

CRITÉRIO DE INTERACÇÃO ENTRE O ESFORÇO NORMAL E O MOMENTO FLECTOR PARA SECÇÕES DE PERFIS DE AÇO EM I COM TROÇOS DE CONCORDÂNCIA



António M. Baptista*

Investigador Principal
Departamento de
Estruturas, LNEC
ambaptista@lnec.pt

SUMÁRIO

O presente trabalho propõe um novo critério de interacção entre o esforço normal e o momento flector resistentes de secções transversais de perfis em I, flectidos segundo o seu eixo de maior inércia, no seu estado limite último de plastificação, aquando da formação de uma rótula plástica. A dedução deste critério tomou em consideração os troços de concordância entre cada um dos banzos e a alma do perfil, pelo que, para além de constituir um modelo de cálculo mais exacto, permite avaliar, por comparação, a qualidade dos resultados fornecidos pelos critérios de interacção existentes cuja dedução tenha ignorado a influência dos referidos troços de concordância. Neste trabalho é ainda apresentada uma comparação entre os resultados fornecidos por este novo critério de interacção e os obtidos através das equações prescritas no Eurocódigo 3.

Palavras-chave: Cálculo plástico, Secções em I, Troços de concordância; Critério de interacção, Flexão composta.

1. INTRODUÇÃO

A verificação da segurança das secções transversais de perfis de aço, no seu estado limite último de resistência em regime elastoplástico, é frequentemente efectuada com base no conceito de formação de uma rótula plástica.

Na referência [1] são apresentados vários critérios analíticos de interacção entre o esforço normal e o momento flector nas secções transversais de perfis em I, flectidos em torno de um dos eixos principais de inércia, propostos por diversos autores e/ou adoptados em diferentes regulamentos de cálculo de estruturas metálicas.

As expressões analíticas que definem estes critérios de interacção foram, em geral, deduzidas com base em hipóteses simplificativas, pelo que poderão conduzir, nalguns casos, a diferenças significativas entre os respectivos resultados e os valores calculados com base numa integração exacta do campo de tensões normais na secção em causa.

Embora seja possível encontrar na literatura critérios de interacção deste último tipo [1] [2], obtidos através da referida integração exacta de tensões, a sua dedução é habitualmente feita com base numa geometria simplificada da secção em I, ignorando os troços de concordância entre cada um dos banzos e a alma do perfil. Esta simplificação, que também é geralmente adoptada nos critérios de interacção regulamentares, constitui a razão de uma das principais críticas habitualmente apontadas aos resultados obtidos através destes critérios de interacção “exactos”.

Este trabalho propõe um novo critério de interacção entre o esforço normal e o momento flector para secções de perfis de aço em I flectidas segundo o seu eixo de maior inércia, obtido através de uma integração exacta das tensões ao longo da sua secção transversal completa, incluindo os referidos troços de concordância. Em seguida, é feita uma comparação entre os resultados obtidos através deste novo critério e os fornecidos pelo critério adoptado no Eurocódigo 3 [3], ou por outros critérios baseados na integração exacta das tensões numa secção transversal simplificada, sem troços de concordância.

2. EXEMPLOS DE CRITÉRIOS DE INTERACÇÃO SEM INFLUÊNCIA DOS TROÇOS DE CONCORDÂNCIA ENTRE OS BANZOS E A ALMA DO PERFIL

A verificação da segurança das secções transversais em regime elastoplástico é frequentemente efectuada através de critérios de interacção entre o esforço normal e o momento flector resistentes da secção, propostos por diferentes autores, os quais se baseiam habitualmente na hipótese de formação de uma rótula plástica.

Na referência [4], por exemplo, Lescouarc’h propôs o seguinte critério para secções em I, flectidas em torno do seu eixo principal de maior inércia:

$$0 \leq \frac{N}{N_{pl}} \leq \frac{A_w}{A} \Rightarrow \frac{M}{M_{pl,y}} = 1 - \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 \frac{1}{2 \left(\frac{h_w + t_f}{h_w} \right) \left(1 - \frac{A_w}{A} \right) \frac{A_w}{A} + \left(\frac{A_w}{A} \right)^2} \quad (1)$$

$$\frac{A_w}{A} \leq \frac{N}{N_{pl}} \leq 1 \Rightarrow M = b t_f (h_w + t_f) f_y - \frac{1}{2} (N - h_w t_w f_y) \left(h_w + \frac{N - h_w t_w f_y}{2 b f_y} \right) \quad (2)$$

Nestas expressões, (1) e (2), as dimensões b , h_w , t_w e t_f são as definidas na Figura 1; A_w representa a área da alma do perfil (3); f_y representa a tensão de cedência do material; N_{pl} representa o esforço normal plástico da secção transversal (4), e $M_{pl,y}$ representa o momento de flexão plástico da secção transversal segundo o seu eixo principal de maior inércia (5):

$$A_w = (h - 2t_f) t_w \quad (3)$$

$$N_{pl} = N_{el} = A f_y = (2 b t_f + (h - 2t_f) t_w) f_y \quad (4)$$

$$M_{pl,y} = \frac{(b h^2 - (b - t_w)(h - 2t_f)^2) f_y}{4} \quad (5)$$

Faz-se notar que as expressões anteriores se baseiam numa geometria simplificada da secção em I, representada na Figura 1, ignorando os troços de concordância entre cada um dos banzos e a alma do perfil.

