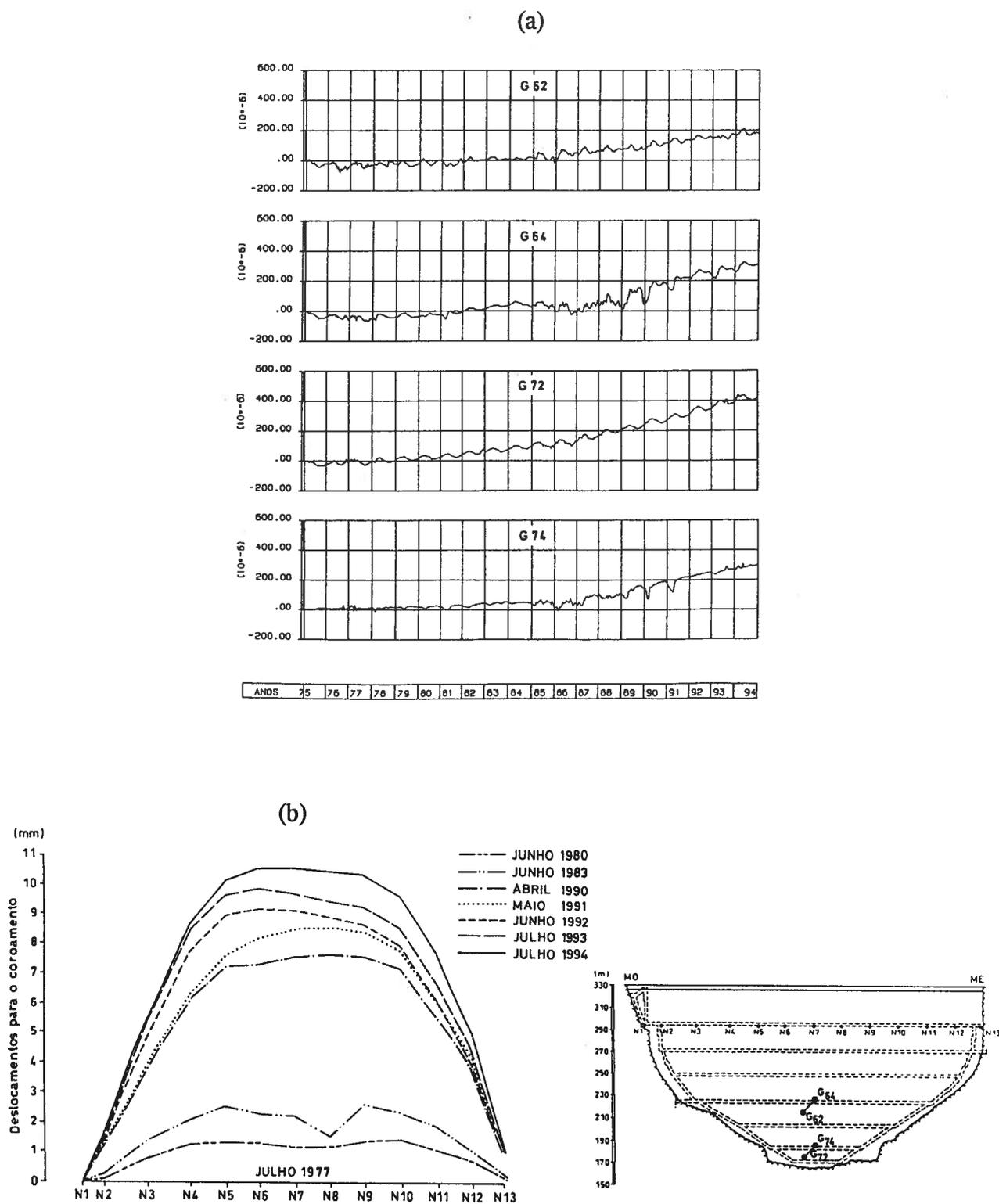


Fig. 7.41 - Barragem de Cahora-Bassa. Detecção das expansões no betão através das extensões observadas nos extensómetros correctores (a) e através de nivelamentos geométricos de precisão (b).

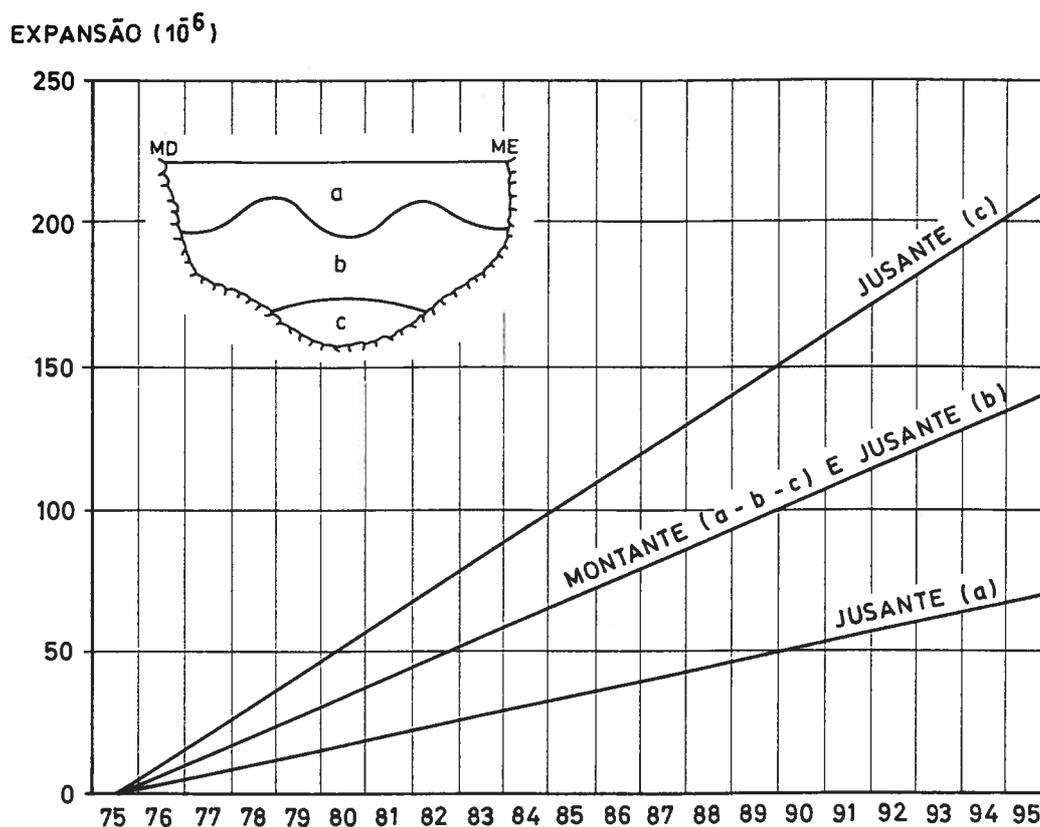


Fig. 7.42 - Barragem de Cahora-Bassa. Estimativa da evolução e zonamento das expansões no betão.

Quadro 7.2 - Composição do betão dominante da barragem de Cahora-Bassa

	Inertes (Kg/m ³)			Areia (Kg/m ³)	Cimento (Kg/m ³)	Água (l/m ³)	Adjuv. (l/m ³)
75/150	38/75	15/38	5/15	2,5/5	0/2,5		
545	455	350	280	85	450	215	127
							0,58

Durante a construção foram efectuados, em laboratório existente no estaleiro, ensaios sobre 246 espécimes prismáticos de 20x20x60 cm³ (provenientes de 41 amassaduras diferentes, correspondentes às zonas de colocação dos grupos de extensómetros eléctricos), destinados à determinação da tensão de rotura à compressão simples e do módulo de elasticidade do betão obtido a partir do betão dominante por crivagem através do peneiro com malha de 75 mm de abertura. Considerando os resultados destes ensaios, os resultados dos

ensaios de fluência "in situ" e a composição do betão dominante, foi estimada inicialmente a seguinte função de fluência BaP [Ramos, 1985],

$$J(t, t_0) = \frac{1}{50,0} \left(1 + 2,5(t_0^{-0,34} + 0,042)(t - t_0)^{0,168} \right) \quad (GPa^{-1}) \quad (7.4)$$

Mais recentemente, dispondo já de um conjunto muito vasto de resultados de observação e considerando as expansões no betão, procedeu-se a uma nova avaliação da função de fluência do betão da barragem, utilizando técnicas de retro-análise [Castro et al, 1990]. Concluiu-se que o betão exibia uma taxa de fluência maior que a estimada inicialmente, tendo-se adoptado, nos trabalhos posteriores, a seguinte lei,

$$J(t, t_0) = \frac{1}{50,0} \left(1 + 3,0(t_0^{-0,34} + 0,042)(t - t_0)^{0,18} \right) \quad (GPa^{-1}) \quad (7.5)$$

Na Fig. 7.43 representa-se esta última função de fluência para quatro idades de carga e as correspondentes curvas de relaxação, obtidas da função de fluência por inversão numérica [Bazant, 1972].

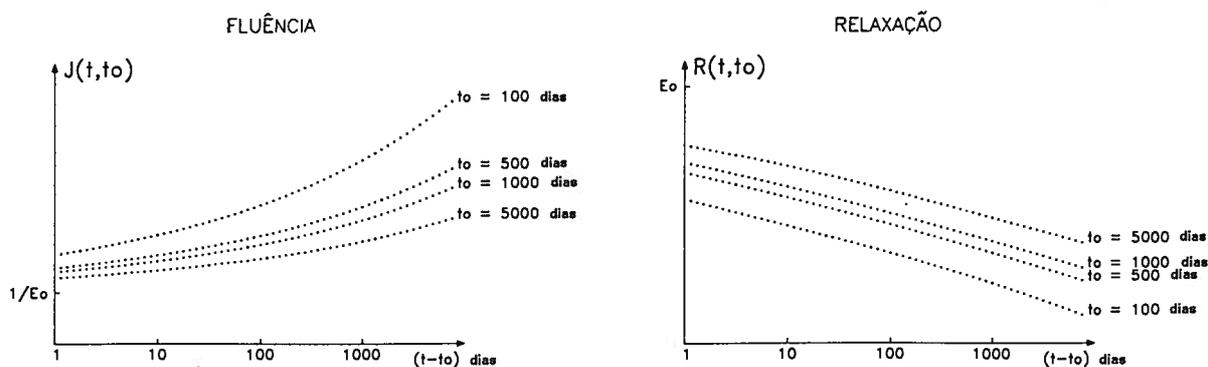


Fig. 7.43 -Barragem de Cahora-Bassa. Curvas de fluência e de relaxação do betão.

7.4.5 - Devido às pequenas flutuações do nível da água na albufeira, ao baixo valor das variações térmicas anuais e à ocorrência das expansões no betão, praticamente não se registaram na barragem, após o primeiro enchimento, movimentos das juntas de contracção, pelo que se considerou um modelo estrutural contínuo (Fig. 7.44). O betão foi considerado homogéneo e isótropo em cada bloco, com comportamento reológico caracterizado pela expressão (7.5) e coeficiente de Poisson $\nu_b = 0,2$.

A deformabilidade da fundação foi representada por apoios elásticos de Vogt, calculados para o módulo de deformabilidade $E_f = 50,0 \text{ GPa}$ e coeficiente de Poisson $\nu_f = 0,2$ [LNEC, 1991]. Não se consideraram os efeitos do tempo sobre o comportamento da fundação.

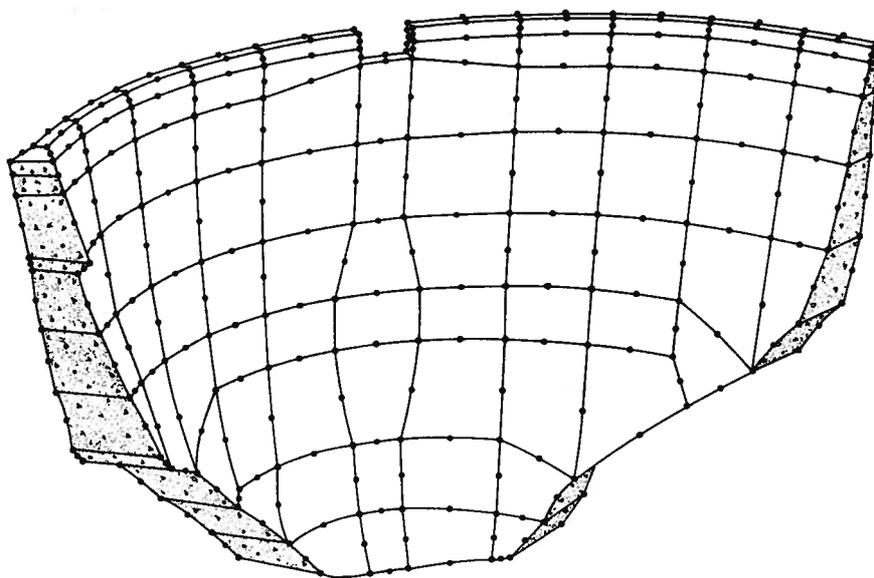


Fig. 7.44 - Barragem de Cahora-Bassa. Malha de elementos finitos.

7.4.6 - A acção do peso próprio do betão foi representada por forças mássicas verticais ($\gamma_b = 24 \text{ kN/m}^3$) e a acção da água foi traduzida pela pressão hidrostática sobre o paramento de montante da barragem ($\gamma_a = 10 \text{ kN/m}^3$). As cargas devidas ao peso próprio foram aplicadas, sucessivamente, em 6 fases de construção (Fig. 7.39), e foram considerados 22 patamares de discretização do nível de água na albufeira (Fig. 7.45).

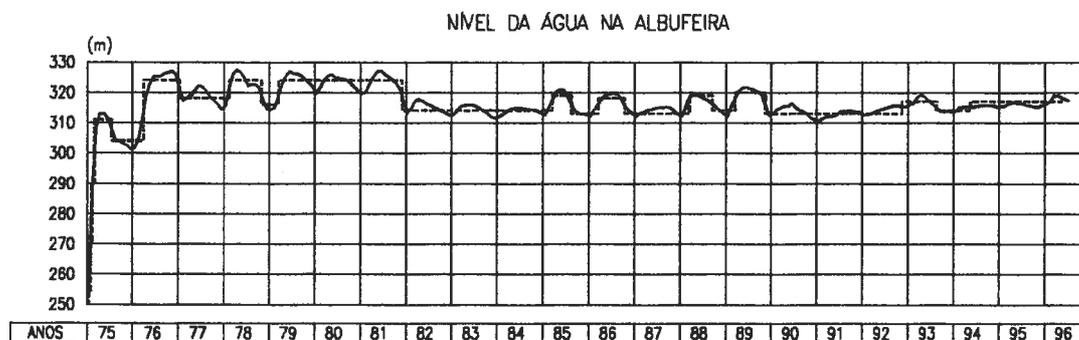


Fig. 7.45 - Barragem de Cahora-Bassa. Discretização do nível de água na albufeira.

As expansões estimadas para o betão (Fig. 7.42) foram discretizadas em 10 patamares, uniformemente espaçados no tempo, entre 1975 e 1995. Devido à maior restrição estrutural, no plano horizontal consideraram-se expansões com valores de 50% das estimadas [ISE, 1992; Charlwood et al, 1994]. Considerou-se ainda, em cada secção da barragem, uma distribuição linear das expansões através da espessura.

