



LABORATÓRIO NACIONAL  
DE ENGENHARIA CIVIL

# MODELACIÓN NUMÉRICA Y EXPERIMENTAL DE FLUJOS AIRE-AGUA EN CAÍDAS EN COLECTORES

**Estudio final**

ARAGUA – Experimental and numerical modelling of air-water  
flows in hydraulic structures  
PTDC/ECM/108261/2008

Lisboa • Diciembre de 2013

**I&D** HIDRÁULICA E AMBIENTE

RELATÓRIO 386/2013 – **DHA/NES**

## **Título**

**MODELACIÓN NUMÉRICA Y EXPERIMENTAL DE FLUJOS AIRE-AGUA EN CAÍDAS EN COLECTORES**

Estudio final

## **Autoria**

DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA E AMBIENTE

**Paula María García Beceiro**

Bolseira de Investigação, Núcleo de Engenharia Sanitária

**Maria do Céu de Sousa Teixeira Almeida**

Investigadora Principal, Núcleo de Engenharia Sanitária

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITECTURA E GEORRECURSOS

**Jorge de Saldanha Gonçalves Matos**

Professor Auxiliar

Copyright © LABORATÓRIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL, I. P.

AV DO BRASIL 101 • 1700-066 LISBOA

e-mail: [lnec@lnec.pt](mailto:lnec@lnec.pt)

[www.lnec.pt](http://www.lnec.pt)

Relatório 386/2013

Proc. 0606/14/17344

## Resumen

---

La presencia de oxígeno disuelto en las aguas residuales de la red de drenaje es un factor de gran relevancia para garantizar las condiciones aeróbicas necesarias para evitar la degradación de la calidad del agua, disminuyendo la presencia de sulfuros y la producción de gases explosivos que pueden resultar en problemas de toxicidad y corrosión en las redes de drenaje. La instalación de caídas localizadas puede aumentar la incorporación de oxígeno disuelto a la masa de agua, siendo beneficioso en zonas donde el riesgo de liberación de  $H_2S$  y otros gases nocivos no sea elevado.

Fue realizado el punto de situación del estudio de la transferencia de oxígeno disuelto en la actualidad. La revisión bibliográfica se centró en la incorporación de oxígeno a través de la interfaz aire-agua, estudiando de forma pormenorizada la reaireación debida a la presencia de diferentes tipos de caídas. También se analizaron a partir de las investigaciones teóricas y experimentales existentes las diferentes componentes del balance de oxígeno entre la atmósfera y la masa de agua.

La modelación CFD fue realizada para las estructuras de caída vertical, caída vertical guiada y caída con solera en escalones, para las cuales disponemos de datos experimentales, utilizando el código comercial FLOW-3D<sup>®</sup>, profundizando en el análisis del comportamiento hidráulico y en el fenómeno de emulsionamiento de aire. Además se presentan las capacidades del código FLOW-3D<sup>®</sup>, centrándonos en los algoritmos y módulos empleados en el modelado numérico.

Palabras-Clave: Estructuras hidráulicas, CFD, flujo aire-agua, reaireación, emulsionamiento de aire, modelación, comportamiento hidráulico.

## Resumo

---

A presença de oxigénio dissolvido nas águas residuais em redes de drenagem é um factor importante para garantir as condições aeróbicas necessárias para evitar a degradação da qualidade da água, diminuindo a presença de sulfuretos e a produção de gases explosivos que podem resultar em problemas de toxicidade e corrosão. A instalação de quedas favorece a incorporação de oxigénio dissolvido no escoamento, que é desejável em zonas com reduzido risco de libertação de  $H_2S$  e outros gases nocivos.

Foi realizado o ponto de situação do estudo da transferência de oxigeno dissolvido até a actualidade. A revisão bibliográfica centrou-se na incorporação de oxigénio dissolvido através da interface ar-água, tendo sido estudado de forma pormenorizada o rearejamento devido a presença de diferentes

tipos de queda. Foram também analisadas, em base as investigações teóricas e experimentais, as componentes do balanço de oxigénio entre a atmosfera e o escoamento.

A modelação CFD foi realizada para as estruturas de queda vertical, queda vertical guiada e queda em degraus, para as quais estão disponíveis dados experimentais, tendo sido usado o programa comercial FLOW-3D<sup>®</sup>, aprofundando-se a análise do comportamento hidráulico e do fenómeno de emulsão de ar. Adicionalmente, descreve-se o potencial do programa FLOW-3D<sup>®</sup>, dando ênfase aos algoritmos e módulos utilizados na modelação numérica.

Palavras-Chave: Estruturas hidráulicas, CFD, fluxo ar-água, rearejamento, emulsão de ar, modelação, comportamento hidráulico.

## EXPERIMENTAL AND NUMERICAL MODELLING OF AIR-WATER FLOWS ON SEWER DROPS

### Abstract

---

The incorporation of dissolved oxygen in wastewater flowing in sewer systems is an important factor to ensure aerobic conditions in order to prevent the degradation of the quality of the water, avoiding the presences of sulphides as well as of other volatile organic compounds, therefore preventing corrosion and toxicity problems. The installation of drops and other structures allows enhancing the incorporation of dissolved oxygen to the bulk water, being adequate mainly when the risk of release of H<sub>2</sub>S and other noxious gases is low.

The literature review has focused in the incorporation of oxygen through the air-water interface, being studied in detail the reareation due to the presence of drops. Also was analysed the other components of the oxygen balance in sewer system from theoretical and experimental studies.

The CFD (computational-fluid-dynamics) modelling was carried out for the vertical drop, backdrop and stepped drop, for which experimental data were available, using the commercial computational-fluid-dynamics (CFD) code FLOW- 3D<sup>®</sup>. The aim of this study was to evaluate the hydraulic behaviour and the air entrainment in the main structures used in manholes in sewer system. The capabilities of the FLOW-3D<sup>®</sup> were presented, especially the algorithms and modules used in the present study.

Keywords: Hydraulic structures, CFD, air-water flows, reareation, air entrainment, modelling, hydraulic behaviour.

# Índice

1	Introducción.....	1
1.1	Ámbito general.....	1
1.2	Ámbito de estudio.....	2
1.3	Marco general de estudio. Estudios precedentes.....	3
1.4	Objetivos.....	5
1.5	Organización.....	6
2	Revisión bibliográfica.....	10
2.1	Consideraciones previas.....	10
2.1.1	Transferencia de oxígeno en el interfaz agua-aire.....	10
2.1.2	Transferencia de oxígeno en estructuras de caída.....	14
2.1.3	Síntesis.....	21
2.2	Balance de oxígeno.....	23
2.2.1	Consideraciones iniciales.....	23
2.2.2	Reaireación.....	24
2.2.3	Consumo de oxígeno.....	27
2.2.4	Síntesis.....	32
3	Fundamentos del análisis mediante FLOW-3D®.....	36
3.1	Introducción.....	36
3.2	Principios básicos.....	37
3.3	<i>Fractional Área Volume Obstacle Representation</i> FAVOR™.....	39
3.4	<i>Método Volume of Fluid</i> .....	40
3.5	Modelo de turbulencia.....	42
3.5.1	Modelo <i>Renormalized Group</i> .....	43
3.6	Modelo de emulsionamiento de aire.....	44
3.7	Modelo <i>Drift-Flux</i> .....	46
3.8	Aproximaciones numéricas.....	49
3.8.1	Algoritmo <i>Pressure solution</i> .....	49
4	Descripción de los modelos numéricos.....	51
4.1	Consideraciones iniciales.....	51
4.2	Metodología de la modelación numérica.....	52
4.3	Introducción de la geometría y condiciones experimentales.....	53
4.3.1	Geometría de la caída vertical.....	54
4.3.2	Geometría de la caída vertical guiada.....	55
4.3.3	Geometría de la caída en escalones.....	55
4.4	Definición de la malla computacional. Análisis de sensibilidad de la malla.....	56
4.4.1	Características de la malla adoptada en el modelo de la estructura de caída vertical.....	58
4.4.2	Características de la malla adoptada en el modelo de la estructura de caída vertical guiada.....	60
4.4.3	Características de la malla adoptada en el modelo de la estructura de caída en escalones.....	62
4.5	Propiedades del fluido.....	64
4.6	Establecimiento de las condiciones de contorno.....	64
4.7	Modelo de turbulencia. Proceso de calibración del parámetro TLEN.....	66
4.8	Modelo de emulsionamiento de aire.....	67
4.9	Modelo <i>Drift Flux</i> .....	68

4.10	Aproximaciones numéricas.....	69
4.10.1	Opciones adoptadas en el <i>Pressure solver</i> .....	69
4.10.2	Opciones adoptadas en el <i>Viscous stress solver</i> .....	70
5	Presentación y discusión de los resultados .....	71
5.1	Consideraciones iniciales .....	71
5.2	Validación de los resultados hidráulicos en la conducta de entrada.....	72
5.2.1	Línea piezométrica.....	72
5.2.2	Altura de agua.....	74
5.3	Validación de los resultados hidráulicos en la conducta de salida.....	77
5.3.1	Línea piezométrica.....	77
5.3.2	Altura de agua.....	80
5.4	Caracterización del resalto hidráulico.....	83
5.5	Análisis del emulsionamiento de aire .....	87
5.5.1	Introducción .....	87
5.5.2	Fracción volumétrica de aire incorporado en la caída vertical y caída vertical guiada.....	88
5.5.3	Emulsionamiento de aire en la caída en escalones .....	91
5.5.4	Análisis comparativo entre el emulsionamiento de aire y la concentración de oxígeno disuelto en la caída vertical y la caída vertical guiada .....	92
5.5.5	Análisis comparativo entre el emulsionamiento de aire y la altura piezométrica en la caída vertical y la caída vertical guiada.....	94
6	Conclusiones finales .....	97
	Referencias .....	103
	ANEXO I – Altura piezométrica .....	109
	ANEXO II – Altura de agua.....	127
	ANEXO III – Comparativa del flujo en la caída en escalones .....	137
	ANEXO IV – Emulsionamiento de aire.....	149
	ANEXO V – Comparativa de la evolución del emulsionamiento de aire y de la altura piezométrica .....	163
	ANEXO VI – Obtención de la altura de agua en la sección inmediatamente aguas arriba del resalto .....	171

## Índice de figuras

Figura 1. Geometría correspondiente a la estructura de caída vertical .....	54
Figura 2. Geometría correspondiente a la caída vertical guiada .....	55
Figura 3. Geometría correspondiente a la caída con solera en escalones.....	56
Figura 4. Detalle de la trayectoria en el impacto de la lámina vertiente ( $Q=3.0$ l/s, $h_q=0.4$ m).....	79
Figura 5. Detalle de la velocidad de contorno en la caída vertical en la zona de impacto de la lámina vertiente ( $Q=3.9$ l/s, $h_q=0.3$ m) .....	81

## Índice de gráficos

Gráfico 1. Línea piezométrica obtenida mediante FLOW-3D® en la conducta de entrada de la caída vertical para los caudales de ensayo ( $h_q=0.3\text{m}$ ) .....	74
Gráfico 2. Altura de agua en la caída vertical para la conducta de entrada para los caudales de ensayo ( $h_q=0.3$ ) .....	75
Gráfico 3. Línea piezométrica normalizada en la caída vertical guiada para la conducta de salida ( $Q=1.2\text{ l/s}$ , $h_q=0.3\text{ m}$ ) .....	76
Gráfico 4. Línea piezométrica normalizada en la caída vertical guiada para la conducta de salida ( $Q=3.0\text{ l/s}$ , $h_q=0.3\text{ m}$ ) .....	77
Gráfico 5. Línea piezométrica obtenida mediante FLOW-3D® en la caída vertical para la conducta de salida obtenida para los caudales de ensayo ( $h_q=0.3\text{m}$ ) .....	78
Gráfico 6. Línea piezométrica en la caída vertical guiada para la conducta de salida ( $Q=3,9\text{ l/s}$ , $h_q=0.3\text{ m}$ ) .....	79
Gráfico 7. Línea piezométrica en la caída en escalones para la conducta de salida obtenida para los caudales de ensayo ( $h_q=0.3\text{m}$ ) .....	80
Gráfico 8. Altura de agua en la caída vertical para la conducta de salida para los caudales de ensayo ( $h_q=0.3$ ) .....	81
Gráfico 9. Altura de agua en la caída vertical guiada para la conducta de salida para los caudales de ensayo ( $h_q=0.3\text{ m}$ ) .....	82
Gráfico 10. Altura de agua en la caída en escalones para la conducta de salida para los caudales de ensayo en la caída en escalones ( $h_q=0.3$ ) .....	83
Gráfico 11. Altura de agua en la sección aguas abajo del resalto ( $h_2$ ) para la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones, para una $h_q=0.3\text{ m}$ .....	86
Gráfico 12. Altura de agua en la sección aguas arriba del resalto ( $h_1$ ) para la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones, para una $h_q=0.3\text{ m}$ .....	87
Gráfico 13. Representación de fracción volumétrica de aire ( $C$ ) para la caída vertical y caída vertical guiada ( $0.3 \leq h_q\text{ (m)} \leq 0.4$ ) para los caudales de estudio .....	90
Gráfico 14. Representación de fracción volumétrica de aire ( $C$ ) para la caída en función de la altura ( $0.3 \leq h_q\text{ (m)} \leq 0.4$ ) .....	90
Gráfico 15. Relación entre la fracción volumétrica media de aire incorporado ( $C$ ) y la relación de déficits de oxígeno disuelto obtenidos por Soares (2003) y Azevedo (2006) para la caída vertical y caída vertical guiada ( $h_q\text{ (m)}= 0.3$ , $Q\text{ (l/s)}=3.0$ ) .....	93
Gráfico 16. Relación entre la fracción volumétrica media de aire incorporado ( $C$ ) y la relación de déficits de oxígeno disuelto obtenidos por Soares (2003) y Azevedo (2006) para la caída vertical y caída vertical guiada ( $h_q\text{ (m)}= 0.4$ , $Q\text{ (l/s)}=3.0$ ) .....	94
Gráfico 17. Relación entre la fracción volumétrica de aire incorporado ( $C$ ) y la altura piezométrica obtenidos para la caída vertical ( $h_q\text{ (m)} = 0.4$ ; $Q=3.9\text{ l/s}$ ) .....	95
Gráfico 18. Relación entre la fracción volumétrica de aire incorporado ( $C$ ) y la altura piezométrica obtenidos para la caída vertical guiada ( $h_q\text{ (m)} = 0.4$ ; $Q=3.9\text{ l/s}$ ) .....	95

# 1 | Introducción

## 1.1 Ámbito general

En los últimos años la investigación de la calidad del agua ha desarrollado una gran importancia debido al mayor conocimiento de los problemas resultantes del deficiente desempeño de las redes de saneamiento y estaciones de tratamiento en condiciones anaeróbicas.

Las aguas residuales sufren distintas alteraciones a lo largo de la red de saneamiento pudiendo ser de carácter químico, físico o biológico. Como resultado de estos procesos la calidad del agua sufre modificaciones, pudiendo causar problemas de emanación de malos olores a la atmósfera, condiciones de toxicidad y corrosión (colectores, pozos de bombeo, cámaras de visita...) que derivan en el desarrollo de flujos bajo condiciones anaeróbicas. Esta problemática tiene lugar principalmente en ambientes donde el balance entre el consumo de oxígeno disuelto por la biomasa y la transferencia de oxígeno a las aguas residuales lleva a la desaparición del oxígeno disuelto, siendo que, por norma la reaireación natural a lo largo de la lámina de agua no es suficiente.

La presencia de oxígeno disuelto en las aguas residuales de la red de drenaje es un factor de gran relevancia a la hora de garantizar las condiciones aeróbicas necesarias para evitar la degradación de la calidad del agua, evitando de esta forma la presencia de sulfuros y la producción de gases explosivos en exceso que deriven en problemas de toxicidad y corrosión de las redes de drenaje. A la hora de evaluar el deterioro de la calidad del agua, las alteraciones se verán reflejadas en la variación del potencial redox, la concentración del oxígeno disuelto, la presencia de iones sulfato y de sulfuros solubles, la carencia bioquímica del oxígeno y el PH.

La presencia de oxígeno disuelto controla la mayor parte de los procesos necesarios para el desarrollo de la vida biológica. Por tanto, es necesario controlar exhaustivamente la concentración de oxígeno para mantener las condiciones aeróbicas necesarias y, de esta forma, evitar la aparición de diferentes problemas en la red de drenaje. En lo referente a la red de aguas residuales domésticas, muchos problemas de septicidad y corrosión vienen derivados de la formación de ácido sulfhídrico, siendo en el compuesto más activo a la hora de fomentar el deterioro de las instalaciones.

Al inicio de la red de drenaje de aguas residuales, el agua contiene concentraciones de oxígeno disuelto significativas pero a medida que el flujo discurre por el trazado, la concentración disminuye debido a la reducida reaireación natural a través de la lámina de agua y al consumo de OD por parte de la biomasa suspensa, los sedimentos y el biofilme existente. La disminución de la concentración de oxígeno en el flujo está fuertemente influenciada por el tiempo de residencia en la red de colectores, aumentando la biodegradación del oxígeno por parte de la materia orgánica a medida que el tiempo de residencia sea mayor, dando lugar a la producción de dióxido de carbono y compuestos simples parcialmente oxidados.

La concentración de oxígeno disuelto puede ser aumentada a lo largo de la red de drenaje gracias a la existencia de singularidades como uniones, cambios de pendiente, cambios bruscos de dirección o la presencia de caídas dispuestas a lo largo de la red que provocan la aparición de turbulencias en el flujo de agua y por tanto, un aumento de la disolución de oxígeno.

En redes de saneamiento por gravedad, especialmente cuando la cantidad de oxígeno disuelto producido por la turbulencia en uniones y otras estructuras es suficiente para mantener las condiciones aeróbicas, puede dar lugar a un significativo grado de tratamiento en el interior de la red de saneamiento (Pomeroy y Parkhurst, 1972; Lofy y Pomeroy, 1977; Almeida, 1977).

## 1.2 Ámbito de estudio

El objetivo de esta parte del estudio es profundizar en el conocimiento del fenómeno de transferencia de oxígeno debido a las estructuras de caída comúnmente dispuestas en las cámaras de visita en las redes de colectores de aguas residuales. La ubicación de estructuras de caída en colectores favorece el aumento del oxígeno disuelto en el flujo, produciéndose una elevada incorporación a través de la interrupción de numerosas burbujas de aire en el flujo ubicado aguas abajo, aun en caso de existir un tiempo de contacto reducido.

En las redes de saneamiento se puede recurrir a la disposición de pequeñas caídas o vertederos de labio delgado que nos permitan mantener las condiciones aeróbicas necesarias para garantizar el correcto comportamiento mediante la incorporación de oxígeno al curso de agua. Estas estructuras suelen situarse en aguas situadas en zonas complicadas, donde es recomendable disminuir la generación de sulfuros provenientes de los procesos químicos, físicos y biológicos emitidos por los microorganismos que habitan en las aguas residuales, y donde exista un desnivel significativo.

La primera parte del estudio se centra en el análisis del punto de situación de la transferencia de oxígeno disuelto, abarcando las diferentes componentes del balance de oxígeno en colectores. Inicialmente el análisis se centra en el proceso de incorporación de oxígeno debido a la colocación de estructuras de caída a través de los diferentes estudios existentes; diferenciando entre las investigaciones referidas a cursos de agua y a redes de drenaje de aguas residuales. Para la evaluación del proceso de incorporación y disolución del oxígeno existente en la atmósfera de los colectores se emplean los parámetros de relación de déficit de oxígeno y eficiencia. Se detallan las diferentes componentes del balance de oxígeno en colectores, abarcando los diferentes procesos de reaeración y de consumo de OD, es decir, debido al biofilme, la materia orgánica suspendida y los sedimentos existentes en los colectores.

La segunda parte del estudio se dedica a la modelación CFD de las estructuras de caída vertical, caída vertical y caída en escalones mediante FLOW-3D®. La modelación numérica será desarrollada en función del rango de experimentación empleada en los estudios en modelación física llevados a cabo por Sousa y Lopes (2002), Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006) para su correcta

validación y el correspondiente análisis comparativo de comportamiento hidráulico y el emulsionamiento de aire en las diferentes estructuras hidráulicas.

### 1.3 Marco general de estudio. Estudios precedentes

El presente estudio está incluido en el proyecto de ámbito científico “ARAGUA-*Experimental and numerical modelling of air-water flows in hydraulic structures*” (Proc. 0606/14/17344). El objetivo del presente estudio es la evaluación del comportamiento hidráulico y el emulsionamiento de aire en redes de drenaje de aguas residuales para diferentes tipos de caída recurriendo a CFD (*Computational Fluid Dynamics*), siendo en este caso empleado la aplicación FLOW-3D®. Se busca también validar la utilización de programas tipo CFD con la finalidad de combinar técnicas de medición fiables en modelo físico, con simulaciones numéricas y el posterior desarrollo teórico.

El empleo de técnicas CFD se plantea como la herramienta adecuada para su utilización de manera conjunta con la modelación física. Pese a representar una opción que permite la reproducción de fenómenos de transporte en flujos de diverso comportamiento y características con rigor, en la actualidad este método aun es poco utilizado en proyectos hidráulicos y sanitarios.

El proyecto se centra en el estudio del comportamiento de las diferentes caídas más comunes en las cámaras de visita, estudiando el comportamiento hidráulico y el fenómeno del emulsionamiento de aire mediante el desarrollo de modelos numéricos, para a continuación, validar las simulaciones a partir de los resultados disponibles de los modelos físicos experimentales existentes en cada caso de estudio. Se considerarán las estructuras correspondientes a caída vertical libre, caída vertical guiada y caída con solera en escalones. No se incluirá el análisis del comportamiento en caso de caídas con solera en rampa, dada la pequeña turbulencia local introducida al flujo y por tanto, la escasa relevancia del fenómeno de reaireación.

El análisis mediante FLOW-3D® fue posible gracias a la existencia resultados obtenidos mediante modelación física del comportamiento hidráulico y de la transferencia de oxígeno para diferentes caídas realizados por Sousa y Lopes (2002), Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006). Debido a las limitaciones existentes en la actualidad en la aplicación FLOW-3D®, el modelo numérico fue desarrollado para la evaluación del emulsionamiento de aire en las redes de drenaje de aguas residuales, y no para la transferencia y concentración de oxígeno disuelto en la masa de agua.

El estudio de la transferencia de oxígeno y de la disipación de energía como resultado del aumento de la turbulencia del flujo es un tema ampliamente estudiado y desarrollado a partir de estudios, bien sean experimentales o en prototipo. Es preciso destacar que la mayor parte de los estudios realizados, tanto experimentales como teóricos, son referidos a azudes o descargadores, siendo ensayos con agua limpia o poco contaminada, en sección rectangular. En el ámbito de las aguas residuales en colectores de sección circular existe un número reducido de investigaciones, algunos de los estudios experimentales de referencia fueron desarrollados por Matos (1991) y Almeida (1999).

Matos (1991) llevó a cabo ensayos con agua residual correspondientes a la estructura de caída vertical para pequeños diámetros (diámetro de 0.2 m) y alturas de salto comprendidas entre 0.10 y 1.75 m. Este autor realizó un análisis comparativo entre los resultados obtenidos y los calculados a partir de las expresiones propuestas por Thistlethwayte (1972) y Pomeroy y Lofy (1972). Las expresiones obtenidas para la determinación de la relación de déficits de oxígeno son únicamente de aplicación en redes de saneamiento con una descarga menor de  $1 \text{ l.s}^{-1}$ .

Almeida (1999) desarrolló una amplia investigación centrada en el sistema de saneamiento da Costa de Estoril. El objetivo principal fue la investigación del comportamiento de las aguas residuales dentro de las redes de drenaje, para determinar los distintos procesos que transcurren en el seno del fluido, combinando mediciones experimentales con el desarrollo de un modelo matemático para la evaluación de la calidad del agua. Los principales parámetros analizados fueron la presencia de materia orgánica, el oxígeno disuelto y el comportamiento de la biomasa.

Las condiciones específicas establecidas fueron la ocurrencia de flujo en lámina libre bajo condiciones aeróbicas sin afluencias pluviales directas. Con respecto a la instalación experimental adoptada, las distintas mediciones fueron realizadas en uno de los colectores principales de la red de drenaje de la Costa de Estoril. El agua analizada pertenece a la categoría de agua residual doméstica.

En cada sección analizada se midieron las variables de tiempo, altura del salto, tiempo de estancia, diámetro de la conducta, altura de agua, velocidad del flujo, oxígeno disuelto aguas arriba y aguas abajo y longitud de la conducta o de disolución. El estudio obtuvo muy buenas mediciones con respecto al amoníaco y al COD, pero resultados limitados en la evaluación del oxígeno disuelto.

En los últimos años, se han realizado diferentes estudios en modelo físico (Sousa y Lopes, 2002, Soares, 2003, Afonso, 2004, y Azevedo, 2006) centrados en el análisis de la reaireación y la disipación de energía en diferentes estructuras de caída. Como se ha mencionado anteriormente, los estudios detallados a continuación, servirán de base para la calibración y validación del presente proyecto desarrollado mediante la aplicación FLOW-3D®.

- *Rearejamento em quedas em colectores*. Estudio experimental realizado por Catarina Marques e Sousa y Ruth dos Reis Lopes como trabajo de fin de estudios para la obtención de la *Licenciatura em Engenharia do Ambiente*. La investigación se centró en el estudio del comportamiento del flujo en redes de drenaje y la influencia de la presencia de caídas verticales en el fenómeno de reaireación. La instalación fue dispuesta en el Laboratório de Hidráulica e Recursos Hídricos do Instituto Superior Técnico de Lisboa. Los ensayos fueron realizados en conductas circulares para alturas de salto comprendidas entre  $0.1 \leq h_q \leq 0.4 \text{ m}$  y valores de descarga entre  $0.001$  y  $0.004 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$ .
- *Rearejamento em quedas em colectores de águas residuais*, elaborado por Ana Almeida Soares para la obtención del Grau de Mestre em Hidráulica e Recursos Hídricos. Los ensayos fueron realizados para la estructura de caída vertical para alturas entre 0.10 y 0.50 m. A partir de los estudios realizados en la instalación experimental procedió al estudio del

fenómeno de transferencia de oxígeno y a la evaluación de la pérdida de energía, proponiendo las expresiones correspondientes para el cálculo.

- *Dissipação de energia e rearejamento em quedas em colectores*, elaborado por João Miguel Henriques Afonso para la obtención del Grau de Mestre em Hidráulica e Recursos Hídricos. Los ensayos se corresponden con una caída escalonada para alturas entre 0.20 y 0.40 m. El estudio se centró en el análisis de la incorporación de oxígeno al flujo y en la evaluación de la disipación de energía a lo largo de la estructura de caída en escalones y en la formación del resalto hidráulico, posteriormente el autor realizó un estudio comparativo con los resultados obtenidos por Sousa y Lopes (2002) y Soares (2003).
- *Transferência de oxigênio em queda guiada em colectores*, elaborado por Rita Isabel Lampreia Teixeira Azevedo para la obtención del Grau de Mestre em Hidráulica e Recursos Hídricos. Los ensayos corresponden a la estructura de caída vertical guiada para alturas entre 0.30 y 0.5 m.

Los estudios mencionados anteriormente se basan en la realización de procedimientos experimentales en modelo físico para la obtención de los parámetros hidráulicos indicadores del comportamiento del flujo y de la reaireación en las correspondientes estructuras de caída.

## 1.4 Objetivos

El presente proyecto tiene como objetivo profundizar en el estudio del comportamiento hidráulico y el emulsionamiento de aire en redes de saneamiento debido a la presencia de estructuras de caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones mediante el análisis numérico a través de la aplicación comercial FLOW-3D®.

Para una mejor comprensión del flujo en las redes de saneamiento en aguas residuales se ha realizado un análisis del punto de situación del estudio de la transferencia de oxígeno disuelto. El desarrollo del estudio presenta los siguientes objetivos:

- PARTE 1. Punto de situación del estudio de la transferencia de oxígeno disuelto.  

Revisión bibliográfica del comportamiento del flujo en redes de saneamiento en referencia a la incorporación de oxígeno disuelto a través de la interfaz aire-agua, centrándose en la evaluación de la reaireación debida a la presencia de diferentes tipos de caídas. Introducción al balance de oxígeno entre la atmósfera y la masa de agua en redes de drenaje de aguas residuales a partir de las investigaciones teóricas o experimentales existentes hasta la actualidad.
- PARTE 2. Aplicación del modelo computacional y comparación con los datos experimentales.  

Este parte del estudio está formado por los siguientes apartados.  

Exposición de las características y capacidades de la aplicación FLOW-3D®, centrandose en las bases de su comportamiento matemático, algoritmos desarrollados y

modelos físicos que serán empleados para la consecución de los resultados correspondientes.

Realización de los modelos mediante FLOW-3D® de la caída vertical libre, caída vertical guiada y caída escalonada, y cálculo de las diferentes simulaciones correspondientes al intervalo de ensayo, se experimenta con diferentes valores de caudal de descarga y altura de caída, definidos en concordancia con los estudios en modelo físico considerados.

Estudio del comportamiento de los modelos numéricos de cada estructura. La calibración fue realizada a partir del caudal de descarga, la altura de agua de la superficie libre, y las alturas piezométricas registradas. El análisis se centrará en la evaluación del comportamiento hidráulico y el emulsionamiento de aire debido a la caída y a la formación del resalto hidráulico.

Análisis y validación de los resultados y expresiones obtenidas para el comportamiento hidráulico en los modelos numéricos realizados mediante la aplicación FLOW-3D® a partir de los estudios en modelo físico de Sousa y Lopes (2002), Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006).

En referencia a la parte numérica del presente estudio, el primer paso será la realización del modelo mediante la aplicación FLOW-3D® y su posterior calibración, referido a cada una de las distintas caídas objeto del presente estudio; para a continuación, analizar el comportamiento tanto hidráulico como referente al emulsionamiento de aire.

## **1.5 Organización**

El presente estudio se divide en dos partes para una mejor estructuración del contenido desarrollado. A continuación se detallan las partes en las cuales se ha fraccionado el informe y los correspondientes apartados.

### PARTE 1| Punto de situación del estudio de la transferencia de oxígeno disuelto

En el Capítulo 2 se detalla la revisión bibliográfica enfocada desde el punto de vista de la incorporación de oxígeno disuelto en redes de colectores de agua residual, centrándonos en la reaeración debido a la presencia de distintos tipos de caída (caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones). Se hará referencia a los estudios realizados en modelos físicos y en prototipo existentes, y las correspondientes expresiones propuestas por diversos autores. Será estudiado también las fuentes de consumo posibles en la red de saneamiento, centrándonos en el consumo debido a la presencia de materia orgánica suspenda y el biofilme existente.

### PARTE 2| Aplicación del modelo computacional y comparación con los datos experimentales

En el Capítulo 3 se recogen las características y capacidades del código comercial FLOW-3D®, perteneciente a la rama de programas CFD, centrándonos en los algoritmos y modelos físicos

empleados en la realización de los modelos de las estructuras de estudio por presentar una mayor relevancia para el presente proyecto.