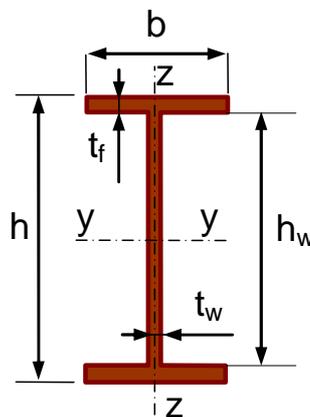


Figura 1 – Dimensões de uma secção transversal em I sem troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil.

Em alternativa às expressões (1) e (2) poderão ser utilizadas, por exemplo, as seguintes equações, (6) e (7) [5], também deduzidas com base numa integração exacta do campo de tensões normais na secção transversal representada na Figura 1. Estas equações estão expressas num sistema de variáveis reduzidas (normalizadas), tais como o esforço normal reduzido n e o momento flector reduzido m , e dependem apenas de dois parâmetros

geométricos, α_b e α_h , definidos através das equações (10) e (11), que estabelecem uma relação entre as dimensões da secção expressas no sistema de unidades utilizado, e as dimensões da mesma secção quando representada num sistema de unidades normalizado.

$$\text{Se: } \frac{\alpha_h (1 - \alpha_b)}{1 - \alpha_b \alpha_h} \leq n \leq 1 \quad \text{ou} \quad 0 \leq m_{pl,n,y} \leq \frac{3}{2} \frac{1 - \alpha_h^2}{1 - \alpha_b \alpha_h^3}$$

$$\Rightarrow m_{pl,n,y} = \frac{3}{2} \left(\frac{1 - ((1 - \alpha_b \alpha_h)n + \alpha_b \alpha_h)^2}{1 - \alpha_b \alpha_h^3} \right) \quad (6)$$

$$\text{Se: } 0 \leq n \leq \frac{\alpha_h (1 - \alpha_b)}{1 - \alpha_b \alpha_h} \quad \text{ou} \quad \frac{3}{2} \left(\frac{1 - \alpha_h^2}{1 - \alpha_b \alpha_h^3} \right) \leq m_{pl,n,y} \leq \frac{3}{2} \left(\frac{1 - \alpha_b \alpha_h^2}{1 - \alpha_b \alpha_h^3} \right)$$

$$\Rightarrow m_{pl,n,y} = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{1 - \alpha_b \alpha_h^3} \right) \left(1 - \alpha_b \alpha_h^2 - \frac{(1 - \alpha_b \alpha_h)^2}{1 - \alpha_b} n^2 \right) \quad (7)$$

$$n = N/N_{el}; \quad N_{el} = (1 - \alpha_b \alpha_h) b h f_y \quad (8)$$

$$m_y = M/M_{el,y}; \quad M_{el,y} = (1 - \alpha_b \alpha_h^3) \frac{b h^2}{6} f_y \quad (9)$$

$$\alpha_b = 1 - \frac{t_w}{b} \quad (10)$$

$$\alpha_h = 1 - \frac{2 t_f}{h} \quad (11)$$

3. CRITÉRIO DE INTERACÇÃO CONSIDERANDO A INFLUÊNCIA DOS TROÇOS DE CONCORDÂNCIA ENTRE OS BANZOS E A ALMA DO PERFIL

3.1 Definição do critério de interacção

A dedução dos critérios “exactos” de interacção entre o esforço normal e o momento flector resistentes da secção apresentados anteriormente, (1) e (2) ou (6) e (7), foi efectuada a partir de uma geometria simplificada da secção em I (Figura 1), ignorando a influência dos troços de concordância entre cada um dos banzos e a alma do perfil. Esta simplificação, que também foi geralmente adoptada nos critérios de interacção regulamentares, constitui o argumento de uma das principais críticas habitualmente apontadas aos resultados obtidos através destes critérios de interacção “exactos”.

A fim de se ultrapassar esta limitação dos critérios existentes e, simultaneamente, se poder averiguar a importância das consequências da referida hipótese simplificativa, foi deduzido

um novo modelo analítico para o critério de interacção entre o esforço normal e o momento flector nas secções transversais de perfis em I, flectidas segundo o seu eixo principal de maior inércia $y-y$. Este novo critério de interacção, definido pelas equações (12) a (14), foi obtido através da integração exacta das tensões numa secção transversal completa, incluindo os troços de concordância entre cada um dos banzos e a alma do perfil (Figura 2).