As acções térmicas nos paramentos da barragem foram representadas pelas ondas anuais no ar e na água, calculadas pelo método dos mínimos quadrados a partir das temperaturas observadas. Resolvendo a equação de propagação do calor em placas, em função das temperaturas nas suas faces, e utilizando o modelo estrutural em regime elástico, foram calculados os deslocamentos de alguns pontos da barragem (Fig. 7.46). Sendo a semi-amplitude térmica anual pequena (3°C), as variações máximas de deslocamentos calculadas foram também pequenas, da ordem de 2,5 mm.

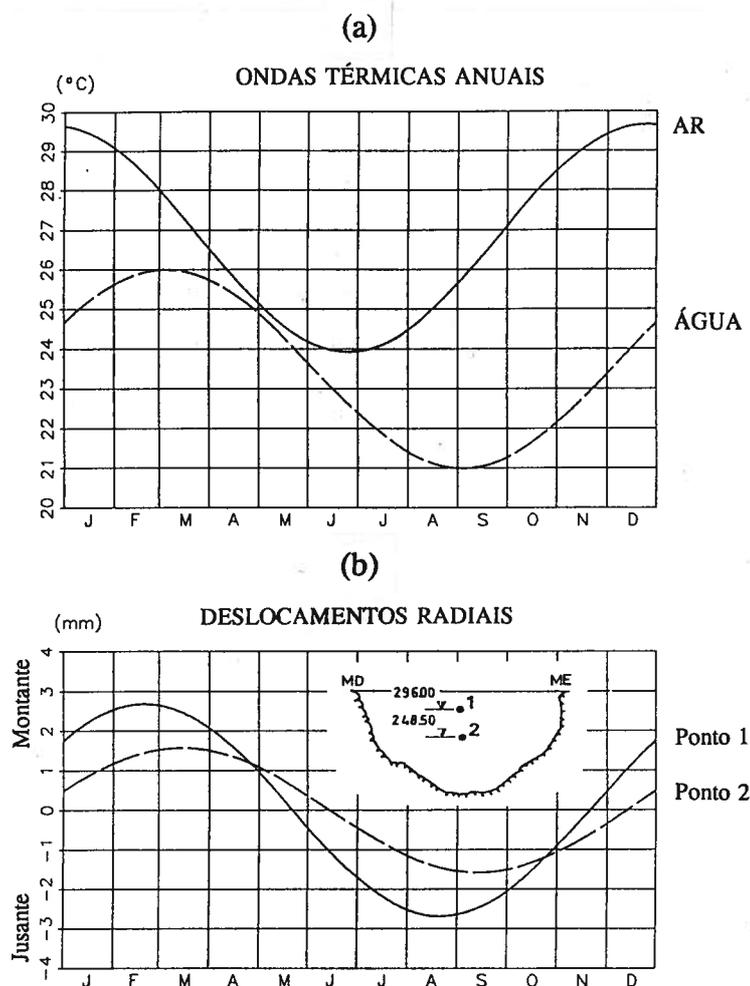


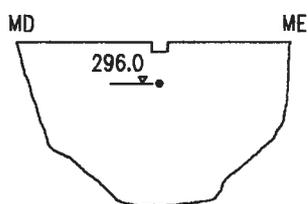
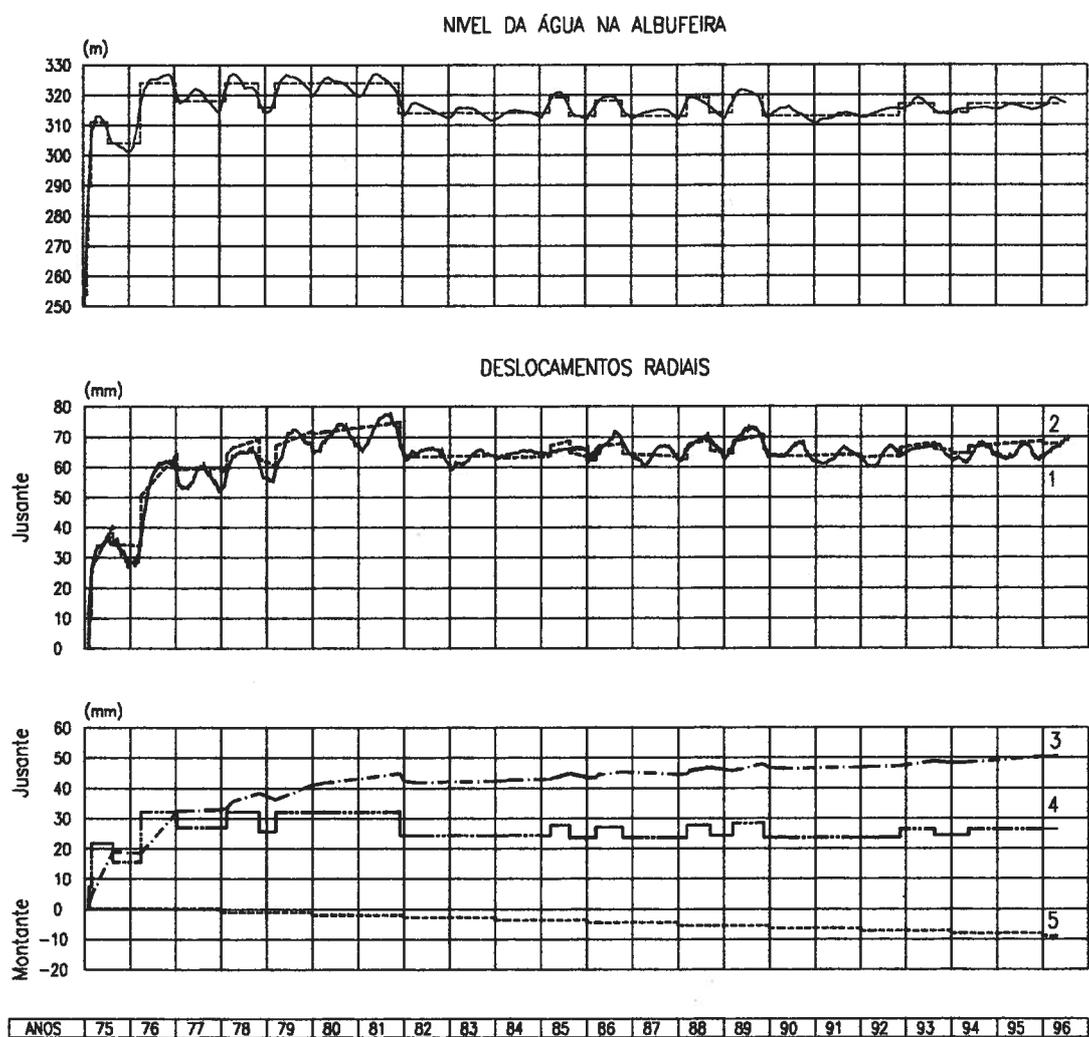
Fig. 7.46 - Barragem de Cahora-Bassa. Ondas térmicas anuais no ar e na água (a) e deslocamentos radiais induzidos em dois pontos da consola central às cotas 296,0 m e 248,5 m (b).

7.4.7 - Os deslocamentos observados ao longo do tempo, nos pontos da consola central às cotas 296,0 m e 248,5 m, estão representados nas Figs. 7.47 e 7.48, em conjunto com os calculados, considerando os efeitos da pressão hidrostática e expansões, verificando-se uma boa concordância entre eles. Os deslocamentos elásticos devidos à pressão hidrostática e às expansões, bem como os deslocamentos diferidos, apresentam-se separadamente, podendo observar-se a relevância do efeito diferido no deslocamento total.

Na Fig. 7.49 comparam-se os diagramas referentes a deslocamentos verticais calculados e os observados por métodos geodésicos em duas galerias da barragem, às cotas 296,0 m e 224,75 m, entre Julho de 1977 e Julho de 1994. Nesta figura observa-se que os deslocamentos devidos às expansões são a parcela mais significativa dos valores totais. A evolução dos deslocamentos verticais ao longo do tempo, no ponto da consola central à cota 296,0 m, está representada na Fig. 7.50, verificando-se uma boa concordância entre os valores observados e os valores calculados.

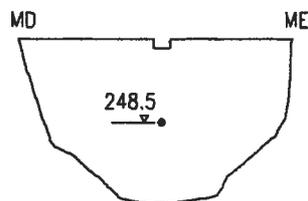
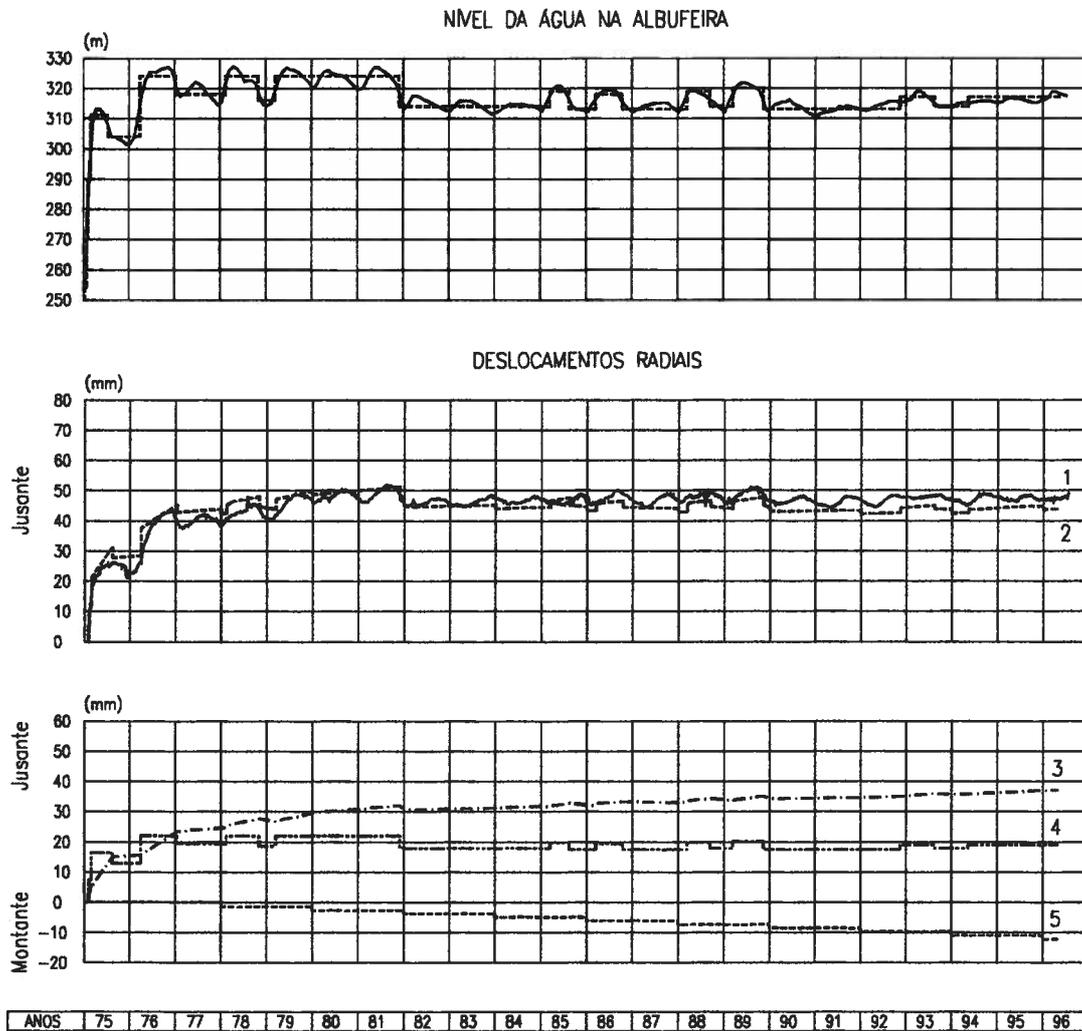
Estão representadas na Fig. 7.51 as tensões principais nos paramentos da barragem devidas ao peso próprio, à pressão hidrostática e às expansões, em meados de 1996. Na mesma figura representam-se, também, as tensões devidas apenas às expansões. Pode concluir-se que os efeitos das expansões têm uma influência pequena sobre os valores máximos das tensões de compressão e contribuem favoravelmente para a diminuição das tracções verticais na base dos blocos centrais, a montante.

Nas Figs. 7.52 e 7.53 representa-se a evolução das tensões horizontais em dois pontos do fecho dos arcos, um a jusante junto à fundação e o outro a montante nos arcos superiores. Pode observar-se que junto à fundação, onde as expansões induzem as maiores tensões, verifica-se uma significativa relaxação de tensões. Nos arcos superiores, sendo a pressão hidrostática a condicionar o estado de tensão, apenas se verifica o efeito diferido nas variações de tensão devido às diferentes idades de carga do betão, e só com algum significado nos primeiros anos.



- 1 - OBSERVADO
- 2 - CALCULADO (PRESSÃO HIDROSTÁTICA E EXPANSÕES)
- 3 - RESPOSTA DIFERIDA (CALCULADA)
- 4 - RESPOSTA ELÁSTICA DEVIDA A PRESSÃO HIDROSTÁTICA (CALCULADA)
- 5 - RESPOSTA (CALCULADA) DEVIDA ÀS EXPANSÕES

Fig. 7.47 - Barragem de Cahora-Bassa. Deslocamentos radiais do ponto da consola central à cota 296,0 m.



- 1 - OBSERVADO
- 2 - CALCULADO (PRESSÃO HIDROSTÁTICA E EXPANSÕES)
- 3 - RESPOSTA DIFERIDA (CALCULADA)
- 4 - RESPOSTA ELÁSTICA DEVIDA À PRESSÃO HIDROSTÁTICA (CALCULADA)
- 5 - RESPOSTA (CALCULADA) DEVIDA AS EXPANSÕES

Fig. 7.48 - Barragem de Cahora-Bassa. Deslocamentos radiais do ponto da consola central à cota 248,5 m.