En el Capítulo 4 se expone la metodología seguida en el modelado numérico para el análisis del comportamiento del flujo frente a los diferentes tipos de caídas de estudio. Se detallan los parámetros y opciones específicas para cada modelo mediante FLOW-3D® a la hora de realizar las series de simulaciones en función de la altura de caída y el caudal de descarga.

El Capítulo 5 se centra en la presentación de los resultados obtenidos para las diferentes caídas de estudio, en referencia a los parámetros hidráulicos de interés y el emulsionamiento de aire. Los diferentes parámetros hidráulicos de estudio han sido validados mediante los datos experimentales obtenidos por Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006).



## **PARTE 1| PUNTO DE SITUACIÓN DEL ESTUDIO DE LA TRANSFERENCIA DE OXÍGENO DISUELTO**

## 2 | Revisión bibliográfica

### 2.1 Consideraciones previas

El proceso de incorporación y emulsionamiento de aire, bien sea por incorporación continua a través de la superficie en lámina libre o motivado por cualquier fenómeno de carácter turbulento, es un proceso de elevado interés en multitud de campos, abarcando desde diferentes procesos químicos o nucleares, hasta su influencia en la propia ingeniería hidráulica o sanitaria.

En los sistemas de drenaje, la transferencia de oxígeno al flujo de agua es un proceso necesario para garantizar las condiciones aeróbicas necesarias para el desarrollo de los microorganismos, y de esta forma, evitar la degradación de la calidad del agua. El oxígeno disuelto es el encargado de abastecer las demandas químicas y biológicas de los compuestos moleculares, provocando su oxidación.

En el seno de las corrientes de agua se produce un proceso de oxigenación de gran magnitud al pasar por elementos singulares del trazado, tales como uniones, ensanchamientos, caídas..., los cuales introducen una perturbación y por tanto, una mayor incorporación de aire y posterior disolución del oxígeno. En el caso del trazado transcurrir sin alteraciones la entrada de aire en la superficie libre del flujo se reduce, y por tanto, no se produce un aumento tan significativo de oxígeno disuelto.

La incorporación de caídas a lo largo de la red de saneamiento es un método adecuado con el objetivo de fomentar las condiciones aeróbicas en el interior de las conductas. Al aumentar la presencia de oxígeno disuelto en el agua se evita la producción de sulfuros y por tanto, los efectos negativos derivados. Las diferentes estructuras provocan un fenómeno de reaireación debido al desarrollo total o parcial de resaltos hidráulicos, que junto con el propio impacto de la lámina vertiente sobre el colchón de agua situado aguas abajo, da lugar a una elevada incorporación de oxígeno al flujo.

#### 2.1.1 Transferencia de oxígeno en el interfaz agua-aire

Los principales procesos físicos, químicos y biológicos que controlan la incorporación de oxígeno a lo largo de la superficie libre en cualquier estructura hidráulica se esquematizan en tres pasos.

- El proceso de entrada de aire, tanto provocado por el aporte continuo a través de la superficie libre o debido flujo turbulento provocado por la presencia de alguna singularidad en el trazado de la red de drenaje.
- El mecanismo de transporte de las burbujas de aire en el seno de la masa de agua.
- El proceso de fragmentación y posterior disolución del oxígeno presente en las burbujas de aire al volumen de agua.

La entrada de oxígeno en el cauce de agua está influenciada por la existencia de perturbaciones en el flujo, pues en flujos no turbulentos el aporte de oxígeno continuo a través de la superficie libre del flujo es de menor magnitud. La capacidad de transporte de la masa de agua también representa un

factor fundamental en la incorporación de OD. En caso de ser baja la capacidad de transporte, el aire vuelve rápidamente a la atmósfera, y de esta forma se disminuye la incorporación de oxígeno disuelto al agua. Por tanto, el transporte de oxígeno a lo largo de la masa de agua viene determinado por las condiciones hidráulicas de la red de drenaje, presentando un especial interés el estudio de su comportamiento hidráulico. En cambio, el proceso de disolución del oxígeno presente en las burbujas para la solución está determinado por las propias características físico-químicas del agua, por ejemplo, la temperatura del fluido.

La transferencia de oxígeno a lo largo de una superficie depende de la diferencia de concentraciones entre el aire y el fluido, el área superficial de las burbujas de aire y del tiempo de permanencia de las propias burbujas en el volumen de agua (tiempo de residencia).

La expresión general de transferencia de un gas a través de la interfaz agua-aire viene principalmente descrita por el siguiente balance de masa (Chanson, 1994).

$$\frac{d}{dt}M_{gas} = K_{gas}A_{gas-liq}(S_{0,S} - S_{gas}) \quad (2.1)$$

Siendo:

- $t$  - Tiempo de residencia de las burbujas de aire en el flujo (s).
- $M_{gas}$  - Masa del gas (g).
- $K_{gas}$  - Coeficiente de transferencia del gas ( $m \cdot s^{-1}$ ).
- $A_{gas-liq}$  - Área de la interfaz gas-aire ( $m^2$ ).
- $S_{gas}$  - Concentración del gas en el líquido ( $mg \cdot l^{-1}$ ).
- $S_{0,S}$  - Concentración en saturación ( $mg \cdot l^{-1}$ ).

En el caso del oxígeno, por tratarse de un gas de comportamiento volátil, se verifica que la transferencia de aire está controlada por la fase líquida, y por tanto el coeficiente de transferencia adoptado será de igual valor al coeficiente de transferencia de la parte líquida.

La transferencia de un gas al agua está regida por la diferencia existente entre las presiones parciales de la fase gaseosa y la fase líquida de dicho gas. La concentración de gas disuelto en el agua es proporcional a la presión parcial obtenida a través de la Ley de Henry. La constante de Henry depende de la salinidad, la temperatura, la presión y la presencia de sustancias surfactantes, provocándose un aumento en el caso de la presión y disminuyendo con el resto de los parámetros (Chanson, 2002).

La concentración en saturación de oxígeno disuelto del agua, a partir de la Ley de Henry, se corresponde con la concentración de oxígeno disuelto en equilibrio con la presión parcial del aire,  $S_{0,S} = P_{gas} / H_{gas}$ . La expresión propuesta por APHA (1998) (en Afonso, 2004) para el cálculo de la concentración en saturación es la siguiente.

$$\ln S_{0,S} = -139,34411 + \left(\frac{1,575701 \times 10^5}{T}\right) - \left(\frac{6,6642308 \times 10^7}{T^2}\right) + \left(\frac{1,2438 \times 10^{10}}{T^3}\right) - \left(\frac{8,621949 \times 10^{11}}{T^2}\right) - \\ Chl \left[ (3,1929 \times 10^{-2}) - \left(\frac{1,9428 \times 10}{T}\right) + \left(\frac{3,8673 \times 10^3}{T^2}\right) \right] \quad (2.2)$$

Siendo  $S_{O,s}$  la concentración en saturación ( $\text{mg.l}^{-1}$ ) referida a una presión de 1 atm, T correspondiente a la temperatura medida en  $K^{\circ}$  y Chl es la clorinidad ( $\text{g.kg}^{-1}$ ). Según la propia APHA (1998) la salinidad del agua y su clorinidad están relacionadas mediante la expresión  $\text{SAL} = 1.80655 \cdot \text{Chl}$ . Aunque la clorinidad sea igual a la concentración de cloruros en el agua del mar, esto no se verifica para el agua residual, siendo necesario determinar los iones responsables de la conductividad eléctrica de la solución para evaluar de forma correcta su efecto sobre la solubilidad del oxígeno.

Esta ha sido la expresión empleada por Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006) para el cálculo de la concentración en saturación de oxígeno en sus respectivos estudios en modelo físico, considerando nulo el valor de la clorinidad.

Procediendo a dividir por el volumen total de la mezcla aire-agua y considerando la igualdad de  $K_{\text{gas}} = K_L$ . La expresión resulta de la siguiente forma.

$$\frac{dC}{dt} = K_L a (S_{O,s} - S_O) = K_2 (S_{O,s} - S_O) \quad (2.3)$$

Siendo:

- A - Área específica de contacto entre el aire y el agua por unidad de volumen ( $\text{m}^{-1}$ ).
- $S_O$  - Concentración de oxígeno disuelto en el agua ( $\text{mg.l}^{-1}$ ).
- $S_{O,s}$  - Concentración de saturación de oxígeno disuelto ( $\text{mg.l}^{-1}$ ).
- $K_L$  - Coeficiente de transferencia de oxígeno ( $\text{m.s}^{-1}$ ).
- $K_2$  - Coeficiente de reaireación ( $K_2 = K_L a$ ) ( $\text{s}^{-1}$ ).

El valor del coeficiente de reaireación depende de las características hidráulicas del flujo, la zona de entrada del aire en el volumen de agua, la emulsión aire-agua y las características químicas del agua (salinidad, temperatura, presencia de compuestos orgánicos...), y en menor grado, de la presión (Chanson, 1994).

La relación de déficits de oxígeno, r, definida por Pomeroy y Lofy (1972), es habitualmente el parámetro utilizado para la evaluación de la transferencia de oxígeno del flujo en singularidades como estructuras de caída o resaltos hidráulicos. La relación de déficits de oxígeno es una magnitud evaluada entre la sección aguas arriba y aguas abajo de la singularidad, ecuación 2.4.

$$r = \frac{S_{O,s} - S_{O,u}}{S_{O,s} - S_{O,d}} \quad (2.4)$$

Siendo:

- r - Relación de déficits de oxígeno disuelto a temperatura T (-)
- $S_{O,u}$  - Concentración de oxígeno disuelto aguas arriba de la estructura hidráulica ( $\text{mg.l}^{-1}$ )
- $S_{O,d}$  - Concentración de oxígeno disuelto aguas abajo de la estructura hidráulica ( $\text{mg.l}^{-1}$ )

Otro parámetro de gran utilidad para la evaluación del proceso (Chanson, 1994) es la eficiencia de la transferencia.

$$E = 1 - \frac{1}{r} = \frac{S_{O,d} - S_{O,u}}{S_{O,s} - S_{O,u}}, \quad 0 \leq E \leq 1 \quad (2.5)$$

La expresión nos muestra varias situaciones relevantes, en caso de ser la eficiencia nula implica que no existe variación entre la concentración de oxígeno aguas arriba de la singularidad y aguas abajo, es decir, no existe transferencia de oxígeno. Por otro lado, cuando la relación de déficits de oxígeno tiende a infinito, la eficiencia tiene de valor la unidad, por lo tanto, la concentración aguas abajo de la estructura es de igual valor a la concentración en saturación.

Existen numerosos factores que influyen en el proceso de incorporación de oxígeno al flujo de agua, como se ha mencionado anteriormente. La incorporación de oxígeno en las estructuras hidráulicas depende de algunos parámetros físico-químicos del agua, de las características de la estructura y de las condiciones del flujo. Los parámetros más relevantes a considerar son la temperatura del agua, la calidad del agua, la profundidad de agua en la sección aguas abajo, la altura de caída y el caudal de descarga.

### 2.1.1.1 Efecto de la temperatura en la reaireación del flujo

Con respecto a la temperatura, numerosos autores han demostrado que es preciso emplear un factor de corrección en las ecuaciones para la evaluación de la relación de déficits de oxígeno en estructuras hidráulicas.

Gameson *et al.* (1958) estudiaron el efecto de la temperatura en el proceso de incorporación de oxígeno en azudes con agua limpia, obteniendo la siguiente expresión.

$$r_{15} = 1 + \frac{r_T - 1}{1 + 0.027(T - 15)} \quad (2.6)$$

Los resultados del estudio verificaron el aumento de la relación de déficits aguas arriba de la estructura con el aumento de la temperatura para concentraciones de oxígeno disuelto de igual valor, dado que la concentración de saturación disminuye con el aumento de la temperatura.

En el caso de Elmore y West (1961) presento una expresión que parte de la adopción de un factor de corrección de temperatura de valor 1.024.

Nakasone (1987) obtuvo la expresión recogida en la Tabla 1 a partir de la realización de mediciones experimentales y en prototipo para pequeños azudes y canales con solera en escalones.

APHA *et al.* (1989) (en Afonso, 2004) obtuvo la siguiente expresión para relacionar la transferencia de oxígeno con las variaciones de temperatura, siendo  $r_T$  el ratio a temperatura  $T$ , y  $T_0$  es la temperatura de referencia. La constante 1.0241 ha sido obtenida por Elmore y West (1961).

$$\frac{\ln(r_T)}{\ln(r_{T_0})} = 1.0241^{(T - T_0)} \quad (2.7)$$

A posteriori Gulliver y Rindels (1993) propusieron la utilización de un factor de corrección para la obtención de la relación de déficits a cualquier temperatura en función del ratio a la temperatura de 20 °C. La relación daba lugar a resultados bastante precisos con un porcentaje de error de 0.03% para

temperaturas entre 0 °C y 40 °C. La relación obtenida para la determinación de la transferencia de oxígeno en función de r, queda de la siguiente forma.

$$r_{20} = r_T^{1/\alpha_T} \quad (2.8)$$

Obteniéndose el parámetro  $\alpha_T$  mediante la expresión siguiente, siendo T la temperatura del agua.

$$\alpha_T = 1 + 0.02103(T - 20) + 8.261 \times 10^{-5}(T - 20)^2 \quad (2.9)$$

En la Tabla 1 se han recogido algunas de las expresiones existentes hasta la actualidad para la evaluación del efecto de la temperatura en la transferencia de oxígeno. Cada expresión es aplicable en el rango de temperaturas designado.

Tabla 1. Expresiones para la evaluación del efecto de la temperatura en la reaeración

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA	CONDICIONES DE APLICACIÓN	EXPRESIÓN	Ec.
Gameson <i>et al.</i> (1958)	$0 < T (^{\circ}) < 40$	$r_{15} = 1 + \frac{r_T - 1}{1 + 0,027 (T - 15)}$	(2.10)
Elmore y West (1961)	$5 < T (^{\circ}C) < 30$	$\frac{\ln r_T}{\ln r_{20}} = \alpha_T^{(T-20)}$ $\alpha_T = 1,024$	(2.11)
Essery <i>et al.</i> (1978)	$0 < T (^{\circ}C) < 30$	$(r_T - 1) = (r_{20} - 1) [1 + 0,0335 (T - 20)]$	(2.12)
Nakasone (1987)	No especificado	$\ln r_T = \ln r_{20} [1 + 0,0168 (T - 20)]$	(2.13)
Gulliver e Rindels (1993)	$0 < T (^{\circ}C) < 40$	$r_{20} = r_T^{1/\alpha_T}$ $\alpha_T = 1,0 + 0,02103 (T - 20) + 8,261 \times 10^{-5} (T - 20)^2$	(2.14)

## 2.1.2 Transferencia de oxígeno en estructuras de caída

### 2.1.2.1 Consideraciones iniciales

Hasta la actualidad numerosos autores han estudiado el proceso de la transferencia y disolución del oxígeno a lo largo de la lámina libre en cursos de agua en presencia de distintas estructuras hidráulicas. En un principio, la mayor parte de las investigaciones realizadas han dado lugar a expresiones empíricas basadas en campañas experimentales, en las cuales no se había tenido en cuenta los efectos de la existencia de fenómenos de turbulencia localizada.

Como se ha definido en el apartado anterior, la relación de déficits de oxígeno es la magnitud más apropiada y utilizada para la evaluación de la transferencia de oxígeno. A continuación se expone de forma abreviada las expresiones para la determinación de relación de déficits de oxígeno más relevantes.

La mayoría de las expresiones deducidas han sido obtenidas a partir del estudio experimental en estructuras hidráulicas de descargadores y azudes instaladas en cursos de agua. Apenas una pequeña parte de los estudios existentes son referidos a estructuras incorporadas en redes de colectores de aguas residuales.

### 2.1.2.2 Cursos de agua

En primer lugar nos vamos a referir brevemente a los primeros estudios basados en el análisis experimental, obtenidos principalmente en caso de canales abiertos con sección rectangular.

Mastopietro (1968) propuso la siguiente expresión a partir de las mediciones de concentraciones de oxígeno disuelto en azudes de pequeñas dimensiones ( $1.22 \leq \Delta H_q \text{ (m)} \leq 4.60$ ). Las mediciones fueron realizadas en las secciones aguas abajo para calados elevados en la sección situada aguas arriba de la estructura, superiores a 4 m.

$$r_{20} = \frac{1}{1 - 0.141 \Delta H_q} \quad (2.15)$$

La obtención de la expresión fue basada en el principio del balance de masa para la evaluación de intercambio de oxígeno en la estructura.

Avery y Novak (1978) (en Watson, 1998) realizaron numerosos ensayos en estructuras de caída vertical para secciones rectangulares en canales. A partir de las mediciones realizadas propusieron la siguiente expresión, la cual está limitada en su campo de aplicación por una cierta altura óptima.

$$r_{15} = 1 + k_5 F_j^{1.78} R_j^{0.53} \quad (2.16)$$

Siendo:

- $r_{15}$  - Relación de déficits de oxígeno disuelto a 15°C .
- $k_5$  - Coeficiente referido al efecto de la salinidad del agua, se establece un valor de  $0.627 \times 10^{-4}$  en caso de agua de la red.
- $F_j$  - Número de Froude en el jacto, definido por la siguiente relación  $F_j = \left[ \frac{g \Delta H^3}{2q_j^2} \right]^{0.25}$
- $R_j$  - Número de Reynolds en el jacto, definido como  $R_j = \frac{q_j}{\nu}$
- $q_j$  - Caudal unitario en el jacto ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).
- $\nu$  - Viscosidad cinemática a 15°C ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).

A lo largo del estudio observaron la relación existente entre el fenómeno de reaeración y la altura de lámina de agua en la sección situada aguas abajo de la estructura, de forma que la incorporación de oxígeno disuelto aumenta en función del calado hasta un cierto nivel máximo,  $h_{t \text{ opt}}$ , a partir del cual el aumento de la concentración es casi despreciable.

$$\frac{h_{t \text{ opt}}}{\Delta H_q} = \frac{1.084}{F_j^{0.53} \Delta H_q^{0.42}} \quad (2.17)$$

Siendo  $h_{t\text{opt}}$  la altura óptima de la lámina de agua en la sección aguas abajo (m) y  $\Delta H_q$  representa la pérdida de energía en el salto (m). Para una altura de colchón de agua  $h_{t\text{opt}}$  la estructura presenta la máxima eficiencia posible para la transferencia de oxígeno.

Nakasone (1987) propuso una serie de cuatro expresiones aplicables según la altura del salto de la estructura y del caudal unitario de descarga como resultado de los estudios experimentales en laboratorio. Fue el primer autor en tener en cuenta la altura del salto,  $h$ , para el estudio de la transferencia de oxígeno a través de la lámina de agua.

Este autor desarrolló sus estudios al mismo tiempo que Avery y Novak (1978). Pese a ser obtenidas mediante mediciones en laboratorio, las expresiones presentan un campo de aplicación general.

**Tabla 2. Expresiones de Nakasone (1987) para el cálculo de la relación de déficits de oxígeno disuelto**

NAKASONE (1987)	CONDICIONES EXPERIMENTALES	EC.
$\ln r_{20} = 0.0785 \times \Delta H_q^{1.31} \times q^{0.428} h_t^{0.310}$	$\Delta H_q \leq 1.2 \text{ m} \quad q \leq 0.065 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	(2. 18)
$\ln r_{20} = 0.0861 \times \Delta H_q^{0.816} \times q^{0.428} h_t^{0.310}$	$\Delta H_q > 1.2 \text{ m} \quad q \leq 0.065 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	(2. 19)
$\ln r_{20} = 5.39 \times \Delta H_q^{1.310} \times q \cdot 0.363 h_t^{0.310}$	$\Delta H_q \leq 1.2 \text{ m} \quad q > 0.065 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	(2. 20)
$\ln r_{20} = 5.92 \times \Delta H_q^{0.896} \times q \cdot 0.363 h_t^{0.310}$	$\Delta H_q > 1.2 \text{ m} \quad q > 0.065 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	(2. 21)

Como conclusión este autor, propuso el valor de 0.667 veces la altura de caída de la estructura de agua como el valor óptimo para el calado en la sección aguas abajo para la eficiencia del proceso de reaeración. A partir de este valor, el aumento de oxígeno disuelto en el agua se consideró insignificante.

Las observaciones experimentales realizadas demostraron la elevada dificultad a la hora de predecir la trayectoria seguida por las burbujas. En el caso de las burbujas incorporadas mediante aireadores la trayectoria seguida, y el tiempo de retención, son bastante regulares, mientras que en lo que se refiere a la trayectoria individual de las burbujas incorporadas a la masa de agua receptora en un vertedero se caracteriza por ser imprevisible y desigual (Nakasone, 1987).

Como contraposición, diferentes autores como Gulliver y Rindels (1989) destacaron la falta de necesidad de presentar expresiones separadas para la transferencia de aire en función de las condiciones de altura de salto y de descarga.

El éxito de las mediciones de oxígeno en estudios experimentales depende de la existencia de una variación significativa de las concentraciones de oxígeno disuelto en saturación y la concentración de oxígeno disuelto aguas arriba de la estructura. Gulliver y Rindels (1993) propusieron como diferencia mínima recomendada 2.5 mg.l<sup>-1</sup>.

Chanson (1994) propuso la expresión 2.2 para el cálculo de la relación de déficits de oxígeno disuelto a partir de los ensayos realizados en canales con solera en escalones. El flujo tipo escalón a escalón (*nappe flow*) se caracteriza por ser una serie de sucesivas caídas libres con el correspondiente

impacto parcial o total del jacto de la lámina de agua en los diferentes escalones. Los ensayos fueron realizados en modelos de canales con solera en escalones, con anchos entre 0.1 y 0.3 m y caudales inferiores a  $0.005 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

$$r_{15} = 1 + 0.9525 k' \left( g \frac{h_d^3}{\nu^2} \right)^{0.265} \left( \frac{h_c}{h_d} \right)^{-0.534} \quad (2. 22)$$

Siendo:

- $r_{15}$  - Relación de déficits de oxígeno disuelto a una temperatura de  $15 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- $k'$  - Coeficiente que introduce el efecto de la salinidad del agua.
- $h_c$  - Calado crítico (m).
- $h_d$  - Altura de escalón (m).
- $\nu$  - Viscosidad cinemática del agua ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).
- $g$  - Aceleración de la gravedad ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ).

Con respecto a la calidad de agua para la obtención del coeficiente  $k'$ , Chanson (1994) adopto la misma clasificación seguida por Avery y Novak (1978), véase Tabla 4.

### 2.1.2.3 Sistemas de drenajes de aguas residuales

En referencia a los estudios existentes en sistemas de aguas residuales es necesario destacar la carencia de estudios referidos expresamente a este campo, tanto experimentales como en prototipo. Inicialmente expondremos las primeras investigaciones realizadas por Pomeroy y Lofy (1977), Matos (1991) y Almeida (1999), pues asentaron las bases para posteriores análisis en modelación física de las diferentes caídas empleadas en redes de drenaje realizados por Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006).

Pomeroy y Lofy (1977) (en Soares, 2003) presentaron una sencilla expresión para caídas en redes de saneamiento, donde la concentración de oxígeno se obtiene a través de una aproximación logarítmica en función de la pérdida de carga en la estructura. La campaña experimental se basó en un total de 34 ensayos en laboratorio con agua limpia y dos con agua residual en colectores de aguas residuales.

$$\ln \frac{S_{O,s} - S_{O,u}}{S_{O,s} - S_{O,d}} = K_H \Delta H_q = \ln r_o \quad (2. 23)$$

El coeficiente de reaireación en la estructura ( $K_H$ ) varía en función de la calidad del agua. Con base en los resultados experimentales determinaron el valor de  $0.41 \text{ m}^{-1}$  como el valor apropiado en aguas residuales (ASCE, 1989).

Matos (1991) obtuvo las expresiones 2.24 y 2.25 para redes de drenaje de aguas residuales de pequeño diámetro (200 mm) y una altura de salto de entre 0.50 y 1.75 m. La expresión es válida en estructuras de caída libre y para valores de descarga inferiores a  $1.0 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$ . La temperatura de ensayo oscilaba entre los  $18$  y  $19.5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

$$r = e^{0.29 \Delta H_q} \quad (2. 24)$$

$$r = \frac{1}{\left( e^{0.125\Delta H q^2 - 0.45\Delta H q} \right)} \quad (2.25)$$

Las expresiones obtenidas deben ser aplicadas únicamente en caso de estructuras de caída libre para redes de colectores de pequeño diámetro y altura de salto menor de 1.5 m. Matos (1991) señala que la expresión (2.25) podría ser mejorada a partir de la incorporación de los efectos debido a la calidad del agua, el caudal, el calado en la sección de impacto de la lámina vertiente de la estructura o del tipo de caída hidráulica objeto del estudio.

Almeida (1999) realizó un estudio experimental en la red de colectores del sistema de saneamiento da Costa de Estoril en diferentes tipos de estructuras de salto, correspondiendo con caída vertical, caída vertical guiada o en rampa. Las mediciones se realizaron en caudales residuales domésticos y en condiciones aeróbicas, para una temperatura variable entre los 19°C y 22 °C. El rango de valores adoptado para la altura de salto varía desde 0.08 m hasta el máximo de 1.62 m. La descarga medida oscila entre los valores de 0.15 y 0.33 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>. Se establece un tiempo de residencia de dos horas.

Almeida *et al.* (1999) presentó las expresiones 2.26 y 2.27 para la evaluación de la reaireación en las estructuras de caída vertical y caída vertical guiada. Las expresiones son de carácter lineal y exponencial respectivamente, y representan un buen ajuste en cualquiera de los tipos de estructuras considerados.

$$r = 0.2784 h_q + 1 \quad R^2 = 0.81 \quad (2.26)$$

$$r = e^{(0.2386h_q)} \quad R^2 = 0.86 \quad (2.27)$$

La relación de déficits de oxígeno disuelto presenta una gran sensibilidad en función del coeficiente de reaireación. Además del tipo de régimen de flujo y la turbulencia asociada que se presenta probablemente como el factor de mayor relevancia en el fenómeno de reaireación.

Sousa y Lopes (2002) realizó un estudio experimental en modelo físico de la caída vertical con el objetivo de caracterizar el comportamiento hidráulico del flujo y evaluar el fenómeno de incorporación de OD debido a la estructura y a la formación de resalto. La instalación fue dispuesta en el Laboratório de Hidráulica e Recursos Hídricos do Instituto Superior Técnico de Lisboa. Los ensayos fueron realizados en conductas circulares para alturas de salto comprendidas entre 0.1 ≤ h<sub>q</sub> ≤ 0.4 m y valores de descarga entre 0.0012 e 0.0039 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>. También fueron testados diferentes valores de pendiente en la conducta de entrada. Fueron obtenidas las expresiones 2.28 y 2.29.

$$r_{20} = 1 + 0.782h_q^{1.526} \quad R^2 = 0.94 \quad (2.28)$$

$$r_{20} = 1 + 0.010 \left( \frac{h_q}{h_c} \right)^{1.329} \quad R^2 = 0.82 \quad (2.29)$$

A partir de las observaciones realizadas en el modelo físico se verificó la influencia de la altura de la estructura, dando lugar a una mayor transferencia de oxígeno entre la atmosfera y la masa de agua a medida que aumenta la altura de caída. La magnitud de la descarga y la ubicación del resalto en el tramo aguas abajo de la estructura presenta poca influencia en la reaireación.

Posteriormente en la misma instalación, Soares (2003) llevo a cabo una ampliación de los datos experimentales obtenidos por Sousa y Lopes (2002), referidos también a la estructura de caída vertical, complementando los resultados con una altura de caída correspondiente a 0.50 m. Los ensayos fueron realizados para el mismo rango de caudales. Las expresiones obtenidas se muestran a continuación en función de la altura de caída, siendo  $h_c$  el calado crítico en metros.

$$r_{20} = 1 + 0.024 \left( \frac{h_q}{h_c} \right)^{0.907} \quad R = 0.80 \quad (2.30)$$

El estudio demostró la reducida dependencia de la incorporación de oxígeno a la corriente de agua con respecto de la concentración de oxígeno aguas arriba de la estructura, tendiendo a aumentar cuando la concentración de oxígeno disuelto aguas arriba es próxima a la concentración de saturación, como ya habían concluido Sousa y Lopes (2002). Los resultados también verificaron las conclusiones referidas a la altura de caída, el caudal y la ubicación del resalto hidráulico.

Afonso (2004) presento un estudio en modelo físico para caída con solera en escalones en colectores circulares, realizando diferentes pruebas en función del número de escalones y el caudal adoptado. Los valores de salto se encuentran comprendidos entre  $0.2 \leq h_q \leq 0.4$  m.

$$r_{20} = 1 + 0.1606 \left( \frac{h_q}{h_c} \right)^{0.3567} \cdot \left( \frac{D_u}{S_{O,S}} \right)^{0.48} \quad R = 0.97 \quad (2.31)$$

La expresión anteriormente propuesta, siendo  $D_u$  el déficit de oxígeno aguas arriba de la estructura, es aplicable siempre y cuando se respete la condición de  $D_u / S_{O,S} > 0.60$ . Dicho autor verificó, en contra de lo supuesto por numerosos autores, que la relación de déficits de oxígeno depende de la concentración de oxígeno aguas arriba de la estructura.

A partir de las observaciones en la instalación experimental, demostró la dependencia del aporte de oxígeno para estructuras de caída en escalones, bien sea en flujo escalón a escalón como en flujo rasante (*skimming flow*), de la altura de caída, altura y número de escalones y el calado crítico, siendo esta dependencia mayor en caso de estructuras con solera en escalones.

El autor también coincidió con anteriores estudios verificando que la temperatura y el valor de la descarga de la estructura no tienen una influencia significativa en el fenómeno de reaireación para la gama de valores estudiados.

Por último, Azevedo (2006) basó sus estudios en la modelación física de la caída vertical guiada mediante una conducción de DN160. Se llevaron a cabo distintos ensayos experimentales en función de caudal y de la altura de salto, verificándose la relación de  $0.2 \leq h_q \leq 0.4$  m. Concordando con los estudios de Sousa y Lopes (2002), Soares (2003) y Afonso (2004) se ha concluido la existencia de una mayor reaireación en función de la altura de la caída adoptada, además de verificarse la escasa influencia de la descarga.

$$r_{20} = 1 + 0.014 \left( \frac{h_q}{h_c} \right)^{1.289} \quad R = 0.95 \quad (2.32)$$

Azevedo (2006) verificó la importancia de la altura de caída en la eficiencia de la reaireación presentando resultados próximos para caída vertical y caída vertical guiada, siendo ligeramente

superiores en el caso de la caída vertical guiada. La eficiencia de la reaireación es superior en la caída en escalones, obteniendo valores más cercanos para la caída vertical guiada y caída en escalones en caso de una altura de salto de 0.4 m.

#### 2.1.2.4 Reaireación en resalto hidráulico

La existencia de un resalto hidráulico se caracteriza por una elevada disipación de energía, turbulencia e incorporación de oxígeno. La superficie libre está sujeta a una gran turbulencia, presentando un comportamiento discontinuo y agitado, el cual conlleva un aumento del fenómeno de reaireación a través de un mayor arrastre de burbujas de aire al interior del seno de la masa de agua.