$$\text{Se: } 1 - \frac{1 - \alpha_h}{k_A} \leq n \leq 1 \Rightarrow m_{pl,n,y} = \frac{3}{2k_{I,y}} \left(1 - (1 - k_A (1 - n))^2 \right) \quad (12)$$

$$\text{Se: } \frac{\alpha_b (\alpha_h - 2\alpha_e)}{k_A} \leq n \leq 1 - \frac{1 - \alpha_h}{k_A} \Rightarrow$$

$$n = 1 - \frac{1}{k_A} \left[1 - \alpha_h + 2\alpha_b \alpha_e (1 - \tau_R) + \frac{2\alpha_e^2}{\alpha_r} \left(2(1 - \tau_R) - \arccos(\tau_R) + \tau_R \sqrt{1 - \tau_R^2} \right) \right]$$

$$m_{pl,n,y} = \frac{3}{2k_{I,y}} \left[\begin{aligned} & 1 - \alpha_h^2 + 4\alpha_e \left(\alpha_b + \frac{2\alpha_e}{\alpha_r} \right) (1 - \tau_R) (\alpha_h - \alpha_e (1 - \tau_R)) \\ & - \frac{4\alpha_e^2}{\alpha_r} \left(\left(\arccos(\tau_R) - \tau_R \sqrt{1 - \tau_R^2} \right) (\alpha_h - 2\alpha_e) + \frac{4\alpha_e}{3} (1 - \tau_R^2)^{3/2} \right) \end{aligned} \right] \quad (13)$$

$$\text{Se: } 0 \leq n \leq \frac{\alpha_b (\alpha_h - 2\alpha_e)}{k_A} \Rightarrow m_{pl,n,y} = \frac{3}{2k_{I,y}} \left(k_{M,y} - \frac{k_A^2 n^2}{\alpha_b} \right) \quad (14)$$

Este novo critério de interacção é também expresso num sistema de variáveis reduzidas (normalizadas), definidas através das seguintes expressões:

$$n = N/N_{el} \quad (15)$$

$$m_y = M/M_{el,y} \quad (16)$$

$$\alpha_b = t_w/b \quad (17)$$

$$\alpha_h = h_i/h = (h - 2t_f)/h \quad (18)$$

$$\alpha_e = r/h \quad (19)$$

$$\alpha_r = b/h \quad (20)$$

$$k_A = 1 - (1 - \alpha_b) \alpha_h + \frac{\alpha_e^2}{\alpha_r} (4 - \pi) \quad (21)$$

$$A = k_A b h \quad (22)$$

$$N_{el} = N_{pl} = k_A b h f_y \quad (23)$$

$$k_{I,y} = 1 - (1 - \alpha_b) \alpha_h^3 + \frac{\alpha_e^4}{\alpha_r} \left[16 - 3\pi - \frac{16}{3(4 - \pi)} + 12(4 - \pi) \left(\frac{\alpha_h}{2\alpha_e} - \frac{10 - 3\pi}{3(4 - \pi)} \right)^2 \right] \quad (24)$$

$$I_y = k_{I,y} \frac{b h^3}{12} \quad (25)$$

$$W_{el,y} = \frac{I_y}{h/2} = k_{I,y} \frac{b h^2}{6} \quad (26)$$

$$M_{el,y} = k_{I,y} \frac{b h^2}{6} f_y \quad (27)$$

$$k_{M,y} = 1 - (1 - \alpha_b) \alpha_h^2 + \frac{\alpha_e^3}{\alpha_r} \left[4(4 - \pi) \left(\frac{\alpha_h}{2\alpha_e} - \frac{10 - 3\pi}{3(4 - \pi)} \right) \right] \quad (28)$$

$$W_{pl,y} = k_{M,y} \frac{b h^2}{4} \quad (29)$$

$$M_{pl,y} = k_{M,y} \frac{b h^2}{4} f_y = \frac{3}{2} \frac{k_{M,y}}{k_{I,y}} M_{el,y} \quad (30)$$

As grandezas n e m representam os valores reduzidos (normalizados) do esforço normal e do momento flector (segundo o eixo principal de maior inércia y - y) na secção transversal.

As dimensões b , h , h_i , t_f , t_w e r são as definidas na Figura 2. A variável f_y representa a tensão de cedência do material; A , N_{el} e N_{pl} representam a área, o esforço normal elástico e o esforço normal plástico da secção transversal; I_y , $W_{el,y}$, $M_{el,y}$, $W_{pl,y}$ e $M_{pl,y}$ representam, respectivamente, o momento de inércia, o módulo de flexão elástico, o momento de flexão elástico, o módulo de flexão plástico e o momento de flexão plástico da secção transversal, segundo o seu eixo principal de maior inércia y - y .

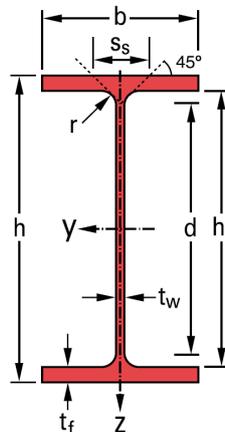


Figura 2 – Dimensões de uma secção transversal em I, incluindo os troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil.

Chama-se a atenção para o facto de as equações (13) se encontrarem definidas de forma implícita. A determinação do valor do momento flector reduzido $m_{pl,n,y}$ (ou do esforço normal reduzido n) passa pela determinação prévia do valor do parâmetro τ_R , através da resolução de uma das equações (13), com base no valor conhecido de n ou de $m_{pl,n,y}$; a determinação do valor de τ_R pode ser levada a cabo através de um método numérico, com recurso a uma simples folha de cálculo, por exemplo. Em seguida, o valor de τ_R obtido pode ser introduzido na outra equação (13) para permitir a determinação do valor desconhecido de $m_{pl,n,y}$ ou de n .

