

Avaliação do desempenho de modelos numéricos na simulação de elevação de superfície livre e velocidade ao longo de um canal sujeito a uma onda regular com rebentação

CJEM Fortes¹, E Didier^{1,2}, DRCB Neves¹, RM Moreira³, JMP Conde², R Carvalho⁴, JTA Chacaltana⁵

¹Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Av. do Brasil 101, 1700-066 Lisboa, Portugal

²Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, UNIDEMI, 2829-516 Monte de Caparica, Portugal

³Universidade Federal Fluminense, Laboratório de Fluidodinâmica Computacional, Rua Passos da Pátria 156, bl.D, sl.563A, Niterói, RJ 24210-240, Brasil

⁴IMAR-CMA, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, Rua Luís Reis Santos, 3030-270 Coimbra, Portugal

⁵Universidade Federal do Espírito Santo, Laboratório de escoamentos com Superfície Livre. Av. Fernando Ferrari 514, CT-4, sl.24, Vitória, ES 29075-910, Brasil

email: jfortes@lneec.pt, edidier@lneec.pt, roger@vm.uff.br, ritalmfc@dec.uc.pt, juliotac@gmail.com

RESUMO: Este trabalho analisa o desempenho dos modelos do tipo Boussinesq COULWAVE, e RANS (FLUENT®, versão 6.3.26, e IHFOAM®, versão 2.0) na simulação da elevação da superfície livre e da velocidade da onda ao longo da sua propagação num canal com um fundo de batimetria variável, sujeito a uma onda regular com rebentação. Os modelos numéricos foram aplicados para a condição de agitação incidente de $T = 2.0$ s e $H = 0.12$ m, e os respetivos resultados são comparados com os resultados experimentais. Ambos os modelos simulam adequadamente a maioria das transformações das características das ondas ao longo da sua propagação, o que foi confirmado pelos valores de índice de concordância encontrados. As diferenças acentuam-se na zona à volta da rebentação, em que os valores numéricos são consistentemente inferiores aos resultados experimentais no caso do COULWAVE.

PALAVRAS-CHAVE: Rebentação; COULWAVE; FLUENT; IHFOAM.

1 INTRODUÇÃO

A determinação da zona de rebentação é essencial em estudos de hidrodinâmica costeira e de transporte de sedimentos. Mais concretamente, a localização e extensão da rebentação são dois dos factores principais para esses estudos uma vez que determinam a localização e estabilidade das estruturas marítimas e o transporte de sedimentos associado.

Os modelos baseados nas equações estendidas de Boussinesq permitem uma descrição adequada da evolução das ondas marítimas em zonas de profundidade variável tendo em conta os efeitos de fenómenos como a refração, difracção, rebentação, geração de harmónicas e interacção não-lineares. Um exemplo deste tipo de modelo é o COULWAVE, Lynett e Liu [6] que é um modelo de diferenças finitas para a propagação de ondas fortemente não-lineares e dispersivas, em zonas de profundidade variável. Como é um modelo integrado em profundidade, não é possível descrever convenientemente o escoamento em zonas onde o efeito da profundidade tem importância (zonas de variação brusca da profundidade, de rebentação, de espraiamento, por exemplo). Por outro lado, os fenómenos de dissipação da energia são introduzidos através de termos adicionados à equação original. Em contrapartida, existem modelos mais complexos que permitem actualmente, graças à evolução dos meios de cálculo, simular com precisão a transformação das ondas em domínios compatíveis com as dimensões de pequenas regiões costeiras, como é o caso dos modelos de tipo RANS FLUENT®, versão 6.3.26, [2] e IHFOAM® 2.0 [3].

Os modelos FLUENT® e IHFOAM® se baseiam no método de volumes finitos, que resolvem as equações de Navier-Stokes e utilizam um método VOF (*Volume Of Fluid*) na determinação da posição da superfície livre. O modelo FLUENT® utiliza um algoritmo implícito e o IHFOAM® um algoritmo explícito.