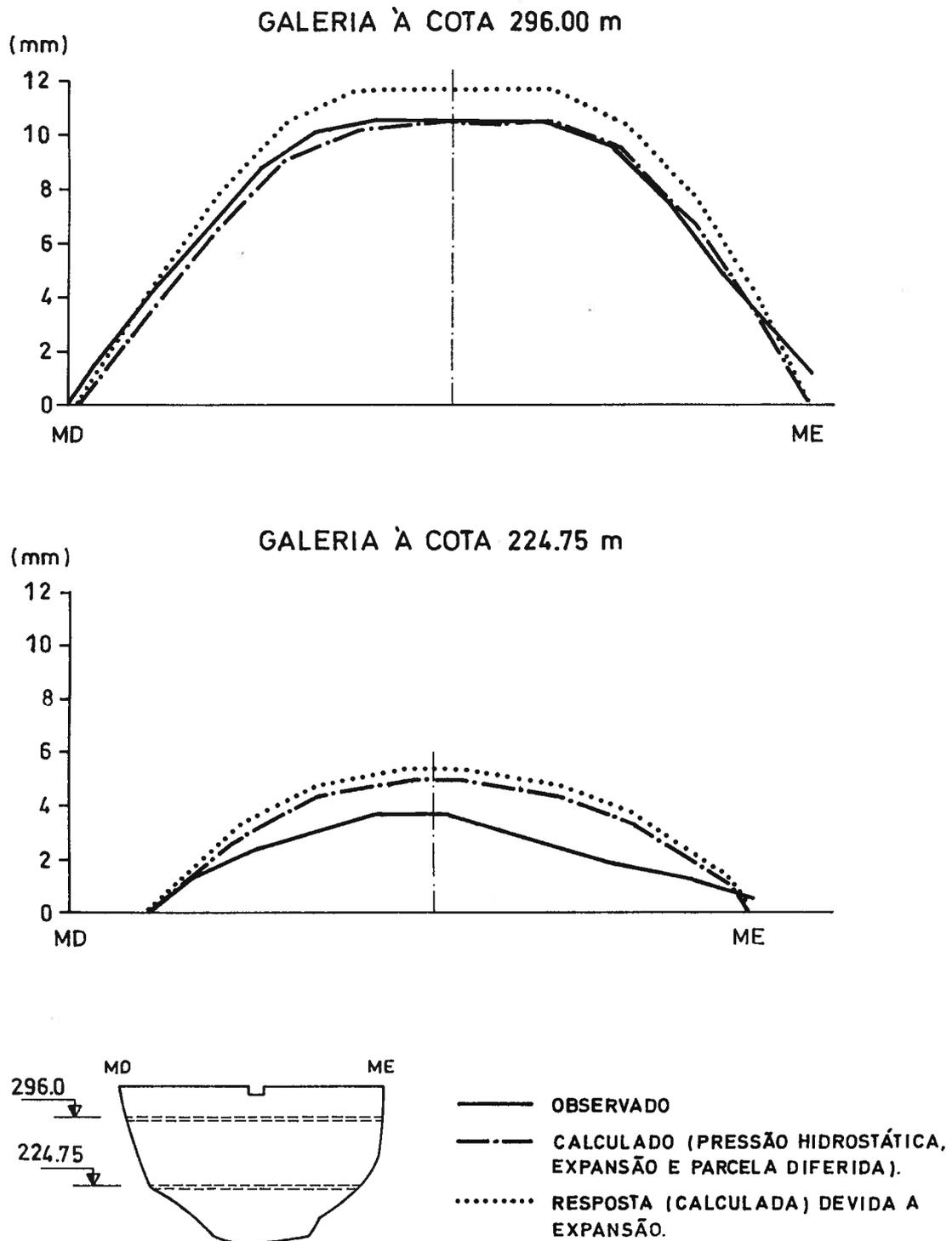


Fig. 7.49 - Barragem de Cahora-Bassa. Deslocamentos verticais de duas galerias, às cotas 296,0 m e 224,75 m, entre Julho de 1977 e Julho de 1994.

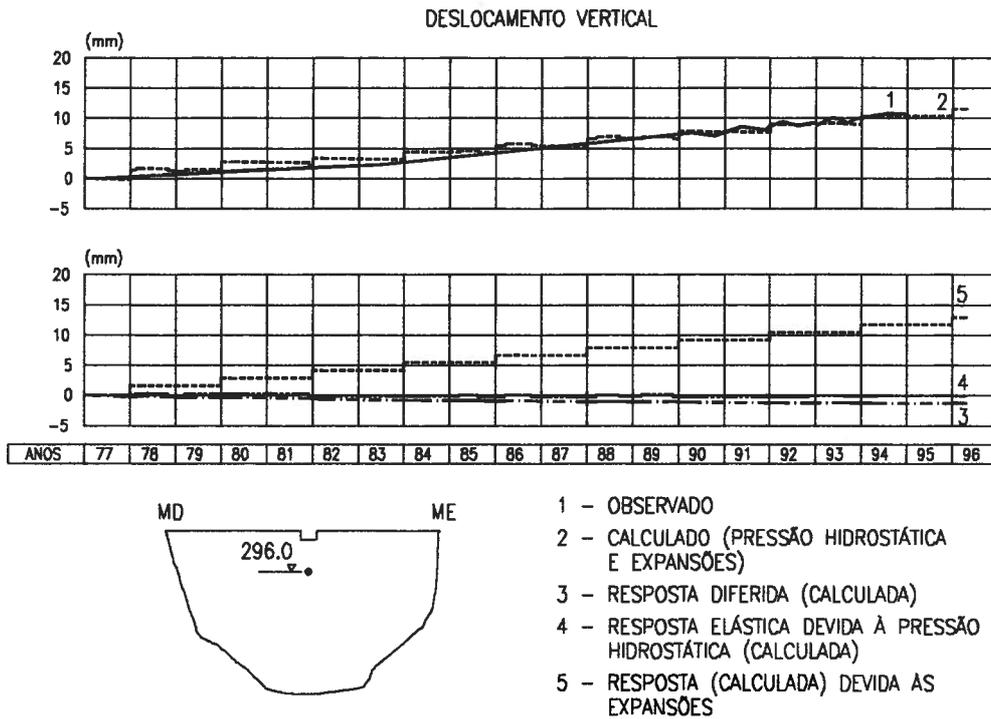


Fig. 7.50 - Barragem de Cahora-Bassa. Evolução dos deslocamentos verticais ao longo do tempo, no ponto da consola central à cota 296,0 m.

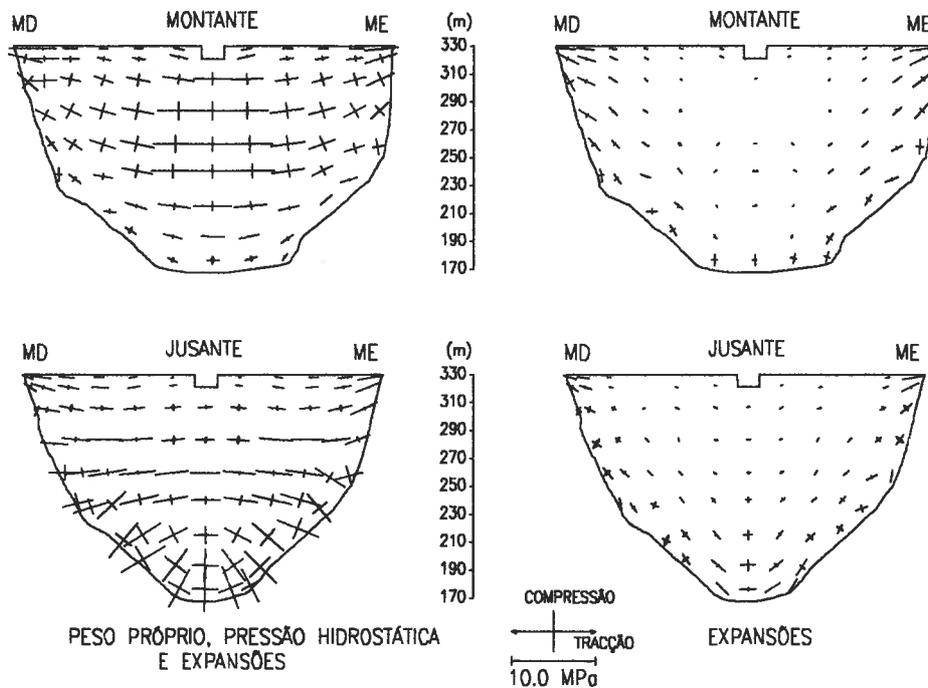


Fig. 7.51 - Barragem de Cahora-Bassa. Tensões principais nos paramentos da barragem, calculadas para o final do período em estudo (meados de 1996).

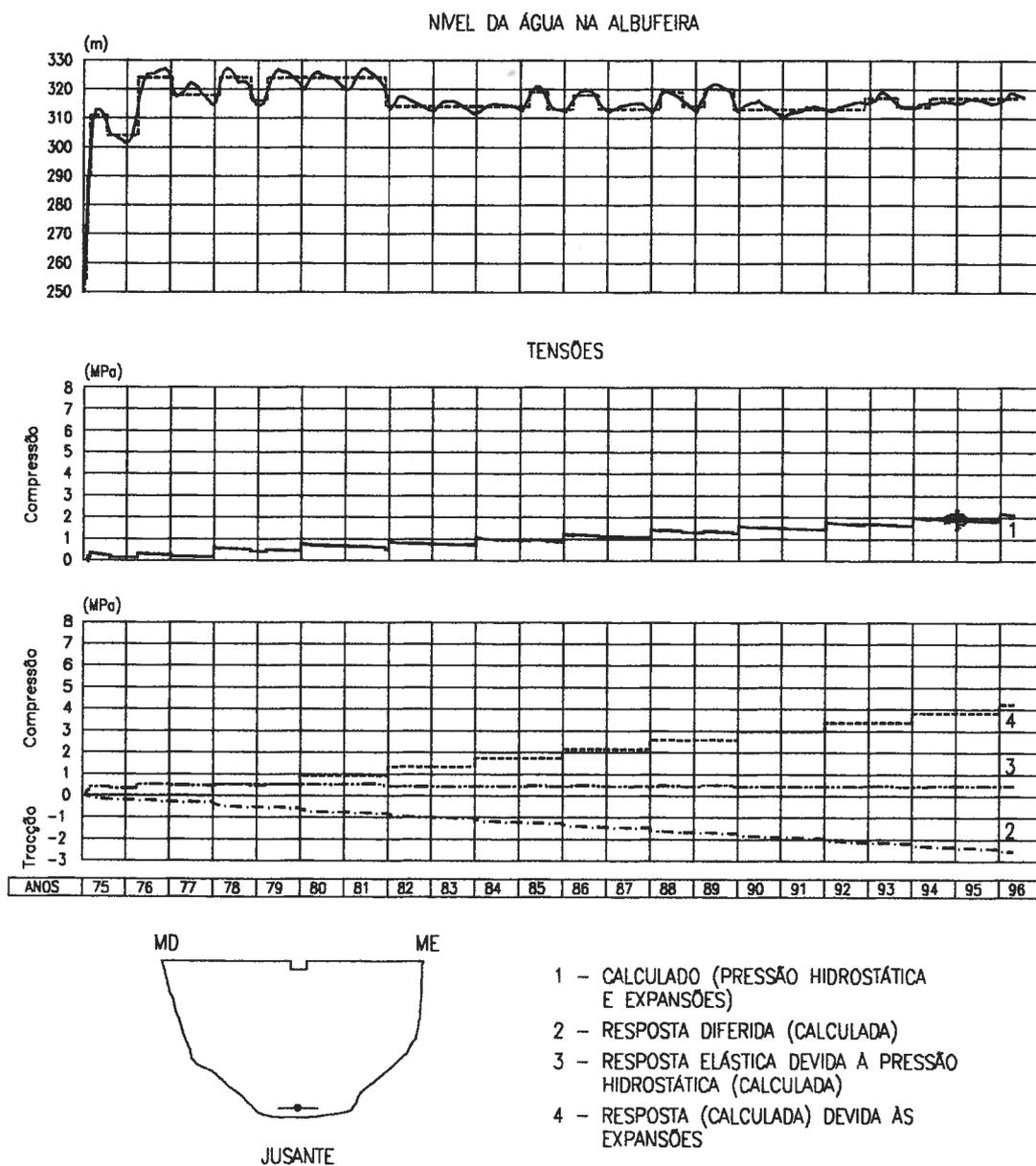


Fig. 7.52 - Barragem de Cahora-Bassa. Evolução da tensão horizontal no ponto à cota 172,0 m do fecho dos arcos, a jusante.

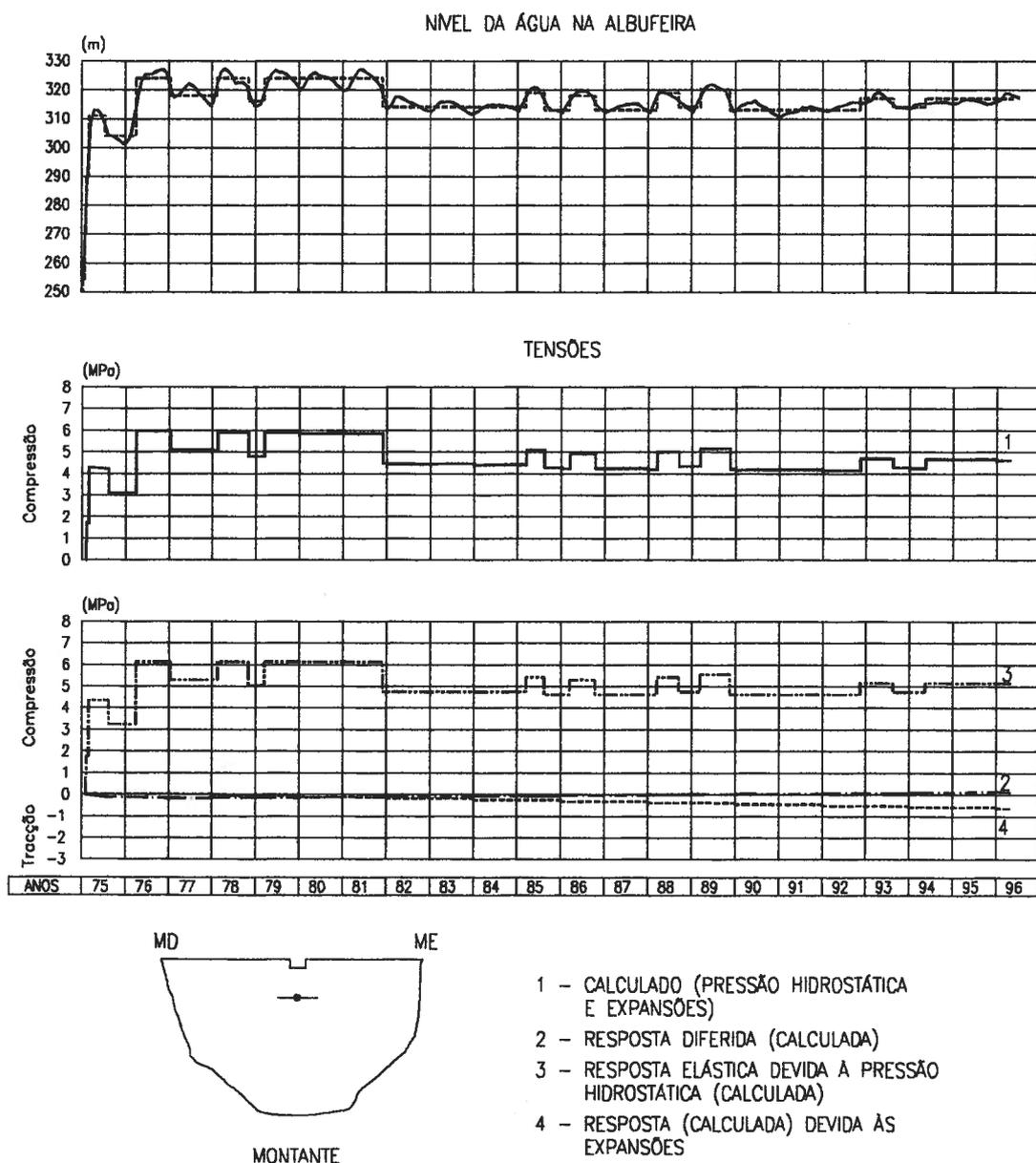


Fig. 7.53 - Barragem de Cahora-Bassa. Evolução da tensão horizontal no ponto à cota 276,0 m do fecho dos arcos, a montante.

8 - CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

8.1 - Síntese do trabalho

8.1.1 - A avaliação das condições de segurança das estruturas, quer na fase de dimensionamento (estudos de simulação), quer para verificação e controlo de obras existentes (estudos de interpretação), torna necessária a utilização de modelos que representem adequadamente o seu comportamento. No estudo das barragens de betão para cenários de exploração corrente, estes modelos deverão considerar, entre outros aspectos, determinados comportamentos físicos não-lineares e os efeitos decorrentes da variável tempo, tanto na evolução das acções, como nas propriedades estruturais e na resposta da estrutura.