3.2 Discussão do novo critério de interacção

3.2.1 Diferenças ao nível dos factores de escala N_{el} e $M_{el,y}$

O critério de interacção entre o esforço normal e o momento flector de uma secção transversal em I proposto no presente trabalho foi definido num sistema de variáveis reduzidas (normalizadas). Com base nas equações (15) e (16), a determinação dos valores reais destes esforços, N e $M_{pl,n,y}$, é efectuada através da multiplicação dos respectivos valores reduzidos, n e $m_{pl,n,y}$, por factores de escala, N_{el} e $M_{el,y}$, que permitem exprimir os valores de N e $M_{pl,n,y}$ no sistema de unidades utilizado nos cálculos.

Os valores destes factores de escala, N_{el} e $M_{el,y}$, dependem da tensão de cedência do material, f_y , e da área da secção transversal, A , ou do módulo de flexão elástico, $W_{el,y}$. Os valores de A e de $W_{el,y}$ podem ser calculados com base no modelo geométrico simplificado indicado na Figura 1, que ignora a contribuição dos troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil, ou, através das equações (22) e (26), com base no modelo geométrico indicado na Figura 2, que toma em consideração a referida contribuição.

A fim de se avaliar a influência do processo de cálculo destes factores de escala, procedeu-se a uma comparação entre os valores de cada uma destas grandezas, calculados através de cada um dos dois métodos atrás referidos, para um conjunto de cerca de 700 secções transversais de diferentes perfis em I, fabricados de acordo com normas europeias, britânicas, americanas ou japonesas.

No caso da área da secção transversal, concluiu-se que o seu cálculo com base no modelo geométrico simplificado subestima o valor nominal de A , calculado através das equações (21) e (22), sendo o valor médio da diferença igual a 1,77% do referido valor nominal, e o respectivo desvio-padrão igual a 1,39% do mesmo valor nominal; os valores mínimo e máximo observados para esta diferença foram, respectivamente, de 0,14% e 7,93% do mesmo valor nominal.

No caso do módulo de flexão elástico, concluiu-se que o cálculo com base no modelo geométrico simplificado subestima o valor nominal de $W_{el,y}$, calculado através das equações (24) e (26), sendo o valor médio da diferença igual a 1,96% do referido valor nominal, e o respectivo desvio-padrão igual a 1,47% do mesmo valor nominal; os valores mínimo e máximo observados para esta diferença foram, respectivamente, de 0,08% e 7,31% do mesmo valor nominal.

Conclui-se deste modo que, apesar de as diferenças em questão não apresentarem, em média, valores muito elevados, é vantajoso utilizar nos cálculos os valores correctos de A e de $W_{el,y}$, calculados de acordo com as equações (21) e (22) ou (24) e (26), independentemente do critério de interacção utilizado no cálculo dos esforços reduzidos, n e $m_{pl,n,y}$.

Na prática, estes valores podem também ser obtidos através de catálogos de fabricantes de perfis metálicos, onde se encontram listados os valores destas grandezas incluindo a contribuição dos troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil. Note-se, porém, que estes valores tabelados são frequentemente arredondados, e que os arredondamentos utilizados implicam diferenças destes valores, em relação aos respectivos valores correctos, que se encontram compreendidas, respectivamente, entre -3,93% e 1,51% do valor nominal de A , ou entre -0,36% e 0,43% do valor nominal de $W_{el,y}$.

3.2.2 Diferenças ao nível dos esforços reduzidos, n e $m_{pl,n,y}$

Uma vez que, tal como foi referido na secção anterior, as diferenças entre os valores dos esforços N e $M_{pl,n,y}$ obtidos através dos dois critérios de interacção, com e sem influência dos troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil, podem ser eliminadas ao nível da contribuição dos factores de escala N_{el} e $M_{el,y}$, resta analisar as diferenças entre os resultados destes dois critérios de interacção ao nível dos esforços reduzidos, n e $m_{pl,n,y}$.

A fim de se avaliar as diferenças entre os resultados fornecidos por estes dois critérios, definidos através das equações (6) e (7), que não tomam em consideração a contribuição dos troços de concordância, ou das equações (12) a (14) que têm em conta a sua influência, procedeu-se ao cálculo dos valores de $m_{pl,n,y}$, através de cada um destes dois critérios, para 21 valores diferentes do esforço normal reduzido, uniformemente espaçados entre si ($n = 0,00; 0,05; 0,10; \dots 0,95; 1,00$). Estes cálculos foram repetidos para cada uma das cerca de 700 secções transversais diferentes de perfis em I, anteriormente referidas.

Constatou-se que, em média, os valores de $m_{pl,n,y}$ fornecidos pelo critério simplificado são cerca de 0,18% superiores aos valores obtidos através do critério proposto neste trabalho, que toma em consideração a contribuição dos troços de concordância.

As diferenças médias, no conjunto dos cerca de 700 perfis, variam entre -0,00% e 0,28% dos valores fornecidos pelo segundo critério, dependendo do valor do esforço normal reduzido n . A distribuição destas diferenças médias encontra-se representada na Figura 3, através da 3ª curva a contar do topo.