Este trabalho é uma contribuição para a análise comparativa do desempenho dos modelos do tipo Boussinesq COULWAVE, completamente não-linear, e RANS (FLUENT®, versão 6.3.26, e IHFOAM® 2.0) na simulação da elevação da superfície livre e da velocidade da onda ao longo da sua propagação num canal com um fundo de batimetria variável, sujeito a uma onda regular com rebentação.

As simulações numéricas reproduzem os ensaios realizados num canal de ondas irregulares do LNEC, onde foram simuladas diferentes condições de agitação correspondendo a ondas regulares em situação com rebentação. Os modelos numéricos foram aplicados para a condição de agitação incidente de

$T = 2.0$ s e $H = 0.12$ m, e os respectivos resultados são comparados com os resultados experimentais, no que se refere às séries temporais de elevação da superfície livre. Realizou-se uma análise no tempo e estatística com os três modelos. Avalia-se assim o desempenho de cada modelo, de forma a utilizá-los de forma sistemática em estudos deste tipo. Na realidade, tendo em conta as vantagens e limitações de cada modelo pode-se escolher o modelo mais adequado a cada caso de estudo e condição de agitação, inferir assim as incertezas dos resultados obtidos.

2 MODELOS NUMÉRICOS

2.1 Modelo COULWAVE

O modelo COULWAVE, [4], [5], [6], é um modelo de diferenças finitas para a propagação de ondas fortemente não-lineares (a razão entre a amplitude da onda e a profundidade pode ser da ordem até 1) e dispersivas, em zonas de profundidade variável. As equações do modelo, do tipo de Boussinesq, são deduzidas a partir da integração em profundidade das equações de continuidade e quantidade de movimento, utilizando o conceito de camadas múltiplas (multi-layer). Em cada camada admite-se um dado perfil de velocidades, através de funções quadráticas com valores iguais na interface que divide a coluna de água. Esta aproximação conduz a um sistema de equações sem as derivadas espaciais de ordem elevada resultantes do uso de funções polinomiais de ordem superior, que é normalmente utilizado na dedução das equações de Boussinesq. Lynett e Liu, [5], [6], [6] e [7], introduziram termos adicionais nas equações de modo a ter em conta o atrito de fundo, a rebentação de ondas e a geração de ondas no interior do domínio. Além disso, incluíram termos de profundidade dependentes do tempo para ter em conta as variações do perfil de fundo no tempo devido à ocorrência de um deslizamento ou de um sismo.

2.2 Modelo FLUENT

O código FLUENT (versão 6.3.26), [2], aplica uma técnica de volumes finitos para resolver a equação da continuidade e as equações de Navier-Stokes-Reynolds (RANS). As principais opções escolhidas são as seguintes: Formulação implícita; Integração no tempo por um esquema de 2ª ordem; Modelo de turbulência $k-\epsilon$ na sua versão standard; Termos difusivos discretizados pelo esquema de diferenças centrais de segunda ordem; Termos convectivos interpolados pelo esquema MUSCL de 3ª ordem; Pressão obtida através do esquema de interpolação PRESTO aconselhado para modelação de escoamentos com superfície livre; Acoplamento entre a velocidade e a pressão pelo algoritmo SIMPLE; Modelação da superfície livre usando o método VOF e utilizando o esquema CICSAM. Os coeficientes de sub-relaxação utilizados no método SIMPLEC são iguais a 1 para a velocidade, a pressão e a fracção de volume e 0.7 para a turbulência. Finalmente a geração da onda é feita através de um batedor numérico: Condição de fronteira nas componentes horizontal e vertical de velocidade e a correspondente amplitude da deformação da superfície livre. Em [1], [2] e [9] são dados mais detalhes.