Diferentes expresiones han sido obtenidas para evaluar el aumento de la transferencia de oxígeno en la zona de desarrollo del resalto hidráulico, las cuales son recogidas en la Tabla 3. En la Tabla 4 se muestran los valores para el coeficiente  $k'$  de la ecuación de Avery y Novak (1978).

Tabla 3. Expresiones para la evaluación de  $r$  en resalto hidráulico (adaptado de Chanson, 1994)

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA	CONDICIONES DE APLICACIÓN	EXPRESIÓN	Ec.
Holler (1971)	$r - 1 = 0.0463 \times \Delta U^2$	$0.61 < \Delta U(\text{m/s}) < 2.44$ $4 < T(^{\circ}\text{C}) < 26$	(2. 33)
Apted y Novak (1973)	$r_{15} = 10^{(0.24 \times \Delta H_r)}$	$2 < \text{Fmr} < 8$ $q = 0.04 \text{ m}^2/\text{s}$	(2. 34)
Avery y Novak (1975)	$r_{15} - 1 = 0.023 \times \left(\frac{q}{0.0345}\right)^{3/4} \times \left(\frac{\Delta H_r}{h_1}\right)^{4/5}$	$2 < \text{F1} < 9$ $1.45 \times 10^4 < \text{Re} < 7.1 \times 10^4$ $0.013 < h_1 (\text{m}) < 0.03$ $14 < T(^{\circ}\text{C}) < 18$ $b (\text{m}) = 0,10$	(2. 35)
Avery y Novak (1978)	$r_{15} - 1 = k' \times F_1^{2.1} \times \text{Re}^{0.75}$	$1.45 \times 10^4 < \text{Re} < 7.1 \times 10^4$ $v (\text{m/s}) = 1.143 \times 10^{-6}$ $b (\text{m}) = 0, 10$	(2. 36)
Wilhems <i>et al.</i> (1981)	$r_{15} - 1 = 4.924 \times 10^{-8} \times F_1^{2.106} \times \text{Re}^{1.034}$	$b (\text{m}) = 0,381$ $1.89 < \text{Fmr} < 9.5$ $2.4 \times 10^4 < \text{Re} < 4.3 \times 10^4$	(2. 37)
Chanson (1994)	$r_{15} = 1 + 6.965 k' \left(g \frac{\Delta H_r^3}{v^2}\right)^{0.375} \times \left(\frac{h_c}{\Delta H_r}\right)^{0.259}$	$0.1 < b (\text{m}) < 0.3$ $0.2 < ht \text{ ó } \Delta H_q < 0.5$ $Q (\text{m}^3/\text{s}) < 0.005$ $v (\text{m/s}) = 1.143 \times 10^{-6}$	(2. 38)

Siendo:

- $b$  - Ancho del canal (m).
- $g$  - Aceleración de la gravedad ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).
- $h_c$  - Altura crítica del flujo (m).
- $h_1$  - Altura del flujo en la sección inmediatamente aguas arriba del resalto hidráulico (m).

- $k'$  - Coeficiente de evaluación de la calidad del agua.
- $q$  - Caudal unitario ( $m^2 \cdot s^{-1}$ ).
- $r_{15}$  - Relación de déficits de oxígeno disuelto a 15 °C.
- $r$  - Relación de déficits de oxígeno disuelto a 20 °C.
- $F_1$  - Número de Froude aguas arriba definido mediante la expresión:  $F_1 = q / \sqrt{g \times h_1^3}$
- $Re$  - Número de Reynolds definido como:  $Re = q / \nu$
- $\Delta H_r$  - Pérdida de carga en el resalto hidráulico (m).
- $\Delta U$  - Diferencia entra las velocidades en las secciones aguas arriba y aguas abajo del resalto hidráulico ( $m \cdot s^{-1}$ ).
- $\nu$  - Viscosidad cinemática ( $m^2 \cdot s^{-1}$ ).

Tabla 4. Valores para el coeficiente  $k'$  de la ecuación de Avery y Novak (1978)

CARACTERÍSTICAS DEL AGUA DE ESTUDIO	$k'$
Agua limpia	$1.0043 \times 10^{-6}$
Agua limpia + 0.3% de NaNO <sub>2</sub>	$1.2445 \times 10^{-6}$
Agua limpia + 0.6% de NaNO <sub>2</sub>	$1.5502 \times 10^{-6}$

### 2.1.3 Síntesis

El número de estudios existentes en la bibliografía para flujos en secciones circulares es bastante limitado.

Para los estudios anteriores, en primer lugar, es necesario señalar que la altura de la caída representa la variable de mayor importancia en referencia a la incorporación y posterior disolución de oxígeno disuelto para los diferentes tipos de estructuras, basándonos en los estudios existentes hasta la fecha.

Autores como Avery y Novak (1978) y Nakasone (1987) desarrollaron estudios para la evaluación de la incorporación de OD, además analizar la obtención de la altura del colchón de agua en la sección aguas abajo de la estructura para la cual se produzca la máxima transferencia de oxígeno. Nakasone (1987) propuso como altura optima la correspondiente a 0.667 veces la altura de caída.

El éxito de las mediciones experimentales de oxígeno disuelto presenta una gran dependencia de la variación existente entre la concentración en saturación y la concentración de OD en la sección aguas arriba de la estructura. Gulliver y Rindels (1993) propusieron como diferencia mínima recomendada de 2.5  $mg \cdot l^{-1}$ .

En el caso de estructuras de caída en escalones bajo régimen hidráulico de flujo escalón a escalón (*nappe flow*), Chanson (1994) introdujo, para la evaluación de la transferencia de oxígeno, un coeficiente  $K_{AN}$  en función de la salinidad del agua.

En sistemas de drenaje, Pomeroy y Lofy (1977) presentaron una expresión logarítmica para la obtención de la concentración de oxígeno disuelto en función de la pérdida de carga en las estructuras presentes. Dichos autores emplearon un coeficiente  $k_H$  en función de la calidad del agua en la expresión, posteriormente fue determinado el valor de  $0.41 \text{ m}^{-1}$  correspondiente a aguas residuales (ASCE, 1989).

En referencia a Matos (1991), las expresiones obtenidas en redes de drenaje de aguas residuales solo son aplicables en redes de drenaje de diámetro reducido y una altura de caída inferior 1.75 m. Este autor señala la importancia de mejorar las expresiones obtenidas para la evaluación de la incorporación de oxígeno disuelto teniendo en cuenta factores como la calidad del agua, el valor de descarga, el calado en la sección de impacto de la lámina vertiente y el tipo de estructura de caída.

A partir de la campaña experimental llevada a cabo por Almeida *et al.* (1999) se recalca la importancia del régimen de flujo en la estructura además de la turbulencia asociada. Por otro lado fue evaluada la importancia de la configuración de la estructura dentro del tipo de caída empleado.

En correspondencia a los estudios realizados en modelo físico por Sousa y Lopes (2002), Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006) fue verificada nuevamente la relevancia de la altura de caída en el proceso de reaireación, además de destacar la falta de significatividad de la magnitud de la descarga y la ubicación del resalto para el rango de valores experimentales ensayados.

Soares (2003) destacó la influencia del déficit de oxígeno disuelto en la sección aguas arriba de la estructura, siendo relevante en el caso de existir una diferencia entre la una concentración de oxígeno aguas arriba y la concentración en saturación próxima a cero. Conclusión que fue corroborada a posteriori por Afonso (2006) para los casos de estructura de caída en escalones y caída vertical.

El efecto de la temperatura en la disolución de oxígeno en el flujo es un tema ampliamente estudiado, principalmente en cursos de agua. Gameson *et al.* (1958), a través de la realización de una campaña experimental para agua limpia en azudes, demostró el aumento de la relación de déficits de oxígeno disuelto a medida que aumenta la temperatura en el tramo aguas arriba del azud, para las mismas concentraciones de oxígeno disuelto, debido a la disminución de la concentración en saturación del oxígeno disuelto al aumentar la temperatura.

Autores como Nakasone (1987) y Gulliver y Rindels (1993) propusieron diferentes expresiones para la evaluación de la influencia de la temperatura en el proceso de reaireación.

En la actualidad aún continúa a existir un número bastante escaso de estudios referidos a redes de drenaje de aguas residuales. De todas formas se debe señalar la importancia de las expresiones obtenidas en cursos de agua para aguas limpias o poco contaminadas para el posterior estudio en caso de redes de saneamiento. Además aun siendo escaso el número, el campo de estudio en redes de colectores abarca desde estudios en modelo físico o experimental para las diferentes estructuras hidráulicas de interés, es decir, para estructuras de caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones, entre otras posibilidades.

## 2.2 Balance de oxígeno

### 2.2.1 Consideraciones iniciales

En el proceso de transporte de las aguas residuales a lo largo del sistema de drenaje la composición del agua sufre numerosos cambios motivados principalmente por la presencia de ciertos compuestos orgánicos y de la existencia de oxígeno disuelto en el flujo. En un inicio el estudio en colectores se basaba simplemente en la evaluación del comportamiento y composición del flujo en la sección de entrada de las estaciones de tratamiento, sin embargo, en la actualidad el análisis de la alteración de la calidad del agua en colectores ha desarrollado una gran relevancia (Jensen y Hvitved-Jacobsen, 1991).

A lo largo del transporte del agua residual en redes de saneamiento se llevan a cabo numerosos procesos de consumo e incorporación de oxígeno de carácter físico, químico o biológico, repercutiendo directamente en la concentración de oxígeno disuelto. En caso de que los procesos existentes den lugar a una concentración de oxígeno disuelto menor en la masa de agua a la concentración en saturación, la transferencia conlleva la incorporación del gas al interior del fluido a través de la interfaz agua-aire. En caso contrario, en situación de sobresaturación la dirección de la transferencia será hacia la atmósfera. Esta situación raramente ocurre en caso de aguas residuales, pues la incorporación de oxígeno al flujo a lo largo de la superficie libre es bastante reducida, y por lo tanto, la reaeración depende directamente de la existencia de turbulencias en el flujo. En hidráulica fluvial, en ocasiones se desarrolla esta situación debido a la producción de oxígeno disuelto por parte de las algas existentes en ríos o corrientes, dando lugar a situaciones de sobresaturación, siendo entonces cuando la masa de agua cede oxígeno a la atmósfera.

El oxígeno disuelto es determinante para la biodegradación de la materia orgánica presente en la masa de agua por la acción de la biomasa fija o en suspensión, actuando como receptor final de electrones, siendo de elevada importancia garantizar la existencia de condiciones aeróbica en la red.

El análisis de los procesos de consumo y de intercambio de oxígeno en el flujo, realizados por la materia orgánica suspensa no adherida existente en los colectores, es fundamental a la hora de evaluar la composición de las aguas residuales. Un número significativo de transformaciones de la materia orgánica y de recepción de electrones en la masa de agua se han observado bajo condiciones aeróbicas, siendo la proporción mucho menor en caso de condiciones anaeróbicas (Bjerre *et al.*, 1996).

Con respecto a la evaluación de las transformaciones en la composición de la materia orgánica existen en varios estudios (Raunkjaer *et al.*; 1995, Norser, 1995; Almeida, 1999; entre otros), tanto basados en investigación en laboratorio como en colectores, generalmente centrados en el análisis en redes de drenaje en gravedad y también en redes a presión.

A la hora de evaluar el proceso de transferencia de masa llevada a cabo a lo largo de la interfaz aire-agua, es necesario tener en cuenta las variaciones de tiempo y espacio acontecidas en el flujo, además de considerar los parámetros correspondientes a la calidad del agua. El balance de oxígeno

viene dado por la expresión propuesta por Pomeroy y Parkhust (1972) en la cual se evalúan los procesos de adicción y eliminación de oxígeno.

$$\frac{dS_o}{dt} = r_c - (r_w + r_b + r_s) \quad (2.39)$$

Siendo  $r_c$  el aporte de oxígeno a través de la reaireación superficial ( $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{h}^{-1}$ ),  $r_w$  la tasa de consumo de oxígeno en el cuerpo del agua residual ( $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{h}^{-1}$ ),  $r_b$  la tasa de consumo en el biofilme ( $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{h}^{-1}$ ) y  $r_s$  la tasa de consumo asociada a los sedimentos ( $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{h}^{-1}$ ).

En sistemas de colectores con condiciones de auto limpieza (garantía de condiciones de transporte de sólidos) no ocurre sedimentación significativa, lo que se traduce en la eliminación de este término del balance de oxígeno (Pomeroy y Parkhust, 1972). Por otro lado, la contribución o reducción de oxígeno a través de la infiltración de agua también es eliminada del balance, suponiendo que los sistemas tienen una adecuada estanquidad en los colectores, uniones y cámaras de visita.

Por lo tanto, a la hora de evaluar el proceso de incorporación y consumo de oxígeno en la red de saneamiento es necesario analizar las condiciones locales, las simplificaciones posibles y la disponibilidad de información para caracterizar los procesos correspondientes a cada término de la ecuación de balance.

## 2.2.2 Reaireación

### 2.2.2.1 Consideraciones iniciales

En este apartado sólo nos vamos a referir a la incorporación de oxígeno debido a la reaireación a través de la superficie, pues dada la índole del presente estudio la transferencia debido a la presencia de singularidades en las redes de saneamiento se ha definido en el apartado 2.2.3.

La incorporación de oxígeno a través de la interfaz agua-aire en redes de drenaje frecuentemente no es suficiente para garantizar la existencia de condiciones aeróbicas necesarias en el interior de los colectores de las redes de drenaje.

### 2.2.2.2 Reaireación a lo largo de la superficie libre

El aporte a través de la reaireación superficial depende directamente del contenido de oxígeno disuelto en el flujo, que depende de la presión parcial en la atmósfera de los colectores. En caso del agua no estar en condiciones de saturación existe un proceso de incorporación de oxígeno por difusión molecular. La superficie no presenta resistencia a la transferencia de masa y se respetan las condiciones de equilibrio según la Ley de Henry (Chanson, 2002).

La transferencia continua de oxígeno a través de la superficie en lámina libre ( $r_c$ ) se obtiene como el producto del coeficiente de reaireación ( $K_{La}$ ) por el déficit de oxígeno disuelto existente en el flujo, es decir, la diferencia entre la concentración en saturación de oxígeno disuelto ( $S_{O,S}$ ) y la propia concentración de oxígeno disuelto existente en cada momento ( $S_o$ ).

$$r_c = k_{La}(S_{O,S} - S_o) \quad (2.40)$$

Numerosas investigaciones han sido realizadas a lo largo de la historia para la cuantificación de la transferencia de oxígeno en canales abiertos, fundamentalmente se han seguido dos vertientes bien diferenciadas.

- Método indirecto: Se basa en la evaluación del balance de oxígeno en la sección del canal, para su aplicación es necesario conocer el resto de los componentes para la obtención de la reaireación. Por lo tanto, este método tiene limitaciones en redes de saneamiento a gravedad debido a la falta de información sobre los otros procesos que tiene lugar en un sistema de alcantarillado. Pomeroy y Parkhust (1972) emplearon este método, recurriendo a la limpieza de las paredes de los colectores mediante método mecánico y química con hidróxido de sodio.
- Método directo: El principio básico de esta técnica es la existencia de una correlación constante entre la tasa de absorción del gas trazador y la tasa de absorción de oxígeno. Normalmente se introduce el gas inerte en el flujo de agua, y se evalúa la diferencia en la concentración del gas entre las secciones inicial y final para la determinación de su transferencia. Jensen y Hvitved-Jacobsen (1990) emplearon como gas trazador Cripton 85, y posteriormente, Huisman (2001) utilizó hexafluoruro de azufre.

Existen diversas expresiones estimadas para la evaluación de la transferencia de oxígeno pero no son aplicables en redes de saneamiento, como fue demostrado por Matos (1991) y Jensen y Hvitved-Jacobsen (1991).

La primera aproximación aplicada a redes de colectores de aguas residuales realizada a partir de mediciones experimentales fue la propuesta por Pomeroy y Parkhust (1972) (en Soares, 2003). El estudio abarcó mediciones experimentales llevadas a cabo en la red de saneamiento en operativo de Los Ángeles, con colectores con pendientes comprendidas entre 0.007 y 0.07 (Diámetro entre 40 y 1220 mm, longitudes de colector entre 420 a 3200 m, y caudales comprendidos entre 0.015 y 0.250 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>).

La tasa de consumo de oxígeno fue obtenida mediante método indirecto a través de la obtención de la reaireación ocurrida a partir de la ecuación del balance de masa. Con el objetivo de eliminar toda actividad biológica, los colectores fueron limpiados de forma mecánica y a través de la aplicación de soda caustica e hipoclorito. El coeficiente de reaireación puede ser obtenido mediante la ecuación 2.41.

$$K_{La} = 0.96 \cdot (1 + 0.17 \cdot Fr^2) \cdot (J \cdot U)^{3/8} \cdot \frac{1}{h_m} \quad (2.41)$$

Siendo:

- U - Velocidad media del flujo (m.s<sup>-1</sup>).
- J - Pérdida de carga unitaria (m.m<sup>-1</sup>).
- g - Aceleración de la gravedad (m.s<sup>-2</sup>).
- h<sub>m</sub> - Altura media de agua (m).
- Fr - Número de Froude (-), definido mediante la expresión:  $Fr = \frac{U}{\sqrt{g \cdot h_m}}$

La aplicación de esta expresión está limitada a redes de saneamiento con un número de Reynolds superior a 5000 y en condiciones hidráulicas idénticas a las existentes en la campaña experimental, obteniéndose unos resultados con un error máximo del 10%. La expresión puede ser aplicada independientemente de la composición del agua residual (Pomeroy y Parkhurst, 1972, en Soares, 2003).

En el estudio de Jensen y Hviited-Jacobsen (1990) basado en mediciones mediante radiotrazadores a partir del gas Criptón 85, fue obtenido el coeficiente de transferencia constante con respecto al oxígeno bajo las condiciones de ensayo. La investigación se basó en el método de empleo de un gas como trazador desarrollado inicialmente por Tsvoglou *et al.* (1965).

El rango experimental empleado fue idéntico al empleado por Pomeroy y Parkhurst (1972) y demostró una gran eficacia a la hora de evaluar el coeficiente de reaeración. Los datos obtenidos sirvieron para profundizar en las características del agua residual y su temperatura.

Las concentraciones de oxígeno fueron medidas en la atmósfera de la red de saneamiento, obteniéndose valores aproximadamente un 10% inferiores a las concentraciones en condiciones atmosféricas normales.

Posteriormente Jensen (1995), a partir de la expresión desarrollada por Pomeroy y Parkhurst (1972), y ampliando el rango de experimentación, propuso la expresión 2.42 para el coeficiente de reaeración determinado a partir de mediciones realizadas en colectores, previamente tratados o no tratados, para redes de saneamiento en operativo.

$$K_{La} = \frac{f}{h_m} = 0.86 \cdot (1 + 0.20 \cdot Fr^2) \cdot (J \cdot U)^{3/8} \cdot \frac{1}{h_m} \quad (2.42)$$

También fue investigada la influencia de sustancias surfactantes en las aguas residuales por tratarse de un factor de gran relevancia en el fenómeno de reaeración. Los resultados obtenidos a partir de la expresión 2.42 demostraron la obtención de unos resultados para el cálculo del coeficiente de reaeración en redes de saneamiento a gravedad, con una razonable concordancia con los obtenidos mediante la expresión de Pomeroy y Parkhurst (1972). Según Jensen (1995), la ecuación 2.41 tiende a sobreestimar  $K_{La}$  aproximadamente un 8% con respecto a las observaciones reales.

Huisman (2001) desarrollo un estudio de carácter experimental en la red de saneamiento de una zona rural cercana a Zúrich (Suiza), con la finalidad de determinar las variaciones en la concentración de oxígeno mediante el estudio de la reaeración superficial a través de la superficie libre y la tasa de respiración del biofilme y de la biomasa suspensa en el cuerpo de agua.

Para la determinación de la reaeración continua a través de la lámina de agua fue empleado el método de utilización de un gas inerte como trazador, el gas elegido fue hexafluoruro de azufre ( $SF_6$ ) por ser adecuado en redes de saneamiento. A partir de los datos de estudios anteriores y las mediciones experimentales, obtuvo la expresión para la evaluación de la transferencia de masa de una elevada precisión. El proceso experimental se realizó en 4 redes de saneamiento distintas y diferentes tipos de conducta.

$$K_{La} = 33 \cdot u^* \cdot (1 + 0.40 \cdot Fr) \cdot \frac{1}{h_m} \quad (2.43)$$

Correspondiendo la variable  $u^*$  a la velocidad de corte, definida de la mediante la siguiente relación  $u^* = \sqrt{gR_h S_f}$ . Siendo  $g$  la aceleración de la gravedad,  $R_h$  el radio hidráulico y  $S_f$  la pendiente de fricción definida como la pendiente en caso de canal en flujo permanente.

Huisman (2001) concluyo que la expresión propuesta presentaba un mejor comportamiento a la hora de predecir el coeficiente de reaeración en comparación con Pomeroy y Parkhurst (1972).

La presencia de sustancias en el agua (surfactantes, grasas y aceites), concentradas en la interfaz del agua puede tener un importante efecto en la transferencia de masa (ASCE Standard, 1993). En Huisman *et al.* (2004) evaluó la importancia de la presencia de surfactantes a partir del coeficiente  $\alpha_{KLa}$  que representa la relación entre el coeficiente  $K_{La}$  en agua residual y en agua limpia. Los resultados obtenidos demostraron la relevancia de la presencia de surfactantes a la hora de cuantificar la transferencia de masa.

Las expresiones recogidas en la Tabla 5 se diferencian en función de las condiciones simuladas en cada estudio realizado (correspondiendo a A=Lecho del río simulado, B=red de saneamiento y C= red de saneamiento simulada).

Tabla 5. Expresiones para el cálculo del coeficiente de reaeración, adaptada de Huisman (2001)

	COEFICIENTE DE REAERACIÓN (s <sup>-1</sup> )	AUTOR	EC.
A	$K_{La} = 7.235 \cdot (J \cdot U)^{0.408} \cdot \frac{1}{h_m^{2/3}}$	Krenkel y Orlob, 1962	(2.44)
B	$K_{La} = 0.96 \cdot (1 + 0.20 \cdot Fr^2) \cdot (J \cdot U)^{3/8} \cdot \frac{1}{h_m}$	Pomeroy y Parkhurst, 1972	(2.45)
B	$K_{La} = 750 \cdot J \cdot U$	Tsivoglou y Neal, 1976	(2.46)
B	$K_{La} = 0.4 \cdot U \cdot \left( \frac{h_{mean}}{R_h} \right)^{0.613} \cdot \frac{1}{h_m}$	Taghizadeh-Nasser, 1986	(2.47)
B	$K_{La} = 0.96 \cdot (1 + 0.20 \cdot Fr^2) \cdot (J \cdot U)^{0.75} \cdot \frac{1}{h_m}$	Jensen y Hvitved-Jacobsen, 1991	(2.48)
B	$K_{La} = 0.86 \cdot (1 + 0.20 \cdot Fr^2) \cdot (J \cdot U)^{3/8} \cdot \frac{1}{h_m}$	Jensen, 1995	(2.49)
B	$K_{La} = 33 \cdot u(1 + 0.40 \cdot Fr^2) \cdot \frac{1}{h_m}$	Huisman, 2001	(2.50)
C	$K_{La} = 2.10 \cdot (J \cdot U \cdot g) \cdot \left( \frac{h_{mean}}{D} \right)^{0.4} \cdot \frac{1}{h_m}$	Balmér y Taghizadeh-Nasser, 1995	(2.51)

## 2.2.3 Consumo de oxígeno

### 2.2.3.1 Consideraciones iniciales

Los estudios realizados con el objetivo de evaluar las transformaciones microbiológicas en materia orgánica en el proceso de transporte de las aguas residuales en las redes de drenaje (Nielsen *et al.*, 1992; Bjerre *et al.*, 1996; Henze *et al.* 1987) no son abundantes.

Con respecto a la evaluación de los cambios en la composición del agua residual, existen diferentes formas de estudio, bien sea a partir de mediciones realizadas en redes de alcantarillado entre secciones y teniendo en cuenta el tiempo de residencia, como a través de la toma de muestras y su posterior análisis en laboratorio. Recientemente una técnica empleada es la utilización de reactores de biofilme a escala en laboratorio. Según la información recogida por Nielsen *et al.* (1992), los métodos empleados se separan de la siguiente forma:

- mediciones de los variaciones en la cantidad total de materia orgánica a través de los indicadores BOD, COD, o TOC, como es el caso del estudio de Boon *et al.* (1977) para transporte en gravedad o a presión.
- mediciones de los cambios en determinados compuestos orgánicos y de la concentración de compuestos como puede ser los ácidos volátiles grasos (VFA) empleado por Narkis *et al.* (1980).
- mediciones del potencial hidrolítico y la actividad respiratoria empleando test de actividad de enzimas (Holzapfel-Pschorn *et al.*, 1986).
- mediciones del consumo de electrones aceptores o en la aparición de productos, y estimar la cantidad de materia orgánica consumida equivalente (Bjerre *et al.*, 1995).

Es necesario señalar la existencia de gran cantidad de expresiones de carácter empírico propuestas para la evaluación del consumo de oxígeno disuelto por parte del biofilme, mientras que, en referencia al consumo debido a la materia suspenda en el agua, las diferentes investigaciones realizadas han evaluado las concentraciones consumidas sin llegar a aportar expresiones.

### 2.2.3.2 Consumo de oxígeno por la materia orgánica suspenda

La evaluación del consumo de oxígeno debido a la materia orgánica es de difícil evaluación, habiendo presentado numerosos autores una amplia gama de valores registrados que ilustran el grado de variación de las situaciones. En aguas frescas, el consumo de oxígeno es bajo y va aumentando a medida que el tiempo de retención en la red de colectores se incrementa.

La tasa de consumo de oxígeno por parte de la biomasa en redes de saneamiento depende de muchos factores, como el tiempo de residencia, la cantidad de biomasa existente, la concentración de materia orgánica, la temperatura del agua residual, las concentraciones de sustancias inhibitoras del proceso de oxidación y del pH, según Boon y Lister (1975). Estos autores obtuvieron tasa de consumo comprendidos entre 11.4 y 16.1 mg.l<sup>-1</sup>.h<sup>-1</sup> en aguas con un tiempo de residencia en la red de drenaje entre 1.5 a 7 h.

Pomeroy y Parkhust (1973) (en Almeida, 1999) observaron tasa de consumo de la materia suspenda cercanas a 20 mg.l<sup>-1</sup>.h<sup>-1</sup> para tiempos de retención en la red de saneamiento elevados, siempre y cuando las condiciones aeróbicas se mantengan, produciéndose un descenso en caso de disminuir la cantidad de materia suspenda en la masa de agua. Los autores obtuvieron que, dentro de los límites de precisión de las mediciones, la tasa de utilización de oxígeno parece ser independiente de la concentración de oxígeno hasta una concentración bastante baja, en el orden de unas pocas décimas de miligramo por litro.

Matos y Sousa (1991) en un trabajo experimental con la finalidad de investigar la evaluación del balance de oxígeno en redes de saneamiento municipales de pequeño diámetro, a través de la realización de ensayos en la red de drenaje de aguas residuales de la Costa da Caparica (Portugal). Obtuvieron tasas de consumo de oxígeno en el cuerpo del agua residual entre 0.3 y 0.6 mg.l.<sup>-1</sup>h<sup>-1</sup>, presentando las mayores tasas en aguas con edades superiores a 30 minutos, y el menor consumo en las muestras obtenidas en los tramos iniciales de la red con edades inferiores a 10 minutos.

Ozer y Kasirga (1995) realizaron un estudio experimental en colectores con velocidades nunca superiores a 0.5 m.s<sup>-1</sup>, asumiendo que la transferencia de oxígeno entre la materia orgánica y el flujo se basa en el fenómeno de la difusión. El estudio analizó de forma separada el consumo de OD por parte de la materia suspensa existente tanto en la masa de agua como en el biofilme. Como resultado presentaron una expresión lineal (2. 52) que relaciona la tasa de respiración con la fracción biodegradable de COD.

$$RES = 0.077 + 0.00064S \quad (2. 52)$$

Siendo:

- RES -Tasa de respiración de la biomasa (g.m<sup>-3</sup>.min<sup>-1</sup>).
- S - Fracción biodegradable de COD (g.m<sup>-3</sup>).

El consumo de OD por parte de la materia suspensa se determina a partir de la evaluación de la tasa de respiración, siendo de gran relevancia en el caso de colectores de elevada longitud. Mientras que el biofilme representa la fuente de consumo principal en el caso de redes de saneamiento de pequeño diámetro (Ozer y Kasirga, 1995).

El comportamiento de la tasa de respiración obtenido presenta un comportamiento similar con respecto a los resultados obtenidos por Pomeroy y Parkhust (1972).

Huisman (2001) empleó para la cuantificación de la tasa de respiración en aguas residuales mediciones a la entrada y a la salida de las secciones en colectores, teniendo en cuenta la erosión, la adherencia y el crecimiento de la biomasa suspensa en el flujo. Cada muestra empleada para el análisis en el respirómetro está formada por 20 submuestras tomadas en un intervalo de 10 minutos a una temperatura de 20°C.

Los resultados obtenidos demostraron la gran variabilidad del consumo por parte de la materia suspensa en función del momento del día, siendo el consumo por el día del orden de doce veces superior a durante la noche.

Dado el limitado número de puntos de medición posibles de realizar y, a la no existencia de fuertes variaciones en la actividad del biofilme, el autor presento un ajuste polinómico para la determinación de tasa de absorción de oxígeno (OUR) (ecuación 2. 53).

$$OUR = 1236x^4 - 1269x^3 + 311x^2 - 11.2x + 3.96 \quad (2. 53)$$

Siendo las variables OUR (g.m<sup>-2</sup>.d<sup>-1</sup>) la tasa de absorción de oxígeno, y x (m) la función de la distancia a lo largo de la pared y en dirección perpendicular al flujo.

### 2.2.3.3 Consumo de oxígeno por el biofilme

La cantidad de oxígeno consumido por la película de biofilme existente a lo largo del perímetro mojado de los colectores depende de numerosos factores, como la cantidad de materia orgánica existente en la masa de agua, la concentración de oxígeno disuelto en las aguas residuales, la temperatura, la velocidad del flujo y la superficie específica en el colector.

El consumo de oxígeno en la película biológica de la tubería de agua residual se debe a la oxidación microbiana de la materia orgánica y a la oxidación de sustancias reducidas, como los sulfuros producidos en la parte más profunda de la película biológica (Nielsen *et al.*, 1992).

El biofilme está formado por una fase líquida con partículas suspendidas aisladas (biomasa) en diferentes fases sólidas. Su estructura está separada en dos capas bien diferenciadas experimentalmente con diferentes características y comportamientos. La base del biofilme se comporta como una matriz sólida y continua, mientras que la parte superficial presenta numerosas discontinuidades (Gujer y Wanner, 1989).