Nesta Figura 3 apresentam-se também as distribuições, para os diferentes valores de n , dos valores máximos (1ª curva a contar do topo) e dos valores mínimos (5ª curva a contar do topo) das referidas diferenças, no conjunto dos cerca de 700 perfis; os valores extremos destas curvas são iguais a 1,42% e -1,01%, respectivamente.

Por último, a 2ª e a 4ª curvas da Figura 3, a contar do topo, apresentam a evolução, em função do valor de n , dos quantilhos de 95% e de 5% (estimados para um intervalo de confiança de 90%) das distribuições das referidas diferenças, no conjunto dos cerca de 700 perfis. Os valores extremos destes quantilhos são iguais a 0,85% e -0,37%, respectivamente.

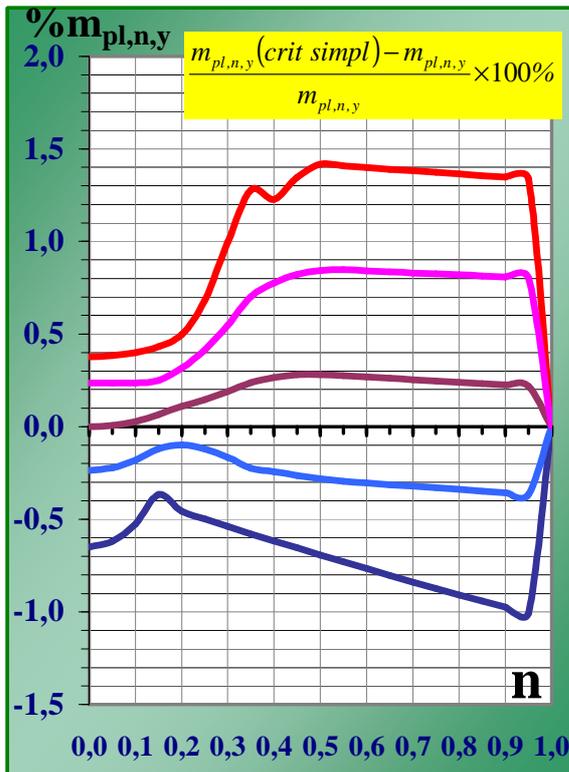


Figura 3 – Distribuições das diferenças relativas entre os valores de $m_{pl,n,y}$ calculados através de cada um dos critérios de interacção.

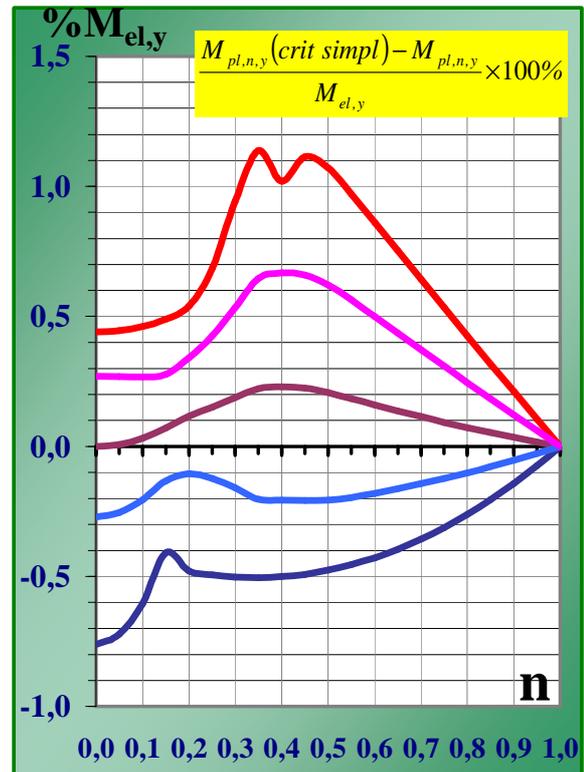


Figura 4 – Distribuições das diferenças absolutas entre os valores de $m_{pl,n,y}$ calculados através de cada um dos critérios de interacção.

Uma vez que as diferenças relativas apresentadas na Figura 3 dependem do valor de $m_{pl,n,y}$ a que dizem respeito, procedeu-se ainda ao cálculo das diferenças absolutas entre os valores de $M_{pl,n,y}$ fornecidos pelos dois critérios. A fim de tornar os resultados comparáveis

entre si, para diferentes tipos de secções transversais, as referidas diferenças absolutas são apresentadas em percentagem dos valores dos respectivos momentos de flexão elásticos ($M_{el,y}$). Os resultados obtidos neste estudo são apresentados na Figura 4, em função do valor de n , de forma idêntica à utilizada na Figura 3.

Constatou-se que, em média, as diferenças entre os valores de $M_{pl,n,y}$ fornecidos pelo critério simplificado e os obtidos através do critério proposto neste trabalho, que toma em consideração a contribuição dos troços de concordância, são iguais a cerca de 0,11% dos respectivos valores de $M_{el,y}$. As diferenças médias, no conjunto dos cerca de 700 perfis, variam entre -0,00% de $M_{el,y}$ e 0,23% de $M_{el,y}$, dependendo do valor do esforço normal reduzido n . A distribuição destas diferenças encontra-se representada na Figura 4, através da 3ª curva a contar do topo.