Os estudos de cenários correntes em barragens de betão foram realizados, durante muito tempo, considerando comportamentos elásticos lineares e independentes do tempo. A influência do comportamento das juntas de contracção e do comportamento diferido do betão era considerada, de uma forma simplificada, adoptando módulos de elasticidade reduzidos. Apesar de todas as simplificações envolvidas, os resultados obtidos deram uma contribuição determinante na previsão e interpretação do comportamento das obras, nomeadamente no projecto e durante as fases de primeiro enchimento da albufeira e de exploração normal [Pedro, 1977]. As maiores limitações destes modelos manifestaram-se no estudo da fase construtiva das obras, não permitindo avaliar, de forma suficientemente precisa, as tensões iniciais nas estruturas.

Foram posteriormente desenvolvidas ferramentas de cálculo que permitiam considerar o comportamento físico não-linear dos materiais, através de modelos do tipo elastoplástico perfeito (especialmente vocacionados para o estudo de cenários de rotura [Pina, 1988; Dinis, 1994]), e o comportamento diferido do betão, por meio de um modelo viscoelástico linear dependente de um único parâmetro [Pina, 1988]. Estes modelos eram limitativos em relação à representação da história de carga, mas os resultados numéricos com eles obtidos permitiram mais e melhores comparações com os resultados da observação das obras.

8.1.2 - No presente trabalho foram desenvolvidos modelos e métodos que permitem superar as limitações atrás indicadas, com o objectivo de melhorar as capacidades de análise do comportamento estrutural das barragens de betão nas fases de construção e de exploração.

Os modelos e métodos desenvolvidos neste trabalho tornam mais versáteis as possibilidades de discretização das cargas e do tempo, e permitem considerar de forma mais

precisa os aspectos determinantes do comportamento das barragens abóbada em condições de serviço, nomeadamente: i) simular a relaxação das tensões e a eventual fendilhação que ocorrem durante a construção, devido às significativas variações de temperatura a que os betões ficam submetidos durante essa fase; ii) realizar o estudo da elevação global dos blocos das abóbadas, considerando o comportamento não-linear das superfícies de descontinuidade; e iii) nas fases de primeiro enchimento da albufeira e de exploração normal das obras, em que a permanência das acções da água são preponderantes, considerar o comportamento diferido dos materiais.

Os modelos utilizados consideram os efeitos mecânicos das acções obtidos por soluções simples, nomeadamente para as acções da água e térmicas, não se entrando em linha de conta com eventuais interacções entre os efeitos das acções, as propriedades e o comportamento das estruturas. Requerem a definição de um número reduzido de parâmetros para caracterizar o comportamento reológico dos materiais, tendo alguns desses parâmetros um claro significado físico, aspecto que se considera essencial em estudos relativos a obras de grande envergadura. Para a obtenção destes parâmetros, na perspectiva da interpretação do comportamento das obras, a experiência tem mostrado que é importante a realização de ensaios de caracterização específicos, inclusivamente no próprio corpo das estruturas. Já nos estudos de simulação, os valores dos parâmetros poderão ser estimados a partir das propriedades dos materiais habitualmente obtidas em ensaios correntes, existindo já uma larga experiência no que toca às correlações entre os intervalos de variação desses parâmetros e os resultados desses ensaios correntes.

8.1.3 - Das técnicas utilizadas, as principais contribuições deste trabalho dizem respeito ao comportamento do betão, ao comportamento das superfícies de descontinuidade e à análise estrutural.

A aproximação das funções de fluência do betão por séries de Dirichlet permitiu utilizar relações constitutivas do tipo incremental para simular o comportamento ao longo do tempo do betão. Esta técnica apresenta vantagens, em relação aos métodos clássicos de integração passo a passo, nomeadamente: i) a discretização do tempo pode ser realizada num menor número de intervalos, sendo apenas necessária quando há variação da topologia ou das solicitações da estrutura; ii) a análise em cada intervalo depende apenas do valor das variáveis no final do intervalo anterior e das variações ocorridas no próprio intervalo, não sendo necessário conhecer toda a história precedente (análise recursiva); e iii) a análise viscoelástica é transformada numa sucessão de análises elásticas. Este tipo de formulação permitiu incluir, com toda a generalidade, a possibilidade do material fendilhar, considerando um modelo de

banda de fendilhação, derivado da mecânica da fractura não-linear, o qual recorre à decomposição das deformações nas parcelas correspondentes ao betão e às fendas.

Relativamente às superfícies de descontinuidade, pretendia-se, essencialmente, modelar o comportamento das juntas de contracção. Assim, considerou-se um modelo do tipo elastoplástico, com resistências de pico e residuais definidas pelo critério de Mohr-Coulomb, em relação ao corte; no que toca à componente na direcção normal, considerou-se um modelo bilinear em compressão e um comportamento do tipo frágil em tracção, definido pelo critério de Rankine.

A análise estrutural é realizada pelo método dos elementos finitos, utilizando-se uma técnica incremental, quer na discretização da carga, quer na resolução dos problemas não-linear e ao longo do tempo. São usados elementos finitos volumétricos de casca espessa para representação do meio contínuo, elementos de junta para representação das superfícies de descontinuidade e elementos de superfície para introdução da deformabilidade da fundação através da técnica dos coeficientes de Vogt.

8.1.4 - As ferramentas numéricas desenvolvidas podem aplicar-se à análise do comportamento ao longo do tempo de barragens abóbada e de outras estruturas de betão em massa que possam ser idealizadas, do ponto de vista estrutural, como cascas. Neste trabalho foram utilizadas no estudo de duas grandes barragens abóbada, para as fases de construção, primeiro enchimento da albufeira e exploração normal das obras, e, em todos os casos, as comparações efectuadas entre os resultados numéricos e os valores observados nas obras mostram que os modelos e métodos desenvolvidos conduzem a resultados de boa qualidade.

Os resultados obtidos permitem tecer algumas considerações de índole geral relativamente à influência de alguns factores sobre o comportamento das barragens abóbada, nomeadamente:

- i) na fase de construção, em que se verificam variações significativas de temperatura no betão, a interrupção das betonagens pode originar tensões de tracção horizontais elevadas nas camadas correspondentes ao recomeço dos trabalhos, podendo conduzir à fendilhação do betão no núcleo dos blocos;
- ii) para a acção do peso próprio, o modelo de consolas independentes aproxima bem o comportamento estrutural;
- iii) na fase do primeiro enchimento da albufeira, é essencial considerar uma estimativa realista das variações de temperatura que ocorrem nessa fase, bem como uma discretização minuciosa dessas variações de temperatura e da variação do nível da água na albufeira; por outro lado, é ainda necessário estimar a abertura inicial das

- juntas de contracção, a incluir no seu comportamento não-linear;
- iv) a ocorrência de expansões de valor moderado (da ordem de 200×10^{-6}) tem uma influência significativa nos movimentos da superestrutura, mas os efeitos sobre o campo de tensões apenas se manifestam com algum significado junto à inserção na fundação;
 - v) dada a permanência das acções que mais condicionam o seu dimensionamento (peso próprio e acções da água), o comportamento estrutural das barragens abóbada é muito influenciado pelas características de fluência e de relaxação do betão, bem como pela evolução das suas propriedades no tempo;
 - vi) o comportamento estrutural das barragens abóbada portuguesas, devido às características climáticas do país, é muito influenciado pelas variações de temperatura sazonais.

8.2 - Perspectivas futuras

8.2.1 - A sofisticação das ferramentas numéricas de análise torna necessária a utilização de valores cada vez mais fiáveis dos parâmetros característicos do comportamento mecânico dos materiais. No que toca às barragens de betão, existem algumas particularidades que têm dificultado, ou mesmo inviabilizado, a execução de ensaios para determinação desses parâmetros.

A primeira e maior dificuldade está associada à granulometria do betão de barragens, em que a máxima dimensão dos inertes é, em regra, superior a 150 mm. Como já se referiu, as dificuldades decorrentes do manuseamento e ensaio de amostras com dimensões adequadas à dimensão dos inertes tem levado a que a maioria dos ensaios sejam realizados sobre amostras de menor dimensão, moldadas com betão obtido por crivagem em húmido do betão integral das estruturas. As propriedades do betão crivado e do betão integral são de correlação difícil (a crivagem altera substancialmente a percentagem de cimento da mistura) e a prática tem revelado que os modelos de previsão, nomeadamente os do CEB, são pouco adequados para este tipo de betões. Algumas destas dificuldades têm vindo a ser progressivamente superadas, mas ainda são escassos os equipamentos laboratoriais para ensaios correntes de amostras de grande dimensão. Dados todos estes condicionamentos, prevê-se ainda difícil, num horizonte de curto prazo, a obtenção de valores fiáveis para os parâmetros característicos de fractura do betão de barragens, em particular para os betões jovens. No que toca à caracterização do comportamento diferido através de ensaios laboratoriais e "in situ", será

necessário realizar, no futuro, ensaios dos betões cada vez mais jovens, para obtenção das características de deformabilidade dos betões com menos de 3 a 4 dias de idade, indispensáveis no estudo da relaxação de tensões (e eventual fendilhação) durante a fase construtiva.

Um segundo problema, embora qualitativamente de menor importância, prende-se com a caracterização do comportamento das juntas de contracção. Estas juntas apresentam um preenchimento, constituído por calda de cimento endurecida, que determina o tipo do seu comportamento mecânico. Não havendo dificuldades na selecção de um modelo teórico de comportamento, mas dada a escassez de informação disponível acerca dos parâmetros característicos deste tipo de juntas, está a realizar-se, em complemento ao presente trabalho, uma campanha de ensaios experimentais sobre provetes de betão laboratoriais, dotados de juntas com preenchimento de calda de cimento endurecida, com vista à determinação de valores indicativos para as propriedades de deformabilidade e de resistência relativamente a esforços de compressão, de tracção e de corte.

8.2.2 - Na fase actual dos conhecimentos, julga-se fundamental o prosseguimento da utilização das ferramentas desenvolvidas, quer para outras barragens, quer para outros cenários, por forma a que este tipo de modelos venha a substituir, a prazo, os modelos elásticos lineares que ainda hoje servem de base à interpretação do comportamento observado das barragens de betão portuguesas.

Dos estudos realizados no presente trabalho, são os relativos à construção das obras aqueles que se apresentam ainda numa fase menos desenvolvida, carecendo de aprofundamentos futuros. Um dos desenvolvimentos que se afigura necessário refere-se ao estudo da influência dos diferentes processos de refrigeração artificial dos betões sobre o campo de tensões iniciais das estruturas.

As potencialidades das ferramentas desenvolvidas, em conjunto com a análise criteriosa dos resultados da observação das obras, poderão ajudar a detectar, justificar ou prever cenários de deterioração e envelhecimento das estruturas, contribuindo para uma melhoria da qualidade na verificação e controlo da segurança das obras.

8.2.3 - Relativamente a desenvolvimentos futuros do tipo de modelos abordados no presente trabalho, julga-se fundamental melhorar os modelos de fluência e de fendilhação, por forma a poderem contemplar alguns efeitos determinantes nas patologias e envelhecimento das estruturas, nomeadamente a fluência terciária para níveis elevados das tensões, a evolução da fendilhação ao longo do tempo e a influência da percolação da água sobre o comportamento

das fendas.

A adaptação das ferramentas numéricas desenvolvidas para equilíbrios genericamente tridimensionais permitirá ainda incluir explicitamente nos modelos a fundação das obras, dado que é nelas que se têm verificado muitas das anomalias de comportamento registadas [Ramos, 1994].

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ahmad, S.; Irons, B.; Zienkiewicz, O.C. - *Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.2, N.3, 1970.

Alfaiate, J.M.V. - *Estudo e modelação do comportamento do betão fissurado*, Tese de Doutoramento, IST, Lisboa, 1992.

Balmer, G.G. - *Shearing strength of concrete under high triaxial stress - computation of Mohr's envelope as a curve*, Bur. Reclam. Struct. Res. Lab. Rep. SP-23, Denver, 1949.

Bandis, S. - *Experimental studies of scale effects on shear strength and deformation of rock joints*, Tese de Doutoramento, University of Leeds, 1980.

Bandis, S.; Lumsden, A.; Barton, N. - *Fundamentals of rock joint deformation*, International Journal Rock Mechanics Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol.20, N.6, 1983.

Barros, J.A.O. - *Comportamento do betão reforçado com fibras. Análise experimental e simulação numérica*, Tese de Doutoramento, FEUP, Porto, 1995.

Barros, M.H.M.; Silva, V.D.; Serafim, J.L. - *Time dependant effects in concrete structures and analysis of the used time-integration algorithm*, 2nd International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures (SCi-C 1990), Zell am See, 1990.

Barton, N.; Bandis, S.; Bakhtar, K. - *Strength, deformation and conductivity coupling of rock joint*, International Journal Rock Mechanics Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol.22, N.3, 1985.

Batista, A.L.; Pina, C.A.B.; Ramos, J.M. - *Creep analysis of arch dams*, Memória nº 780, LNEC, Lisboa, 1992.

Bazant, Z.P. - *Numerical determination of long-range stress history from strain history in concrete*, Materials & Structures, Vol.5 N.27, 1972.

Bazant, Z.P. - *Mathematical models for creep and shrinkage of concrete*, Creep and Shrinkage in Concrete Structures, Ed. Bazant and Wittmann, Avon, 1982.

Bazant, Z.P. - *Comment on orthotropic models for concrete and geomaterials*, Journal of the Engineering Mechanics Division (ASCE), Vol.109 N.3, 1983.

Bazant, Z.P. (Ed.) - *Mathematical modeling of creep and shrinkage of concrete*, John Wiley & Sons, 1988.

Bazant, Z.P.; Chern, J.C. - *Double power logarithmic law for concrete creep*, Journal of Cement and Concrete Research, Vol.14, 1984.

Bazant, Z.P.; Chern, J.C. - *Triple power logarithmic law for concrete creep*, Journal of Engineering Mechanics, Vol.111 N.1, 1985.

Bazant, Z.P.; Oh, B.H. - *Crack band theory for fracture of concrete*, Materials & Structures, Vol.16 N.93, 1983.

Bazant, Z.P.; Panula, L. - *Practical prediction of time dependent deformations of concrete*, Materials & Structures, Vol.11 N.65, Vol.11 N.66, Vol.12 N.69, 1978-1979.

Bazant, Z.P.; Wu, S.T. - *Dirichlet series creep function for aging concrete*, Journal of the Engineering Mechanics Division (ASCE), Vol.99 NO.EM2, 1973.

Bhattacharjee, S.S. - *Smearred fracture analysis of concrete gravity dams for static and seismic loads*, Tese de Doutorado, McGill University, Montreal, 1993.

Borges, J.F. - *A utilização dos ultra-sons para o estudo das propriedades dos materiais*, Memória nº 50, LNEC, Lisboa, 1954.

Borst, R.; Boogaard, A.H. - *Finite element modeling of deformation and cracking in early-age concrete*, Journal of Engineering Mechanics, Vol.122, N.12, 1994.

Bresson, J. - *La prévision des résistances des produits en béton*, International Conference on Concrete of Early Ages (RILEM), Vol. I, Paris, 1982.

Broek, D. - *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, Martinus Nijhoff Publishers, 1974.

Byfors, J. - *Plain concrete at early ages*, Swedish Cement and Concrete Research Institute, Stockholm, 1980.

Catarino, J.M.R. - *Comportamento reológico de estruturas de betão armado pré-esforçado*, Tese de Especialista, LNEC, Lisboa, 1986.