La superficie del biofilme se caracteriza por ser altamente filamentosa y estar formada por macroporos, por este motivo presenta una tendencia a disminuir la resistencia existente a la transferencia de masa, permitiendo una tasa de oxígeno consumido muy superior al esperado en caso de tratarse de una superficie más uniforme. Como se refleja en el estudio experimental llevado a cabo por Nielsen *et al.* (1992), el biofilme existente en las redes de saneamiento, a diferencia de otro tipo, se caracteriza por ser un biofilme multiespecies con una superficie de elevada rugosidad debido a estar bajo condiciones de elevada carga y tensión a cortante, además de velocidades de elevada magnitud.

El grosor y los sedimentos presentes en el biofilme pueden ser muy variables en redes de saneamiento a gravedad. Por norma, el grosor habitual del biofilme varía entre 3 y 4 milímetros. A partir de sus investigaciones, Ozer y Kasirga (1995) demostraron la independencia del consumo de oxígeno por parte del biofilme con respecto a su propio espesor a partir de superado un cierto valor, y en cierta medida, de la concentración de oxígeno disuelto existente. En la Tabla 6 se muestran las tasas de consumo de oxígeno obtenidas por diversos autores.

Norsker *et al.* (1995) realizó un extenso estudio del crecimiento y comportamiento de la película de biofilme en redes de drenaje a gravedad, realizando experimentos en biorreactor con agua residual doméstica. Su principal objetivo era profundizar en el conocimiento de la producción de sulfato y las transformaciones de COD en función de la concentración de oxígeno disuelto en el agua.

Las investigaciones demostraron que el crecimiento del biofilme en condiciones de elevada materia orgánica y caudal, y para diferentes concentraciones de oxígeno existente, el espesor de la película crece durante un cierto período de tiempo, entre 2 y 3 semanas, con una tasa de crecimiento neto de 80  $\mu\text{m}$  por día, considerando una temperatura de 20 °C.

Tabla 6. Tasa de consumo de oxígeno en el biofilme en aguas residuales (adaptado de Almeida, 1999)

REFERENCIA	COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE OXÍGENO (m.h <sup>-1</sup> )	TASAS DE CONSUMO DE OXÍGENO EN EL BIOFILME (g.m <sup>-2</sup> .h <sup>-1</sup> )	TEMPERATURA (°C)
Pomeroy y Parkhust (1973)	0.12-0.77	0.22-2.11 (*)	≈23
Boon y Lister (1975)	-	0.7	15
Matos y Sousa (1991)	-	0.15-1.46	20
Norsker et al. (1995)	-	1.2-1.8	20

(\*) Asumiendo que  $A_{\text{biofilme}}=V/R$ , existiendo solo biofilme en el perímetro mojado, siendo V el volumen de agua residual en el reactor o colector, y R el radio hidráulico.

Más recientemente, Huisman (2001) en un amplio trabajo experimental empleó una técnica innovadora para la valoración de la tasa de respiración del biofilme. Las mediciones de los cambios en las propiedades y actividades del biofilme fueron llevadas a cabo mediante la instalación de una celda in situ en los colectores (*Biofilme Flow Cell*, BFC). Fue supuesto un espesor de biofilme superior a la profundidad de penetración del oxígeno, además del no aumento de la actividad aeróbica al aumentar el espesor.

El consumo de oxígeno por parte del biofilme en las redes residuales puede estimarse de forma precisa a partir de mediciones del consumo de oxígeno, del caudal, de la temperatura, la concentración de oxígeno disuelto y el tiempo de residencia.

Huisman (2001) llegó a la conclusión de la dependencia entre la actividad del biofilme con respecto a la concentración de oxígeno existente, en contradicción con lo expuesto por Nielsen *et al.* (1992), el cual había demostrado su independencia debido a la estructura filamentosa.

Existen un número reducido de expresiones empíricas disponibles para el cálculo del consumo de oxígeno debido a la presencia de biofilme en redes de saneamiento. En la actualidad sólo se conocen dos tipos de expresiones obtenidas a partir de la aplicación del balance de oxígeno a un determinado volumen de agua. Esta revisión bibliográfica de las expresiones empíricas fue adoptada de Soares (2003).

Pomeroy y Parkhust (1972) realizaron ensayos en colectores de aguas residuales para la determinación del consumo de oxígeno disuelto debido a la presencia de biofilme. La campaña experimental abarcó un total de 48 ensayos en 8 colectores diferentes con diámetros comprendidos entre 0.25 y 0.60 m, variando el caudal entre los valores de 14 y 172 l.s<sup>-1</sup>. Las concentraciones de oxígeno disuelto obtenidas fueron inferiores a 4 mg.l<sup>-1</sup> bajo unas alturas relativas de flujo h/D superiores a 0.25.

La expresión propuesta por Pomeroy y Parkhurst (1972) muestra la dependencia del consumo por el biofilme en función de la disponibilidad de oxígeno disuelto existente en el flujo de agua y de las condiciones de turbulencia existentes en el flujo.

$$r_b = \frac{5.3 (J \cdot U)^{0.5} C}{R_h} \quad (2.54)$$

Siendo:

- C - Concentración de oxígeno disuelto en el agua ( $\text{mg.l}^{-1}$ ).
- $r_b$  - Tasa de consumo de oxígeno por el biofilme ( $\text{mg.l}^{-1}\text{h}^{-1}$ ).
- J - Pérdida de carga unitaria ( $\text{m.m}^{-1}$ ).
- U - Velocidad media del flujo ( $\text{m.s}^{-1}$ ).
- $R_h$  - Radio hidráulico (m).

Matos (1991) presento una nueva expresión para el cálculo del consumo en el interior del biofilme con base en los resultados obtenidos por Pomeroy y Parkhurst (1972), con el objetivo de obtener un mejor ajuste a los resultados obtenidos.

$$r_b = \frac{10.9 (J \cdot U)^{0.5}}{R_h} \quad (2.55)$$

Los resultados obtenidos por Matos (1991) demuestran que parece plausible admitir la independencia entre la tasa de consumo de oxígeno en el interior del biofilme y la concentración de oxígeno disuelto en el interior de la masa líquida. Además parece ser adecuada la hipótesis adoptada de la existencia de una proporcionalidad directa entre la tasa de consumo y la función  $(J U)^{0.5}$ .

Según la comparativa llevada a cabo por Soares (2003) entre las expresiones empíricas de Pomeroy y Parkhurst (1972) y Matos (1991), los valores obtenidos mediante ambas expresiones muestran valores más próximos cuando la concentración de oxígeno disuelto es igual a  $2 \text{ mg.l}^{-1}$ . Otra conclusión obtenida fue el aumento del consumo por parte del biofilme a medida que la velocidad media del flujo aumenta.

## 2.2.4 Síntesis

A la hora de evaluar el balance de oxígeno en las redes de saneamiento es necesario tener en cuenta tanto las fuentes de incorporación como de consumo de oxígeno disuelto, siendo fuentes de adición de oxígeno al flujo la reaeración a lo largo de la superficie libre y la reaeración producto de la existencia de fenómenos turbulentos, y de consumo son la presencia de materia suspendida en la masa de agua, al biofilme existente o a la presencia de sedimentos.

Diversas expresiones existen para estimar la reaeración a través de la superficie libre, solo un reducido número de ellas aplicable al caso de redes de drenaje de aguas residuales, como fue mostrado por Matos (1991). La cuantificación de la reaeración superficial en los estudios realizados se basa en la búsqueda de expresiones para la correcta evaluación del coeficiente de reaeración superficial.

La primera expresión obtenida aplicable en redes de colectores fue realizada por Pomeroy y Parkhurst (1972). Estos autores demostraron la independencia de la composición química del agua residual de la evaluación de  $K_{LA}$  a partir de la aplicación del método tradicional de balance de masa en la red de saneamiento de estudio. Posteriormente, mediante la utilización de radiotrazadores Jensen y Hvitved-Jacobsen (1991) realizaron un reajuste de la expresión obtenida por Pomeroy y Parkhurst (1972). Las concentraciones de oxígeno obtenidas en la atmósfera de los colectores presentaron valores un 10% inferior a los obtenidos en condiciones atmosféricas normales.

Jensen (1995) y Huisman *et al.* (2004) incorporaron a mayores a sus investigaciones la evaluación de los efectos de la presencia de surfactantes en el flujo. Huisman *et al.* (2004) a través del estudio experimental de una red de saneamiento real demostró la gran relevancia de la existencia de surfactantes en la masa de agua. La expresión propuesta por Huisman (2001) presenta una óptima adaptación al comportamiento de la reaireación superficial.

La evaluación del consumo de oxígeno en redes de drenaje de aguas residuales es un proceso de elevada complejidad dada la dependencia de un gran número de factores, tanto en el consumo debido a la presencia de materia orgánica suspendida como en el biofilme existente, siendo difícil la obtención de expresiones empíricas aplicables.

El consumo de oxígeno debido a la presencia de materia suspendida presenta una elevada dificultad a la hora de intentar cuantificar su comportamiento, siendo la componente de mayor relevancia en el caso de redes de saneamiento de reducido diámetro en correspondencia a lo obtenido por Ozer y Kasirga (1995). Pomeroy y Parkhurst (1972) en el desarrollo de su investigación experimental observaron tasas de consumo de la materia suspendida cercanas a  $20 \text{ mg} \cdot \text{l}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$  para el caso de tiempos de retención elevado.

Para redes de saneamiento de diámetro reducido, Matos y Sousa (1991) obtuvieron consumos entre  $0.3$  y  $0.6 \text{ mg} \cdot \text{l}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$ , siendo menores en tiempos de retención inferiores a 10 minutos y los mayores valores corresponden a un tiempo superior a 30 minutos.

La investigación realizada por Ozer y Kasirga (1995) obtuvo una buena correspondencia con los resultados presentados de Pomeroy y Parkhurst (1972). En la expresión propuesta por Ozer y Kasirga (1995) la tasa de respiración de la biomasa presenta una dependencia lineal en función de la fracción biodegradable de COD.

Huisman (2001) en las mediciones realizadas en la correspondiente red de saneamiento rural obtuvo una fuerte dependencia del consumo debido a la materia suspendida en el flujo en función del momento del día, introduciendo la función de la distancia a lo largo de la pared en la dirección perpendicular al flujo en la evaluación de la tasa de absorción de oxígeno (OUR).

El consumo de oxígeno por el biofilme depende de multitud de factores como la materia orgánica existente en el agua, la concentración de oxígeno en el flujo, la temperatura, la velocidad del flujo y la superficie específica de los colectores. El grosor y la presencia de sedimentos en el biofilme presentan una gran variabilidad en las redes de drenaje en gravedad.

Ozer y Kasirga (1995) demostraron la independencia del consumo por parte del biofilme con respecto a su espesor a partir de un cierto valor experimentalmente determinado. La investigación realizada por Norsker *et al.* (1995) verificó que para condiciones de elevada materia orgánica y caudal, bajo diferentes concentraciones de oxígeno, el biofilme crece de manera constante por un cierto periodo entre 2 y 3 semanas, en concordancia con los resultados obtenidos por Matos y Sousa (1991).

Huisman (2001) empleó una técnica innovadora correspondiente a la ubicación de una celda in situ (*Biofilme Flow Cell*, BFC) para el análisis del consumo debido a la presencia de biofilme, llegando a la conclusión, en contraposición con lo sugerido por Nielsen (1992), de la gran dependencia del consumo con el grosor del biofilme existente.

En la actualidad, para la cuantificación del consumo de oxígeno disuelto por parte del biofilme apenas se conocen las expresiones de Pomeroy y Parkhust (1972) y Matos (1991) de carácter empírico. Ambas expresiones obtienen valores próximos en el caso de ser la concentración de oxígeno disuelto de valor igual a  $2 \text{ mg.l}^{-1}$ .

## **PARTE 2| APLICACIÓN DEL MODELO COMPUTACIONAL Y COMPARACIÓN CON LOS DATOS EXPERIMENTALES**

## 3 | Fundamentos del análisis mediante FLOW-3D®

### 3.1 Introducción

El objetivo del presente trabajo es la caracterización del comportamiento del flujo en el proceso de emulsión de aire para las diferentes estructuras hidráulicas empleadas en las cámaras de visita de la red de drenaje mediante modelación numérica. Debido a las limitaciones existentes en la actualidad en la aplicación FLOW-3D®, el modelo numérico fue desarrollado para la evaluación del comportamiento hidráulico y el emulsión de aire en las redes de drenaje de aguas residuales, y no la transferencia y concentración de oxígeno disuelto en la masa de agua. Numerosos estudios se han realizado hasta la fecha para demostrar la aplicabilidad del análisis numérico mediante aplicaciones pertenecientes a la rama CFD, *Computational Fluid Dynamics*. La mecánica de fluidos computacional representa una herramienta de gran utilidad para el análisis del transporte de flujos en diferentes dominios y características. En este caso fue empleado el software comercial FLOW-3D®, especializado en la resolución de problemas en lámina libre en una, dos y tres dimensiones, fenómenos transitorios, y modelos de flujos confinados en estado estacionario.

Para el análisis numérico se ha elegido el software FLOW-3D® por ser un excelente aplicación especializada en flujos en lámina libre debido a la precisión de los métodos VOF (*Volume of Fluid*) empleados en el seguimiento de interfaces y la aplicación de condiciones de contorno, presentan la capacidad necesaria para obtener un modelo de predicción fiel al modelo físico real. Recientemente el programa ha sido mejorado mediante la introducción de un nuevo método de advección VOF, denominado TruVOF®, basado en la reconstrucción tridimensional del movimiento. Este programa está especialmente desarrollado para estudiar el comportamiento de flujos frente a procesos de turbulencia y fenómenos de incorporación de aire. De esta forma, nos permite analizar y cuantificar el fenómeno de incorporación, emulsión y posterior salida del aire con respecto a la masa de agua.

FLOW-3D® es un programa de análisis numérico perteneciente a la rama de simulación computacional de fluidos CFD, *Computational Fluid Dynamics*, desarrollado por Flow-Science Inc. La dinámica de fluidos computacional (CFD) es una rama de la mecánica de fluidos que mediante el desarrollo de métodos numéricos y algoritmos, consigue analizar y resolver problemas relacionados con la dinámica de flujos. La utilización del término modelo CFD se refiere, por defecto, a un modelo numérico capaz de resolver el comportamiento de flujos de elevada complejidad mediante la adopción de determinadas simplificaciones.

El campo de aplicación del FLOW-3D® es principalmente analizar el comportamiento de fluidos de variada fenomenología (fluidos compresibles o incompresibles), en estado transitorio y en tres dimensiones, permitiendo incluso modelos formados por dos fluidos, bien sean miscibles o inmiscibles. En la actualidad, dada la inmensa variedad de opciones físicas y numéricas disponibles en la aplicación, su utilización resulta idónea para el estudio en profundidad desde procesos

hidráulicos de diversa índole, ingeniería aeroespacial, ingeniería marítima, o diferentes procesos industriales (e.g. *casting*, *coating*, etc).

El programa tiene la base de su buen comportamiento en las aplicaciones FAVOR™ y TruVOF®, los cuales garantizan la correcta adaptación de la malla de diseño a la geometría de estudio, y el cálculo preciso del comportamiento de la superficie libre, respectivamente.

La aplicación FAVOR™, *Fractional Area Volume Obstacle Representation*, consiste en una serie de complejos algoritmos que nos permiten la representación de la geometría en una red de mallado ortogonal. El método se basa en el cálculo de los ratios del área y del volumen en cada volumen de control través de las ecuaciones de conservación.

Para la modelación de superficies libres fue desarrollado el método VOF (*Volume of Fluid*) en Nichols y Hirt (1975), y posteriormente completado en Hirt y Nichols (1981), en Los Alamos National Lab. El método se basa principalmente en la definición de la variable F, correspondiente a la fracción de fluido para cada celda computacional. Esta aplicación permite la determinación precisa del comportamiento de la superficie del fluido mediante el cálculo de la variación escalar de la fracción de fluido a partir de la red de mallado, obteniéndose una interfaz nítida y bien definida.

Las características del programa FLOW-3D® y de las distintas aplicaciones y modelos empleados a lo largo del presente estudio fueron extraídas del manual para usuarios del FLOW-3D® (2011).

### 3.2 Principios básicos

La base del comportamiento matemático del programa FLOW-3D® es la aplicación de las ecuaciones de conservación del momento y de continuidad de la masa referidas al sistema cartesiano de coordenadas. Concretamente el programa se basa en la resolución mediante el método de los elementos finitos del sistema de ecuaciones RANS, *Reynolds-Averaged Navier Stokes*. La determinación de la evolución de la superficie libre del fluido se obtendrá a partir de la aplicación del algoritmo de advección VOF®.

El comportamiento de un fluido viene descrito mediante los tres principios básicos de conservación de la masa, de la energía y del momento, las cuales establecen las bases de la ingeniería civil. A medida que aumenta la complejidad del comportamiento de los diferentes fluidos, las ecuaciones básicas van siendo remplazadas por el uso de expresiones empíricas y métodos numéricos para la consecución de una solución aproximada.

Como se ha mencionado previamente, al tratarse de un programa CFD su fundamento matemático se basa en la determinación de la solución numérica aproximada mediante la resolución por el método de elementos finitos de una serie de ecuaciones diferenciales transitorias no-lineales de segundo orden, correspondiente a las ecuaciones RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) y a la ecuación de continuidad. A continuación se detallan de forma simplificada las expresiones que establecen la base del cálculo en una simulación mediante el uso de FLOW-3D®.

### Ecuación de continuidad

La ecuación general de continuidad de la masa se expresa de la siguiente forma, siendo las componentes de la velocidad del fluido (u, v, w).

$$V_F \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u A_x) + R \frac{\partial}{\partial y}(\rho v A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w A_z) + \xi \frac{\rho u A_x}{x} = R_{DIF} + R_{SOR} \quad (3.1)$$

Siendo  $V_F$  la fracción de volumen abierto del fluido,  $t$  la variable correspondiente al intervalo de tiempo,  $\rho$  la densidad media del volumen de control en intervalo  $t$ ,  $R_{DIF}$  el término referente a la difusión por turbulencia, y  $R_{SOR}$  el término referente a la fuente de incorporación de masa (superficies porosa, fuentes de masa, lechos de sedimentos....). Los componentes de la velocidad (u, v, w) pueden ser referidos al sistema de coordenadas cartesianas o cilíndricas, en caso de emplear las coordenadas cilíndricas se deben realizar las correspondientes modificaciones. Los parámetros  $A_x$ ,  $A_y$  y  $A_z$  son las fracciones de área con respecto a los ejes cartesianos. Por último los coeficientes  $R$  y  $\xi$  dependen de la elección del sistema de coordenadas, siendo de valor nulo e igual a la unidad respectivamente para el sistema cartesiano.

### Ecuaciones de Navier-Stokes

La determinación del movimiento de un fluido en el sistema de ejes cartesianos con respecto a las tres direcciones, se obtiene mediante las ecuaciones de Navier-Stokes con la incorporación de algunos términos adicionales en la aplicación FLOW-3D®.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial u}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial u}{\partial y} + w A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right\} - \xi \frac{A_y v^2}{x V_F} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + G_x + f_x - b_x - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (u - u_w - \delta u_s) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial v}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial v}{\partial y} + w A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right\} + \xi \frac{A_y u v}{x V_F} &= -\frac{1}{\rho} \left( R \frac{\partial p}{\partial y} \right) + G_y + f_y - b_y - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (v - v_w - \delta v_s) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial w}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial w}{\partial y} + w A_z \frac{\partial w}{\partial z} \right\} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + G_z + f_z - b_z - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (w - w_w - \delta w_s) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Empleando los términos adicionales de  $G_x$ ,  $G_y$  y  $G_z$  correspondientes a la aceleración del cuerpo en los ejes X, Y, Z respectivamente,  $f_x$ ,  $f_y$  y  $f_z$  la aceleración viscosa,  $b_x$ ,  $b_y$ ,  $b_z$  son las pérdidas del flujo en caso de medios porosos o a través de deflectores porosos y  $p$  para designar la presión media en el volumen de control en el intervalo de tiempo  $t$ .

En el caso de tener el origen en presiones estacionarias, se asume la entrada del fluido con velocidad nula, como resultado, la presión en la fuente de entrada provoca un movimiento de separación del fluido de la fuente. En general, las fuentes de presión estacionaria se aplican en casos donde el origen del fluido está ubicado en el propio interior del componente, como en el caso de motores para proyectiles.

En caso de existencia de una fuente de presión estática, la velocidad del fluido es calculada a partir del flujo de masa y el área superficial de la fuente. En este caso no se requiere de una presión adicional para impulsar el fluido lejos de la fuente.

La distinción entre estos dos tipos de fuente de masa tiene una elevada importancia cuando las fuerzas debidas al fluido presente en la fuente deben ser calculadas con elevada precisión. Este caso aparece cuando existen componentes con movimiento acoplado y es preciso utilizar el modelo GMO (*General Moving Objects*) de la aplicación FLOW-3D®.

En la variable viscosidad dinámica, la aceleración de la viscosidad se define mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 \rho V_F f_x &= w_{sx} - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (A_x \tau_{xx}) + R \frac{\partial}{\partial y} (A_y \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_z \tau_{xz}) + \frac{\xi}{x} (A_x \tau_{xx} - A_y \tau_{yy}) \right\} \\
 \rho V_F f_y &= w_{sy} - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (A_x \tau_{xy}) + R \frac{\partial}{\partial y} (A_y \tau_{yy}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_z \tau_{yz}) + \frac{\xi}{x} (A_x + A_y \tau_{xy}) \right\} \\
 \rho V_F f_z &= w_{sz} - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (A_x \tau_{xz}) + R \frac{\partial}{\partial y} (A_y \tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z} (A_z \tau_{zz}) + \frac{\xi}{x} (A_x \tau_{xz}) \right\}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{xx} &= -2\mu \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + R \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\xi u}{x} \right) \right\} \\
 \tau_{yy} &= -2\mu \left\{ R \frac{\partial v}{\partial y} + \xi \frac{u}{x} - \frac{1}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + R \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\xi u}{x} \right) \right\} \\
 \tau_{zz} &= -2\mu \left\{ \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + R \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\xi u}{x} \right) \right\} \\
 \tau_{xy} &= -\mu \left\{ \frac{\partial v}{\partial x} + R \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\xi v}{x} \right\} \\
 \tau_{xz} &= -\mu \left\{ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right\} \\
 \tau_{yz} &= -\mu \left\{ \frac{\partial v}{\partial z} + R \frac{\partial w}{\partial y} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Por tratarse de un proceso caracterizado por la elevada turbulencia y transferencia de aire, para el análisis de la incorporación, emulsiónamiento y posterior salida del aire a través de la lámina libre fue preciso recurrir a los modelos de emulsiónamiento de aire (*Air Entrainment*), *Drift Flux* y la calibración del modelo de viscosidad (*Viscosity and Turbulence*) adoptado.

### 3.3 Fractional Área Volume Obstacle Representation FAVOR™

Una de las características más relevantes del programa FLOW-3D® es el uso del algoritmo matemático FAVOR™ (Hirt y Sicilian, 1985) que permite la correcta representación de geometrías de elevada complejidad mediante la utilización de malla ortogonal, sin perder precisión con respecto al uso de mallas deformables.

Las mallas deformables presentan dos claros inconvenientes con respecto al uso del algoritmo FAVOR™. En primer lugar, la malla no puede ser estructurada para un uso general de la red en

diferentes geometrías, además, la propia distorsión generada por la malla deriva en un aumento de la dificultad a la hora de encontrar la solución numérica aproximada.

La denominación FAVOR™, *Fractional Area-Volume Obstacle Representation method*, abarca una serie de complejos algoritmos que permiten embeber cualquier geometría mediante malla ortogonal. En la fase de preprocesado de la simulación, el programa calcula los índices de área ( $A_i$ ) y de volumen ( $V_i$ ) en cada celda computacional, para a posteriori representar la superficie mediante planos en la malla. El valor de ambos índices se obtiene a partir de la integración de las ecuaciones conservativas en cada fracción de volumen.

$$FAVOR = \frac{\text{Fractional Area}}{\text{Volume Obstacle Representation}} \quad (3.5)$$

Las expresiones de los índices de área y volumen en cada celda se obtienen de la siguiente forma.

$$A_f = \frac{\text{open area}}{\text{cell edge area}} \quad (3.6)$$

$$V_f = \frac{\text{open volume}}{\text{volume of the cell}} \quad (3.7)$$

La utilización de este método de representación presenta dos claras ventajas. En primer lugar la rápida generación de mallas ortogonales, siendo estas especialmente indicadas en modelos de flujo en superficie libre. Además el uso de mallas estructuradas presenta una mayor facilidad a la hora de ser generada y de calcular los índices entre elementos adyacentes.

Por otro lado, la geometría en la mayoría de los casos cambia al mismo tiempo que se modifica la red de malla empleada, de forma que, a medida que se procede a refinar la disposición de la malla, la representación de la superficie presentará una mayor precisión. Además el propio programa dispone de ciertas subrutinas que por defecto ajustan los índices de área y volumen en caso de valores excesivamente elevados.

### 3.4 Método Volume of Fluid

La modelación de la superficie libre en el programa FLOW-3D® se basa en la aplicación de los métodos VOF por su demostrado buen comportamiento a la hora de evaluar el comportamiento de flujos de elevada complejidad. Los métodos VOF fueron desarrollados por primera vez por Nichols y Hirt (1975), y mejorados posteriormente por Hirt y Nichols (1981). Las aplicaciones numéricas pertenecientes a la rama de CFD deben estar provistas de tres herramientas para poder ser considerados como método VOF. En primer lugar, deben tener definida una variable  $F$  que represente la fracción de fluido en cada celda de la malla. Además el programa debe tener incorporado un algoritmo de advección que permita rastrear la superficie como una interfaz nítida en movimiento a lo largo de la malla computacional, y por último, debe ser capaz de aplicar condiciones de contorno a la superficie.

Inicialmente, *Original VOF Method* establecía que el flujo era calculado únicamente en las regiones formadas por líquido. Las regiones de gas se consideraban de inercia insignificante, y sólo se tenía en cuenta la presión que ejercían sobre la superficie del fluido.

El comportamiento de un fluido viene definido por la función  $F(x, y, z, t)$  que representa la fracción de líquido por unidad de volumen. La expresión general propuesta por Hirt y Nichols (1981) es la siguiente.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left[ \frac{\partial}{\partial x}(FA_x u) + R \frac{\partial}{\partial y}(FA_y v) + \frac{\partial}{\partial z}(FA_z w) + \xi \frac{FA_x u}{x} \right] = F_{DIF} + F_{SOR} \quad (3. 8)$$

Siendo:

$$F_{DIF} = \frac{1}{V_F} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( v_F A_x \frac{\partial F}{\partial x} \right) + R \frac{\partial}{\partial x} \left( v_F A_y R \frac{\partial F}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_F A_z \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \xi \frac{v_F A_x F}{x} \right\} \quad (3. 9)$$

donde el término  $F_{SOR}$  representa el índice de variación de la fracción de fluido#1 con respecto al tiempo asociado a la fuente de masa#1.  $F_{SOR}$  corresponde a la densidad de la fuente  $R_{SOR}$  (3. 1)). La interpretación de la función  $F$  depende totalmente del problema objeto del estudio, dependiendo en función del número de fluidos a analizar y de las condiciones hidráulicas de los propios.

El programa FLOW-3D® presenta la posibilidad de elegir el método VOF a utilizar para la resolución numérica del problema objeto del estudio. En general para el análisis de procesos con un único fluido en lámina libre, el programa emplea por defecto el *Standard VOF method*. En caso contrario, si se tratase del análisis de comportamientos complejos con la existencia de uno o dos fluidos, es aconsejable la elección del método mejorado *Lagrangian advection Method*, más conocido como TruVOF®.

En la mayor parte de las simulaciones existentes realizadas mediante la aplicación FLOW-3D® ha sido empleado el algoritmo VOF correspondiente al *Standard method*, establecido por defecto (IFVOF=3 ó 4) en los datos de entrada. En caso contrario, para el uso del *Lagrangian advection method* es preciso especificar el cambio como IFVOF=5. A continuación se va a detallar de forma abreviada las características de los dos posibles métodos basándonos en el estudio desarrollado por Barkhudarov (2004).

#### Standard VOF method

En el caso de la existencia de un único fluido en el modelo, la fracción de fluido por unidad de volumen  $F$  representa la fracción de volumen ocupada por dicho fluido. Se establece para  $F$  el valor igual a la unidad en caso de sólo existir fluido y cero en caso contrario, no fluido.

El cálculo de la fracción de fluido  $F$  se obtiene a partir de la resolución de la ecuación de la energía cinética para métodos VOF, en ausencia de fuentes de masa.

$$V_f \frac{\delta F}{\delta t} + \nabla \cdot (AUF) = 0 \quad (3. 10)$$

Siendo en este caso  $A = (A_x, A_y, A_z)$  y  $V_f$  las correspondientes fracciones de área y de volumen derivados de las limitaciones geométricas del flujo. El parámetro  $U$  representa el vector velocidad, resultando el vector  $AU$  de la forma  $(A_{xu}, A_{yu}, A_{zu})$ .

Las aproximaciones asumidas por este método dan lugar a posibles situaciones de excesivo llenado o vaciado de las celdas computacionales en caso de flujos con volúmenes significativos en las tres direcciones y cuando el valor del *time step* adoptado se acerca al límite de estabilidad local de Courant.

#### Lagrangian advection method

El desarrollo de este nuevo método surgió con la idea de mejorar y eliminar las posibles limitaciones del *Standard method*. La superficie del fluido se establece como una representación 3d lineal definida a trozos, representada por un plano en cada una de las celdas de computación. El campo de velocidades del fluido en cada celda es regido por las leyes de Lagrange. El nuevo método VOF se puede sintetizar en los siguientes tres pasos:

- Aproximación de la superficie del fluido a través de una superficie plana.
- Movimiento del volumen de fluido debido al campo de velocidades.
- Cálculo de la nueva fracción de fluido en cada celda computacional a través de procedimientos de superposición (*overlay procedure*).

El fundamento de este proceso se basa en la aproximación de la interfaz del fluido por una superficie plana, llevando consigo la linearización de la función fracción de fluido  $F$  alrededor del punto central de la matriz adoptada. La expresión fue desarrollada mediante el método de mínimos cuadrados (*Least Squares*).

$$F = F_0 + \frac{\delta F}{\delta x}(x - x_0) + \frac{\delta F}{\delta y}(y - y_0) + \frac{\delta F}{\delta z}(z - z_0) \quad (3.11)$$

Los problemas ocasionados por la utilización de este método vienen derivados de la superposición de los volúmenes de fluido, provocados porque ser el movimiento del fluido a través de las celdas computacionales paralelo a sus propias caras.

En definitiva, la mayor ventaja que presenta el uso de esta aplicación es la ocurrencia de los mayores errores en las celdas más alejadas de la interfaz del líquido, mientras que al usar el método Standard los mayores errores se situaban próximos a la superficie. Otra de las mejoras de este método de advección es la obtención de una superficie del fluido más precisa en cualquier dirección para una malla computacional rectangular.