2.3 Modelo IHFOAM

Este código, [3], foi desenvolvido com base no modelo OpenFoam® e aplica as equações VARANS (*Volume-Averaged Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) incluindo as equações da continuidade e conservação da massa em regime transitório utilizando um esquema do tipo VOF para identificar a superfície livre, desenvolvido na Universidade de Cantábria, com base no modelo OpenFoam. É um modelo bifásico e utiliza uma discretização de Volumes Finitos para resolver as equações para as duas fases representativas de fluidos incompressíveis. Suporta vários modelos de turbulência $\kappa-\epsilon$, $\kappa-\omega$ SST, LES. Possibilita a geração de ondas de acordo com as teorias de ondas (Stokes I, II, e V; Cnoidal, Onda solitária de Boussinesq, Onda irregular (incluindo direcção) de primeira e segunda ordem e a geração através de um batedor tipo pistão ou através de um perfil de velocidades. Possui absorção ativa das ondas para qualquer fronteira do domínio. O parâmetro de absorção é definido pelo utilizador. Acresce ainda a possibilidade de adoptar fronteiras dinâmicas que possuem a capacidade de gerar e absorver ondas. O modelo possui ainda uma formulação específica para adopção de meios porosos.

É adicionado um termo de compressão artificial cuja solução se encontra entre 0 e 1 que indica a posição da superfície livre. Esta solução é calculada através do método de cálculo MULES (*Multidimensional Universal Limiter for Explicit Solution*). As velocidades e a pressão são obtidas através do algoritmo PIMPLE que está baseado no algoritmo PISO (*Pressure Implicit with Splitting of Operators*) e o SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*). Desta forma, o modelo garante a convergência para todas as equações a cada passo de tempo.

3 APLICAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

Os modelos foram aplicados na simulação da propagação de ondas em canal sobre um fundo de inclinação variável para uma condição de onda incidente de $T = 2.0$ s e $H = 0.12$ m, Figura 1. Esta situação corresponde a um dos ensaios em modelo físico realizados no LNEC [8]. Neste caso de teste, à medida que a onda se propaga ao longo do canal, vai apresentando-se com características cada vez mais não lineares, verificando-se o aparecimento de harmónicas. Nesta propagação da onda, dá-se o empolamento de onda devido ao fundo. Entre $x = -300$ cm e $x = -200$ cm, dá-se a rebentação da onda com a dissipação de energia da onda e redução da altura de onda até $x = 100$ cm, a partir da qual se mantém as características da onda.

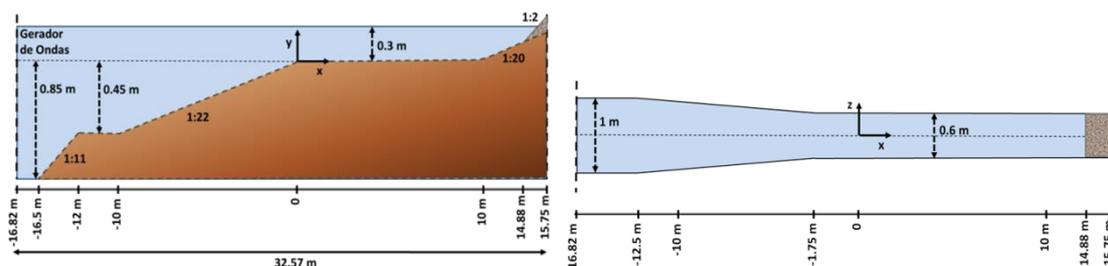


Figura 1: Ensaios em modelo físico. Características do canal de ondas.

No presente trabalho, avaliou-se o desempenho dos modelos numéricos comparando os respectivos resultados com os experimentais no que diz respeito às séries temporais da elevação da superfície livre e valores de altura de onda significativa. Determinaram-se os parâmetros estatísticos (RMSE, bias e índice de concordância (ic)) relativos aos valores da altura de onda significativa.

Os cálculos com o modelo COULWAVE foram efectuados num PC Intel Core i5 de 2.80GHz, com 4GB de memória RAM. O modelo FLUENT foi executado num PC Intel Core (TM) i7 CPU 920 de 2.67GHz, com 8GB de memória RAM, utilizando as opções de paralelização para utilizar os 4 cores. O modelo IHFOAM foi executado num PC Intel Celeron N2830 de 2.41GHz com 4 GB de memória RAM. O tempo de cálculo é de 6 min (300 s de simulação do escoamento) com o COULWAVE, de 5h30min (35 s) por período de onda com o FLUENT e de 10 h (20 s) com o IHFOAM.