Castro, A.T.; Batista, A.L.; Ramos, J.M.; Pinho, J.S. - *Identificação dos parâmetros de um modelo reológico do betão de barragens a partir da observação dos protótipos*, 2º Encontro Nacional sobre a Análise Experimental de Tensões, Lisboa, 1990.

CEB - *Model Code for Concrete Structures*, Paris, 1978.

CEB - *Structural effects of time-dependent behaviour of concrete*, Design Manual, Georgi Publishing Company, 1984.

CEB - *CEB-FIP Model Code 1990*, Design Code, Thomas Telford, 1990.

Charlwood, R.G.; Solymar, Z.V. - *A review of alkali aggregate reactions in dams*, Dam Engineering, Vol. V Issue 2, 1994.

Chiorino, M.A. - *Time-dependent behaviour of concrete*, International Course on Structural Concrete, Ed. LNEC, Lisboa, 1973.

Coutinho, A.S. - *Fabrico e propriedades do betão*, Curso nº 120, LNEC, 1974.

Cundall, P.; Lemos, J.V. - *Numerical simulation of fault instabilities with a continuously-yielding joint model*, Rockbursts & Seismicity in Mines, Ed. Fairhurst Balkema, 1990.

Delgado, R. - *O método dos elementos finitos na análise dinâmica de barragens, incluindo a interacção sólido-líquido*, Tese de Doutoramento, FEUP, Porto, 1984.

Dinis, P.B. - *Modelos de comportamento dos materiais para o estudo à rotura de barragens de betão*, Tese de Doutoramento, IST, Lisboa, 1994.

EDP - *Anteprojecto do escalão do Alto Lindoso*, Porto, 1983.

EDP - *Barragem do Alto Lindoso. Plano de primeiro enchimento*, Porto, 1991.

Emborg, M. - *Thermal stresses in massive concrete structures calculated with a linear creep law of integral type*, Fourth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete: Mathematical modelling, Evanston, 1986.

Faria, R. - *Avaliação do comportamento sísmico de barragens de betão através de um modelo de dano contínuo*, Tese de Doutoramento, FEUP, Porto, 1994.

Feenstra, P.H.; Borst, R. - *Aspects of robust computational modeling for plain and reinforced concrete*, Heron, Vol. 38 N.4, 1993.

Fernandes, J.S.; Molico, A.A. - *Cahora-Bassa arch dam. Study of different criteria for a design solution*, Proc. X Congress ICOLD, R33, Q39, Montreal, 1970.

Fialho, J.L. - *Princípios orientadores do projecto de barragens abóbada. Um novo método de traçado e dimensionamento*, Memória nº 65, LNEC, Lisboa, 1955.

Fialho, J.L. - *Barragens casca. Contribuição para o seu cálculo elástico*, Lisboa, 1966.

Findley, W.N.; Lai, J.S.; Onaran, K. - *Creep and relaxation of nonlinear viscoelastic materials*, Dover Books on Engineering, New York, 1976.

Florentino, C.A. - *O controlo da segurança de barragens de betão*, Programa de Investigação, LNEC, Lisboa, 1983.

Garcia, M.T.O.S. - *Retracção e fluência do betão observadas in situ*, Tese de Mestrado, IST, Lisboa, 1995.

Genésio, M.L.V.P. - *Simulação do comportamento de juntas de barragens*, Tese de Mestrado, FEUP, Porto, 1993.

Gilbert, R.I. - *Time effects in concrete structures*, Developments in Civil Engineering N. 23, Ed. Elsevier, 1988.

Gomes, A.F.S. - *Automatização das actividades de observação e análise quantitativa de resultados*, Tese de Especialista, LNEC, Lisboa, 1981.

Goodman, R.E. - *Methods of geogical engineering in discontinuous rocks*, West Publishing Co., 1976.

Goodman, R.E. - *Introduction to rock mechanics*, Ed. John Wiley & Sons, 1980.

Goodman, R.E.; Taylor, R.L.; Brekke, T. - *A model for the mechanics of jointed rock*, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division (ASCE), Vol.98 N.4, 1968.

Goodman, R.E.; St. John, C. - *Finite element analysis for discontinuous rocks*, Numerical methods in geotechnical engineering, Cap. 4, Ed. Desai & Christian, West Publishing C., 1977.

Grossman, N.F. - *Descontinuidades*, Desenvolvimentos recentes no domínio da Mecânica das Rochas, LNEC, Lisboa, 1983.

Hartley, G.A.; McNeice, G.M.; Stensch, W. - *Vogt boundary for finite element arch dam analysis*, Journal of the Structural Division (ASCE), Vol.100, 1974.

Hillerborg, A.; Modeer, M.; Petersson, P.E. - *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*, Cement & Concrete Research, Vol.6 N.6, 1976.

Illston, J.M. - *Components of creep in mature concrete*, Journal of the American Concrete Institute, N.3 Vol.65, 1968.

ISE (The Institution of Structural Engineers - Task Group on Alkali-Silica Reaction) - *Structural effects of alkali-silica reaction*, London, 1992.

Jing, L. - *Numerical modelling of jointed rock masses by distinct element methods for two and three-dimensional problems*, Tese de Doutorado, Lulea University of Technology, 1990.

Jing, L.; Nordlund, E.; Stephansson, O. - *An experimental study on the anisotropy and stress-dependency of the strength and deformability of rock joints*, International Journal Rock Mechanics Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol.29, N.5, 1992.

Karihaloo, B.L. - *Fracture mechanics & structural concrete*, Concrete Design & Construction Series, Ed. Longman Scientific & Technical, 1995.

Kupfer, H.B.; Hilsdorf, H.K.; Rusch, H. - *Behavior of concrete under biaxial stresses*, ACI Journal, Vol.66, N.8, 1969.

Lamas, L.N. - *Contributions to understanding the hydromechanical behaviour of pressure tunnels*, Tese de Doutorado, University of London, London, 1993.

Lemos, J.A.S.V. - *A distinct element model for dynamic analysis of jointed rock with application to dam foundations and fault motion*, Tese de Doutorado, University of Minnesota, Mineapolis, 1987.

LNEC (Pedro, J.O.; Santos, J.H.P.) - *Dimensionamento de barragens abóbada por ajustamento dos deslocamentos radiais entre arcos e consolas. Solicitações estáticas*, Relatório DEE, Lisboa, 1968.

LNEC (Rocha, M.; Silveira, A.F.; Azevedo, M.C.; Ferreira, A.L.L.; Costa, C.A.P.) - *Estudo experimental da barragem de Cahora-Bassa. 1º, 2º, 3º, 4º e 5º relatórios*, Relatórios DDE, Lisboa, 1968, 1973, 1973a, 1974 e 1975.

LNEC (Rodrigues, F.P.; Pinto, J.L.; Almeida, A.C.) - *Estudo das fundações da barragem de Cahora-Bassa - 1º relatório (Deformabilidade e fluência do maciço rochoso e das rochas constituintes da fundação da barragem)*, Relatório DFT, Lisboa, 1969.

LNEC (Matos, M.E.C.; Mascarenhas, A.A.T.) - *Plano de observação da barragem de Cahora-Bassa*, Relatório DO, Lisboa, 1972.

LNEC (Pedro, J.O.; André, J.C.) - *Elementos finitos para estudo de cascas derivadas de elementos tridimensionais parabólicos*, Relatório DEE, Lisboa, 1974.

LNEC (Rego, J.M.S.; Gomes, M.B.; Coutinho, A.S.) - *O cimento e o betão das obras de Cahora-Bassa*, Relatório DAB, Lisboa, 1978.

LNEC (Matos, M.E.C.) - *Observação da barragem de Cahora-Bassa. Relatório do primeiro enchimento da albufeira*, Relatório NO, Lisboa, 1981.

LNEC (Pedro, J.O.; Lemos, J.V.) - *Técnica de aceleração de convergência para estudo de problemas não-lineares*, Relatório 70/84-NEE, Lisboa, 1984.

LNEC (Pedro, J.O.; Câmara, R.J.C.) - *Elementos finitos com funções de interpolação dos deslocamentos do primeiro e do segundo grau, para estudo de equilíbrios tridimensionais*, Relatório 179/85-NEE, Lisboa, 1985.

LNEC (Ramos, J.M.; Silva, H.S.) - *Plano de observação do escalão do Alto Lindoso*, Relatório 170/86-NO, Lisboa, 1986.

LNEC (Batista, A.L.; Pina, C.A.B.) - *Elementos finitos curvos de casca espessa para estudo de estruturas laminares*, Relatório 232/88-NEE, Lisboa, 1988.

LNEC (Ramos, J.M.; Batista, A.L.; Silva, H.S.; Castro, A.T.) - *Observação da barragem de Cahora-Bassa. Análise do comportamento (1975-1989)*, Relatório 160/91-NO, Vol. I e II, Lisboa, 1991.

LNEC (Ramos, J.M.; Castro, A.T.; Batista, A.L.) - *Observação da barragem do Alto Lindoso durante o primeiro enchimento da albufeira. Parecer relativo ao comportamento observado até ao primeiro patamar (nível da água à cota 318,0 m)*, Relatório 208/92-NO, Lisboa, 1992.

LNEC (Ramos, J.M.; Pinho, J.S.; Castro, A.T.) - *Caracterização de propriedades reológicas do betão da barragem do Alto Lindoso. Módulo de elasticidade e curva intrínseca até à rotura em compressão de betões crivados*, Relatório 131/93-NO, Lisboa, 1993.

LNEC (Ramos, J.M.; Batista, A.L.; Castro, A.T.) - *Observação da barragem do Alto Lindoso durante o primeiro enchimento da albufeira. Parecer relativo ao comportamento observado entre o primeiro patamar (nível da água à cota 318,0 m) e o terceiro patamar (nível da água à cota 336,0 m)*, Relatório 256/93-NO/NDE/NEE, Lisboa, 1993.

LNEC (Ramos, J.M.; Batista, A.L.; Castro, A.T.) - *Observação da barragem do Alto Lindoso durante o primeiro enchimento da albufeira. Parecer relativo ao comportamento observado até ao último patamar (nível da água à cota 338,0 m)*, Relatório 36/95-NO/NDE/NEE, Lisboa, 1995.

LNEC (Coelho, M.J.; Rodrigues, L.F.; Oliveira, M.) - *Ensaio geofísicos, por métodos sísmicos, na fundação da barragem do Alto Lindoso*, Relatório ???/97-NP (em preparação), Lisboa, 1997.

Mascarenhas, A.T. - *Percolação na fundação de barragens de betão*, Tese de Especialista, LNEC, Lisboa, 1979.

Mary, M. - *Les barrages*, Coleção Que Sais-je?, N° 1183, Paris, 1965.

Mazars, J. - *Damage models for concrete and their usefulness for seismic loadings*, Experimental and Numerical Methods in Earthquake Engineering, Ed. J. Donea and P. M. Jones, Brussels and Luxembourg, 1991.

Muralha, J. - *Abordagem probabilística do comportamento mecânico de descontinuidades de maciços rochosos*, Tese de Doutoramento, IST, Lisboa, 1995.

Muskhelishvili, N.I. - *Some basic problems of the mathematical theory of elasticity*, Noordhoff, 1953.

Nagy, A.; Thelandersson, S. - *Material characterization of young concrete to predict thermal stresses*, International Symposium on Thermal Cracking in Concrete at Early Ages (RILEM), Munich, 1994.

Neville, A.M.; Dilger, W.H.; Brooks, J.J. - *Creep of plain and structural concrete*, Construction Press, 1983.

NPB (Normas de Projecto de Barragens), Portaria nº 846/93, Lisboa, 1993.

Oliveira, E.R.A. - *Elementos da teoria da elasticidade*, Ed. AEIST, Lisboa, 1969.

Oliver, J. - *A consistent characteristic length for smeared cracking models*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.28, 1989.

Oliver, J.; Elices, M.; Oñate, E.; Astiz, M.A. (Ed.) - *Métodos numéricos aplicados a la mecánica de fractura*, Ed. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, 1988.

Pedro, J.O. - *Finite element stress analysis of plates, shells and massive structures*, CEB International Course on Structural Concrete, Ed. LNEC, Lisboa, 1973.

Pedro, J.O. - *Dimensionamento das barragens abóbada pelo método dos elementos finitos*, Memória nº 479, LNEC, Lisboa, 1977.

Pedro, J.O. - *Modelos de elementos finitos*, Desenvolvimentos recentes no domínio da Mecânica das Rochas, LNEC, Lisboa, 1983.

Pedro, J.O. - *A engenharia de barragens de betão em Portugal. Estruturas mais importantes e alguns estudos*, Conferência Ibero-Americana sobre Aproveitamentos Hidráulicos, LNEC, Lisboa, 1987.

Pedro, J.O.; Falcão, J.C.B.; Sousa, L.R. - *Structural analysis including deformability of foundations by finite elements*, VIII International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Moscovo, 1973.

Pedro, J.O.; Gomes, A.S.; Câmara, R. - *Stress evaluation in concrete dams. The example of Varosa dam*, International Conference on Safety of Dams, Coimbra, 1984.

Pereira, E.R. - *Análise fisicamente não-linear de pórticos tridimensionais de betão armado*, Tese de Mestrado, IST, Lisboa, 1989.

Pina, C.A.B. - *Modelos de elementos finitos para estudo de barragens de betão. Cenários correntes e de rotura*, Tese de Especialista, LNEC, Lisboa, 1988.

Pina, C.A.B.; Batista, A.L. - *Resolução de sistemas de equações na análise estrutural de barragens abóbada*, Congresso sobre Informática na Indústria da Construção (CIIC-87), Lisboa, 1987.

Pinho, J.S. - *Contribuição para o estudo da deformabilidade do betão de barragens*, Tese de Especialista, LNEC, Lisboa, 1989.

Pinho, J.S.; Teles, M.; Gonçalves, A. - *Comportamento térmico de uma estrutura de betão em grandes massas*, Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, Lisboa, 1982.

Pinho, J.S.; Ramos, J.M. - *Mass concrete laboratory and "in situ" tests*, International Symposium on Long-term Observation of Structures (RILEM), Budapeste, 1984.

Pinho, J.S.; Castro, A.T.; Florentino, C.A. - *Potencialidades das técnicas de ultra-sons na observação de barragens*, Conferência Ibero-Americana sobre Aproveitamentos Hidráulicos, LNEC, Lisboa, 1987.

Pinho, J.S.; Ramos, J.M.; Castro, A.T. - *Rheologic characterization of mass-concrete by monitoring prototypes*, 4th International Conference on Computational Methods and Experimental Measurements, Capri, 1989.

Portugal, A.C. - *Caracterização do comportamento dinâmico de barragens de betão através de ensaios "in situ"*, Tese de Mestrado, IST, Lisboa, 1990.

Póvoas, R.H.C.F. - *Modelos não-lineares de análise e dimensionamento de estruturas laminares de betão incluindo efeitos diferidos*, Tese de Doutoramento, FEUP, Porto, 1991.

Ramos, J.M. - *Consideração da reologia do betão no comportamento de barragens*, Tese de Especialista, LNEC, Lisboa, 1985.

Ramos, J.M. - *Fiabilidade e monitoramento de barragens de betão*, Programa de Investigação, LNEC, Lisboa, 1994.

Ramos, J.M.; Batista, A.L.; Oliveira, S.B.; Castro, A.T.; Silva, H.S.; Pinho, J.S. - *Reliability of arch dams subjected to concrete swelling*, Second International Conference on Alkali-Aggregate Reactions in Hydroelectric Plants and Dams, Chattanooga, 1995.