### **3.5 Modelo de turbulencia**

La mayor parte de los flujos de interés a la hora de analizar mediante modelación numérica tienen un comportamiento turbulento. El estudio del comportamiento turbulento es un proceso de gran interés a la hora de estudiar los procesos industriales. Por su propia definición, el parámetro adimensional que controla el equilibrio entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas se denomina número de Reynolds. El flujo se convierte en flujo turbulento cuando las fuerzas inerciales del fluido superan a las Reynolds fuerzas viscosas, de forma que ocurre una turbulencia en caso del número de Reynolds ser superior a un cierto valor crítico. La relación se escribe de la siguiente forma.

$$Re = \frac{L \cdot \rho \cdot U}{\mu} \quad (3.12)$$

Siendo L la longitud de escala en el fluido, U la velocidad en lámina libre,  $\mu$  la viscosidad dinámica y  $\rho$  la densidad del fluido. El flujo turbulento se caracteriza por las fluctuaciones oscilatorias de la velocidad y la presión, y en caso de fluidos compresibles, las variaciones en la densidad.

La aplicación FLOW-3D® permite elegir entre cinco tipos de modelos de turbulencia disponibles.

- *Prandtl mixing length model*
- *One equation turbulence energy model*
- *Two equation Standard k- $\epsilon$  model*
- *Renormalized group RNG model*
- *Large Eddy simulation*

Los modelos de turbulencia se separan por el método de cálculo seguido en dos principales grupos, modelos RANS y modelos LES. Los modelos de tipo RANS se basan en la modelación de un campo de flujo formado por un valor medio medido directamente y un valor de fluctuación obtenido a partir de las relaciones estadísticas. En los modelos LES se calculan tanto los valores medios y la fluctuación de forma explícita, además de los términos de energía, siempre en función de la escala de malla adoptada.

Por tratarse de un estudio del análisis de la transferencia de aire de las diferentes disposiciones en caída de interés sanitario, el modelo de turbulencia más adecuado será el *Renormalized group RNG model*. Este modelo está especialmente indicado para fenómenos turbulentos de baja intensidad.

La utilización del modelo LES, *Large Eddy Simulation*, también estaría indicado para nuestra situación de estudio pero debido a su elevado coste computacional, y por la necesidad de disponer de una red de malla con un mayor grado de refinamiento, se ha optado por el modelo RNG.

No se han tenido en cuenta a la hora de elegir un modelo de turbulencia los métodos *Prandtl mixing length*, *One equation turbulence energy* y *Two equation Standard k- $\epsilon$*  por tratarse de modelos de menor precisión en comparación con los modelos RNG y LES, siendo descartados desde un inicio. Por otro lado, los modelos de una ecuación (*One equation turbulence energy*) y el modelo *Standard k- $\epsilon$*  (*Two equation Standard k- $\epsilon$* ) son inadecuados por no estar capacitados para flujos desarrollados en geometrías complejas y por ser únicamente válido cuando el número de Reynolds es elevado (Isfahani y Brethour, 2009), respectivamente.

### 3.5.1 Modelo *Renormalized Group*

El modelo RNG se basa en los modelos de turbulencia desarrollados en Yakhot y Orzag (1986) y en Yakhot y Smith (1992). Esta aproximación emplea métodos estadísticos para la obtención de expresiones promediadas para el cálculo de los parámetros responsables de los procesos de turbulencia, como la energía cinética turbulenta y el ratio de disipación.

El modelo RNG utiliza ecuaciones similares a las ecuaciones del modelo *Standard k- $\epsilon$* . Sin embargo, las constantes de la ecuación que se determinan empíricamente para el modelo k- $\epsilon$  Standard se

derivan de forma explícita en el modelo RNG. En general, el modelo de RNG tiene una aplicabilidad más amplia que el modelo k-ε Standard.

Las ecuaciones correspondientes al modelo Standard k- ε son las siguientes:

$$\frac{\partial \varepsilon_T}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial y} + w A_z \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial z} \right\} = \frac{CDIS1 \cdot \varepsilon_T}{k_T} (P_T + CDIS3 \cdot G_T) + Diff_\varepsilon - CDIS2 \frac{\varepsilon_T^2}{k_T} \quad (3.13)$$

Los términos CDIS1, CDIS2 y CDIS3 son parámetros adimensionales ajustables por el propio usuario en función del modelo k-ε, siendo denominada la energía cinética turbulenta en este modelo como  $k_T$ . El término referido a la difusión de la disipación expresada de la siguiente forma.

$$Diff_\varepsilon = \frac{1}{V_F} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( v_\varepsilon A_x \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x} \right) + R \frac{\partial}{\partial y} \left( v_\varepsilon A_y R \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_\varepsilon A_z \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial z} \right) + \xi \frac{v_\varepsilon A_x \varepsilon_T}{x} \right\} \quad (3.14)$$

En el modelo de turbulencia RNG, el parámetro más significativo es la longitud de mezcla turbulenta (*turbulent mixing length*, TLEN). El parámetro TLEN se emplea para el cálculo del mínimo valor de energía cinética turbulenta (k) y de disipación (ε) (Tota, 2009).

$$k_{min} = (10^{-6} \cdot v \cdot TLEN)^2 \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_{min} = 0.104 \cdot k^{1.5} / TLEN \quad (3.16)$$

Las variables  $k_{min}$  y  $\varepsilon_{min}$  tienen la función de delimitar inferiormente los valores posibles de para los parámetros k y ε para verificar la existencia de la solución del *two-equation turbulence model*.

El valor de TLEN puede ser introducido por el usuario en función de las condiciones hidráulicas y geométricas de la estructura, o adoptar el valor calculado por la propia aplicación. Por defecto, el programa FLOW-3D® adopta un valor del TLEN correspondiente al 7% de la menor dimensión del dominio empleado en la simulación, se corresponde con la opción de cálculo automático del modelo RNG. Sin embargo su utilización no es recomendable, siendo más apropiada la adopción de un valor de TLEN constante definido por el usuario.

El valor más habitual y recomendable es la adopción de un TLEN correspondiente al 7% del diámetro hidráulico, por ser más representativo de la longitud de escala del flujo, según Shojaee Fard y Boyaghchi (2007).

### 3.6 Modelo de emulsiónamiento de aire

El modelo de emulsiónamiento de aire (*Air Entrainment*) es el modelo físico más relevante a la hora de conseguir los objetivos propios del estudio. Esta aplicación permite simular la reaireación natural a lo largo de la lámina libre, y de esta forma verificar e introducir las modificaciones necesarias para asegurar el correcto modelado de la estructura.

En los fluidos en lámina libre, la propia turbulencia del líquido puede ser suficiente para provocar en la superficie un punto de entrada de aire. La importancia del proceso de incorporación de aire al flujo en multitud de campos de estudio hizo realmente necesario la incorporación del modelo de

emulsiónamiento de aire. Inicialmente el modelo fue diseñado para ser utilizado en problemas referidos a la ingeniería civil, pero con el tiempo fueron surgiendo distintas aplicaciones en procesos industriales como la fundición de metales y la realización de productos de consumo.

En la actualidad el modelo de emulsiónamiento de aire permite evaluar el fenómeno de emulsiónamiento de aire, considerar el aumento de volumen de las burbujas en el seno del agua, y permitir su salida a lo largo de la superficie libre. Hasta el momento este modelo es altamente dependiente del grado de refinación de la malla adoptado, motivo por el cual se ha recurrido a la realización de un proceso de refinado del tamaño de la malla. En caso de emplear un tamaño de celda excesivamente grosero, los resultados obtenidos apenas tienen representatividad en comparación con el fenómeno real objeto del estudio.

El modelo está basado en la idea de que pequeños remolinos se elevan por encima de la superficie libre atrapando el aire, que posteriormente se introduce en la masa del fluido (Hirt, 2003). Este proceso tiene lugar en caso de que la intensidad de la turbulencia sea superior al conjunto de fuerzas estabilizadoras formado por la gravedad y la tensión superficial.

Los modelos de transporte por turbulencia están caracterizados por la energía cinética turbulenta  $k$  y la función de disipación  $\varepsilon$ . El tamaño característico de los remolinos de turbulencia ( $L_t$ ) viene dado por la relación 3. 17, introduciendo para ello el coeficiente  $c_{nu}$  de valor 0.09 (Bombardelli, 2010) Se usa esta escala para caracterizar las perturbaciones superficiales.

$$L_t = \frac{c_{nu} \cdot (3/2)^{1/2} \cdot k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (3. 17)$$

La energía cinética de la perturbación por unidad de volumen asociada a la elevación de fluido, con una altura  $L_t$  y siendo la energía de la tensión superficial obtenida de la siguiente forma.

$$P_d = \rho \cdot g_n \cdot L_t + \frac{\sigma}{L_t} \quad (3. 18)$$

Siendo  $\rho$  la densidad del líquido,  $\sigma$  la tensión superficial, y  $g_n$  la componente normal de la aceleración de la gravedad con respecto a la superficie libre.

La incorporación de aire tiene lugar cuando la energía cinética turbulenta por unidad de volumen, correspondiente a  $P_t = \rho \cdot k$ , es superior a la energía cinética de la perturbación  $P_d$ . Es decir, la perturbación turbulenta debe ser superior a las fuerzas estabilizadoras.

El volumen de aire incorporado por unidad de tiempo,  $\delta V$ , es proporcional al área superficial  $A_s$ , y a la altura de la perturbación medido sobre la superficie libre. De esta forma, el volumen de aire incorporado por unidad de tiempo se obtiene de la siguiente forma.

$$\delta V = C_{air} \cdot A_{air} \cdot \left( 2 \cdot \left( \frac{P_t - P_d}{\rho} \right) \right)^{1/2} \quad (3. 19)$$

Donde  $C_{air}$  es el coeficiente de proporcionalidad. El valor del coeficiente de proporcionalidad se asume iguala 0.5 por tratarse de un valor apropiado, de esta forma se asume que la incorporación del aire se produce a través de la mitad del área superficial

### 3.7 Modelo *Drift-Flux*

En fluidos compuestos por varios componentes, por ejemplo, fluidos/partículas, fluido/burbujas, o mezcla de dos fluidos, donde los componentes tienen diferentes densidades, se ha observado que cada componente puede adoptar diferentes velocidades que dan lugar a la actuación de fuerzas volumétricas no uniformes. En ocasiones las diferencias existentes entre las velocidades son bastante representativas, por ejemplo, en el caso de gotas de agua de elevado tamaño atraviesan el aire. En la mayoría de los casos, sin embargo, las velocidades relativas son suficientemente pequeñas como para ser descritas por un movimiento de deriva "*drift*" de un componente a través del otro.

La adopción del término *drift* se aplica en función de la representatividad de la inercia del componente disperso con respecto al componente continuo. Si la inercia del movimiento relativo puede ser ignorada, y la velocidad relativa se reduce al balance entre las fuerzas actuantes y la resistencia opuesta entre componentes, entonces podemos hablar de una aproximación *drift-flux*. Las velocidades del movimiento de deriva son las responsables del transporte de masa y de energía, habitualmente son bastante pequeñas.

El modelo *drift-flux* se basa en la idea de que el movimiento relativo entre componentes puede ser aproximado como continuo, en vez de por elementos discretos (por ejemplo, partículas). De esta forma, se mejora la eficiencia computacional al ser innecesario calcular el desarrollo del movimiento y la iteración entre elementos discretos.

Existen cuatro diferentes situaciones en las cuales se puede emplear la velocidad de deriva mediante el modelo *drift-flux* en el código comercial FLOW-3D®.

- Único fluido, flujos de densidad variable, donde el fluido es una mezcla de dos componentes con diferentes densidades,  $\rho_1$  y  $\rho_2$ .
- Único fluido con solidificación, donde el fluido es una mezcla entre un líquido y un sólido con diferentes densidades,  $\rho_1$  y  $\rho_2$  respectivamente.
- Dos fluidos incompresibles, con densidades,  $\rho_1$  y  $\rho_2$  respectivamente.
- Un gas compresible con un componente incompresible. En este caso la densidad del gas compresible se obtiene de la ecuación de estado, mientras el material incompresible tiene una densidad de  $\rho_1$ , la cual se asume siempre muy superior a la densidad del gas.

La formulación de la velocidad relativa en una aproximación como comportamiento en deriva se obtiene de la siguiente forma. Se supone que el flujo está compuesto por dos componentes o fases discretas, uno de ellos representa la fase continua y el otro la fase dispersa, el cual representa a un componente discontinuo que está rodeado por la fase continua.

Se define  $\mathbf{u} = f_1 \mathbf{u}_1 + f_2 \mathbf{u}_2$  de forma que  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$  para el flujo incompresibles de un flujo de dos componentes.

La fracción de volumen de los cada uno de los componentes que conforman la mezcla se denominan  $f_1$  y  $f_2$ , respectivamente para flujo incompresible de un flujo de dos componentes.

$$f_1 + f_2 = 1 \quad (3.20)$$

Asumiendo que las dos fases son incompresibles, el balance del momento en la fase continua es obtenido de la siguiente forma.

$$\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} + \mathbf{u}_1 \cdot \nabla \mathbf{u}_1 = -\frac{1}{\rho_1} \nabla P + \mathbf{F} + \frac{K}{f \rho_1} \mathbf{u}_r \quad (3.21)$$

Donde para la fase dispersa, la expresión queda así.

$$\frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial t} + \mathbf{u}_2 \cdot \nabla \mathbf{u}_2 = -\frac{1}{\rho_2} \nabla P + \mathbf{F} - \frac{K}{(1-f)\rho_2} \mathbf{u}_r \quad (3.22)$$

Siendo  $u_1$  y  $u_2$  las velocidades microscópicas de la fase continua y dispersa, respectivamente, y  $f$  la fracción volumétrica de la fase continúa. La velocidad microscópica se refiere a la velocidad de las distintas fases en cada volumen finito de fluido. El parámetro  $F$  representa la fuerza volumétrica,  $k$  el coeficiente de arrastre que relaciona la interacción entre dos fases, y  $u_r$  es la diferencia de velocidad relativa entre la fase continua y la fase dispersa.

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1 \quad (3.23)$$

El objetivo del modelo *drift-flux* es calcular el movimiento de las dos fases en relación a la velocidad media ponderada por el volumen,  $\bar{\mathbf{u}}$ . La velocidad media ponderada por el volumen es:

$$\bar{\mathbf{u}} = f\mathbf{u}_1 + (1-f)\mathbf{u}_2 \quad (3.24)$$

Se elige la utilización de la velocidad media ponderada por el volumen en lugar de la media ponderada por la masa.

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (3.25)$$

La ecuación de la velocidad relativa, siendo  $K$  el coeficiente de arrastre por unidad de volumen, se expresa de la siguiente forma.

$$\frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial t} + \mathbf{u}_2 \cdot \nabla \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1 \cdot \nabla \mathbf{u}_1 = \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \nabla P - \left( \frac{1}{(1-f)\rho_2} + \frac{1}{f\rho_1} \right) K\mathbf{u}_r \quad (3.26)$$

El objetivo es determinar la velocidad  $u_r$ , empleando la expresión anterior podemos obtener un modelo de un campo de dos velocidades para un flujo formado por dos componentes. Sin embargo, como simplificación se adopta la aproximación *drif-flux* suponiendo que la velocidad es prácticamente constante, obteniéndose la siguiente expresión.

$$\left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \nabla P = \left( \frac{f\rho_1 + (1-f)\rho_2}{f(1-f)\rho_1\rho_2} \right) K\mathbf{u}_r \quad (3.27)$$

Donde la velocidad relativa  $u_r$  se basa en la velocidad microscópica de cada fase, por lo tanto, el coeficiente de arrastre debe contener información sobre la fracción de la fase suspendida.

Si suponemos que la fase suspensa está compuesta por partículas de igual tamaño, habiendo  $n$  partículas en un volumen unitario.

$$\mathbf{u}_r = \left( \frac{V_p}{K_p} \right) \frac{f(\rho_2 - \rho_1)}{\bar{\rho}} \nabla P \quad (3.28)$$

Siendo  $V_p=(1-f)/n$  el volumen de cada partícula, y  $K_p$  el coeficiente de arrastre para cada partícula moviéndose con una magnitud de velocidad  $u_r$  a través de la fase continua, la expresión de la densidad media ponderada por el volumen resulta de la siguiente forma.

$$\bar{\rho} = f\rho_1 + (1-f)\rho_2 \quad (3.29)$$

La dependencia cuadrática entre el coeficiente de arrastre y la velocidad relativa del flujo se emplea en el modelo. Si  $U$  es la magnitud de la velocidad relativa del movimiento de las partículas en el fluido continuo, la expresión del coeficiente de arrastre se define de la siguiente forma.

$$K_p = \frac{1}{2} A_p \rho_c \left( C_d U + \frac{12\mu_c}{\rho_c R_p} \right) \quad (3.30)$$

Donde  $C_d$  es el coeficiente de arrastre,  $R_p$  es el radio medio de las partículas, y  $A_p$  es el área transversal de cada partícula, las partículas se suponen esféricas.

Para la resolución de la expresión 3. 24 de  $U$  es necesario recurrir a la utilización de métodos iterativos para la obtención de la velocidad relativa del movimiento

En el caso de que la fracción de volumen del material disperso no se vaya reduciendo, el uso de una única fuerza de arrastre de partículas para calcular el intercambio de momento entre los componentes no es totalmente correcto. La corrección más frecuentemente utilizada para cuantificar la interacción entre partículas es la correlación de carácter experimental Richardson-Zaki.

La correlación de Richardson-Zaki depende del número de Reynolds,  $Re = (2\rho_c R_p U / \mu_c)$ , consiste en reemplazar la velocidad de deriva por múltiplos del valor calculado,  $u_r$ , por la fracción de volumen del componente disperso elevado a la potencia  $\zeta$ .

$$\mathbf{u}_r^{eff} = \mathbf{u}_r (1-f)^\zeta \quad (3.31)$$

El exponente  $\zeta$  se obtiene mediante la expresión  $\zeta = rzmlt^* \zeta_0$ , siendo  $rzmlt^*$  el coeficiente de Richardson-Zaki y obteniéndose los valores de  $\zeta_0$  en función del número de Reynolds existente. Se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 7. Valores del coeficiente  $\zeta_0$  en función del número RE

Re < 1.0	$\zeta_0 = 4.35/Re^{0.03}$
1.0 < Re < 500	$\zeta_0 = 4.45/Re^{0.1}$
500 < Re	$\zeta_0 = 2.39$

El valor ajustado, o el valor efectivo, se emplea siempre en modelos del tipo *drift-flux*. Sin embargo, la correlación sólo se utiliza cuando se activa el modelo *drift-flux* de segundo orden (*quadratic particle drag model*).

### 3.8 Aproximaciones numéricas

#### 3.8.1 Algoritmo *Pressure solution*

Actualmente la aplicación FLOW-3D<sup>®</sup> dispone de tres tipos de algoritmos de resolución por presión (*pressure solvers*) que emplean el enfoque implícito. Estos métodos se basan en la aplicación del método de diferencias finitas al sistema de ecuaciones lineales, formado por las ecuaciones de continuidad aplicadas a cada celda computacional del dominio objeto de estudio.

Durante muchos años el programa FLOW-3D<sup>®</sup> sólo disponía de las opciones de SOR y ADI para la resolución del comportamiento de las fuerzas de presión y de las velocidades, obteniéndose muy buenos resultados para una amplia gama de problemas. Sin embargo, en ciertos tipos de problemas ambos métodos presentaban claras deficiencias a la hora de encontrar la solución y por tanto, surgió la necesidad de desarrollar un nuevo método que supiera esas deficiencias. Los métodos disponibles son los siguientes.

- *Successive over-relaxation algorithm (SOR)*.
- *Alternating direction implicit algorithm (ADI)*.
- *Generalized minimal residual solver (GMRES)*.

En el algoritmo SOR la presión se ajusta en cada celda basándose en la ecuación de continuidad. Se trata de un algoritmo muy simple con gran eficiencia en el almacenaje, es decir, no se almacena información adicional de cada celda que no sea necesaria, como desventaja puede requerir un elevado número de iteraciones para alcanzar la convergencia. Por ejemplo, en casos en que la geometría de celda presenta una dimensión significativamente superior en una de las direcciones, la convergencia es lenta en dicha dirección debido a estar limitada la *SOR pressure relaxation* por la menor dimensión perpendicular a la dirección.

Con el objetivo de resolver este tipo de problemas de convergencia surgió el algoritmo ADI, *Alternating direction implicit algorithm*. El método se basa en el método de resolución por tridiagonalización (*standard tridiagonal solver*) para presiones a lo largo de las columnas de las celdas de computación denominadas i, j y k, respectivamente. Este método es aplicable para todo tipo de

condiciones de contorno, inclusive en caso de condiciones periódicas. En términos de eficiencia y convergencia, se trata de un método intermedio entre los algoritmos SOR y GMRES, presentando un orden de convergencia superior respecto al método SOR pero sin conseguir la precisión y eficiencia del método GMRES.

En el presente estudio se empleará el algoritmo GMRES perteneciente a los métodos implícitos del *pressure solver* disponibles dentro de la aplicación comercial FLOW-3D®.

El método de resolución GMRES fue incorporado al FLOW-3D® en último lugar, siendo el resultado de incorporar al algoritmo GCG (*generalized conjugate gradient algorithm*) un término que englobe el comportamiento del fluido frente a la viscosidad. Este nuevo método de resolución presenta una elevada precisión y está dotado de una gran eficacia para un amplio rango de problemas. Posee buenas condiciones de convergencia, simetría y velocidad, sin embargo necesita una capacidad de memoria mayor que los métodos SOR y SADI.

Por norma general el número de iteraciones necesarias en este método es mucho menor que en el caso del uso del algoritmo SOR, aun así, en algunas situaciones se puede dar la no convergencia del método GMRES. El algoritmo presenta una mayor eficiencia con respecto al resto de los métodos de resolución, sobre todo en problemas con una distribución de presiones íntimamente ligadas actuando a lo largo de una extensa región del dominio (Brethour, 2009).

El algoritmo GMRES tiene su fundamento en la resolución del sistema lineal de ecuaciones derivado de la ecuación de continuidad, manteniendo la conservación de la masa en el fluido (3. 31). Siendo  $\rho$  la densidad del fluido,  $t$  la variable correspondiente al tiempo,  $u$  la velocidad local del fluido y  $Q$  representa el caudal.

Al ser preciso incorporar la aplicación FAVOR™ a la ecuación (3. 32), es necesario introducir el término  $V_F$  correspondiente a la fracción de volumen y las fracciones de área  $A_x$ ,  $A_y$  y  $A_z$ , para cada celda de computación. En caso de tratarse de un fluido incomprensible, no viscoso e inelástico, la ecuación lineal correspondiente al cálculo en cada celda sería la siguiente.

$$\frac{V_F}{\rho c^2} \left[ \frac{\delta p}{\Delta t} \right] - \Delta t \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{A_x}{\rho} \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{A_y}{\rho} \frac{\partial(\delta p)}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{A_z}{\rho} \frac{\partial(\delta p)}{\partial z} \right] \right\} = -\frac{Q}{\rho} + \frac{V_F p_n}{\rho c^2 \Delta t} - \frac{\partial A_x u^*}{\partial x} - \frac{\partial A_y v^*}{\partial y} - \frac{\partial A_z w^*}{\partial z} \quad (3. 32)$$

Siendo  $p_n$  el valor de  $p$  la presión en el ciclo de cálculo anterior (es decir, el valor explícito),  $u^*$ ,  $v^*$ ,  $w^*$  es la velocidad intermedia calculada a partir de la etapa explícita, y  $u$ ,  $v$ ,  $w$  es la velocidad correspondiente al paso implícito. Los valores de  $u$  y  $p$  en el inicio del ciclo de cálculo se calculan por separado durante la etapa explícita

## 4 | Descripción de los modelos numéricos

### 4.1 Consideraciones iniciales

El objetivo del presente trabajo es la caracterización del comportamiento del flujo en el proceso de emulsión de aire para las diferentes estructuras hidráulicas empleadas en las cámaras de visita de la red de drenaje mediante modelación numérica. Numerosos estudios se han realizado hasta la fecha para demostrar la validez del análisis numérico mediante aplicaciones pertenecientes a la rama CFD, *Computational Fluids Dynamic*.

En este subcapítulo se definen los modelos empleados para las diferentes estructuras mediante FLOW-3D<sup>®</sup>, centrándonos en el proceso de creación de la geometría, refinamiento de la malla computacional para cada una de las estructuras, y las condiciones de contorno definidas con respecto a los límites de la malla para la obtención de un modelo numérico representativo de elevada precisión.

Además se especifican las propiedades físicas y químicas del fluido presente en el problema hidráulico, detallando y justificando las modificaciones correspondientes en los modelos numéricos realizados para cada estructura de estudio.

A la hora de realizar los modelos CFD de cada estructura es necesario tener en cuenta los principales objetivos de la modelación.

- Caracterizar y ajustar el comportamiento del flujo en los modelos de caída vertical, caída vertical guiado y caída en escalera para el rango de valores de ensayo empleado en los modelos experimentales de referencia. El ajuste de los modelos se realizará en función de la altura de agua, la altura piezométrica y la magnitud de la descarga.
- Evaluar y caracterizar el fenómeno de emulsión de aire a lo largo de la lámina libre en función de cada caída de estudio. Es necesario destacar que debido a las limitaciones existentes en la aplicación FLOW-3D<sup>®</sup> no es posible la evaluación del oxígeno disuelto en el flujo de forma directa.
- Analizar los resultados obtenidos en referencia al desarrollo hidráulico del flujo y al emulsión de aire. El comportamiento hidráulico será verificado a partir del estudio comparativo con los registros correspondientes a los modelos físicos de referencia.
- Validar la utilización de programas tipo CFD (*Computational Fluid Dynamic*), en este caso la aplicación comercial FLOW-3D<sup>®</sup>, con la finalidad de verificar la buena combinación de la modelación numéricas con las mediciones en modelo físico y el posterior desarrollo teórico.

La validación y el estudio comparativo de los resultados obtenidos en cada modelo calculado mediante FLOW-3D<sup>®</sup>, fue realizada a partir de la información disponible en los estudios de modelación física realizados por Sousa y Lopes (2002), Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006).

## 4.2 Metodología de la modelación numérica

El estudio del comportamiento de la red de drenaje se realiza teniendo en cuenta las diferentes caídas que se pueden implementar en las cámaras de visita de las redes de drenaje. Únicamente nos centraremos en aquellas estructuras que representen un fenómeno de transferencia de oxígeno a lo largo de la interfaz agua-aire de carácter elevado, es decir, analizaremos el comportamiento de la estructuras de caída vertical libre, caída vertical guiada y caída en escalera.

En primer lugar se detallan de forma simplificada los pasos a seguir a la hora de realizar cada modelo, para posteriormente en los siguientes apartados especificar de forma detallada las diferentes características y parámetros adoptados en función del tipo de caída, y de las condiciones geométricas e hidráulicas de cada simulación. La realización de una simulación numérica mediante la aplicación comercial FLOW-3D® sigue unos determinados pasos a la hora de introducir las especificaciones necesarias.

- Definición de tipo de problema objeto del estudio con respecto a su comportamiento hidráulico. En el presente estudio se modela un único fluido incomprensible en lámina libre.
- Realización de la geometría correspondiente a la estructura objeto de cada simulación. El diseño se realiza a través de la importación de un archivo estereolitográfico (.stl), elaborados previamente mediante la aplicación AutoCAD.
- Definición de la red de mallado utilizada en función del tipo de caída y de las características geométricas de la estructura. La elección de la malla es una de los pasos de mayor importancia del modelado, se debe respetar los índices indicados y definir los planos de malla necesarios para no perder precisión con respecto a la geometría real de estudio. Es necesario saber adoptar una solución de compromiso entre la precisión de la malla y el coste computacional generado en cada simulación, teniendo que recurrir en muchos casos al fraccionamiento de la malla en bloques, *multi-block grids*, en función de los diferentes comportamientos del flujo.
- Introducción de las condiciones de contorno correspondientes al problema objeto de estudio. Las condiciones de contorno se especifican con respecto a los planos límite de la malla adoptada en cada simulación. Debido a la geometría de las estructuras de estudio solo fue necesario especificar las condiciones respectivas a los coordenados límites del eje de abscisas.
- Definición de las propiedades físicas y químicas del fluido presente en el modelo, además deben especificarse las condiciones iniciales en las cuales se inicia la simulación.
- Activación de los modelos físicos necesarios para la correcta interpretación del comportamiento del aire y del flujo a lo largo de la estructura. Una óptima elección de los modelos empleados nos proporcionará una simulación de mayor precisión. La caracterización del modelo de turbulencia RNG (RNG *turbulence model*) en el presente estudio requirió la calibración del valor de TLEN en cada modelo numérico.
- Definición de las aproximaciones numéricas del problema, como el tiempo de finalización o el método numérico (*pressure solver, viscous stress solver...*). El procedimiento habitual es

testar los diferentes algoritmos disponibles para el problema en cuestión, con el objetivo de optimizar la solución y el tiempo computacional de modelo.

En primer lugar es necesario especificar que se trata de los modelos flujo en lámina libre con existencia de un único fluido de carácter incompresible. Con respecto a las condiciones de contorno adoptadas, se ha recurrido a la adopción de condiciones de tipo presión en ambos extremos del eje de abscisas, coincidente con el eje longitudinal de la estructura. No fue preciso especificar el resto de los límites de la malla computacional por estar el flujo contenido en la red de drenaje, es decir, son designadas condiciones de simetría por defecto por la aplicación FLOW-3D®.

Las condiciones iniciales establecidas fueron una temperatura inicial de 20 °C y la introducción del calado en la sección final de la conducta de salida. Por otro lado, es necesario trabajar en presiones absolutas para la activación de modelos de emulsionamiento de aire (*Air Entrainment*).

A lo largo del presente capítulo se describirá de forma detallada el esquema general seguido en la realización de cada modelo mediante la utilización de FLOW-3D®, las características de la aplicación comercial y el comportamiento de los diferentes modelos físicos empleados. Una vez explicado el desarrollo general de cada paso, será necesario especificar las variaciones con respecto a los parámetros hidráulicos y numéricos en cada modelo de las diferentes caídas para una mayor percepción del desarrollo del proyecto.

### 4.3 Introducción de la geometría y condiciones experimentales

La implantación de la geometría en cada estructura se realizará intentando mantener la máxima correspondencia con los estudios en modelación física de referencia, con el objetivo de intentar ajustar al máximo las condiciones experimentales de los ensayos de Sousa y Lopes (2002), Soares (2003), Afonso (2006) y Azevedo (2006). Los modelos experimentales fueron desarrollados en el *Laboratório de Hidráulica e Recursos Hídricos (LHRH) do Departamento de Engenharia Civil, Arquitectura e Georrecursos (DECivil)*, del *Instituto Superior Técnico (IST)* de Lisboa. Las instalaciones experimentales fueron realizadas con colectores de sección circular unidos mediante la estructura correspondiente, pudiendo ser caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones. Los modelos experimentales permitían adoptar diferentes valores para la pendiente de los colectores.