3.1 Condições de cálculo

No modelo COULWAVE, o domínio computacional reproduz exactamente a variação do fundo, mas a largura do canal é constante. O próprio modelo gera uma malha computacional de diferenças finitas com base num número mínimo de pontos fornecido pelo utilizador, que neste caso, foi de 40. O número de Courant admitido é igual a 0.2. A função fonte (geração de ondas) foi colocada na posição $x = -1600$ cm. Consideraram-se duas fronteiras de absorção de cada lado do domínio. Não foi incluído o atrito do fundo.

Para o modelo FLUENT, o domínio computacional é igual ao canal físico, Figura 1. A malha computacional é não uniforme e refinada na zona da superfície livre. O número de volumes de controlo é de cerca de 875000 (plano de simetria na direcção de propagação). O passo de tempo é 0.00234 s para a onda com $T = 2.0$ s. O tempo total simulado foi de 35 s.

No modelo IHFOAM, foi elaborado um domínio 2D, a batimetria é igual à do canal físico nas zonas de geração e medição do canal. Não é assim considerada a variação da largura do canal. Como condições de fronteira, considerou-se: a) Fronteira esquerda – um perfil de velocidades; b) Fronteira direita - uma praia numérica com absorção idêntica à dos ensaios físicos. A malha computacional é uniforme na vertical e não uniforme na direcção de propagação das ondas, sendo mais refinada na zona de rebentação de onda. O esquema de turbulência utilizado foi o de fluxo laminar. Na zona final do canal (fronteira direita) foi adoptada um absorção parcial representativa da verificada nos ensaios físicos, [8]. O número total de volumes de controlo é de cerca de 200000 (plano de simetria longitudinal na direcção do eixo do canal). O passo de tempo foi de 0.001 s, um número de Courant inferior a 0.1, e o tempo de simulação de 20 s.

3.2 Série temporal da elevação da superfície livre

Na Figura 2 apresenta-se primeiramente para o caso de teste $T = 2.0$ s e $H = 12$ cm, os resultados numéricos e experimentais da elevação da superfície livre ao longo do tempo para $x = -500$ cm e

$x = -100$ cm, que correspondem à situação antes e após a rebentação respectivamente. Como se pode observar, à medida que a onda se propaga para zonas de menor profundidade acontece a transformação na forma da onda. A deformada da superfície livre apresenta características cada vez mais não-lineares, com o aparecimento de harmónicas à medida que a onda se propaga para zonas de menor profundidade.

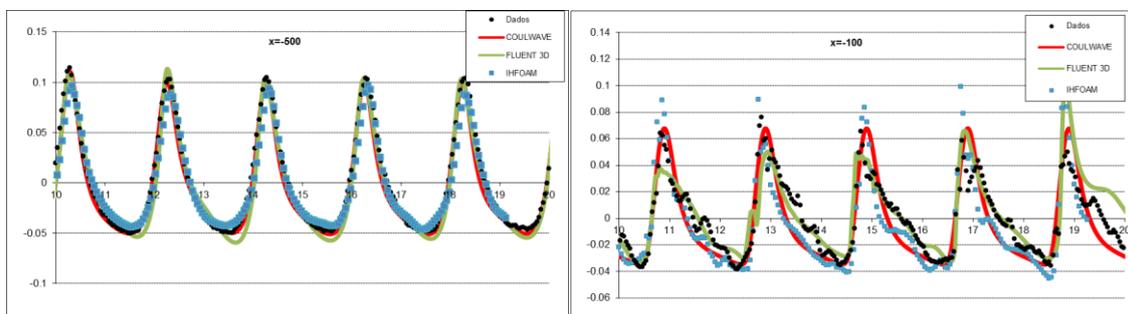


Figura 2: Elevação da superfície livre ao longo do tempo para $x = -500$ cm e $x = -100$ cm. Comparação entre resultados numéricos e experimentais.