A Figura 4 apresenta também as distribuições, para os diferentes valores de n , dos valores máximos (1ª curva a contar do topo) e dos valores mínimos (5ª curva a contar do topo) das referidas diferenças; os valores extremos destas curvas são iguais a 1,14% de $M_{el,y}$ e -0,76% de $M_{el,y}$, respectivamente.

Por último, a 2ª e a 4ª curvas da Figura 4, a contar do topo, apresentam a evolução, em função do valor de n , dos quantilhos de 95% e de 5% (estimados para um intervalo de confiança de 90%) das distribuições das referidas diferenças, no conjunto dos cerca de 700 perfis. Os valores extremos destes quantilhos são iguais a 0,67% de $M_{el,y}$ e -0,27% de $M_{el,y}$, respectivamente.

3.2.3 Influência dos troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil

Os estudos de comparação apresentados nas secções anteriores permitem concluir que a influência dos troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil se faz sentir essencialmente ao nível do cálculo da área da secção transversal, A , ou do módulo de flexão elástico, $W_{el,y}$, que por sua vez condicionam os valores dos factores de escala, N_{el} e $M_{el,y}$, com base nos quais se procede, através das equações (15) e (16), à determinação dos valores dimensionais dos esforços N e $M_{pl,n,y}$, a partir dos respectivos valores reduzidos n e $m_{pl,n,y}$.

Faz-se notar que os factores de escala N_{el} e $M_{el,y}$ são utilizados quer na aplicação do critério proposto neste trabalho, definido através das equações (12) a (14), quer na aplicação do critério definido através das equações (6) e (7), que não tomam em consideração a contribuição dos troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil.

Uma vez que todas estas equações são formuladas em função dos esforços reduzidos, n e $m_{pl,n,y}$, os valores dimensionais de N e $M_{pl,n,y}$ podem ser obtidos através da multiplicação dos valores de n e $m_{pl,n,y}$, fornecidos por qualquer um destes dois critérios, pelos valores de N_{el} e $M_{el,y}$ calculados com os valores correctos de A e de $W_{el,y}$, eliminando-se assim, ao nível destas duas grandezas, as diferenças devidas à contribuição dos troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil.

Ao nível do cálculo dos esforços reduzidos, n e $m_{pl,n,y}$, constata-se que a influência dos troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil é menos significativa, como se pode verificar nas Figuras 3 e 4.

Deste modo, embora o critério proposto neste trabalho, definido através das equações (12) a (14), constitua um modelo de cálculo mais preciso dos esforços reduzidos, n e $m_{pl,n,y}$, poder-se-á em muitos casos, sem grande prejuízo, recorrer, em alternativa, ao critério definido através das equações (6) e (7) que, em certas situações, como no caso de um cálculo manual dos esforços, facilita a avaliação dos valores de n e $m_{pl,n,y}$, devido à maior simplicidade da sua formulação.

A Figura 5 mostra uma comparação entre os esforços reduzidos calculados para dois perfis em I diferentes (HE800AA e HE100B) através dos dois critérios de interacção, tendo em consideração os efeitos dos troços de concordância, através das equações (12) a (14), e ignorando a existência desses troços, através das equações (6) e (7). É possível constatar que os valores fornecidos pelos dois critérios se encontram muito próximos, facto que justifica o recurso ao segundo critério, mais simples que o primeiro.

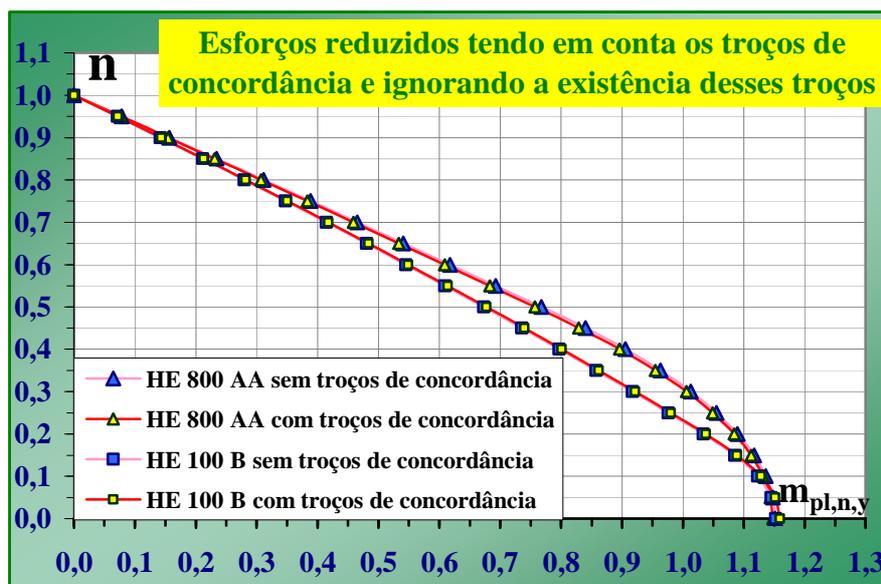


Figura 5 – Comparação entre os esforços reduzidos calculados através dos dois critérios de interacção, tendo em consideração os troços de concordância e ignorando a existência desses troços.