En los modelos desarrollados mediante FLOW-3D® la conducta de entrada y de salida serán de una longitud total de 1.5 m y 3.5 m, respectivamente, y de pendiente nula, en ambos casos. La longitud total de la estructura varía en función de la estructura considerada y de las dimensiones geométricas correspondientes a la simulación.

A lo largo del análisis numérico del presente estudio, fueron ensayadas para cada modelo diferentes condiciones hidráulicas y geométricas. El rango de caudales testados representa un intervalo de valores habituales en las redes de drenaje de colectores de aguas residuales a la escala de la modelación física, siendo más representativos las descargas de 3.0 y 3.9 l.s<sup>-1</sup>. La finalidad es intentar cuantificar y obtener la máxima información posible sobre el comportamiento hidráulico y el emulsionamiento de aire para el rango de modelación adoptado.

Tabla 8. Magnitudes de descarga y altura de salto simulados en cada estructura

TIPO DE ESTRUCTURA	Q(l/s)	hq(m)
CAÍDA VERTICAL	1.2, 2.1, 3.0, 3.9	0.3, 0.4
CAÍDA VERTICAL GUIADA	1.2, 2.1, 3.0, 3.9	0.3, 0.4
CAÍDA EN ESCALONES	1.2, 2.1, 3.0, 3.9	0.3, 0.4

En la Tabla 8 se corresponde Q la variable correspondiente al caudal de descarga en  $l.s^{-1}$  y  $h_q$  la altura del salto en metros para cada modelo.

La totalidad de las estructuras fueron importadas mediante archivo STL realizado previamente mediante la aplicación comercial AutoCAD. El empleo de esta forma de introducción de la geometría al FLOW-3D<sup>®</sup> nos permite reducir drásticamente el número de celdas de cálculo y de esta forma reducir el tiempo de cálculo de cada modelo. Permite también mantener una mayor precisión del diseño con respecto a los modelos experimentales realizados con antecedencia en la fase de preparación de la geometría del modelo.

La ubicación de los ejes cartesianos fue designada en la sección de entrada de la conducta de salida, siendo el eje X correspondiente al eje longitudinal, el eje Y corresponde al eje transversal y el eje Z el eje vertical de la estructura. El origen fue designado al inicio de la conducta de salida, en el eje de simetría de dicha conducta a la cota correspondiente a la solera de la conducta

#### 4.3.1 Geometría de la caída vertical

La geometría correspondiente a la estructura de caída vertical se ha realizado a partir de la importación de un fichero STL realizado previamente mediante la aplicación AutoCAD. El diseño de la estructura está formado por dos conductas modeladas con declive nulo, la conducta de entrada y salida serán de 1.5 m y 3.5 m de longitud respectivamente.

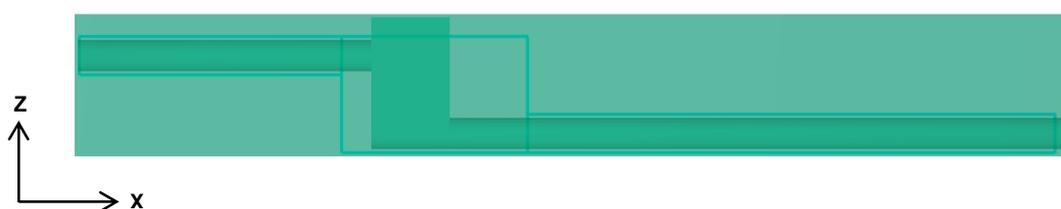


Figura 1. Geometría correspondiente a la estructura de caída vertical

Como se ha detallado anteriormente, las disposiciones estudiadas se corresponden con una altura de caída de 0.3 y 0.4 m para el rango de caudales ensayados en los estudios experimentales existentes. El modelo fue dividido en tres bloques de malla tipo *Linked* como se explica de forma detallada en el apartado 4.4.1 correspondiente al análisis de sensibilidad. Este proceso fue necesario para garantizar la adopción de una correcta disposición y caracterización de la malla.

### 4.3.2 Geometría de la caída vertical guiada

De forma análoga, el diseño de la geometría se realiza a partir del programa de uso comercial AutoCAD para su posterior importación mediante archivo STL.

El diseño fue realizado con la intención de ajustarse lo máximo posible al modelo físico empleado por Azevedo (2006) en su tesis de maestría. La geometría está formada por conductas circulares de declive nulo para las conductas de entrada y salida, unidas mediante una conducta vertical de forma análoga al modelo físico.



Figura 2. Geometría correspondiente a la caída vertical guiada

Como en la anterior estructura, la malla elegida para la estructura de caída vertical guiada se fue dividida en tres bloques ubicados en función de la geometría de la estructura, en los cuales las diferentes características adoptadas se determinaron a través del proceso de refinamiento.

### 4.3.3 Geometría de la caída en escalones

De forma análoga a los anteriores modelos realizados, la geometría fue incorporada al modelo mediante la utilización de un archivo estereolitográfico (STL) por representar la forma más eficaz, tanto en referencia a la fidelidad del diseño de la estructura como al número de celdas empleadas en el cálculo.

El diseño de la estructura varía en función de la altura de caída objeto de la simulación y por lo tanto, el número de escalones empleados. Los escalones fueron modelados con unas dimensiones de 0.1 m de longitud por 0.05 m de altura, en correspondencia con el modelo experimental realizado por Afonso (2004).

Tabla 9. Dimensiones geométricas adoptadas en cada escalón en función de la altura de caída

hq (m)	hd (m)	ld (m)	N = hq/hd (-)	hd/ld (-)
0.300	0.050	0.1	6	0.5
0.400	0.050	0.1	8	0.5

Debido a ser la estructura de mayor complejidad en el estudio requiere la utilización de una malla más refinada. En el diseño STL se ha intentado reducir al máximo la zona de transición correspondiente a los escalones, para no repercutir en un aumento excesivo del número de celdas de cálculo.



Figura 3. Geometría correspondiente a la caída con solera en escalones

Las dimensiones de los colectores de entrada y salida se mantienen invariables siendo idénticas a lo largo de la totalidad de simulaciones, las dimensiones se han especificado con anterioridad.

Al contrario que en los modelos anteriores, la malla empleada estaba formada por dos bloques tipo *Nested*, por mostrar un mejor comportamiento para este tipo de estructura como se recoge en el apartado 4.4.2.

#### 4.4 Definición de la malla computacional. Análisis de sensibilidad de la malla.

La generación de la malla computacional en función de las condiciones geométricas e hidráulicas representa uno de los pasos más importantes a la hora de construir un modelo numérico, siendo habitual recurrir a un análisis de sensibilidad de la malla con la finalidad de obtener la solución más eficaz. En referencia a su disposición, es necesario elegir entre la utilización de un único bloque de malla o recurrir al fraccionamiento en diferentes bloques en función de las geometría del modelo de estudio.

En el presente estudio, dado las características de la geometría de las diferentes caídas se recurrió al fraccionamiento de la malla en diferentes bloques, siendo una solución más apropiadas por tratarse de un flujo turbulento con un elevado emulsiónamiento de aire localizado en la zona correspondiente a la caída. El flujo requiere una mayor precisión en la zona correspondiente al impacto de la lámina

vertiente con la superficie libre, pudiendo reducirse en el caso de las conductas. El flujo en las redes de drenaje se puede asimilar a un comportamiento unidireccional debido a la ausencia de flujos secundarios significativos, es decir, las líneas de corriente son relativamente paralelas, permitiéndonos alargar la dimensión de las celdas en el eje de abscisas, coincidente con el eje longitudinal del modelo.

Debido al carácter unidireccional del flujo, su comportamiento se puede asimilar como simétrico con respecto al eje de abscisas, permitiéndonos reducir el dominio de cálculo a la parte correspondiente a la mitad de la estructura. Esta simplificación es una técnica muy común de cara a reducir el tiempo de cálculo de los modelos numéricos. La utilización de un modelo simétrico se empleó en las tres estructuras objeto del presente estudio.

El fraccionamiento de la malla en el programa FLOW-3D<sup>®</sup> puede realizarse mediante dos opciones, los bloques tipo *nested* o *linked*, las cuales se diferencian principalmente en función de su superposición, existiendo en el caso de bloques tipo *nested*, y adoptando una ubicación consecutiva en caso de bloques tipo *linked*.

La utilización de malla tipo *multi-block* conlleva también un aumento de la dificultad a la hora de definir los diferentes bloques, siendo necesario coincidir los diferentes planos principales de la malla (*mesh planes*) entre bloques sucesivos, de esta forma se reduce el error de interpolación entre ellos. Es recomendable evitar la coincidencia de planos principales de la malla con zonas el comportamiento del flujo varíe bruscamente, incluyendo grandes variaciones en la geometría.

El número de bloques tipo *nested* empleados en un modelo debe ser el mínimo número posible, para de esta forma evitar el aumento del error de interpolación y de la difusión del modelo numérico. La utilización de este tipo de bloques de malla representa una buena alternativa para dominios con dispositivos insertados de menores dimensiones, permitiendo reducir drásticamente el número de celdas de cálculo.

El tamaño del bloque de malla contenido en los bloques tipo *nested* debe tener un tamaño de celda, con respecto a los tres ejes coordenados, correspondiente a un múltiplo del tamaño de celda del bloque que lo contiene. Esta regla debe ser también respetada para el caso de bloques tipo *linked*.

Una vez elegida la disposición de la malla computacional del modelo, es necesario recurrir a un proceso de refinamiento de la malla con la finalidad de obtener el tamaño de celda más apropiado, representa una solución de compromiso entre la precisión requerida por el modelo y el tiempo de cálculo asumible. En el presente estudio el análisis de sensibilidad de la malla se realizó en función de la variable correspondiente a la descarga. El tamaño de celda empleada en el análisis de sensibilidad se fue reduciendo en cada bloque hasta la obtención de resultados independientes del grado de refinación empleado. Fue empleado como condición límite que la variación del caudal entre dos simulaciones sucesivas fuese menor de un 5%.

Una vez elegida la malla adoptada es necesario verificar que se respetan los índices entre diferentes bloques de malla y a su vez, entre los ejes del propio bloque. Otro parámetro relevante con la finalidad de verificar la validez de la malla computacional es el error volumétrico entre bloques, *multi-*

*block volumen error*. Representa un algoritmo de diagnóstico cuya función es cuantificar la precisión de la solución del flujo obtenida entre los diferentes bloques. La necesidad de la existencia de este parámetro viene derivado de la no utilización de mallas tipo *Body-fitted* en las cuales los nodos de la geometría son especificados de forma directa. La aplicación FLOW-3D® emplea el algoritmo FAVOR™ característico del programa para la interpretación de la geometría.

Otro parámetro al cual vamos a prestar elevada atención es al error *mismatch* que corresponde a la diferencia entre las áreas abiertas al flujo entre fronteras de bloques de malla. La obtención de valores elevados indica que la malla adoptada presenta una precisión insuficiente, lo cual se traduce un error volumétrico inaceptable (*multi-block volumen error*).

En los sucesivos subapartados se detallan los pasos seguidos en el proceso de refinamiento de la malla, detallando las distintas disposiciones (número, tipo y planos límite de los bloques) y tamaño de celda en cada modelo correspondiente a las estructuras de caída vertical, caída vertical guiada y caída con solera en escalones.

Por tratarse del primer proceso de refinamiento, la sensibilidad de la malla para la estructura de caída vertical ha sido estudiada con mayor profundidad, testando los distintos tipos de fraccionamiento de la malla. El análisis de sensibilidad de la primera estructura sirvió de base en el proceso correspondiente a la caída vertical guiada, en el cual principalmente sólo ha sido necesario un proceso de verificación y reajuste de las dimensiones adoptadas.

Por otro lado, a medida que se fue avanzando en el proceso de refinamiento de la caída vertical fue necesario recurrir también al proceso de calibración del parámetro TLEN correspondiente al modelo de turbulencia RNG empleado, como se especifica en el apartado 4.7. Los valores empleados del parámetro TLEN en la calibración se corresponden con el valor por defecto de la aplicación FLOW-3D®, y el valor introducido correspondiente al 7% del diámetro hidráulico con respecto a la sección inicial de la conducta de entrada.

#### 4.4.1 Características de la malla adoptada en el modelo de la estructura de caída vertical

El análisis de sensibilidad de la malla es un proceso imprescindible en la realización de un modelo numérico. En este caso, se ha experimentado con diferentes disposiciones y tamaños de celda para la estructura de caída vertical en función de unas determinadas condiciones hidráulicas y geométricas empleadas para la calibración, posteriormente la malla adoptada fue utilizada en el resto de las simulaciones. A lo largo del presente estudio se adopta la simplificación de la validez de la distribución ajustada para una determinada simulación con respecto al resto del campo de experimentación, las condiciones empleadas en la calibración se corresponden con aquellas que mayor precisión requieren.

El proceso de refinamiento de la malla fue realizado para un valor de descarga correspondiente a 1.2 l.s<sup>-1</sup>, por tratarse de la menor descarga y, por tanto, ser necesario el menor tamaño de celda. El valor empleado para la altura de caída es de 0.3 m.

El primer paso del análisis de sensibilidad de la malla se corresponde con la división en dos únicos bloques tipo *nested*. La colocación del bloque de malla contenido se ha dispuesto en la zona correspondiente al salto e impacto de la lámina vertiente, por tratarse del comportamiento del flujo de mayor complejidad. La distribución de la malla en ambos bloques no se ha diferenciado en función de los ejes cartesianos, especificándose únicamente el tamaño de celda siendo 1.0 y 0.5 cm respectivamente para el primer y segundo bloque testados.

Esta disposición representa una aproximación grosera para la evaluación del comportamiento del fluido frente a la geometría adoptada, el tiempo de cálculo y localizar las zonas donde se necesita un mayor grado de refinamiento.

A continuación, en el segundo paso se decidió cambiar para una distribución de bloques tipo *linked*, más apropiado para la geometría de la estructura, claramente dividida en tres partes, evitando establecer los límites de los bloques de malla en zonas donde esté previsto variaciones bruscas en el desarrollo del flujo con el objetivo de reducir la generación de errores de iteración en el cálculo.

El TLEN empleado en el modelo de turbulencia en este paso corresponde al valor automáticamente adoptado por la aplicación FLOW-3D<sup>®</sup>. Los valores empleados en el modelo se detallan en el correspondiente apartado 4.7.

Para el segundo paso del análisis de sensibilidad (Tabla 10) se han adoptado diferentes tamaños de celda en función del eje coordenado. Con este procedimiento se busca reducir el número de celdas necesario a lo largo del eje de abscisas en los tramos de la red de drenaje correspondientes a los colectores de entrada y de salida, procediendo a alargar la dimensión de la celda.

Una vez experimentado el segundo paso del análisis de sensibilidad, se obtuvo un comportamiento más adecuado del desarrollo del flujo, confirmándose de esta forma la mayor idoneidad de los bloques tipo *linked*. Fue necesaria la realización de un paso de ajuste adicional para la obtención de la precisión requerida para la activación del modelo de emulsiónamiento del aire (*Air Entrainment*). Los ratios entre bloques de malla y en función de la dirección coordenada obtenidos fueron correctos, además de presentar un error *mismatch* de valor 0.18 %, siendo aceptable por ser menor de un 1%.

En este paso, debido a la limitación del comportamiento de la simulación con respecto a la viscosidad dinámica, fue necesario recurrir al proceso de calibración de la longitud de mezcla turbulenta, TLEN, del modelo de turbulencia, adoptándose como criterio de elección el valor correspondiente al 7% del diámetro hidráulico con respecto a la sección inicial de la conducta de entrada (Tabla 10).

Por último, la disposición adoptada se corresponde con el tercer paso del procedimiento de análisis de sensibilidad de la malla. La distribución elegida se corresponde con una distribución *multi-block* tipo *linked*, con una precisión de malla que respeta el criterio de variación entre simulaciones sucesivas del caudal, siendo suficiente para la implementación del modelo *Air Entrainment*.

**Tabla 10. Mallas adoptadas en el análisis de sensibilidad en la estructura de caída vertical, en función del número de celdas o del tamaño en metros**

	TIPO BLOQUE	Nº DE COMPONENTES	BLOQUE DE MALLA 1		BLOQUE DE MALLA 2		BLOQUE DE MALLA 3	
PASO 1	NESTED	1		0.01*		0.005*		-
			X	100	X	0.005*	X	200
PASO 2	LINKED	1	Y	10	Y	20	Y	10
			Z	20	Z	0.005*	Z	20
			X	200	X	0.0025*	X	400
PASO 3	LINKED	2	Y	10	Y	20	Y	10
			Z	40	Z	0.0025*	Z	40

(\*) Tamaño de la celda (m) en la dirección correspondiente en vez de estipular el número.

**Tabla 11. Detalles de las simulaciones realizadas en el análisis de sensibilidad correspondiente a la caída vertical**

	PASO 1		PASO 2		PASO 3	
Modelo de turbulencia	RNG		RNG		RNG	
	TLEN AUTOMÁTICO		TLEN CALIBRADO		TLEN CALIBRADO	
Nº Celdas	PASIVAS	717.630	PASIVAS	606.153	PASIVAS	2.143.073
	ACTIVAS	166.832	ACTIVAS	120.702	ACTIVAS	411.241
Tamaño mínimo de celda (m) (x,y,z)	0.005x0.005x0.005		0.005x 0.005x0.005		0.0025x 0.005x0.0025	
Air Entrainment	NO		NO		SI	
Drift Flux	NO		NO		NO	

El modelo de emulsiónamiento de aire es un modelo altamente dependiente de la precisión de la malla computacional, requiere la utilización de un grado de refinamiento muy superior al necesario en caso de únicamente modelar el comportamiento hidráulico de la red de drenaje. Esto repercute en un aumento significativo del número de celdas de cálculo, y por tanto, derivando en un aumento del tiempo de cálculo.

#### 4.4.2 Características de la malla adoptada en el modelo de la estructura de caída vertical guiada

El análisis de la sensibilidad de la malla se ha realizado en coherencia con la estructura de caída vertical, para unas condiciones geométricas e hidráulicas correspondientes al menor caudal y menor altura de salto, es decir, para un caudal de  $1.2 \text{ l.s}^{-1}$  y una altura de 0.3 m.

Debido a la experiencia aportada por la realización del ajuste de la malla para el caso de red de drenaje con caída vertical, no ha sido preciso testar la disposición de bloques de tipo *nested* debido a

haberse obtenido mejores resultados con la distribución de malla correspondiente a bloques tipo *linked*. El proceso de ajuste de la malla para la estructura de queda vertical guiada sigue un esquema análogo al correspondiente a la caída vertical. Los pasos empleados en el análisis de sensibilidad de malla se han recogido de forma simplificada en la siguiente tabla.

**Tabla 12. Mallas adoptadas en el análisis de sensibilidad en la estructura de caída vertical guiada en función del número de celdas o del tamaño en metros**

TIPO BLOQUE		Nº DE COMPONENTES	BLOQUE DE MALLA 1		BLOQUE DE MALLA 2		BLOQUE DE MALLA 3	
PASO 1	LINKED	1	X	100	X	0.005*	X	200
			Y	10	Y	20	Y	10
			Z	20	Z	0.005*	Z	20
PASO 2	LINKED	2	X	200	X	0.0025*	X	400
			Y	10	Y	20	Y	10
			Z	40	Z	0.0025*	Z	40
PASO 3	LINKED	2	X	200	X	0.0025*	X	400
			Y	10	Y	20	Y	10
			Z	40	Z	0.0025*	Z	40

(\*) Tamaño de la celda (m) en la dirección correspondiente en vez de estipular el número.

La única diferencia entre el segundo y tercer paso es la activación del modelo *Air Entrainment*, con el objetivo de verificar la idoneidad de la malla adoptada, como se recoge en la Tabla 13.

**Tabla 13. Detalles de las simulaciones realizadas en el análisis de sensibilidad correspondiente a la caída vertical guiada**

Modelo de turbulencia	PASO 1		PASO 2		PASO 3	
	RNG		RNG		RNG	
	TLEN CALIBRADO		TLEN CALIBRADO		TLEN CALIBRADO	
Nº Celdas	PASIVAS	247.110	PASIVAS	1.124.134	PASIVAS	1.124.134
	ACTIVAS	424.324	ACTIVAS	424.324	ACTIVAS	424.324
Tamaño mínimo de celda (m) (x,y,z)	0.005x 0.005x0.005		0.0025x 0.005x0.0025		0.0025x 0.005x0.0025	
Air Entrainment	NO		NO		SI	
Drift Flux	NO		NO		NO	

Como se puede observar la distribución de la malla adoptada es exactamente idéntica a la dispuesta en la anterior estructura. Esta situación fue posible al haber especificado la disposición de las celdas en el eje Z en función del tamaño y no en función del número.

#### 4.4.3 Características de la malla adoptada en el modelo de la estructura de caída en escalones

En primer lugar se ha testado una distribución de tipo *linked* de forma análoga a los modelos de caída vertical y caída guiada. Al tratarse de la estructura de mayor complejidad a la hora de modelar su comportamiento, siendo necesario evaluar el desarrollo de la lámina de agua en los sucesivos escalones y ajustar al máximo posible la presión de amortiguación que se desarrolla en la huella de cada escalón por la incorporación de una elevada cantidad de aire. El análisis de sensibilidad de la malla difiere con respecto a las anteriores, siendo necesario modificar en cierta parte el esquema seguido.

El primer paso del proceso de sensibilidad de la malla se realizó mediante una distribución de malla de tipo *linked*, prestando especial atención en la ubicación del bloque central correspondiente a la solera en escalones y al inicio de la conducta de salida donde se llevará a cabo el desarrollo total o parcial del resalto hidráulico. El tamaño de celda testado para el segundo bloque de malla fue de 0.0025 m en los ejes coordenados X y Z.

Como era de esperar, el caudal calculado mostraba una baja precisión, y por tanto, los resultados obtenidos no eran aceptables, no siendo posible la correcta modelación de la presión en los escalones debido a la necesidad de una malla más refinada para el correcto funcionamiento del modelo *Air Entrainment*. La incorporación de aire al flujo de agua no estaba siendo modelada correctamente con esta distribución de malla.

En el segundo paso de refinamiento de la malla se mantiene la estructura tipo *linked* dividida en tres bloques como estaba siendo adoptada hasta el momento. Las dimensiones de los diferentes bloques de malla se redujeron con el objetivo de disminuir el tamaño de malla en el segundo bloque hasta 0.00125 m en los ejes coordenados de X y Z, siendo necesario modificar las correspondientes dimensiones del resto de los bloques para la obtención de los ratios entre bloques adyacentes y entre ejes coordenados dentro de los límites establecidos por la aplicación FLOW-3D®.

La utilización de esta disposición de malla se mostró inviable debido al elevado número de celdas necesarias, como se puede ver en la Tabla 15, y por tanto, al elevado tiempo de computación necesario en cada simulación.

A continuación se planteó la opción de experimentar con una configuración de bloques tipo *linked* de menores dimensiones centradas para cada escalón, reduciendo de esta forma en grande parte el número de celdas de cálculo. Esta opción fue desechada debido a conllevar un aumento importante del error asociado al número de bloques que conformen la red de malla.

En el tercer paso de la red de refinamiento de la malla fue necesario emplear una partición de la red de malla en bloques tipo *nested* para intentar alcanzar un tamaño de celda intermedia entre el empleado en anteriores simulaciones que permita la implementación y correcto funcionamiento del modelo *Air Entrainment*. Como se hace referencia en el apartado 4.9, debido a la complejidad de la estructura también fue necesario recurrir a la activación del modelo físico disponible en la aplicación

FLOW-3D® denominado *Drift Flux* con el objetivo de obtener una mejor evaluación de la incorporación de aire al flujo.

La distribución de la malla está compuesta por dos bloques, en el primer bloque, vamos a denominar bloque principal, sus dimensiones fueron adoptadas de forma que la totalidad de la estructura estuviera contenida, adoptándose una distribución uniforme de celdas de 0.075 m para los tres ejes coordenados. En referencia al segundo bloque, el bloque contenido, el tamaño elegido fue de 0.0035 m.

**Tabla 14. Mallas adoptadas en el análisis de sensibilidad en la estructura de caída en escalones en función del número de celdas o del tamaño en metros**

	TIPO BLOQUE	Nº DE COMPONENTES	BLOQUE DE MALLA 1		BLOQUE DE MALLA 2		BLOQUE DE MALLA 3	
PASO 1	LINKED	3	X	200	X	0.0025*	X	400
			Y	10	Y	20	Y	10
			Z	40	Z	0.0025*	Z	40
PASO 2	LINKED	3	X	200	X	0.00125*	X	400
			Y	10	Y	40	Y	10
			Z	40	Z	0.00125*	Z	40
PASO 3	NESTED	2	X	0.0075*	X	0.0035*		
			Y	0.0075*	Y	0.0035*		
			Z	0.0075*	Z	0.0035*		

(\*) Tamaño de la celda (m) en la dirección correspondiente en vez de estipular el número.

La adopción de una disposición *multi-block* tipo *nested* nos permitió no incrementar el error asociado a la presencia de un número excesivo de bloques, además de reducir drásticamente el número de celdas de cálculo como se muestra en la Tabla 15. De esta forma, conseguimos una solución de compromiso entre la precisión requerida por los modelo de incorporación de aire, tanto *Air Entrainment* como *Drift Flux*, muy dependientes del tamaño de celda, y el tiempo de cálculo asumible de acuerdo con el transcurrir del presente estudio.

**Tabla 15. Detalles de las simulaciones realizadas en el análisis de sensibilidad correspondiente a la caída en escalones**

	PASO 1		PASO 2		PASO 3	
	RNG		RNG		RNG	
Modelo de turbulencia	TLEN CALIBRADO		TLEN CALIBRADO		TLEN CALIBRADO	
Nº Celdas	PASIVAS	2.137.894	PASIVAS	4.247.728	PASIVAS	1.656.814
	ACTIVAS	732.062	ACTIVAS	2.251.670	ACTIVAS	521.380
Tamaño mínimo de celda (m) (x,y,z)	0.0025x 0.005x0.025		0.00125x 0.0025x0.00125		0.0035x0.0035x0.0035	
Air Entrainment	NO		SI		SI	
Drift Flux	NO		NO		SI	

El rendimiento de cálculo baja a medida que aumenta el número de bloques empleados en un modelo, además de generarse un cierto error asociado a la interpolación entre bloques, la mejor solución es intentar reducir al máximo el número de bloques de malla.

## 4.5 Propiedades del fluido

Dada la índole del estudio en el cual se quiere modelar el emulsiónamiento de aire al flujo de agua, el único fluido que se define es el agua. En este caso hemos empleado el material disponible en la propia aplicación FLOW-3D<sup>®</sup> bajo la denominación de *Water at 293 K*.

El fluido *Water at 293 K* está definido para una temperatura de 20<sup>o</sup>, fue adoptada esta temperatura en la modelación numérica por tratarse de un valor próximo a la temperatura en que se fue desarrollada la modelación física. Como se observa, en la investigación se ha modelado el agua residual como si se tratase de agua limpia, sin realizar ninguna modificación en sus características o composición química.

Tabla 16. Características principales Water at 273 K

Nombre del material	Water al 273 K
Temperatura	20 °C
Densidad	1000 Kg.m-3
Coef. de Expansión Termal	0.00018
Viscosidad	0.001 Pa.s

La adopción de esta simplificación en las características del agua residual no presenta especial relevancia para el estudio, debido a centrarse el estudio en el emulsiónamiento de aire originada por la reaireación debida a la instalación de caídas en la red de drenaje, y no en la evaluación del consumo por los diferentes procesos químicos y biológicos.

## 4.6 Establecimiento de las condiciones de contorno

La definición de las condiciones de contorno a lo largo de este proyecto fue referida únicamente a los límites del eje longitudinal de la malla adoptada en el análisis de sensibilidad, que se corresponden con las coordenadas mínima y máxima del eje de abscisas del modelo. Es suficiente con introducir estas condiciones por tratarse de un flujo confinado en la red de drenaje, adoptándose en las restantes condiciones de simetría, especificadas por defecto en la aplicación FLOW-3D<sup>®</sup>.

Las condiciones de contorno empleadas serán de tipo presión tanto para la coordenada mínima como la coordenada máxima del eje de abscisas para los diferentes modelos de estudio. La elección de este tipo de condición de contorno se debe a la utilización de la variable correspondiente al caudal como variables de verificación en el proceso de análisis de sensibilidad de la malla, siendo la opción

más adecuada recurrir al empleo de una condición de presión. Las variables introducidas se corresponden con la cota de la superficie del agua, debido a tratarse de presiones no hidrostáticas fue implementado un término cinético (Burnham, 2011), y la presión hidrostática en la sección. A continuación (Tabla 17) se detallan las magnitudes empleadas en los respectivos modelos experimentales.

Tabla 17. Elevación de la altura de agua especificada en las condiciones de contorno adoptadas

TIPO DE ESTRUCTURA	hq(m)	Q (l/s)	Z <sub>ENT</sub> (m)	Z <sub>ENT</sub> (m)
CAÍDA VERTICAL	0.3	1.20	0.345	0.0570
		2.10	0.362	0.0731
		3.00	0.367	0.0871
		3.90	0.385	0.1350
CAÍDA VERTICAL GUIADA	0.3	1.20	0.445	0.0570
		2.10	0.462	0.0731
		3.00	0.476	0.0898
		3.90	0.485	0.1044
CAÍDA EN ESCALONES	0.3	1.20	0.345	0.0509
		2.10	0.361	0.0688
		3.00	0.373	0.0863
		3.90	0.385	0.0966
CAÍDA EN ESCALONES	0.4	1.20	0.448	0.0625
		2.10	0.461	0.0655
		3.00	0.474	0.0804
		3.90	0.485	0.9080
CAÍDA EN ESCALONES	0.3	1.20	0.341	0.0556
		2.10	0.355	0.0754
		3.00	0.366	0.0911
		3.90	0.376	0.0978
CAÍDA EN ESCALONES	0.4	1.20	0.441	0.0556
		2.10	0.455	0.0736
		3.00	0.466	0.0885
		3.90	0.476	0.1022

Siendo  $Z_{ENT}$  y  $Z_{SAL}$  la cota correspondiente a la lámina de agua en la sección de entrada y salida de la estructura, respectivamente. El empleo de una condición de contorno de presión en la sección final de la conducta de salida nos permite ajustar mejor el comportamiento del modelo a las condiciones experimentales existentes, pues se adecua a los datos disponibles de los estudios en modelación física empleados.

#### 4.7 Modelo de turbulencia. Proceso de calibración del parámetro TLEN

En el presente estudio se emplea el modelo de turbulencia RNG por ser una opción mejorada del modelo de turbulencia *Standard k- $\epsilon$*  (*Standard k- $\epsilon$  turbulence model*), ambos pertenecientes a los modelos de turbulencia RANS disponibles en la aplicación FLOW-3D<sup>®</sup>, representando la mejor opción para flujos en lámina libre. El modelo de turbulencia RNG está expresamente indicado para la obtención de un modelo de elevada precisión en caso de flujos turbulentos de baja intensidad, representando la mejor opción para la obtención de una solución de compromiso entre la capacidad del FLOW-3D<sup>®</sup>, el equipo empleado y el tiempo asumible para el cálculo de cada simulación.