Ramos, J.M.; Pinho, J.S. - *Deforabilidade do betão de barragens*, Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, Lisboa, 1982.

Ramos, J.M.; Pinho, J.S.; Portugal, A.C.; Castro, A.T. - *Analysis of stresses observed in dams considering concrete viscoelastic behaviour*, International Conference on Measuring and Testing in Civil Engineering, Lyon-Villeurbanne, 1988 (Memória nº 727, LNEC).

REBAP (Regulamento de Estruturas de Betão Armado Pré-Esforçado), Imprensa Nacional - Casa da Moeda, Lisboa, 1985.

RILEM CPC 8 - *Modulus of elasticity of concrete in compression*, 1975.

RILEM Committee FMC 50 - *Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of the three-point bend tests of notched beams*, Materials & Structures, nº 106, 1985.

Reis, A.J.; Serafim, J.L. - *Tensões termoviscoelásticas em barragens de betão*, Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, Lisboa, 1982.

RSB (Regulamento de Segurança de Barragens), Decreto-Lei nº 11/90, Lisboa, 1990.

Rocha, M. - *The physical problem of the arch dam*, Theory of arch dams, Ed. J.R. Rydzewski, Pergamon Press, 1965.

Rocha, M. - *Mecânica das rochas*, LNEC, Lisboa, 1981.

Rocha, M.; Borges, J.F. - *Photoelasticity applied to structural design*, 3º Congresso da Associação Internacional de Pontes e Estruturas, Zurique, 1952.

Rots, J.G. - *Computational modeling of concrete fracture*, Tese de Doutoramento, Delft University of Technology, Delft, 1988.

Rots, J.G.; Nauta, P.; Kusters, G.M.; Blaauwendraad, J. - *Smearred crack approach and fracture localization in concrete*, Heron, Vol. 30 N.1, 1985.

Rots, J.G.; Blaauwendraad, J. - *Crack models for concrete: Discrete or Smearred? Fixed, multi-directional or rotating?*, Heron, Vol. 34 N.1, 1989.

Serafim, J.L. - *A subpressão nas barragens*, Memória nº 55, LNEC, Lisboa, 1954.

Serafim, J.L.; Silveira, A.F.; Rodrigues, J.C.; Fernandes, J.S. - *Cálculo das barragens abóbada por determinação analítica dos deslocamentos radiais*, Electricidade nº 9, 1958.

Silveira, A.F. - *As variações de temperatura nas barragens*, Memória nº 177, LNEC, Lisboa, 1961.

Sousa, L.R. - *Aplicação do método dos elementos finitos ao estudo de maciços rochosos*, Tese de Especialista, LNEC, Lisboa, 1974.

Teles, M. - *Comportamento térmico de barragens de betão*, Tese de Doutoramento, FEUP, Porto, 1985.

Timoshenko, S.; Krieger, S.W. - *Theory of plates and shells*, Ed. McGraw-Hill, 1959.

USBR (United States Bureau of Reclamation) - *Trial-load method of analysing arch dams*, Boulder Canyon Project, Final Report, Denver, 1938.

USBR (United States Bureau of Reclamation) - *Treatise on dams*, Denver, 1956.

USBR (United States Bureau of Reclamation) - *Concrete manual*, Washington, 1961.

Virtuoso, F.B.E. - *Análise de pontes curvas em caixão. Influência dos efeitos diferidos*, Tese de Doutoramento, IST, Lisboa, 1991.

Vogt, F. - *Ueber die berechnung der fundamentdeformation*, Det Norske Videnskaps-Akademi, Oslo, 1925.

Yankelevsky, D.Z.; Reinhardt, H.W. - *Uniaxial behaviour of concrete in cyclic tension*, Journal of Structural Engineering (ASCE), Vol.115 N.1, 1989.

Zienkiewicz, O.C. - *The finite element method*, Ed. McGraw-Hill, 1977 (3ª ed.).

Trabalhos publicados durante a execução da tese:

Batista, A.L.; Pina, C.A.B. - *Análise do comportamento ao longo do tempo de barragens abóbada*, III Encontro de Mecânica Computacional, Coimbra, 1992.

Batista, A.L.; Pina, C.A.B. - *Delayed behaviour of arch dams*, International Conference on Education, Practice and Promotion of Computational Methods in Engineering using Small Computers (EPMESC IV), Dalian, 1992.

Batista, A.L.; Pina, C.A.B.; Ramos, J.M. - *Creep analysis of arch dams*, Memória nº 780, LNEC, Lisboa, 1992.

Batista, A.L.; Ramos, J.M.; Pina, C.A.B.; Castro, A.T. - *Creep analysis of an arch dam during the first filling of the reservoir*, International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete (ConCreep 5), Barcelona, 1993.

Batista, A.L.; Ramos, J.M.; Pina, C.A.B.; Castro, A.T. - *Análise do comportamento estrutural de uma barragem abóbada durante o primeiro enchimento da albufeira*, IV Encontro Nacional de Mecânica Computacional, Lisboa, 1995.

Castro, A.T.; Batista, A.L.; Ramos, J.M.; Pinho, J.S. - *Identificação dos parâmetros de um modelo reológico do betão de barragens a partir da observação dos protótipos*, 2º Encontro Nacional sobre a Análise Experimental de Tensões, Lisboa, 1990.

LNEC (Ramos, J.M.; Batista, A.L.; Silva, H.S.; Castro, A.T.) - *Observação da barragem de Cahora-Bassa. Análise do comportamento (1975-1989)*, Relatório 160/91-NO, Vol. I e II, Lisboa, 1991.

LNEC (Ramos, J.M.; Castro, A.T.; Batista, A.L.) - *Observação da barragem do Alto Lindoso durante o primeiro enchimento da albufeira. Parecer relativo ao comportamento observado até ao primeiro patamar (nível da água à cota 318,0 m)*, Relatório 208/92-NO, Lisboa, 1992.

LNEC (Ramos, J.M.; Batista, A.L.; Castro, A.T.) - *Observação da barragem do Alto Lindoso durante o primeiro enchimento da albufeira. Parecer relativo ao comportamento observado entre o primeiro patamar (nível da água à cota 318,0 m) e o terceiro patamar (nível da água à cota 336,0 m)*, Relatório 256/93-NO/NDE/NEE, Lisboa, 1993.

LNEC (Ramos, J.M.; Batista, A.L.; Castro, A.T.) - *Observação da barragem do Alto Lindoso durante o primeiro enchimento da albufeira. Parecer relativo ao comportamento observado até ao último patamar (nível da água à cota 338,0 m)*, Relatório 36/95-NO/NDE/NEE, Lisboa, 1995.

Ramos, J.M.; Batista, A.L.; Oliveira, S.B.; Castro, A.T.; Silva, H.S.; Pinho, J.S. - *Reliability of arch dams subjected to concrete swelling*, Second International Conference on Alkali-Aggregate Reactions in Hydroelectric Plants and Dams, Chattanooga, 1995.

Ramos, J.M.; Castro, A.T.; Batista, A.L. - *Analysis of swelling processes in concrete dams*, First Conference on Research Needs in Dam Safety, New Delhi, 1991.

Silveira, P.; Batista, A.L.; Schiappa de Azevedo, F. - *Contributions à la conception des témoins sonores utilisés dans les structures de béton précontraint*, Revue Française de Mécanique n° 1991-3.

Silveira, P.; Batista, A.L. - *Influência da relaxação da betão nas tensões de origem térmica em tabuleiros de pontes*, IV Encontro Nacional de Mecânica Computacional, Lisboa, 1995.

ANEXO

Formulação em deslocamentos dos elementos utilizados

A.1 - Elementos finitos de casca espessa

A.1.1 - Funções de interpolação. Matriz de rigidez elementar

A.1.1.1 - Considere-se um elemento de casca espessa, do tipo indicado na Fig. A.1, caracterizado geometricamente num sistema de eixos cartesianos x_m ($m=1,2,3$) pelas coordenadas de dezasseis pontos nodais x_{iam}^e ($i=1,2,\dots,8$), ($a=1,2$), ($m=1,2,3$) localizados nos vértices e a meio das arestas de duas faces opostas (superior $a=1$; inferior $a=2$).

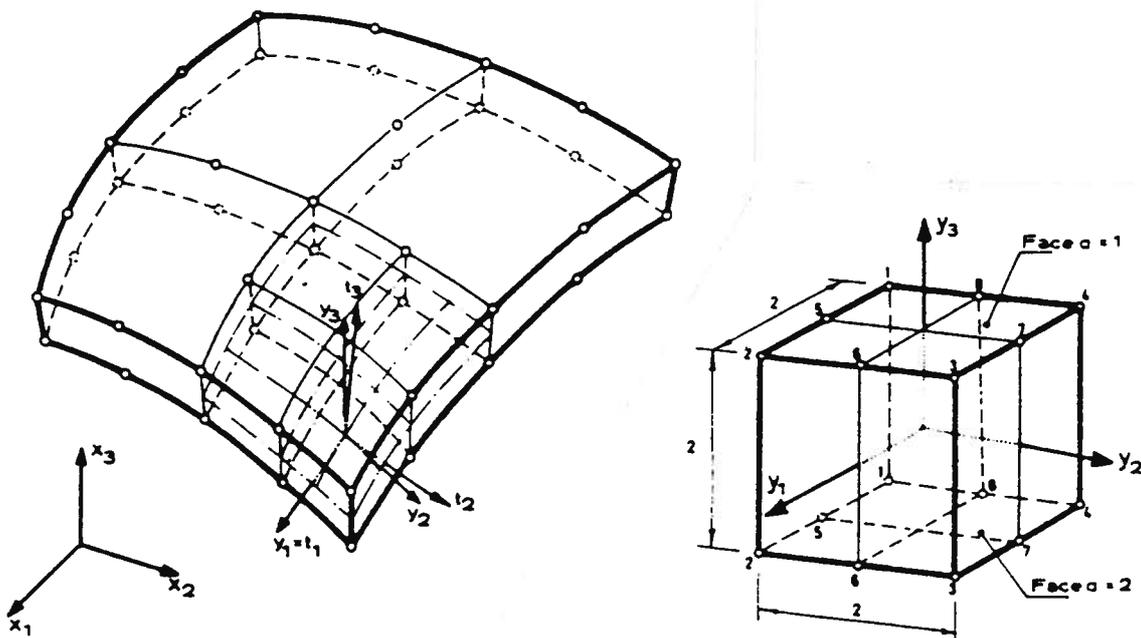


Fig. A.1 - Elemento finito de casca espessa. Ordenação dos pontos nodais e convenção de referenciais.

Sejam y_n ($n=1,2,3$) as coordenadas locais curvilíneas, variando entre -1 e $+1$. Admitindo que o deslocamento u_m ($m=1,2,3$) num dado ponto do volume ou na superfície do elemento pode ser calculado em função dos deslocamentos nodais

u_{iam}^e ($i=1,2,\dots,8$), ($a=1,2$), ($m=1,2,3$) por intermédio de funções de interpolação do segundo grau em y_1 e y_2 , e lineares em y_3 ,

$$u_m = M_{ia}(y_n) u_{iam}^e \quad (\text{A.1})$$

$$(m, n = 1, 2, 3)$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(a = 1, 2)$$

sendo,

$$M_{ia}(y_n) = \frac{1}{2} (1 + y_3(3 - 2a)) N_i(y_1, y_2) \quad (\text{A.2})$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(a = 1, 2)$$

$$(n = 1, 2, 3)$$

As funções parabólicas $N_i(y_1, y_2)$ ($i = 1, 2, \dots, 8$) têm a forma,

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + y_{i1}y_1)(1 + y_{i2}y_2)(y_{i1}y_1 + y_{i2}y_2 - 1) \quad (\text{A.3})$$

$$(i = 1, 2, 3, 4)$$

$$N_i = \frac{1}{2} (1 - (y_{3-j})^2)(1 + y_{ij}y_j)(y_{ij})^2 \quad (\text{A.4})$$

$$(i = 5, 6, 7, 8)$$

$$(j = 1, 2)$$

Nas expressões (A.3) e (A.4) y_{ij} representa as coordenadas nos eixos locais dos pontos nodais do elemento.

Admitindo que a geometria dos elementos pode ser definida em função das coordenadas dos pontos nodais através das mesmas funções de interpolação usadas para os deslocamentos,

$$x_m = M_{ia}(y_n) x_{iam}^e \quad (\text{A.5})$$

$$(m, n = 1, 2, 3)$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(a = 1, 2)$$

Da expressão (A.5) pode obter-se a relação entre as coordenadas gerais e locais,

$$dx_m = \frac{\partial x_m}{\partial y_n} dy_n = J_{mn} dy_n \quad (\text{A.6})$$

$$(m, n = 1, 2, 3)$$

$$J_{mj} = \frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{\partial y_j} (1 + y_3(3 - 2a)) x_{iam}^e \quad (\text{A.7})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(j, a = 1, 2)$$

$$J_{m3} = \frac{1}{2} N_i (3 - 2a) x_{iam}^e \quad (\text{A.8})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(j, a = 1, 2)$$

sendo J_{mn} os termos da matriz jacobiana.

As derivadas parciais das funções N_i definidas pelas expressões (A.3) e (A.4) têm a forma,

$$\frac{\partial N_i}{\partial y_j} = B_{ij} = \frac{1}{4} y_{ij} (1 + y_{ik} y_k) (2y_{ij} y_j + y_{ik} y_k) \quad (\text{A.9})$$

$$(i = 1, 2, 3, 4)$$

$$(j = 1, 2; k = 2, 1)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial y_j} = B_{ij} = \frac{1}{2} (1 - (y_k)^2) (y_{ij})^3 - y_j (1 + y_{ik} y_k) (y_{ik})^2 \quad (A.10)$$

$$(i = 5, 6, 7, 8)$$

$$(j = 1, 2; k = 2, 1)$$

A relação entre as coordenadas nos sistemas local e geral pode ser obtida a partir da matriz inversa de J_{mn} , $\underline{Y} = \underline{J}^{-1}$,

$$dy_n = \frac{\partial y_n}{\partial x_m} dx_m = Y_{nm} dx_m \quad (A.11)$$

$$(n, m = 1, 2, 3)$$

Pode ainda definir-se em cada ponto do volume ou da superfície do elemento um sistema local de eixos ortogonais caracterizado pelos vectores t_m ($m = 1, 2, 3$), sendo t_1 paralelo a y_1 e t_3 perpendicular ao plano tangente (Fig. A.1). A transformação ortogonal das coordenadas gerais para locais escreve-se sob a forma,

$$dt_m = T_{mp} dx_p \quad (A.12)$$

$$(m, p = 1, 2, 3)$$

sendo,

$$T_{1p} = \frac{J_{p1}}{\sqrt{(J_{m1})^2}} \quad (A.13)$$

$$(m, p = 1, 2, 3)$$

$$T_{3p} = \frac{Y_{3p}}{\sqrt{(Y_{3m})^2}} \quad (A.14)$$

$$(m, p = 1, 2, 3)$$

$$T_{2p} = T_{3q}T_{1r} - T_{1q}T_{3r} \quad (\text{A.15})$$

$$(p = 1, 2, 3; q = 2, 3, 1; r = 3, 1, 2)$$

A.1.1.2 - Considerando a hipótese da linearidade geométrica, as deformações ε_p ($p = 1, 2, 3$) e γ_{pq} ($p = 1, 2, 3; q = 2, 3, 1$) associadas a um elemento de volume, no sistema geral x_m ($m = 1, 2, 3$), estão relacionadas com as derivadas dos deslocamentos por,

$$\varepsilon_p = \frac{\partial u_m}{\partial x_p} \delta_{mp} \quad (\text{A.16})$$

$$(m, p = 1, 2, 3)$$

$$\gamma_{pq} = \frac{\partial u_m}{\partial x_q} \delta_{mp} + \frac{\partial u_m}{\partial x_p} \delta_{mq} \quad (\text{A.17})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(p = 1, 2, 3; q = 2, 3, 1)$$