De uma forma geral, constata-se uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais em qualquer das posições das sondas, e claramente na localização antes da rebentação $x = -500$ cm, não havendo muitas diferenças quer entre os três modelos quer com as medições experimentais. Logo após a rebentação, em $x = -100$ cm, as diferenças acentuam-se, principalmente ao nível do aparecimento de harmónicas no caso dos dados medidos o que não acontece no caso dos modelos. Os resultados de IHFOAM e FLUENT em termos de amplitude são superiores aos medidos enquanto que os de COULWAVE são da mesma ordem de grandeza.

3.3 Altura significativa de onda

Na Figura 3 apresentam-se os valores da altura significativa que caracterizam as séries (numérica e experimental) de valores da elevação da superfície da água, para $T = 2.0$ s e $H = 12$ cm. Efetuou-se também uma análise estatística realizada com base nos valores de altura de onda de resultados numéricos e experimentais obtidos ao longo do domínio. Assim, foram calculados parâmetros estatísticos como o erro médio quadrático, RMSE, o desvio e o índice de concordância. Para os modelos, apenas se calcularam os valores correspondentes às sete localizações para as quais se obtiveram dados com FLUENT, i.e. $x = -1000, -500, -150, -100, 0, 50, 100$ cm, Tabela 1.

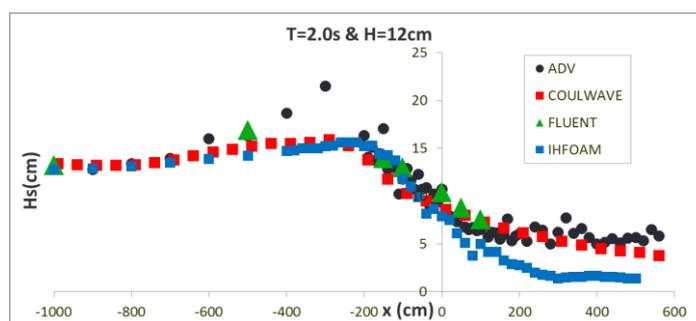


Figura 3: H_s – comparação entre resultados numéricos e experimentais. $T = 2.0$ s; $H = 12$ cm.

Tabela 1: Parâmetros estatísticos das alturas significativas de onda.

Modelo	Desvio (cm)	RMSE (cm)	IC
FLUENT	-0.156	1.389	0.999
COULWAVE	-0.933	1.995	0.999
IHFOAM	-2.041	2.246	0.998

De um modo geral, Figura 3, observa-se que o andamento dos resultados numéricos da altura de onda significativa é semelhante aos correspondentes dos resultados experimentais. Os modelos numéricos

simulam o aumento da altura de onda H_s à medida que a profundidade diminui, a ocorrência de rebentação, o decréscimo de H_s depois desta rebentação e a sua manutenção num valor constante mesmo após o fim da rebentação. Além disso, verifica-se que:

- O modelo COULWAVE não consegue reproduzir os elevados valores experimentais de altura de onda na zona da rebentação (entre $x = -400$ cm e $x = -200$ cm). Com efeito, o modelo COULWAVE não simula o empolamento significativo que se verifica nos dados medidos, e por isso não são atingidos os valores de H_s antes da rebentação. Após a rebentação, os valores numéricos e experimentais são bastante próximos, o que mostra que o modelo está a dissipar correctamente a energia e a produzir valores após a rebentação similares aos que se verificaram nas experiências.
- O modelo FLUENT reproduz de forma correcta a variação de altura de onda antes e após rebentação. Verifica-se que o estreitamento do canal produz um aumento da altura da onda (evidente na secção $x = -500$ cm). O resultado de H_s na secção $x = -500$ cm está bastante próximo do H_s experimental. No entanto, faltam resultados numéricos na zona de rebentação para analisar o desempenho do modelo nessa zona. Após a rebentação, os resultados são muito similares aos experimentais;
- O modelo IHFOAM reproduz com probidade a forma da onda e a zona de rebentação da onda. O modelo embora aplicado de forma bidimensional, consegue detectar a variação de altura de onda aquando da rebentação, reduzindo drasticamente após a dissipação energética gerada pela rebentação da onda. Contudo, o modelo requer (i) uma aplicação tridimensional para registar o efeito de estreitamento do canal; (ii) a aplicação de um modelo de turbulência do tipo κ - ϵ de forma a reproduzir melhor a dissipação energética da onda e consequente propagação da onda pós-rebentação; (iii) refinamento da malha no eixo vertical refinando adequadamente a zona da superfície livre; e (iv) aumentando o tempo de simulação de forma a ter um número maior de ondas para uma análise mais cuidada dos resultados.