En el presente estudio ha sido necesario recurrir a un proceso de calibración del parámetro TLEN para la obtención de una mayor precisión a la hora de analizar el emulsionamiento de aire objeto del estudio. El parámetro TLEN representa la longitud máxima de mezcla turbulenta y establece el límite para la disipación turbulenta del modelo y por tanto, evita que la viscosidad turbulenta sea excesiva y resultados poco realistas. En los procesos de calibración es habitual emplear un intervalo de valores entre 7 y 18 %  $D_h$  para la optimización de TLEN, siendo  $D_h$  la magnitud del diámetro hidráulico, véase Harlow y Nakayama (1967).

El criterio seguido a la hora de elegir el valor más adecuado se establece en función de la viscosidad dinámica calculada por el programa, siendo necesaria la elección de un correcto valor de TLEN para evitar la obtención de valores irreales. La viscosidad dinámica computacional obtenida por el FLOW-3D<sup>®</sup> engloba la viscosidad molecular y viscosidad turbulenta del flujo de estudio. El valor de la viscosidad multiplicada por un factor de  $10^4$  debe ser inferior a la propia viscosidad del fluido, la obtención de valores superiores nos indica la necesidad de disminuir nuestro valor de TLEN.

En primer lugar se comenzó el proceso de simulación empleando la opción automática del cálculo del parámetro TLEN, obteniéndose valores de un orden muy elevado para la viscosidad dinámica. Un segundo paso en la calibración fue experimentar con un valor del 7%  $D_h$ , el comportamiento de las simulación empleada obtenía valores de viscosidad dinámica apropiados. Con objeto de verificar la elección del valor de TLEN se propuso testar el valor correspondiente al 12% del  $D_h$ . Desde un principio de la simulación se pudo observar que se obtenían valores excesivamente elevados con respecto a la viscosidad dinámica.

En último lugar, para verificar la correcta idoneidad del valor de TLEN correspondiente al 7%  $D_h$  se procedió a experimentar con el valor correspondiente al 5% del  $D_h$ . La simulación apenas presentaba mejoras en términos de la viscosidad dinámica, por lo cual se adoptó definitivamente el valor correspondiente a 7% del  $D_h$  para el cálculo de TLEN.

Los valores de TLEN empleados en las diferentes simulaciones de cada modelo se detallan en la continuación. El diámetro hidráulico ( $D_h$ ) ha sido calculado con respecto a la altura de agua en la sección inicial de la conducta de entrada.

Tabla 18. Valores calculados para el parámetro de longitud de mezcla turbulenta (TLEN)

TIPO DE ESTRUCTURA	$h_q$ (m)	Q (l/s)	$D_h$ (m)	TLEN
CAÍDA VERTICAL	0.3	1.20	0.096	0.006709
		2.10	0.125	0.008668
		3.00	0.142	0.009924
		3.90	0.155	0.154746
	0.4	1.20	0.096	0.006709
		2.10	0.124	0.008668
		3.00	0.142	0.009924
		3.90	0.155	0.010832
CAÍDA VERTICAL GUIADA	0.3	1.20	0.096	0.006709
		2.10	0.122	0.008546
		3.00	0.140	0.009816
		3.90	0.155	0.010832
	0.4	1.20	0.096	0.006709
		2.10	0.122	0.008546
		3.00	0.140	0.009816
		3.90	0.155	0.010832
CAÍDA EN ESCALONES	0.3	1.20	0.073	0.005144
		2.10	0.096	0.006723
		3.00	0.112	0.007814
		3.90	0.123	0.008497
	0.4	1.20	0.073	0.005144
		2.10	0.096	0.006723
		3.00	0.112	0.007814
		3.90	0.119	0.008336

#### 4.8 Modelo de emulsiónamiento de aire

En flujos en lámina libre, la turbulencia existente en el líquido puede ser suficiente para provocar la aparición de un punto de entrada de aire al flujo. Este proceso presenta una elevada importancia, por ejemplo, en tratamientos de agua donde se realiza la depuración de los microorganismos suspensos, y en los ríos con el objetivo de mantener la población de peces.

A la hora de activar el modelo *Air Entrainment* es necesario especificar los parámetros correspondientes al coeficiente de tensión superficial y al coeficiente de arrastre propio del modelo

(*Entrainment Coefficient*). En la mayoría de los casos para el coeficiente de arrastre se adopta el valor empleado en Hirt (2003). La introducción del coeficiente de tensión superficial incorpora el efecto de la tensión superficial en el equilibrio de las fuerzas empleado en el cálculo del emulsionamiento de aire incorporado.

El valor del coeficiente de arrastre se asume igual a 0.5 asumiendo que la incorporación del aire se produce a través de la mitad del área superficial de los remolidos, responsables de la introducción del aire en el flujo de agua, véase el apartado 3.6. En caso de tener mediciones experimentales de las burbujas incorporadas al flujo de agua, el modelo de tratamiento de aire podría ser mejorado a partir de la calibración del coeficiente. En la presente investigación, no ha sido posible realizar el proceso de calibración por falta de mediciones directas referidas a las características dimensionales de las burbujas de aire, estando disponibles únicamente mediciones del oxígeno disuelto en la masa de agua para cada una de las estructuras objeto del presente estudio.

Con respecto al modelo de emulsionamiento de aire fue necesario activar también la opción existente denominada *Bulking*. Esta opción permite considerar las variaciones de volumen existente en las burbujas de aire incorporadas al flujo de agua. De esta forma se conseguirá una evaluación más precisa de la incorporación de aire en las diferentes zonas de cada estructura.

Es necesario destacar para la activación de la opción *Bulking* en el modelo de emulsionamiento de aire es necesario modificar el tipo de modelo de densidad empleado. Fue adoptada la opción correspondiente a la aproximación de primer orden (*First order Approximations to density Transport Equations*) en el modelo *Density Evaluation*, indicada por defecto por la aplicación FLOW-3D®.

#### **4.9 Modelo *Drift Flux***

El modelo *Drift-Flux* será utilizado únicamente en el cálculo de las simulaciones correspondientes a la caída en escalones, por tratarse de la estructura con un comportamiento del flujo de mayor complejidad al tratarse de un flujo de escalón en escalón, dificultando el análisis del emulsionamiento correspondiente.

Como se ha indicado en el apartado 3.8 el presente caso de estudio se corresponde con la opción de modelado mediante el modelo *Drift-Flux* correspondiente a un gas compresible con un componente incompresible. En este caso, la densidad del gas compresible se obtiene de la ecuación de estado siendo la densidad del material incompresible  $\rho_1$ , la cual se asume siempre muy superior a la densidad del gas. El modelo *Drift-Flux* permite a la fase más ligera dispersarse en la fase con mayor densidad, siguiendo un movimiento en la dirección del gradiente de presión.

A continuación se detallan los parámetros introducidos en el modelo físico correspondiente al *Drift-Flux*. Como se puede observar, en la viscosidad de la fase correspondiente a la mezcla de aire-agua se adopta la viscosidad del agua como es indicado en el modelado *Drift-Flux*.

Tabla 19. Parámetros correspondientes al modelo de Drift-Flux en la estructura de caída en escalones

DRIFT-FLUX MODEL OPTIONS	
Drag Coefficient	0.95
Average particle radius	0.001 m
Richardson-Zaki Coefficient multiplier	1.00
Viscosity of two-phase mixture	0.001 kg.s <sup>-1</sup> .m <sup>-1</sup>
Viscosity of phase #1	0.001 kg.s <sup>-1</sup> .m <sup>-1</sup>
Viscosity phase #2	1.0 E-05 kg.s <sup>-1</sup> .m <sup>-1</sup>
Density of phase #1	1000.00 kg.m <sup>-3</sup>
Density of phase#2	1.00 kg.m <sup>-3</sup>
Minimum volume fraction of phase 2	0.00
Maximum volume fraction of phase 2	1.00
Volume fraction of phase #2 at inversion point (Phase #2 turns from dispersed to continuous above inversion point)	0.50
Allow gas to escape at free surface	SI

Al activar la salida del gas a través de la superficie, solución que se ha empleado en el presente estudio, estamos permitiendo que la masa de las burbujas no se acumule en la superficie del aire para el caso de pequeñas burbujas de aire.

## 4.10 Aproximaciones numéricas

Las opciones numéricas adoptadas se mantendrán a lo largo de todo el estudio, sin realizar ningún tipo de modificación en función de la estructura objeto del modelo. A continuación se detalla de forma simplificada los métodos empleados en referencia al *Pressure solver* y al *Viscous Solver*.

### 4.10.1 Opciones adoptadas en el *Pressure solver*

La opción elegida con respecto a las diferentes opciones disponibles fue la utilización del algoritmo GMRES (*Generalized Minimal Residual Solver*). Este nuevo *solver* se caracteriza por su elevada precisión y eficiencia en un amplio rango de problemas de estudio. Posee unas propiedades de convergencia, simetría y rapidez óptimas, por lo cual es recomendable su uso en el presente estudio.

En el algoritmo GMRES es necesario un menor número de iteraciones con respecto a los algoritmos SOR y ADI, sin embargo también requiere la disponibilidad de memoria de almacenamiento muy superior. En ciertos casos puede no obtenerse la convergencia del método. El algoritmo presenta una mayor eficiencia con respecto al resto de los métodos de resolución, sobre todo en problemas con una distribución de presiones íntimamente ligadas actuando a lo largo de una extensa región del dominio (Brethour, 2009).

#### 4.10.2 Opciones adoptadas en el *Viscous stress solver*

A la hora de emplear el *solver* de la tensión viscosa es necesario distinguir en la existencia de opciones de resolución explícita e implícita. El programa adopta por defecto el algoritmo de resolución explícita. Este método se basa en la utilización de un simple pero eficiente algoritmo, normalmente es necesario imponer un determinado valor máximo del *time step*, en este caso fue empleado un intervalo de tiempo de cálculo de 0.05 s, con el objetivo de garantizar la estabilidad del método.

A lo largo de las diferentes simulaciones se ha empleado el algoritmo explícito para la obtención de la solución en los diferentes modelos de las estructuras. En el presente estudio no existía la posibilidad de emplear otro tipo de *solver* debido a la incompatibilidad de los algoritmos implícitos con la utilización del modelo de turbulencia RNG, previamente elegido por su buen comportamiento en flujos en lámina libre.

En caso de no existir la obligación de emplear, como es el caso, un modelo de turbulencia RNG el procedimiento habitual a seguir sería testar ambas opciones para el análisis del comportamiento del modelo de estudio en búsqueda de la solución más adecuada.

## 5 | Presentación y discusión de los resultados

### 5.1 Consideraciones iniciales

En el presente estudio se presenta el análisis del comportamiento de los modelos realizados mediante FLOW-3D® para las estructuras de caída vertical, caída vertical guiada y caída con solera en escalones. El objetivo del estudio es analizar en profundidad el comportamiento hidráulico y de forma preliminar el fenómeno de emulsionamiento de aire para las diferentes caídas en el rango de valores experimentales establecido, en función de la magnitud de descarga y la altura de caída de la estructura.

En primer lugar es necesario validar los modelos numéricos para verificar su correcta correspondencia con la experimentación en modelo físico a través la comparativa de los resultados obtenidos y experimentales disponibles en función del tipo de caída. Las variables empleadas en el proceso de verificación serán la altura piezométrica y la altura de agua para las conductas de entrada y de salida en cada caída, implementando el estudio a la zona de la solera en escalones para la última caída de estudio. Se debe destacar la dificultad que conlleva la comparación entre los resultados numéricos obtenidos y los resultados experimentales provenientes de la modelación física debido a la diferencia significativa en el volumen de datos que proporciona un modelo numérico.

El análisis de las alturas piezométricas en los estudios en modelación física de Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006) se centró en la evaluación del comportamiento del flujo en la conducta de salida. La disponibilidad de un elevado número de registros obtenidos a partir de la ubicación de piezómetros en la conducta de salida nos proporcionó la realización de un buen análisis comparativo entre resultados. Los registros piezométricos fueron realizados en un número determinado de secciones lo largo del eje longitudinal de la conducta, siendo en parte la causa del aumento de las diferencias obtenidas en la zona de impacto de la lámina vertiente contra el colchón de agua existente, especialmente en las máximas alturas piezométricas.

Con respecto a la conducta de entrada en los distintos tipos de caída analizados se ha recurrido a las mediciones piezométricas obtenidas por Sousa y Lopes (2002) por tratarse del único estudio con registros en la conducta de entrada de este tipo. El desarrollo de la ley de presiones, y por extensión el calado, en la conducta de entrada no está influenciada por el tipo de caída situado aguas abajo debido a tratarse de un vertido en lámina libre.

En referencia al análisis de la altura de agua, los resultados experimentales empleados se diferencian en función del tipo de caída, existiendo mediciones realizadas mediante hidrómetro de punta derecha a lo largo del eje longitudinal de la conducta, y en el caso de la caída vertical y caída en escalones a mayores se dispone de mediciones obtenidas a partir de la medición de la mitad del perímetro mojado de la conducta a través de cintas métricas.

En el caso de la conducta de entrada por los mismos motivos expuestos para la altura piezométrica, se ha recurrido al análisis comparativo con los únicos registros disponibles de altura de agua realizados por Soares (2003) para las tres estructuras.

De esta forma, se ha procedido a dividir la validación de los resultados hidráulicos en función de conducta de entrada y la conducta de salida, especificando los resultados y conclusiones obtenidas en función del tipo de estructura, la magnitud de descarga y la altura de caída.

Además se ha realizado la caracterización del resalto hidráulico en función del tipo de caída para la totalidad del rango de modelación. El análisis consistió en la obtención de la altura de agua para las secciones ubicadas inmediatamente aguas arriba y aguas debajo de la formación del resalto.

## **5.2 Validación de los resultados hidráulicos en la conducta de entrada**

### **5.2.1 Línea piezométrica**

La altura piezométrica en la conducta de entrada ha sido comparada con las mediciones experimentales realizadas por Sousa y Lopes (2002) por ser el único estudio con registros piezométricos para este tramo de estudio.

Con respecto a la caída vertical, la altura piezométrica calculada mediante la aplicación FLOW-3D® presenta un gran ajuste en comparación con los registros experimentales, como se puede observar en el ANEXO I para los diferentes caudales de estudio y alturas de caída testadas. Es necesario recalcar la mayor facilidad a la hora de calibrar la conducta de entrada para la obtención de una adecuada correspondencia entre los resultados numéricos y experimentales debido a la inexistencia de reaireación motivada por la presencia de turbulencia.

En la modelación de la caída vertical en referencia a la altura piezométrica el error obtenido, en comparación con los resultados experimentales existentes, es menor del 1% para todo el rango de modelación.

De forma análoga a la estructura de caída vertical, el ajuste de la línea piezométrica en la conducta de entrada para la caída vertical guiada presenta, de forma general, un buen ajuste al comparar con las mediciones piezométricas registradas en el desarrollo de la campaña experimental llevada a cabo por Sousa y Lopes (2002).

El modelo realizado para la caída en escalones presenta un ajuste comparable con la caída vertical, obteniéndose un error máximo del 2 % para las diferentes simulaciones calculadas. Es necesario destacar que, en la mayor parte de las secciones en las que se ha calculado, el error estaba situado por debajo del 1%, de igual forma que en la modelación de la caída vertical.

A continuación en la siguiente Tabla 20 se recoge el error entre los resultados numéricos y experimentales en la altura piezométrica para la caída con solera en escalones ( $h_q=0.3\text{m}$ ,  $Q=1.2\text{ l.s}^{-1}$ ). Se detalla el error ( $\delta$  (%)) en este caso de estudio por ser la simulación correspondiente a la caída con solera en escalones donde se ha registrado el máximo error en la conducta de entrada.

Tabla 20. Error ( $\delta$  (%)) entre los resultados para la altura piezométrica numéricos y experimentales para la caída en escalones en la conducta de entrada ( $h_q=0.3$  m.  $Q=1.2$  l.s-1)

X (m)	ALTURA PIEZOMÉTRICA (m)		$\delta$ (%)
	FLOW-3D®	Sousa y Lopes (2002)	
-1.20	0.337	0.338	0.355
-1.10	0.336	0.338	0.503
-1.00	0.336	0.337	0.382
-0.90	0.335	0.337	0.543
-0.80	0.335	0.336	0.400
-0.70	0.334	0.336	0.561
-0.60	0.334	0.335	0.409
-0.50	0.335	0.335	0.063
-0.45	0.335	0.334	0.169
-0.40	0.334	0.334	0.030
-0.35	0.333	0.334	0.199
-0.30	0.333	0.333	0.051
-0.25	0.333	0.333	0.116
-0.20	0.333	0.332	0.293
-0.15	0.332	0.331	0.173
-0.10	0.331	0.331	0.133
-0.05	0.327	0.328	0.310
0.00	0.312	0.318	1.991

El empleo de una malla fraccionada, como fue empleada para los distintos tipos de caída analizados en el presente estudio, da lugar a pequeñas irregularidades en la obtención de la línea piezométrica debidas al cambio de cota en la obtención de los datos. Estas variaciones son de escasa relevancia debido a la utilización de un tamaño de celda lo suficientemente pequeño como para minimizar su repercusión.

A modo de ejemplo se muestra el gráfico comparativo para los caudales modelados de la línea piezométrica correspondiente a la conducta de entrada de la caída vertical, para una altura de 0.4 m.

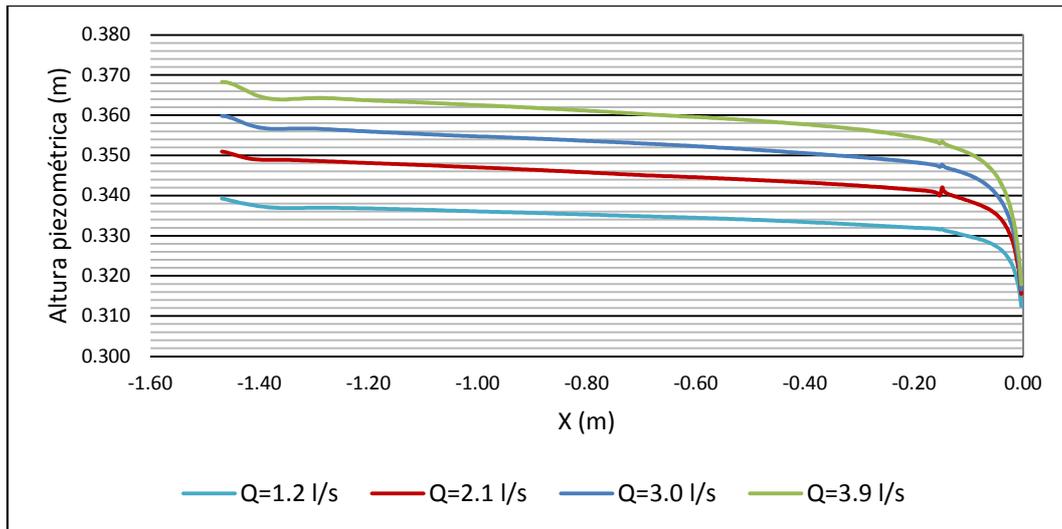


Gráfico 1. Línea piezométrica obtenida mediante FLOW-3D® en la conducta de entrada de la caída vertical para los caudales de ensayo ( $h_0=0.3\text{m}$ )

Como se observa en el Gráfico 1, la línea piezométrica presenta una pequeña irregularidad en la coordenada de abscisas correspondiente a  $-0.15\text{ m}$ . La magnitud de la irregularidad varía en función del caudal testado para el modelo.

### 5.2.2 Altura de agua

El perfil de la altura de agua modelado mediante la aplicación FLOW-3D® fue comparado con la altura de agua obtenida mediante modelación física para la caída vertical por Soares (2003). Los únicos registros de altura de agua existentes se corresponden con el estudio desarrollado por Soares (2003), por lo cual, el comportamiento en la conducta de entrada en las tres estructuras será comparado con las mediciones de calado en dicho estudio.

En referencia a la caída vertical, la conducta de entrada para ambas alturas modeladas presenta un perfil de las alturas de agua caracterizado por una excelente concordancia con las mediciones experimentales, como se refleja en Gráfico 2 para la altura correspondiente a  $0.3\text{ m}$ . Al tratarse de la conducta de entrada el ajuste del modelo obtiene resultados muy buenos, por tratarse de un flujo de menor complejidad por la falta de elevada turbulencia producto del impacto de la lámina vertiente contra el colchón de agua.

Los gráficos correspondientes a la altura de agua obtenida para el resto de las simulaciones calculadas para la caída vertical están recogidos en el ANEXO II.

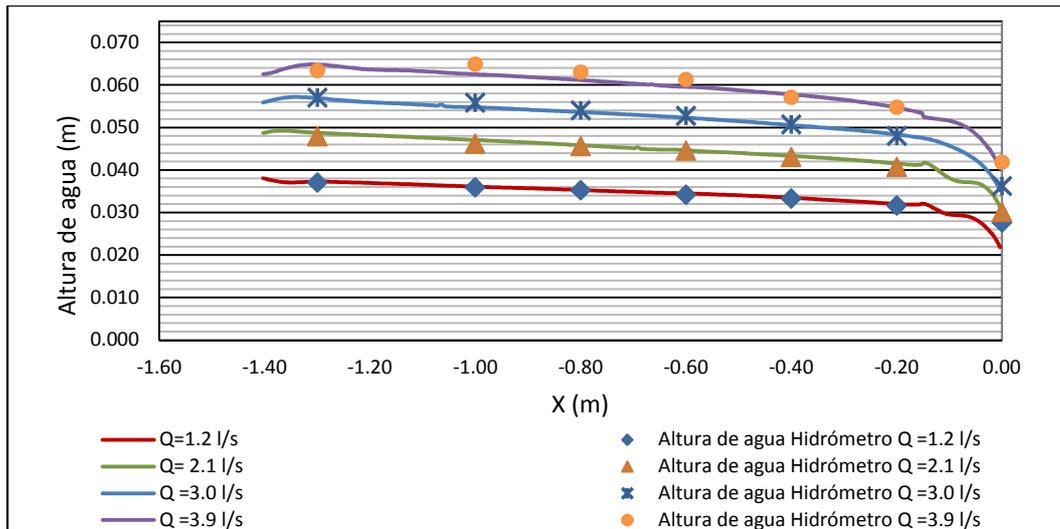


Gráfico 2. Altura de agua en la caída vertical para la conducta de entrada para los caudales de ensayo ( $h_q=0.3$ )

Se presenta a continuación el error obtenido para la caída vertical entre la altura de agua calculada numéricamente y los registros experimentales procedentes de la modelación física obtenidos por Soares (2003). Por la imposibilidad de mostrar el error para todo el campo de modelación empleado en cada tipo de caída modelado, se muestra a continuación el caso concreto para una altura de caída de 0.3 m y una magnitud de descarga de  $2.1 \text{ l.s}^{-1}$ .

Tabla 21. Error ( $\delta$  (%)) entre los resultados para la altura de agua numéricos y experimentales para la caída vertical en la conducta de entrada ( $Q=2.1 \text{ l.s}^{-1}$ ,  $h_q=0.3 \text{ m}$ )

X (m)	h (m)		$\delta$ (%)
	SOARES (2003)	FLOW-3D	
-1.30	0.048	0.049	1.65
-1.00	0.046	0.047	1.75
-0.80	0.046	0.046	0.36
-0.60	0.045	0.045	0.07
-0.40	0.043	0.043	0.55
-0.20	0.041	0.042	2.34
0.00	0.030	0.031	1.66

Las mayores diferencias para la altura de aguas se registraron generalmente en la sección final de la conducta de entrada donde los calados se reducen drásticamente por la presencia de la caída. En referencia al modelo numérico utilizado, no existe un motivo que justifique el aumento del error en determinada sección, perteneciente al bloque de malla de menor tamaño de celda.

Para el modelo de caída vertical guiada, la altura de agua obtenida en las diferentes simulaciones presenta un buen ajuste, siendo ligeramente inferior para el caso correspondiente a la mayor magnitud de descarga simulada ( $Q=3.9 \text{ l.s}^{-1}$ ). Es necesario destacar que las mediciones experimentales muestran un ligero incremento en la altura de agua en la zona central de la conducta

de entrada, en contraposición con el resto de los registros de altura de agua para las otras magnitudes de descarga.

En el siguiente gráfico se muestra la relación existente entre el calado de agua normalizado por la altura crítica ( $h_c$ ) y la coordenada cartesiana normalizada por la longitud total de la conducta de entrada ( $L_1$ ) para una determinada simulación.

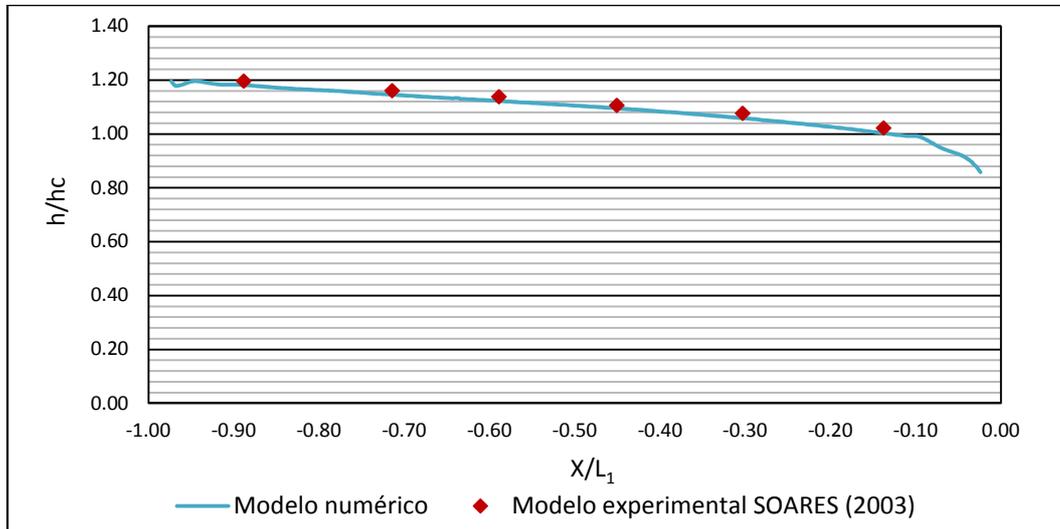


Gráfico 3. Línea piezométrica normalizada en la caída vertical guiada para la conducta de salida ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)

El resto del campo de experimentación para la caída vertical guiada presenta una correspondencia similar al ejemplo mostrado con anterioridad en el Gráfico 3.

De igual forma a las estructuras modeladas con anterioridad, la caída con solera en escalones presenta una elevada correspondencia entre la altura de agua obtenida numéricamente mediante FLOW-3D® y los registros experimentales obtenidos por Soares (2003), véase ANEXO II.

Por último, el tramo correspondiente a la solera en escalones presentó un grado de dificultad elevado, el cual motivó la modificación de la distribución y el tamaño de celda adoptados, como se ha reflejado anteriormente en el apartado 4.4.3. Aun habiendo refinado la malla empleada, el grado de ajuste obtenido en esta zona ha sido de menor magnitud en comparación con el resto del modelo, especialmente en referencia al colchón de agua existente en cada escalón. Por otro lado, el ajuste de la lámina vertiente a lo largo del tramo en escalones presenta un mejor ajuste, manteniéndose dentro del rango de valores experimentales obtenidos por Afonso (2004) para las cotas máximas y mínimas de la superficie superior e inferior de la lámina vertiente. En el ANEXO III se detallan los resultados para el colchón de agua y la cota superior e inferior obtenidos mediante la aplicación FLOW-3D® para cada escalón. Dichas variables han sido analizadas en las secciones correspondientes al inicio, medio y final de cada escalón. Además se muestran los valores experimentales obtenidos por Afonso (2004) mediante medición con cinta métrica correspondientes a las cotas máximas y mínimas para la lámina vertiente.

## 5.3 Validación de los resultados hidráulicos en la conducta de salida

### 5.3.1 Línea piezométrica

La incorporación del modelo *Air entrainment* en los modelos realizadas mediante FLOW-3D® ha permitido la obtención de un perfil de la altura piezométrica a lo largo del eje longitudinal de la conducta de salida caracterizado mayormente por su buen ajuste a los datos experimentales, como se recoge en el ANEXO I. En la zona de impacto de la lámina vertiente es donde las diferencias entre los resultados aumentan, en especial para los mayores caudales de estudio.

Las diferencias existentes en las alturas máximas piezométricas registradas entre resultados numéricos y experimentales se deberán en parte al menor número de mediciones piezométricas disponibles en el modelo físico en comparación con los resultados numéricos. Esta diferencia influye especialmente a la hora de comparar las máximas alturas piezométricas registradas.

Por otro lado el perfil de alturas piezométricas en este tipo de estructuras está amortiguado por la entrada y emulsiónamiento de las burbujas de aire en el seno del flujo debida al impacto de lámina vertiente. Por este motivo, el ajuste de la línea piezométrica es un proceso laborioso a la hora de implementar el modelo de emulsiónamiento de aire para su correspondencia con la reaireación ocurrida en la modelación física. Las diferencias existentes en el desarrollo de la línea piezométrica situada a posteriori de la zona de impacto están justificadas por la modelación de la entrada de aire.

En referencia a la caída vertical, la correspondencia entre la línea piezométrica obtenida en modelación física y en modelación numérica en general es adecuada. A modo de ejemplo, en el Gráfico 4, se representa la relación entre la altura piezométrica normalizada por la presión experimental en la sección de final de la conducta de salida ( $p/p_e$ ), y la coordenada cartesiana normalizada por la longitud total de la conducta de salida ( $L_2$ ).