Nas expressões (A.16) e (A.17) δ_{mp} representa o símbolo de Kronecker ($\delta_{mp} = 1$ se $m = p$; $\delta_{mp} = 0$ se $m \neq p$). A partir da expressão (A.1) obtém-se a relação entre as derivadas dos deslocamentos e os deslocamentos nodais,

$$\frac{\partial u_m}{\partial x_n} = A_{ian} u_{iam}^e \quad (\text{A.18})$$

$$(m, n = 1, 2, 3)$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(a = 1, 2)$$

sendo,

$$A_{iaj} = C_{ian} Y_{nj} \quad (\text{A.19})$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(a, n = 1, 2)$$

$$(j = 1, 2, 3)$$

$$C_{ian} = \frac{1}{2} B_{in} (1 + y_3 (3 - 2a)) \quad (\text{A.20})$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(a, n = 1, 2)$$

$$C_{ia3} = \frac{1}{2} N_i (3 - 2a) \quad (\text{A.21})$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(a = 1, 2)$$

As deformações relacionam-se com os deslocamentos nodais por,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_p \\ \gamma_{pq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{iap} \delta_{pm} \\ A_{iap} \delta_{qm} + A_{iaq} \delta_{pm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{iam}^e \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(p = 1, 2, 3; q = 2, 3, 1)$$

$$(a = 1, 2)$$

Usando a matriz de transformação definida pela expressão (A.12), as deformações escrevem-se, no sistema de eixos local,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r' \\ \gamma_{rs}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_{rp})^2 & T_{rp} T_{rq} \\ 2T_{rp} T_{sp} & T_{rp} T_{sq} + T_{rq} T_{sp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_p \\ \gamma_{pq} \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

$$(r = 1, 2, 3; s = 2, 3, 1)$$

$$(p = 1, 2, 3; q = 2, 3, 1)$$

ou, de forma mais compacta,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r' \\ \gamma_{rs}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} UN_{iamr} \\ UT_{iamr} \end{bmatrix} [u_{iam}^e] \quad (\text{A.24})$$

$(r=1,2,3; s=2,3,1)$
 $(i=1,2,\dots,8)$
 $(a=1,2)$
 $(m=1,2,3)$

sendo,

$$UN_{iamr} = (T_{rm})^2 A_{iam} + (T_{rm} T_{rk}) A_{iak} + (T_{rm} T_{rj}) A_{iaj} \quad (\text{A.25})$$

$(r=1,2,3; s=2,3,1)$
 $(m=1,2,3; k=2,3,1; j=3,1,2)$
 $(i=1,2,\dots,8)$
 $(a=1,2)$

$$UT_{iamr} = (2T_{rm} T_{sm}) A_{iam} + (T_{rm} T_{sk} + T_{rk} T_{sm}) A_{iak} + (T_{rj} T_{sm} + T_{rm} T_{sj}) A_{iaj} \quad (\text{A.26})$$

$(r=1,2,3; s=2,3,1)$
 $(m=1,2,3; k=2,3,1; j=3,1,2)$
 $(i=1,2,\dots,8)$
 $(a=1,2)$

Admitindo a hipótese da linearidade física, para materiais ortótropos, com eixos de ortotropia paralelos, em cada ponto da casca, ao referencial local t_i ($i=1,2,3$), as relações tensões-deformações podem escrever-se na forma,

$$\begin{bmatrix} \sigma'_i \\ \tau'_{ik} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D'_{ij} & 0 \\ 0 & G'_i \delta_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon'_j \\ \gamma'_{jl} \end{bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

$(i=1,2,3; k=2,3,1)$
 $(j=1,2,3; l=2,3,1)$

Considerando as relações (A.24) e (A.27), obtém-se,

$$\begin{bmatrix} \sigma'_p \\ \tau'_{pq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D'_{pr} UN_{jbnr} \\ G'_p UT_{jbnr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{jbn}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} SN_{jbnr} \\ ST_{jbnr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{jbn}^e \end{bmatrix} \quad (\text{A.28})$$

$(p=1,2,3; q=2,3,1)$
 $(n,r=1,2,3)$
 $(j=1,2,\dots,8)$
 $(b=1,2)$

A.1.1.3 - A partir das expressões (A.24) e (A.28) obtém-se o termo geral da matriz de rigidez de um elemento finito, para forças e deslocamentos nos pontos nodais,

$$K_{ijabmn} = \int_V (UN_{iamp} SN_{jbnr} + UT_{iamp} ST_{jbnr}) dV =$$

$$= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (UN_{iamp} SN_{jbnr} + UT_{iamp} ST_{jbnr}) |J| dy_1 dy_2 dy_3 \quad (\text{A.29})$$

$(i,j=1,2,\dots,8)$
 $(a,b=1,2)$
 $(m,n,p=1,2,3)$

em que $|J|$ é o determinante da matriz jacobiana J_{mn} .

A.1.2 - Forças nodais equivalentes às solicitações

A.1.2.1 - As forças nos pontos nodais equivalentes a forças mássicas de intensidade γ e actuando segundo a direcção definida pelos co-senos directores g_m ($m=1,2,3$), referidos ao sistema geral de coordenadas são dadas por,

$$X_{iam}^e = \gamma g_m \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{1}{2} N_i ((1+y_3(3-2a))) |J| dy_1 dy_2 dy_3 \quad (\text{A.30})$$

$$(i=1,2,\dots,8)$$

$$(a=1,2)$$

$$(m=1,2,3)$$

A.1.2.2 - Para pressões linearmente variáveis sobre as faces $y_3 = \pm 1$, definidas pela intensidade nos oito vértices do elemento p_{ja}^e ($j=1,2,3,4$), ($a=1,2$), é necessário estabelecer funções de interpolação lineares sobre as faces do elemento ($y_3 = \pm 1$). Num ponto sobre uma das faces do elemento a intensidade da pressão p_a é dada por,

$$p_a = \bar{N}_j p_{ja}^e \quad (\text{A.31})$$

$$(a=1,2)$$

$$(j=1,2,3,4)$$

sendo,

$$\bar{N}_j = \frac{1}{4} (1+y_{j1}y_1)(1+y_{j2}y_2) \quad (\text{A.32})$$

$$(j=1,2,3,4)$$

As componentes das forças distribuídas normais à superfície são definidas por,

$$f_{am} = \bar{N}_j p_{ja}^e \frac{Y_{3m}}{\sqrt{(Y_{3k})^2}} \quad (\text{A.33})$$

$$(a = 1, 2)$$

$$(m, k = 1, 2, 3)$$

$$(j = 1, 2, 3, 4)$$

As forças nodais equivalentes são dadas por,

$$X_{iam}^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N_i \bar{N}_j p_{ja}^e \frac{Y_{3m}}{\sqrt{(Y_{3k})^2}} \sqrt{(J_{n1}J_{l2} - J_{l1}J_{n2})^2} dy_1 dy_2 \quad (\text{A.34})$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(a = 1, 2)$$

$$(m, k = 1, 2, 3)$$

$$(j = 1, 2, 3, 4)$$

$$(n = 1, 2, 3; l = 2, 3, 1)$$

A.1.2.3 - Definindo as N forças concentradas no elemento pelas suas componentes P_{jm} actuando nos pontos de coordenadas naturais y_{jm} ($j = 1, 2, \dots, N$), ($m = 1, 2, 3$), as forças nodais equivalentes são dadas por,

$$X_{iam}^e = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} (1 + (3 - 2a)y_{j3}) N_i(y_{j1}, y_{j2}) P_{jm} \quad (\text{A.35})$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(a = 1, 2)$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

A.1.2.4 - Para deformações iniciais ε_r^0 ($r=1,2,3$) e γ_{rk}^0 ($r=1,2,3; k=2,3,1$) as forças nodais equivalentes são,

$$X_{iam}^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (D'_{pr} \varepsilon_r^0 UN_{iamp} + G'_p \gamma_{rk}^0 \delta_{pr} UT_{iamp}) |J| dy_1 dy_2 dy_3 \quad (\text{A.36})$$

$$(i=1,2,\dots,8)$$

$$(a=1,2)$$

$$(m,p=1,2,3)$$

$$(r=1,2,3; k=2,3,1)$$

A.1.2.5 - Definindo as variações de temperatura, supostas linearmente variáveis no elemento, pela sua intensidade nos oito vértices T_{jb}^e ($j=1,2,3,4$), ($b=1,2$), a variação de temperatura num ponto do volume ou da superfície do elemento é dada por,

$$T(y_1, y_2, y_3) = \frac{1}{2} (1 + y_3 (3 - 2b)) \bar{N}_j T_{jb}^e \quad (\text{A.37})$$

$$(j=1,2,3,4)$$

$$(b=1,2)$$

Representando por α_r ($r=1,2,3$) os coeficientes de dilatação térmica linear do material da casca no sistema de eixos local t_i ($i=1,2,3$), as deformações não nulas correspondentes à livre dilatação do elemento são,

$$\varepsilon_r'^0 = \frac{1}{2} \alpha_r (1 + y_3 (3 - 2b)) \bar{N}_j T_{jb}^e \quad (\text{A.38})$$

$$(r=1,2,3)$$

$$(j=1,2,3,4)$$

$$(b=1,2)$$

As tensões não nulas que se gerariam no elemento se se impusesse uma restrição total à sua deformação livre seriam,

$$\sigma_p^{/0} = D_{pr} \varepsilon_r^{/0} = \frac{1}{2} D'_{pr} \alpha_r (1 + y_3(3 - 2b)) \bar{N}_j T_{jb}^e \quad (\text{A.39})$$

$$(p, r = 1, 2, 3)$$

$$(j = 1, 2, 3, 4)$$

$$(b = 1, 2)$$

As forças nodais equivalentes obtêm-se por,

$$X_{iam}^e = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 D'_{pr} \alpha_r (1 + y_3(3 - 2b)) \bar{N}_j T_{jb}^e UN_{iamp} |J| dy_1 dy_2 dy_3 \quad (\text{A.40})$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8)$$

$$(a, b = 1, 2)$$

$$(m, p, r = 1, 2, 3)$$

$$(j = 1, 2, 3, 4)$$

A.2 - Elementos de junta

A.2.1 - Funções de interpolação. Matriz de rigidez elementar

A.2.1.1 - Considere-se um elemento de junta (Fig. A.2), destinado a ligar, através da espessura, dois elementos finitos de casca espessa. Este elemento de junta é formado por duas superfícies a distância nula, sendo definido num sistema de eixos cartesianos x_m ($m = 1, 2, 3$) pelas coordenadas de doze pontos nodais x_{iam}^e ($i = 1, 2, \dots, 6$), ($a = 1, 2$), ($m = 1, 2, 3$) localizados nos vértices e a meio das arestas exteriores de cada um dos bordos (superior $a = 1$; inferior $a = 2$).

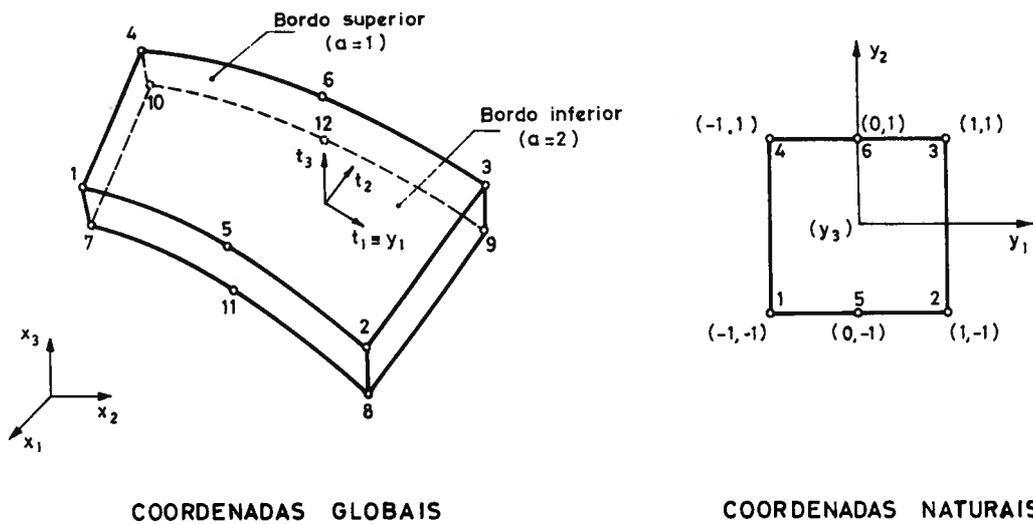


Fig. A.2 - Elemento de junta. Ordenação dos pontos nodais e convenção de referenciais.

Sejam y_n ($n=1,2$) as coordenadas curvilíneas de cada ponto dessas superfícies, variando entre -1 e $+1$. Admitindo que os deslocamentos u_m ($m=1,2,3$) num dado ponto de cada superfície do elemento podem ser calculados em função dos deslocamentos nodais u_{iam}^e ($i=1,2,\dots,6$), ($a=1,2$), ($m=1,2,3$) por intermédio de funções de interpolação do segundo grau em y_1 e lineares em y_2 ,

$$u_m = N_i(y_1, y_2) u_{iam}^e \tag{A.41}$$

$(m = 1, 2, 3)$
 $(i = 1, 2, \dots, 6)$
 $(a = 1, 2)$

As funções $N_i(y_1, y_2)$ ($i=1,2,\dots,6$) têm a forma,

$$N_i = \frac{1}{4} y_{i1} y_1 (1 + y_{i1} y_1) (1 + y_{i2} y_2) \tag{A.42}$$

$(i = 1, 2, 3, 4)$

$$N_i = \frac{1}{2} (1 - (y_1)^2) (1 + y_{i2} y_2) \quad (\text{A.43})$$

$$(i = 5, 6)$$

Nas expressões (A.42) e (A.43) y_{ij} representa as coordenadas naturais dos pontos nodais do elemento. Admitindo que a geometria do elemento pode ser definida através das mesmas funções de interpolação,

$$x_m = N_i(y_1, y_2) x_{iam}^e \quad (\text{A.44})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(i = 1, 2, \dots, 6)$$

$$(a = 1, 2)$$

A relação entre as coordenadas nos sistemas geral e local será,

$$dx_m = \frac{\partial x_m}{\partial y_n} dy_n = J_{mn} dy_n \quad (\text{A.45})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(n = 1, 2)$$

sendo,

$$J_{m1} = \frac{1}{4} y_{i1} (1 + y_{i2} y_2) (1 + 2y_{y1} y_1) x_{iam}^e \quad (\text{A.46})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(i = 1, 2, 3, 4)$$

$$(a = 1 \text{ ou } 2)$$

$$J_{m1} = -y_1 (1 + y_{i2} y_2) x_{iam}^e \quad (\text{A.47})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(i = 5, 6)$$

$$(a = 1 \text{ ou } 2)$$

$$J_{m2} = \frac{1}{4} y_{i1} y_{i2} y_1 (1 + y_{y1} y_1) x_{iam}^e \quad (\text{A.48})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(i = 1, 2, 3, 4)$$