3.3 Versão simplificada do novo critério de interacção

A principal dificuldade levantada pela aplicação do critério definido através das equações (12) a (14), reside na resolução das equações (13). Porém, o número de situações em que é necessário recorrer a esta equação é muito reduzido, uma vez que a generalidade dos casos é coberta pelas equações (12) ou (14).

Sendo assim, em alternativa a este critério poder-se-á recorrer a uma versão simplificada da sua formulação, definida através das equações (31) e (32):

$$\text{Se: } 1 - \frac{1 - \alpha_h}{k_A} \leq n \leq 1 \Rightarrow m_{pl,n,y} = \frac{3}{2k_{l,y}} \left(1 - (1 - k_A(1 - n))^2 \right) \quad (31)$$

$$\text{Se: } 0 \leq n \leq 1 - \frac{1 - \alpha_h}{k_A} \Rightarrow m_{pl,n,y} = \frac{3}{2k_{l,y}} \left(k_{M,y} - \frac{k_A^2 n^2}{\alpha_b} \right) \quad (32)$$

Nesta versão simplificada, as equações (13) são substituídas pela equação (14), cuja aplicação é muito mais simples e directa.

Os estudos realizados para alguns perfis em I com diferentes proporções geométricas mostraram que a substituição das equações (13) pela equação (14) conduz a resultados conservativos, cuja diferença em relação aos valores reais é muito pouco significativa. O valor médio destas diferenças, ao longo do intervalo de aplicação das equações (13), foi em geral inferior a 0,03%, sendo os respectivos valores máximos, em geral, inferiores a 0,2%.

4. COMPARAÇÃO ENTRE O CRITÉRIO DE INTERACÇÃO PROPOSTO E O PRECONIZADO NO EUROCÓDIGO 3

A Norma Europeia EN 1993 [3], publicada em 2005 pelo Comité Europeu de Normalização (CEN), estabelece que o cálculo do esforço normal e do momento flector em torno do eixo principal de maior inércia de secções rectangulares ocas, secções laminadas correntes IPE e HE, e secções bi-simétricas soldadas, em I ou H, no seu estado limite último de plastificação, deve ser efectuado de acordo com as equações (33) a (35).

$$0 \leq \frac{N}{N_{el}} \leq c \Rightarrow \frac{M}{M_{pl,y}} = 1 \quad (33)$$

$$c \leq \frac{N}{N_{el}} \leq 1 \Rightarrow \frac{M}{M_{pl,y}} = \frac{1}{1 - c} \left(1 - \frac{N}{N_{el}} \right) \quad (34)$$

onde :

$$\begin{cases} c \leq 0,25 \\ c \leq \frac{1}{2} \frac{A_w}{A} \end{cases} \quad (35)$$

O critério de interacção representado por estas equações foi deduzido com base em hipóteses simplificativas de que resultam algumas diferenças, por vezes significativas, entre os respectivos resultados e os obtidos através de critérios “exactos”, deduzidos através de uma integração exacta do campo de tensões normais na secção transversal em causa [1], tais como os definidos através das equações (1) e (2), (6) e (7), ou (12) a (14).

A fim de ilustrar estas diferenças, a Figura 6 apresenta uma comparação entre os esforços reduzidos, calculados para dois perfis em I diferentes (IPE750×137 e HD400×1086), através do critério de interacção estipulado no Eurocódigo 3 [3], definido através das equações (33) a (35), e os calculados através do novo critério de interacção proposto neste trabalho, definido através das equações (12) a (14).

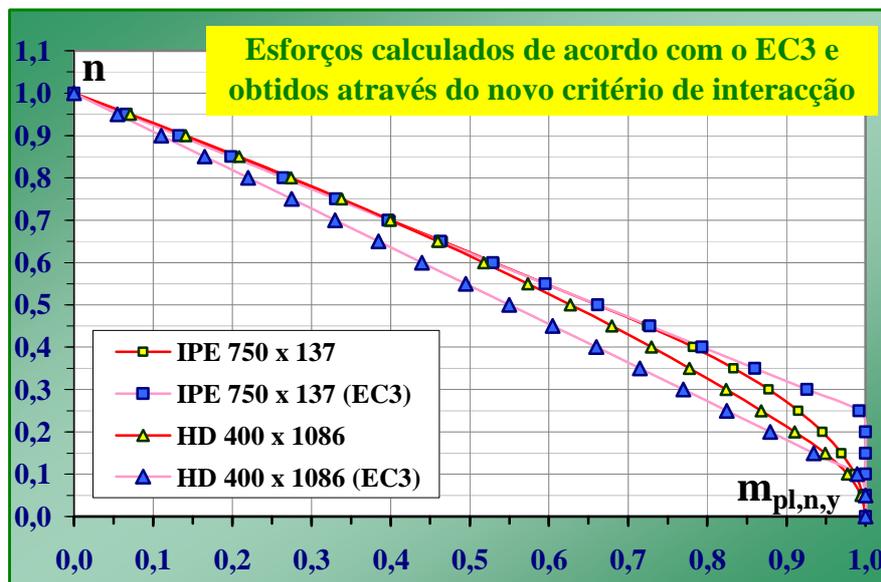


Figura 6 – Comparação entre os esforços reduzidos calculados através do Eurocódigo 3 e do critério de interacção proposto no presente trabalho.