Os valores da Tabela 1 confirmam as conclusões anteriores. Com efeito, verifica-se que os valores obtidos pelo modelo COULWAVE são inferiores aos experimentais (desvio negativo) e apresentam um erro médio quadrático (RMSE) superior aos obtidos pelo FLUENT. Para estas 7 localizações, o valor do índice de concordância é bastante bom com ambos os modelos sendo o FLUENT o que fornece melhores resultados. No entanto, faltam resultados do FLUENT na zona de rebentação.

Quanto ao IHFOAM, estes mostram uma tendência semelhante ao COULWAVE e ao modelo FLUENT, apresentando tanto desvios positivos como negativos, o erro médio quadrático (RMSE) fica também entre os verificados pelos dois outros modelos, apresentando valores bastante próximos do experimental. O índice de concordância mostra que os valores calculados pelo IHFOAM seguem adequadamente os valores registados experimentalmente.

As diferenças observadas entre os modelos numéricos e os valores experimentais podem ser devidas a vários factores:

- O método de geração de onda é diferente quer nos modelos numéricos quer no modelo físico, ou seja, as condições de entrada dos modelos numéricos são diferentes da do batedor. No COULWAVE a elevação de superfície livre é imposta como condição limite na secção do batedor. Nos modelos FLUENT e IHFOAM a elevação de superfície livre e o perfil de velocidades (componente horizontal e vertical) são impostas na secção do batedor. Estas diferenças nas condições limite, e consequentemente de onda incidente (harmónicas e fases), explicam a existência de diferenças antes da rebentação e nas velocidades horizontais após a rebentação, assim como nas elevações da superfície livre, onde se obtêm valores inferiores aos medidos;
- O modelo COULWAVE é um modelo integrado em profundidade, o que na zona de rebentação tem as suas limitações. Além disso, o canal é caracterizado por um estreitamento progressivo da secção transversal que altera a altura da onda incidente antes da rebentação. O modelo COULWAVE para o qual o canal é considerado de secção constante, não pode, como é natural, reproduzir com total fidelidade os ensaios. A zona de rebentação é por consequência, diferente;
- No modelo FLUENT, a modelação da propagação das ondas necessita uma discretização da malha correspondente a 60 segmentos por comprimento de onda. Se este critério é respeitado para a frequência fundamental, não se verifica para as harmónicas (35 segmentos para a primeira harmónica). As harmónicas são assim dissipadas. No modelo FLUENT, o esquema de integração das equações no tempo é apenas de primeira ordem (existem problemas de convergência com o esquema

de segunda ordem). Neste caso, verificou-se que o período da onda é bem simulado mas a altura da onda é ligeiramente subestimada (5%), contribuindo para a alteração das características da onda incidente.

- O modelo IHFOAM possibilita vários tipos de geração de ondas, embora para o caso em estudo tenha sido aplicada uma forma de geração semelhante à do FLUENT, possibilita também a aplicação de fronteiras dinâmicas e da absorção de ondas em qualquer fronteira do domínio. No presente trabalho mostra-se que com um refinamento mais cuidadoso da malha computacional, com a inclusão de uma componente tridimensional do domínio e adoptando um modelo de turbulência apropriado se poderia chegar a resultados mais favoráveis. Contudo, o erro verificado através da análise estatística mostra que o modelo possui capacidades importantes para uma cuidada representação dos fenómenos físicos envolvidos.