$$(a = 1 \text{ ou } 2)$$

$$J_{m2} = \frac{1}{2} y_{i2} (1 - (y_1)^2) x_{iam}^e \quad (\text{A.49})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(i = 5, 6)$$

$$(a = 1 \text{ ou } 2)$$

O vector normal ao plano tangente à superfície terá as componentes,

$$n_i = J_{j1} J_{k2} - J_{j2} J_{k1} \quad (\text{A.50})$$

$$(i = 1, 2, 3; j = 2, 3, 1; k = 3, 1, 2)$$

Pode definir-se, em cada ponto da superfície da junta, um sistema local de eixos ortogonais caracterizado pelos versores t_m ($m = 1, 2, 3$), sendo t_1 paralelo a y_1 e t_3 perpendicular ao plano tangente (Fig. A.2). A transformação ortogonal das coordenadas gerais para locais escreve-se sob a forma,

$$dt_m = T_{mp} dx_p \quad (\text{A.51})$$

$$(m, p = 1, 2, 3)$$

sendo,

$$T_{1p} = \frac{J_{p1}}{\sqrt{(J_{m1})^2}} \quad (\text{A.52})$$

$$(m, p = 1, 2, 3)$$

$$T_{3p} = \frac{n_p}{\sqrt{(n_m)^2}} \quad (\text{A.53})$$

$$(m, p = 1, 2, 3)$$

$$T_{2p} = T_{3q}T_{1r} - T_{1q}T_{3r} \quad (\text{A.54})$$

$$(p = 1, 2, 3; q = 2, 3, 1; r = 3, 1, 2)$$

A.2.1.2 - A relação (A.41) pode ser também aplicada aos deslocamentos u'_m ($m = 1, 2, 3$) referidos ao sistema de eixos local,

$$u'_m = N_i(y_1, y_2) u'_{iam} \quad (\text{A.55})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(i = 1, 2, \dots, 6)$$

$$(a = 1, 2)$$

Os deslocamentos relativos entre os bordos da junta, expressos no sistema local de eixos, são dados por,

$$\Delta u'_m = N_i(u'_{i1m} - u'_{i2m}) = (-1)^{a+1} N_i u'_{iam} \quad (\text{A.56})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(i = 1, 2, \dots, 6)$$

$$(a = 1, 2)$$

Usando a matriz de transformação definida pela expressão (A.51), pode obter-se a relação entre os deslocamentos relativos referidos ao sistema local e os deslocamentos nodais nos eixos gerais,

$$\Delta u'_m = (-1)^{a+1} T_{mj} N_i u_{iaj}^e = HJ_{miaj} u_{iaj}^e \quad (\text{A.57})$$

$$(m,j=1,2,3)$$

$$(i=1,2,\dots,6)$$

$$(a=1,2)$$

A.2.1.3 - A partir da matriz definida em (5.5) e da expressão (A.57), é possível estabelecer, em relação ao sistema de eixos geral, o termo geral da matriz de rigidez do elemento de junta, para forças e deslocamentos nos pontos nodais,

$$K_{ikabjp} = \int_S HJ_{miaj} D'_{mn} HJ_{nkbp} dS = \quad (\text{A.58})$$

$$= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 HJ_{miaj} D'_{mn} HJ_{nkbp} \sqrt{(J_{r1}J_{l2} - J_{l1}J_{r2})^2} dy_1 dy_2$$

$$(i,k=1,2,\dots,6)$$

$$(a,b=1,2)$$

$$(j,p,m,n=1,2,3)$$

$$(r=1,2,3; l=2,3,1)$$

A.2.2 - Forças nodais equivalentes a tensões iniciais

As forças nodais equivalentes a tensões iniciais $\sigma_j^{/0}$ ($j=1,2,3$), referidas aos eixos locais, são dadas por,

$$X_{iam}^e = \int_S HJ_{miaj} \sigma_j^{j0} dS =$$

$$= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 HJ_{miaj} \sigma_j^{j0} \sqrt{(J_{r1}J_{l2} - J_{l1}J_{r2})^2} dy_1 dy_2$$

$$(i=1,2,\dots,6)$$

$$(a=1,2)$$

$$(m,j=1,2,3)$$

$$(r=1,2,3; l=2,3,1)$$

A.3 - Elementos de superfície para introdução da deformabilidade da fundação

A discretização estrutural em elementos finitos de casca espessa define elementos de superfície correspondentes às faces da espessura dos elementos sólidos que contactam com a fundação (Fig. A.3). Na formulação desses elementos de superfície, que se apresenta de seguida, a deformabilidade da fundação será considerada através da técnica dos coeficientes de Vogt.

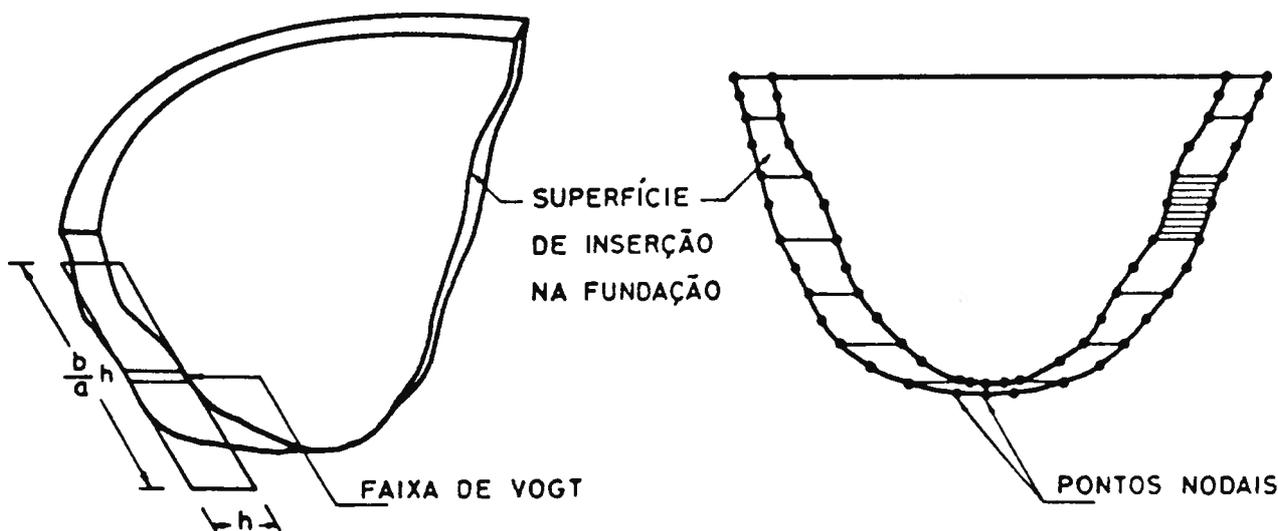


Fig. A.3 - Técnica dos coeficientes de Vogt para introdução da deformabilidade da fundação, em estruturas analisadas por elementos finitos de casca espessa.

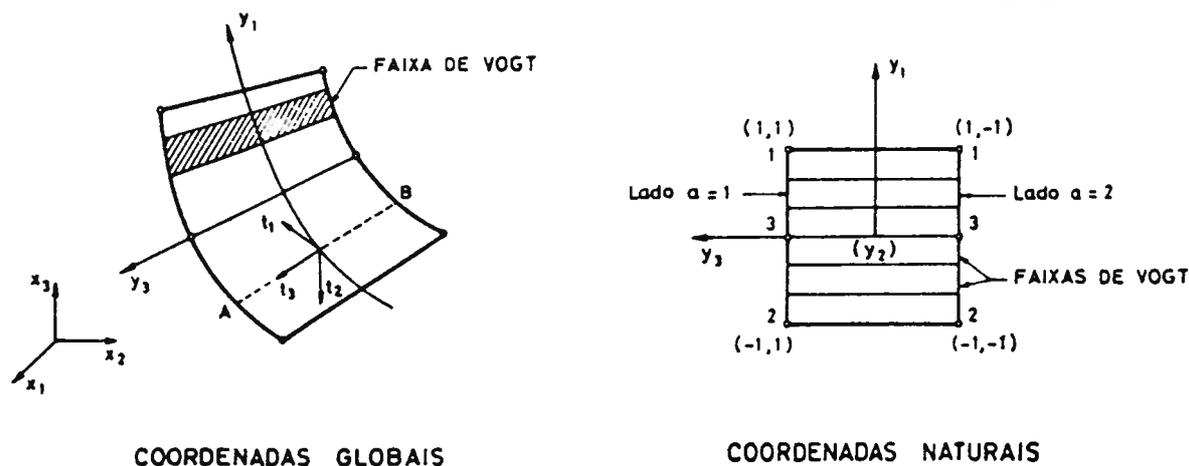


Fig. A.4 - Elemento de superfície para introdução da deformabilidade da fundação. Ordenação dos pontos nodais e convenção de referenciais.

Considere-se então um elemento de superfície (Fig. A.4), definido num sistema de eixos cartesianos x_m ($m=1,2,3$) pelas coordenadas de seis pontos nodais x_{iam}^e ($i=1,2,3$), ($a=1,2$), ($m=1,2,3$). Sejam y_n ($n=1,3$) as coordenadas curvilíneas, variando entre -1 e $+1$ (y_2 é normal ao plano definido por y_1 e y_3 , formando um sistema directo) e com origem no centro do elemento de superfície. Num ponto de coordenadas locais $(y_1, 0, y_3)$ os deslocamentos, referidos ao sistema geral de eixos, são dados em função dos deslocamentos nodais,

$$u_m = M_{ia}(y_1, y_3) u_{iam}^e \tag{A.60}$$

($m, i = 1, 2, 3$)
($a = 1, 2$)

$$M_{ia}(y_1, y_3) = (1 + y_3(3 - 2a)) N_i(y_1) \tag{A.61}$$

($i = 1, 2, 3$)
($a = 1, 2$)

sendo $N_i(y_1)$ ($i=1,2,3$) funções parabólicas de y_1 , assegurando a compatibilidade com o elemento de volume adjacente,

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + y_{i1} y_1) y_{i1} y_1 \quad (\text{A.62})$$

$$(i = 1, 2)$$

$$N_3 = \frac{1}{2} (1 - (y_1)^2) \quad (\text{A.63})$$

Na expressão (A.62) y_{i1} representa as coordenadas naturais dos pontos nodais do elemento de superfície. Sendo a geometria dos elementos definida através das mesmas funções de interpolação, tal como foi considerado para os elementos de volume e de junta, pode escrever-se,

$$dx_m = \frac{\partial x_m}{\partial y_n} dy_n = J_{mn} dy_n \quad (\text{A.64})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

$$(n = 1, 3)$$

sendo,

$$J_{m1} = B_i (1 + y_3 (3 - 2a)) x_{iam}^e \quad (\text{A.65})$$

$$(m, i = 1, 2, 3)$$

$$(a = 1, 2)$$

$$J_{m3} = N_i (3 - 2a) x_{iam}^e \quad (\text{A.66})$$

$$(m, i = 1, 2, 3)$$

$$(a = 1, 2)$$

com,

$$B_i = \frac{\partial N_i}{\partial y_1} = \frac{1}{4} (y_{i1} + 2(y_{i1})^2 y_1) \quad (\text{A.67})$$

$$(i = 1, 2)$$

$$B_3 = \frac{\partial N_3}{\partial y_1} = -y_1 \quad (\text{A.68})$$

O vector normal ao plano tangente terá as componentes,

$$n_i = J_{j3}J_{k1} - J_{j1}J_{k3} \quad (\text{A.69})$$

$$(i = 1, 2, 3; j = 2, 3, 1; k = 3, 1, 2)$$

Considerando, em cada ponto do elemento de superfície, o sistema local de eixos ortogonais definido na Fig. A.4, sendo t_3 paralelo a y_3 e t_2 perpendicular ao plano tangente, os termos da matriz de transformação entre os sistemas de eixos ortogonais serão dados por,

$$dt_m = T_{mi} dx_i \quad (\text{A.70})$$

$$(m, i = 1, 2, 3)$$

sendo,

$$T_{2i} = \frac{n_i}{\sqrt{(n_m)^2}} \quad (\text{A.71})$$

$$(m, i = 1, 2, 3)$$

$$T_{3i} = \frac{J_{i3}}{\sqrt{(J_{m3})^2}} \quad (\text{A.72})$$

$$(m, i = 1, 2, 3)$$

$$T_{1i} = T_{2j}T_{3k} - T_{3j}T_{2k} \quad (\text{A.73})$$

$$(i = 1, 2, 3; j = 2, 3, 1; k = 3, 1, 2)$$

A relação (A.60) pode também ser aplicada para os deslocamentos u'_m ($m = 1, 2, 3$) referidos ao sistema de eixos local,

$$u'_m = (1 + y_3(3 - 2a)) N_i(y_1) u'_{iam} \quad (\text{A.74})$$

$$(m, i = 1, 2, 3)$$

$$(a = 1, 2)$$

Sendo os valores médios dos deslocamentos ao longo da faixa AB (Fig. A.4), expressos no sistema de eixos local, dados por,

$$\bar{u}'_m = u'_m(y_3 = 0) \quad (\text{A.75})$$

$$(m = 1, 2, 3)$$

e as rotações dadas por,

$$\theta'_n = \frac{(-1)^n (u'_m(y_3 = 1) - u'_m(y_3 = -1))}{x'_3(y_3 = 1) - x'_3(y_3 = -1)} \quad (\text{A.76})$$

$$(n = 1, 2; m = 2, 1)$$

obtêm-se as seguintes relações entre estas grandezas e os deslocamentos nos pontos nodais,

$$\bar{u}'_m = N_i u'_{iam} \quad (\text{A.77})$$

$$(m, i = 1, 2, 3)$$

$$(a = 1, 2)$$

$$\theta'_n = \frac{(-1)^n (6 - 4a) N_i u'_{iam}}{(6 - 4b) N_k x'_{kb3}} \quad (\text{A.78})$$

$$(n = 1, 2; m = 2, 1)$$

$$(i, k = 1, 2, 3)$$

$$(a, b = 1, 2)$$

Utilizando a matriz de transformação definida pela expressão (A.70), pode obter-se a relação entre os deslocamentos e rotações médias no sistema local, e os deslocamentos nodais referidos ao sistema de eixos geral,

$$\begin{bmatrix} \bar{u}'_m \\ \theta'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{mj}N_i \\ (-1)^n(6-4a)T_{pj}N_i \\ (6-4b)T_{3r}N_k x_{kbr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{iaj}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} HD_{miaj} \\ HR_{niaj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{iaj}^e \end{bmatrix} \quad (\text{A.79})$$

$(m,j,i,r,k=1,2,3)$
 $(a,b=1,2)$
 $(n=1,2;p=2,1)$

ou, de uma forma mais compacta,

$$d'_m = HS_{miaj} u_{iaj}^e \quad (\text{A.80})$$

$(m=1,2,\dots,5)$
 $(i,j=1,2,3)$
 $(a=1,2)$

A partir das expressões (2.42) e (A.80), e recorrendo ao princípio dos trabalhos virtuais, é possível estabelecer, em relação ao sistema de eixos geral, o termo geral da matriz de rigidez do elemento de superfície, para forças e deslocamentos nos pontos nodais,

$$K_{iajkbp} = \int_L HS_{miaj} DF'_{mn} HS_{nkbp} dL =$$

$$= \int_{-1}^1 HS_{miaj} DF'_{mn} HS_{nkbp} \sqrt{(J_{r1})^2} dy_1 \quad (\text{A.81})$$

$(i,j,k,p,r=1,2,3)$
 $(a,b=1,2)$
 $(m,n=1,2,\dots,5)$