Refira-se o facto de, na Figura 6, os resultados de $m_{pl,n,y}$ fornecidos pelas equações (12) a (14) terem sido divididos pelo factor $m_{pl,y} = M_{pl,y} / M_{el,y}$, a fim de permitir a sua comparação com os valores reduzidos calculados de acordo com o Eurocódigo 3 [3], que foram normalizados em relação ao momento plástico da secção $M_{pl,y}$, ver equações (33) e (34).

É possível constatar que, devido à relação linear decorrente da equação (34), os valores fornecidos pelo Eurocódigo 3 são por vezes superiores aos obtidos através dos critérios “exactos” [1] (ver Figura 6, no caso da secção IPE750×137, para valores elevados de $m_{pl,n,y}$), enquanto que noutros casos podem subestimar fortemente a capacidade de resistência plástica da secção em I (ver Figura 6, no caso da secção HD400×1086, para valores intermédios de $m_{pl,n,y}$).

5. CONCLUSÕES

A verificação da segurança das secções transversais de perfis de aço em I, no seu estado limite último de resistência em regime elastoplástico, é frequentemente efectuada com base no conceito de formação de uma rótula plástica.

Os critérios de interacção habitualmente utilizados no cálculo dos valores dos esforços resistentes da secção neste estado limite, mesmo quando deduzidos através de uma integração exacta de tensões, baseiam-se geralmente numa geometria simplificada da secção em I, ignorando os troços de concordância entre cada um dos banzos e a alma do perfil. Esta simplificação constitui a razão de uma das principais críticas habitualmente apontadas aos resultados obtidos através destes critérios de interacção, limitando a credibilidade desses resultados.

O presente trabalho propõe um novo critério de interacção entre o esforço normal e o momento flector, para secções de perfis de aço em I flectidas segundo o seu eixo de maior inércia, obtido através de uma integração exacta das tensões ao longo da sua secção transversal completa, incluindo os referidos troços de concordância.

Para além de constituir um modelo de cálculo mais exacto, permitindo rebater as críticas anteriormente referidas, este novo critério possibilita avaliar a qualidade dos resultados fornecidos pelos critérios de interacção anteriores, baseados na integração exacta das tensões numa secção transversal simplificada, sem troços de concordância.

Os estudos de comparação realizados permitem concluir que a influência dos troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil se faz sentir essencialmente ao nível do cálculo da área da secção transversal, A , e do módulo de flexão elástico, $W_{el,y}$, com base nos quais se procede à determinação dos valores dimensionais dos esforços N e $M_{pl,n,y}$, a partir dos respectivos valores normalizados n e $m_{pl,n,y}$, fornecidos pelos critérios de interacção.

Ao nível do cálculo dos esforços reduzidos, n e $m_{pl,n,y}$, constata-se que a influência dos troços de concordância entre os banzos e a alma do perfil é pouco significativa, facto que legitima o recurso aos critérios de interacção anteriores, que ignoram a influência dos troços de concordância, cuja formulação é mais simples.

As diferenças mais relevantes associadas aos factores de escala A e $W_{el,y}$ podem ser facilmente ultrapassados através da multiplicação dos esforços normalizados n e $m_{pl,n,y}$, fornecidos pelos critérios anteriores [1], por factores de escala A e $W_{el,y}$ calculados com base na secção transversal completa dos perfis em I, incluindo os troços de concordância entre os respectivos banzos e a alma. Estes valores de A e $W_{el,y}$ podem ser calculados através das equações (22) e (26) fornecidas no presente trabalho, ou obtidos através de catálogos de fabricantes de perfis metálicos.

Por último, é apresentada uma comparação entre os resultados fornecidos pelo critério de interacção proposto no presente trabalho e os obtidos através das equações prescritas no Eurocódigo 3 [3]. Constatou-se que estes últimos, devido às hipóteses simplificativas adoptadas na sua génese, são por vezes superiores aos obtidos através dos critérios “exactos”, podendo noutros casos subestimar fortemente a capacidade de resistência plástica da secção.

REFERÊNCIAS

- [1] Baptista A. M.– Critério de interacção entre o esforço normal e o momento flector em secções de aço em I ou rectangulares ocas totalmente plastificadas, 4as Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas – JPEE2006, LNEC, Lisboa, 2006, pp. 102-103 (artigo completo em CD-ROM com as Actas das Jornadas).
- [2] Massonnet CH., Save M. .– *Calcul plastique des constructions. Vol. 1 – Structures dépendant d'un paramètre*, Ed. B. Nelissen, 3ª edição, 1976.
- [3] European Standard EN 1993-1-1 – *Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.1: General rules and rules for buildings*, CEN/TC 250, 2005, 91 p.
- [4] Lescouarc'h Y., “Capacité de résistance d'une section soumise à divers types de sollicitations”, *Construction Métallique*, 1977, 2, pp. 3-17.
- [5] Baptista A. M., Muzeau J.P. – “Comparison of the bending resistance efficiency of International series of hot-rolled steel I-sections”, *Construction Métallique*, 2014, 26 p.