4 CONCLUSÕES

Nesta comunicação, descreveu-se a aplicação dos modelos numéricos, COULWAVE, FLUENT e IHFOAM, à propagação de ondas num canal com um fundo de batimetria variável, para o qual existem resultados de ensaios experimentais. O caso de teste correspondeu a uma onda regular de $T = 2.0$ s e $H = 12$ cm. Compararam-se resultados numéricos com experimentais, nomeadamente no que se refere: elevação da superfície livre e valores de altura de onda significativa, ao longo do canal. Calcularam-se os parâmetros estatísticos (RMSE, desvio e índice de concordância) relativos aos valores da altura de onda significativa

Os resultados mostraram que os modelos simulam adequadamente a maioria das transformações das características das ondas ao longo da sua propagação, o que foi confirmado pelos valores de índice de concordância encontrados.

Em relação à altura de onda, em geral, os modelos simulam bem o andamento dos valores experimentais ao longo do canal. Os valores numéricos antes da zona de rebentação e na zona final desta são bastante semelhantes aos experimentais, em especial no caso dos modelos IHFOAM e FLUENT. As diferenças acentuam-se na zona à volta da rebentação, em que os valores numéricos são consistentemente inferiores aos resultados experimentais no caso do COULWAVE. Com efeito, com este modelo não foi possível simular a altura de rebentação, embora depois na zona de dissipação de energia, os valores numéricos voltaram a aproximar-se bastante dos experimentais, o que indica que a dissipação da onda está a ser bem simulada no modelo. Como era espectável, a análise através dos parâmetros estatísticos indica que o COULWAVE é o modelo que apresenta menor concordância com os valores experimentais relativamente aos modelos FLUENT e IHFOAM.

As diferenças entre resultados numéricos e experimentais na zona de rebentação para além de estarem relacionadas com limitações da formulação de ambos os modelos, podem também estar relacionadas com o facto das condições de entrada dos modelos serem diferentes das do batedor em modelo físico, especialmente no que se refere ao perfil de velocidades imposto na fronteira de entrada.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FCT pelo financiamento concedido pelos projetos HIDRALERTA - PTDC/AAC-AMB/120702/2010, DITOWEC - PTDC/ECM-HID/1719/2012 e EROS - PTDC/CTE-GIX/111230/2009, e "Amigos de Boussinesq – Modelagem de ondas aplicada a portos e navios", CAPES/FCT 352/2013.

REFERÊNCIAS

- [1] E Didier, JMP Conde, PRF Teixeira (2011). Numerical simulation of an oscillating water column wave energy converter with and without damping. In *Com. Meth. Marine Eng. IV – MARINE 2011*, 90 (11 p. CDRom), Lisboa, Portugal.
- [2] FLUENT (2006). *FLUENT 6.3 User's Guide*, ANSYS-FLUENT.
- [3] P Higuera, JL Lara, IJ Losada (2013). Realistic wave generation and active wave absorption for Navier-Stokes models: Application to OpenFOAM. *Coastal Engineering* **71**:102–118.
- [4] P Lynett, T Wu, PL-F Liu (2002). Modelling wave run-up with depth-integrated equations. *Coastal Engineering* **46**:89–107.
- [5] P Lynett, PL-F Liu (2004). *Modelling Wave Generation, Evolution and Interaction with Depth-Integrated, Dispersive Wave Equations*, COULWAVE Code Manual, Cornell Univ. Long Inter. Wave Modelling Package.
- [6] P Lynett, PL-F Liu (2004). A two-layer approach to water wave modelling. *Proceedings of the Royal Society of London A* **460**:2637–2669.

- [7] P Lynett, PL-F Liu (2004). A numerical study of submarine landslide generated waves and run-up. *Proceedings of the Royal Society of London A* **460**:2637– 2669.
- [8] DRCB Neves, CJEM Fortes, L Endres, T Okamoto (2011). Modelação física da propagação e rebentação de ondas num canal. In *7^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia Costeira e Portuária*, Porto, Portugal.
- [9] JM Paixão Conde, E Didier, MFP Lopes, LMC Gato (2009). Nonlinear wave diffraction by a submerged horizontal circular cylinder. *International Journal of Offshore and Polar Engineering* **19**(3):198–205.

This page was intentionally left blank