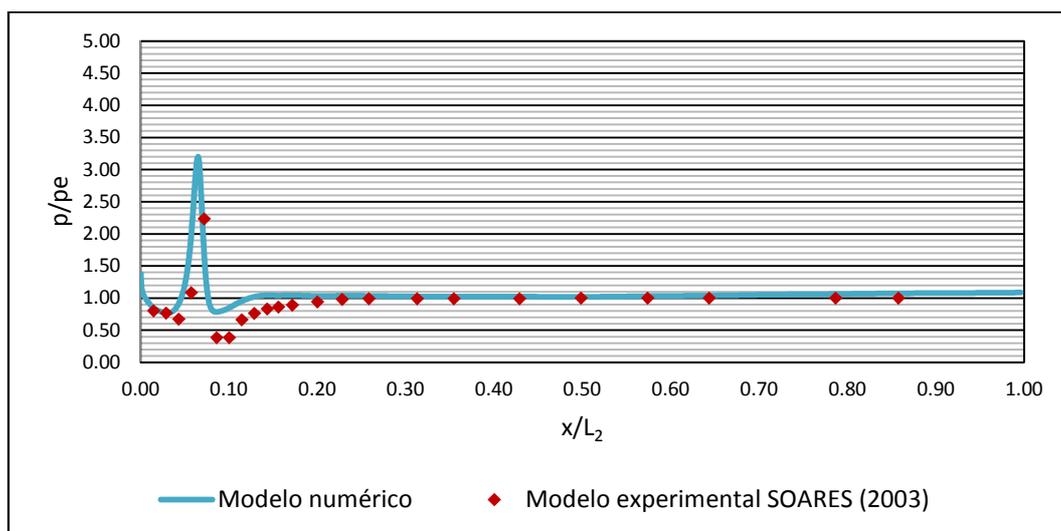
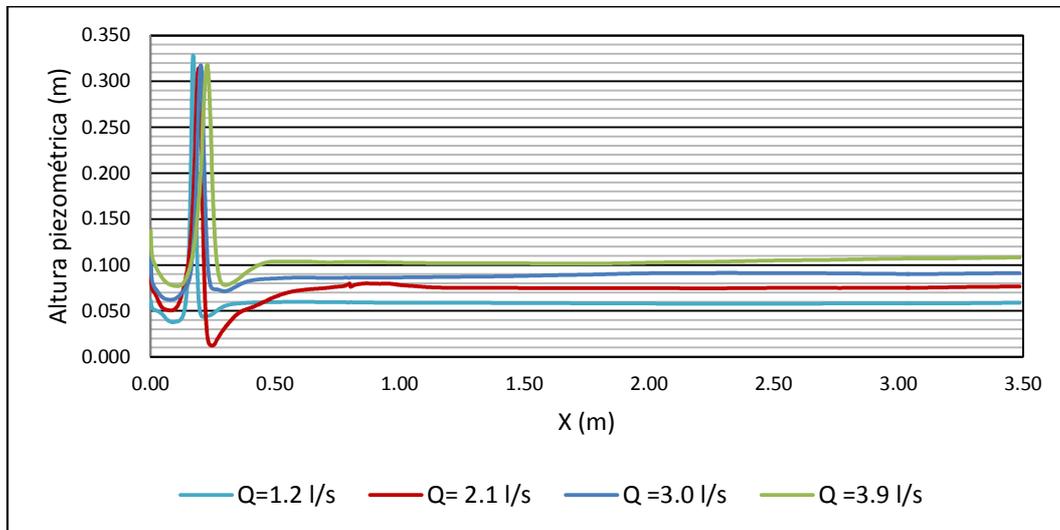


Gráfico 4. Línea piezométrica normalizada en la caída vertical guiada para la conducta de salida ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)

En la Gráfico 5 se muestran las alturas piezométricas registradas a lo largo de la conducta de salida para el modelo de caída vertical de altura de caída de 0.3 m y para los diferentes caudales de estudio.



**Gráfico 5. Línea piezométrica obtenida mediante FLOW-3D® en la caída vertical para la conducta de salida obtenida para los caudales de ensayo ( $h_q=0.3m$ )**

En el caso de la caída vertical guiada, la alturas piezométrica obtenidas mediante el programa FLOW-3D® presentó una buena correspondencia con los resultados obtenidos por Azevedo (2006) para la totalidad del rango de experimentación, en referencia al flujo a partir de la sección de impacto de la lámina vertiente. Como se puede observar en el ANEXO I, la distribución de piezómetros a lo largo de la conducta de salida en el modelo físico empleado no abarca la totalidad de la zona de impacto de la lámina vertiente contra el colchón de agua. A falta de mediciones en dicha zona, los errores obtenidos entre la línea piezométrica experimental y numérica se presentan aceptables aumentando, como era previsto, en la zona correspondiente al desarrollo del resalto hidráulico.

Esta estructura se caracteriza por una mayor complejidad a la hora de analizar los resultados debido a las variaciones en el desarrollo del flujo en función de la magnitud de descarga y la altura de caída. Para la altura de 0.3 m, exceptuando el caudal de  $3.9 \text{ l.s}^{-1}$ , la caída vertical guiada se comporta de similar forma que la caída vertical libre debido a que la lámina vertiente no impacta en la pared de caída, sólo para el caudal es  $3.0 \text{ l.s}^{-1}$  existe un cierta perturbación de la lámina vertiente al tocar con la esquina inferior de la pared. Para una descarga de  $3.9 \text{ l.s}^{-1}$ , el impacto de la lámina es continuo.

En el caso de la altura de 0.4 m, el impacto de la lámina vertiente tiene lugar para todos los caudales testados, exceptuando la descarga de  $1.2 \text{ l.s}^{-1}$ . Mediante la modelación a través del FLOW-3D® no ha sido posible reconstruir la separación del flujo al impactar contra la pared, es decir, el agua no es proyectada al chocar sino que el flujo se modela como una caída vertical, como se observa en la Figura. 4.

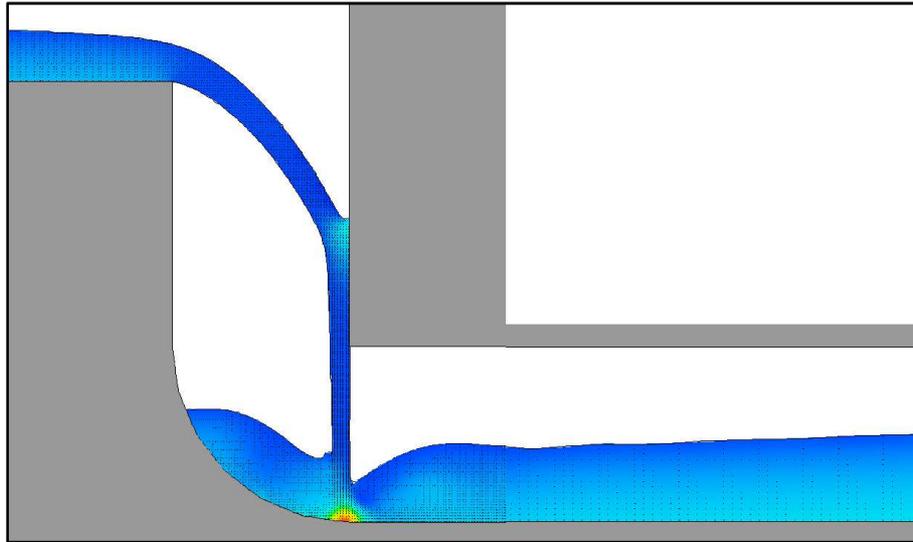


Figura 4. Detalle de la trayectoria en el impacto de la lámina vertiente ( $Q=3.0 \text{ l/s}$ ,  $h_q=0.4 \text{ m}$ )

A continuación en el Gráfico 6 se muestra un ejemplo del ajuste obtenido para la línea piezométrica en el caso de una magnitud de descarga de  $3.9 \text{ l.s}^{-1}$  y una altura de caída de  $0.3 \text{ m}$ .

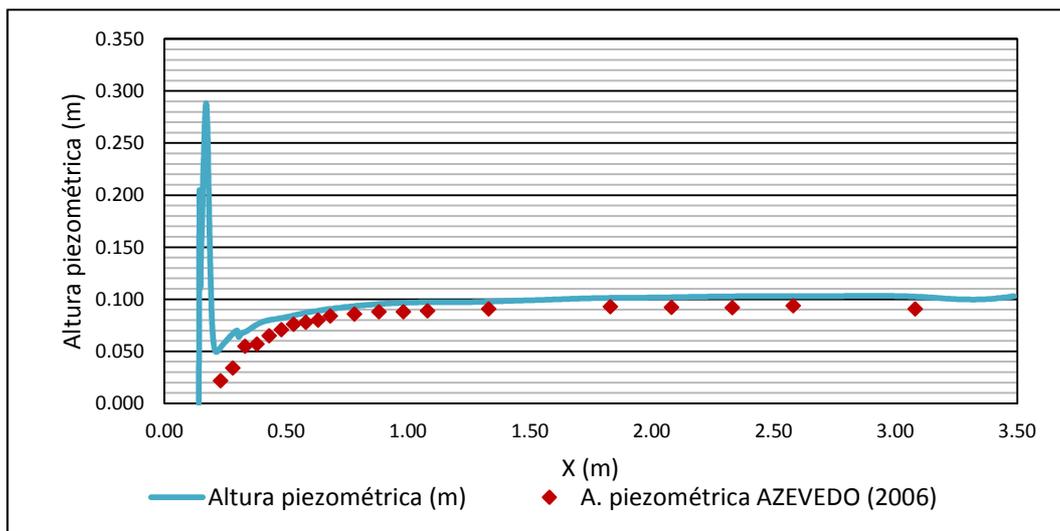


Gráfico 6. Línea piezométrica en la caída vertical guiada para la conducta de salida ( $Q=3,9 \text{ l/s}$ ,  $h_q=0.3 \text{ m}$ )

Para la caída con solera en escalones, la altura piezométrica únicamente será comparada y validada en la conducta de salida, en el tramo correspondiente a la estructura en escalones no existen datos experimentales, pues Afonso (2004) sólo realizó mediciones de altura de agua en dicha zona. La altura piezométrica obtenida a partir del modelo realizado en FLOW-3D® presenta una correspondencia razonable con los valores presentados por Afonso (2004) en modelación física.

En referencia a la conducta de salida del modelo, análogamente a las caídas analizadas con anterioridad, los mayores errores registrados fueron obtenidos para la zona correspondiente al impacto de la lámina vertiente. Aun habiéndose obtenido buenos resultados en la comparación de las alturas piezométricas experimentales y numéricas, se puede afirmar que la modelación mediante

FLOW-3D® presenta una mayor inestabilidad, en especial para la altura de 0.3 m como se refleja en el Gráfico 7.

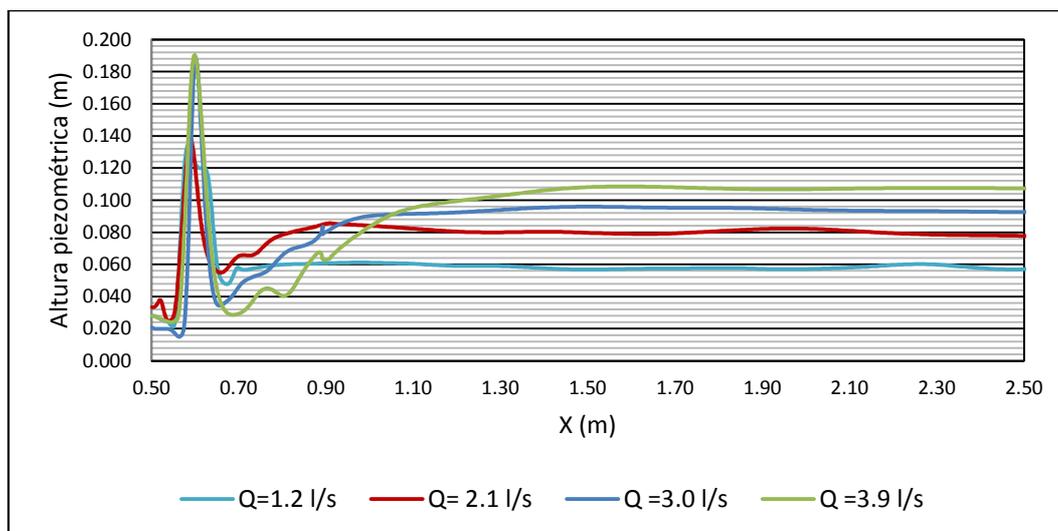


Gráfico 7. Línea piezométrica en la caída en escalones para la conducta de salida obtenida para los caudales de ensayo ( $h_q=0.3m$ )

La inestabilidad es superior en el modelo de la caída con solera en escalones para el caso de un altura de caída de 0.4 m, como se puede observar en el ANEXO I.

### 5.3.2 Altura de agua

En el caso de la caída vertical, para el análisis comparativo de la altura de agua en la conducta de salida de la caída vertical se han empleado las mediciones obtenidas a partir del hidrómetro y de cinta métricas obtenidas por Soares (2003) en su tesis de maestría. Los resultados numéricos de la altura de agua, como en el caso de la altura piezométrica, fueron obtenidos para la sección correspondiente al eje longitudinal de la solera de la conducta de salida.

Es necesario destacar que los resultados experimentales para la altura de agua no han sido realizados en el mismo punto (coordenada y) de la sección transversal de la conducta, mientras las lecturas realizadas mediante el hidrómetro de punta derecha fueron realizadas a lo largo del eje longitudinal. Las mediciones mediante cinta métrica fueron realizadas con respecto al extremo diametral de la sección, esta situación provoca pequeñas variaciones en el perfil de altura de agua de los resultados experimentales de Soares (2003).

Existe una excelente correspondencia entre la altura de agua obtenida para las alturas de caída de 0.3 y 0.4 m entre los modelos numéricos y las lecturas realizadas con el hidrómetro de punta derecha por Soares (2003). Dicha situación viene explicada por estar realmente referidas al mismo punto de medición dentro de la sección y por estar los registros experimentales ubicados fuera de la zona de impacto de la lámina vertiente.

La zona con mayor dificultad, en concordancia con la línea piezométrica, se corresponde con la zona de impacto de la lámina vertiente. Al impactar la lámina vertiente contra el flujo existente en la

conducta, la lámina se separa en dos partes. La parte inferior alimenta el colchón de agua entre la sección de impacto y la pared vertical de la caída, y es responsable del arrastramiento de aire al interior del flujo. La parte superior de la lámina vertiente se desliza sobre el vórtice creado hasta alcanzar la solera de la caída siguiendo una trayectoria desviada (Chamani, 1993, en Afonso, 2004), como se observa en la Figura 5. Esta fragmentación de la lámina vertiente aumenta la complejidad a la hora de modelar el comportamiento hidráulico mediante FLOW-3D®, obteniéndose mayores diferencias entre las alturas de agua experimentales y numéricas en la zona situada entre la pared de la caída y el impacto de la lámina.

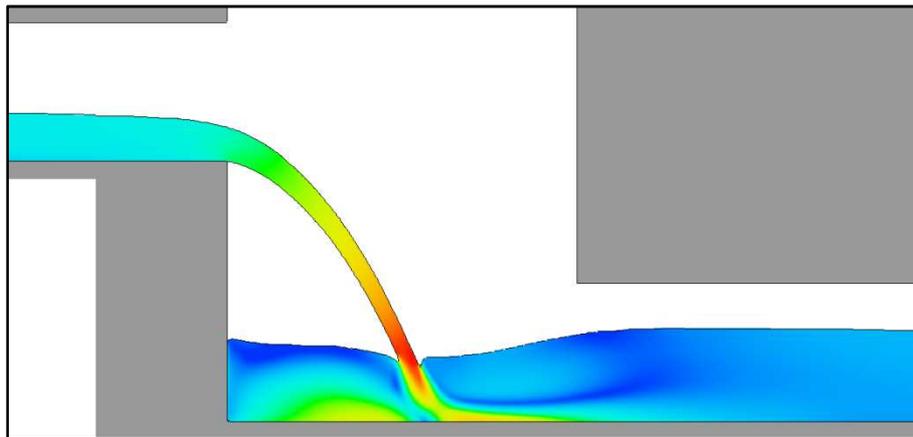


Figura 5. Detalle de la velocidad de contorno en la caída vertical en la zona de impacto de la lámina vertiente (Q=3.9 l/s, h<sub>0</sub>=0.3 m)

En la zona correspondiente al impacto e inicio del resalto se ha conseguido ajustar el comportamiento del modelo, pero sin llegar al grado de exactitud entre los resultados numéricos y las mediciones mediante cinta métrica como se obtuvo para el caso de las lecturas del hidrómetro. Como se puede observar en Gráfico 3, el perfil de altura de agua obtenido presenta una mayor diferencia en la zona ubicada aguas arriba de la sección de impacto, el mayor error se corresponde con la simulación realizada para una descarga de 3.9 l.s<sup>-1</sup> y una altura de caída de 0.3 m.

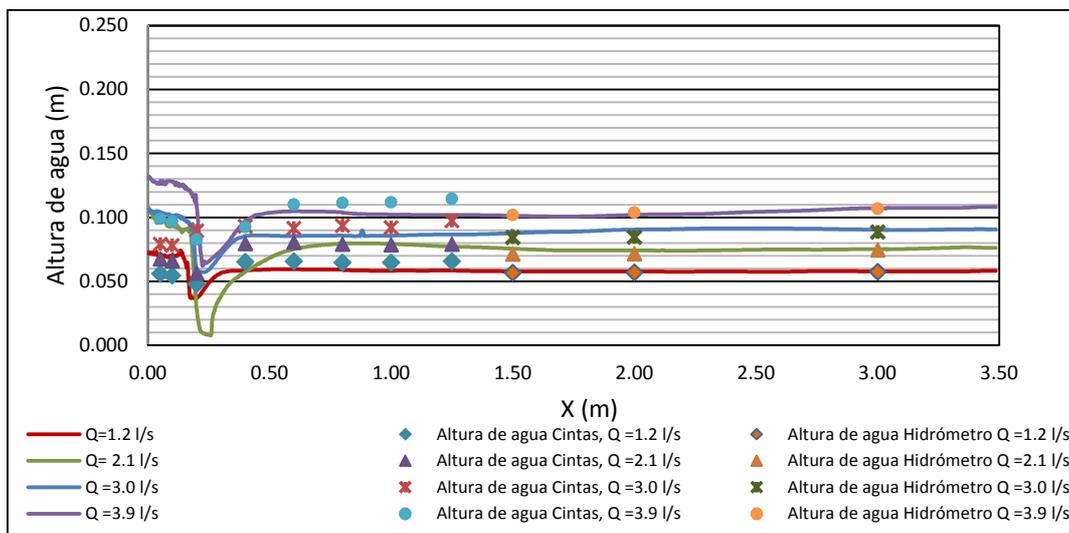


Gráfico 8. Altura de agua en la caída vertical para la conducta de salida para los caudales de ensayo (h<sub>0</sub>=0.3)

En el modelo de la caída vertical guiada para la comparativa del calado en la conducta de salida se han empleado las mediciones realizadas mediante hidrómetro de punta derecha obtenidas por Azevedo (2006) para las secciones situadas en las coordenadas cartesianas de 1.5, 2.0 y 3.0 m.

Como se puede observar en la Gráfico 9, el ajuste obtenido en la altura de agua en la conducta de salida es elevado para una altura de caída de 0.3 m, existiendo una menor correspondencia para la magnitud de descarga de  $3.9 \text{ l.s}^{-1}$ . La obtención de errores de mayor magnitud tiene su explicación en ser la única simulación correspondiente para esta altura que impacte directamente contra la pared de la caída, presentando una mayor complejidad a la hora de calibrar el modelo.

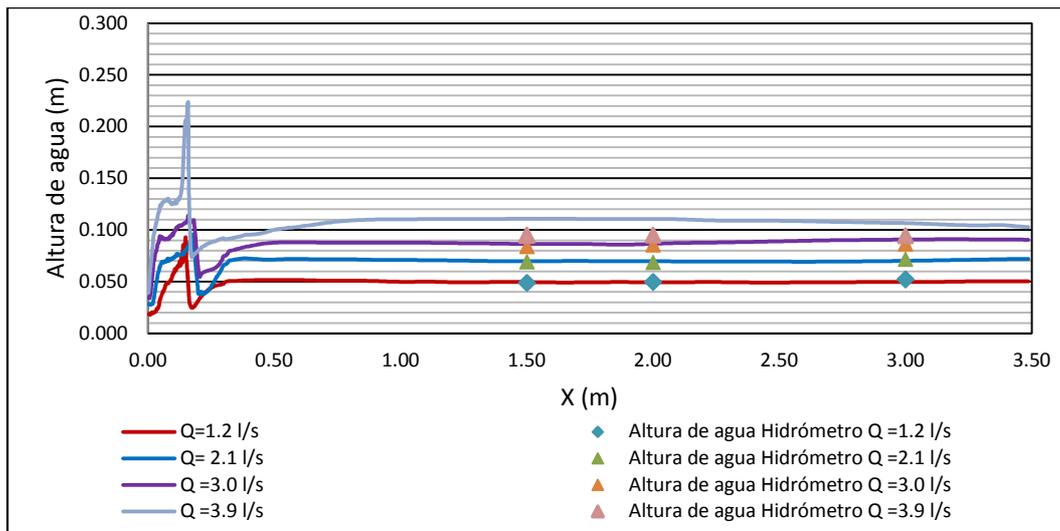
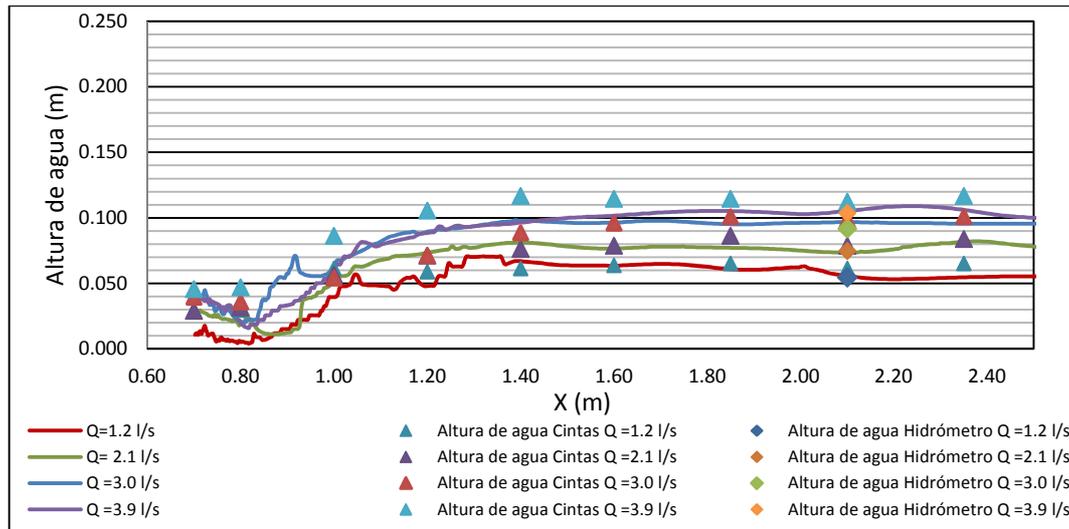


Gráfico 9. Altura de agua en la caída vertical guiada para la conducta de salida para los caudales de ensayo ( $h_q=0.3 \text{ m}$ )

Los resultados numéricos obtenidos para la altura de agua en el caso de la altura de 0.4 m presentan un comportamiento similar al caso de la altura de caída de 0.3 m.

Para la totalidad del rango de experimentación en la caída con solera en escalones, el flujo en los escalones se caracteriza por ser un flujo escalón a escalón (*nappe flow*). Es sabido que este tipo de comportamiento hidráulico presenta un grado de dificultad elevada a la hora de ser modelado mediante el programa FLOW-3D<sup>®</sup>. En el presente estudio, como se ha indicado anteriormente los resultados obtenidos serán comparados con los resultados experimentales presentados por Afonso (2004). La altura de agua obtenida mediante la aplicación FLOW-3D<sup>®</sup> en comparación con los registros de calado experimentales puede definirse como satisfactoria, siempre teniendo en cuenta la menor estabilidad de la estructura, véase Gráfico 10.



**Gráfico 10. Altura de agua en la caída en escalones para la conducta de salida para los caudales de ensayo en la caída en escalones ( $h_q=0.3$ )**

Para la altura de agua en la conducta de salida se obtuvieron errores similares a los obtenidos en la altura piezométrica, con diferencias menores en la zona de impacto de la lámina vertiente. La obtención un ajuste mayor entre los resultados numéricos y experimentales de Afonso (2004) para la altura de agua, en comparación con la altura piezométrica, era un comportamiento previsible, debido a la gran influencia que ejerce el emulsionamiento de aire en el desarrollo de la altura piezométrica y el comportamiento del este modelo en la estructura

## 5.4 Caracterización del resalto hidráulico

A lo largo del presente estudio se ha decidido analizar la formación y desarrollo del resalto hidráulico para las estructuras de caída vertical, caída vertical guiada y caída con solera en escalones. Para ello se ha procedido a la obtención de la altura de agua en la sección inmediatamente aguas arriba ( $h_1$ ) y aguas abajo ( $h_2$ ) del resalto para la determinación de la longitud del resalto.

El resalto hidráulico es por definición un fenómeno de flujo rápidamente variado a través del cual se pasa bruscamente de un régimen rápido a régimen lento. El resalto se caracteriza por una elevada turbulencia que conlleva asociada una importante pérdida de energía. La pérdida de energía en el resalto se obtiene mediante la siguiente expresión (Quintela, 1998).

$$\Delta H_r = E_1 - E_2 = h_1 - h_2 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} - \frac{Q^2}{2gA_2^2} \quad (5.1)$$

Siendo:

- $\Delta H_r$  - Pérdida de carga en el resalto hidráulico (m).
- $g$  - Aceleración de la gravedad ( $m \cdot s^{-2}$ ).
- $h_1$  - Altura de agua en la sección inmediatamente aguas arriba del resalto (m).

- $h_2$  - Altura de agua en la sección inmediatamente aguas abajo del resalto (m).
- $A_1$  - Área de la sección transversal del flujo aguas arriba del resalto ( $m^2$ ).
- $A_2$  - Área de la sección transversal del flujo aguas abajo del resalto ( $m^2$ ).
- $E_1$  - Energía específica del flujo en la sección inmediatamente aguas arriba del resalto (m).
- $E_2$  - Energía específica del flujo en la sección inmediatamente aguas arriba del resalto (m).
- $Q$  - Caudal ( $m^3 \cdot s^{-1}$ ).

Para el estudio del resalto hidráulico se aplica el teorema de cantidad de movimiento al volumen de líquido limitado entre las secciones 1 y 2, correspondientes a las secciones aguas abajo y aguas arriba.

En el caso de canales prismáticos y desde que se admita que la fuerza tangencial resistente de las paredes sea compensada por la componente del peso en la dirección del movimiento, y una distribución de presiones hidrostática ( $\alpha = \alpha' = 1$ ), la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento para un determinado caudal  $Q$ , se expresa de la siguiente forma.

$$\frac{\gamma Q^2}{g A_1} + \gamma A_1 h_{g1} = \frac{\gamma Q^2}{g A_2} + \gamma A_2 h_{g2} \quad (5.2)$$

Siendo:

- $g$  - Aceleración de la gravedad ( $m^2 \cdot s$ ).
- $\gamma$  - Peso específico ( $N \cdot m^{-3}$ ).
- $Q$  - Caudal ( $m^3 \cdot s^{-1}$ ).
- $A_1$  - Área de la sección transversal del flujo aguas arriba del resalto ( $m^2$ ).
- $A_2$  - Área de la sección transversal del flujo aguas abajo del resalto ( $m^2$ ).
- $h_{g1}$  - Profundidad del centro de gravedad en la sección inmediatamente aguas arriba del resalto (m).
- $h_{g2}$  - Profundidad del centro de gravedad en la sección inmediatamente aguas abajo del resalto (m).

En el caso de secciones circulares la expresión 5.2 no es resoluble de forma directa, siendo necesario recurrir al método iterativo de Newton para la obtención de la altura de agua en la sección inmediatamente aguas arriba ( $h_1$ ) del resalto a partir de la altura de agua en la sección inmediatamente aguas abajo ( $h_2$ ). El cálculo mediante el método iterativo de Newton se detalla en el ANEXO VI.

Para la obtención de la altura de agua en la sección terminal de resalto hidráulico se ha empleado el mismo criterio utilizado por Cardoso (2007). Se ha establecido la elección de la sección final del resalto hidráulica en correspondencia con la pendiente de la línea piezométrica a lo largo de la conducta de salida para cada una de las estructuras analizadas. El criterio empleado establece como sección final, correspondiente con la altura de agua  $h_2$ , aquella en la cual se obtiene por primera vez una pendiente de la línea piezométrica inferior al 5 %.

La obtención de la pendiente de la línea piezométrica se determinó de la siguiente forma:

$$d_n = \frac{\frac{p_{n+1} - p_n}{\gamma - \gamma}}{x_{n+1} - x_n} \quad (5.3)$$

Siendo:

- $P_n$  - Presión en la sección de cálculo (Pa).
- $P_{n+1}$  - Presión en la sección posterior (Pa).
- $X_n$  - Coordenada de abscisas de la sección de cálculo (m).
- $X_{n+1}$  - Coordenada de abscisas de la sección posterior (m).
- $\gamma$  - Peso específico ( $\text{N}\cdot\text{m}^{-3}$ ).

Una vez obtenida la altura de agua en la sección situada inmediatamente aguas abajo del resalto, se procede al cálculo de la altura de agua en la sección agua arriba. Debido a la naturaleza de las estructuras de estudio, para la obtención de la altura de agua en la sección situada inmediatamente aguas arriba del resalto ( $h_1$ ) se ha empleado el método de Newton en concordancia con Sousa y Lopes (2002). Este proceso iterativo de cálculo se explica detalladamente en el ANEXO VI.

En la Tabla 22 se muestran los valores obtenidos en el modelado de las diferentes estructuras para las alturas conjugadas del resalto hidráulico mediante los modelos realizado en FLOW-3D® y los resultados experimentales obtenidos por Soares (2003), Azevedo (2006) y Afonso (2004).

**Tabla 22. Valores obtenidos mediante FLOW-3D® de  $h_1$  y,  $h_2$  en la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones**

hq (m)	Q (l/s)	Caída vertical		Caída vertical guiada		Caída en escalones	
		$h_2$ (m)	$h_1$ (m)	$h_2$ (m)	$h_1$ (m)	$h_2$ (m)	$h_1$ (m)
0.3	1.20	0.0575	0.0136	0.0503	0.0163	0.0595	0.0129
	2.10	0.0742	0.0194	0.0725	0.0200	0.0794	0.0177
	3.00	0.0861	0.0246	0.0861	0.0246	0.0911	0.0228
	3.90	0.1031	0.0264	0.0818	0.0355	0.0957	0.0291
0.4	1.20	0.0562	0.0140	0.0528	0.0153	0.0581	0.0134
	2.10	0.0840	0.0163	0.0610	0.0251	0.0759	0.0188
	3.00	0.0968	0.0209	0.0743	0.0297	0.1059	0.0185
	3.90	0.1106	0.0240	0.0883	0.0323	0.0944	0.0296

A continuación se muestran de forma conjunta los resultados numéricos obtenidos en el presente estudio y los resultados experimentales desarrollados por Soares (2003), Azevedo (2006) y Afonso (2004) para los calados conjugados que definen al resalto hidráulico. Como se puede observar en la Tabla 23, en los estudios en modelación física desarrollados por Soares (2004) y Azevedo (2006) no fue obtenida la altura de agua correspondiente a la sección inmediatamente aguas arriba del resalto hidráulico.

Tabla 23. Valores experimentales y numéricos de  $h_1$  y  $h_2$  en la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones

$h_q$ (m)	Q (l/s)	Caída vertical		Caída vertical guiada				Caída en escalones			
		FLOW-3D®	SOARES (2003)	FLOW-3D®	AZEVEDO (2006)	FLOW-3D®	AFONSO (2004)	h <sub>1</sub> (m)	h <sub>2</sub> (m)	h <sub>1</sub> (m)	h <sub>2</sub> (m)
0.3	1.20	0.0575	0.0136	0.0570	0.0503	0.0163	0.0480	0.0595	0.0129	0.0535	0.0154
	2.10	0.0742	0.0194	0.0730	0.0725	0.0200	0.0650	0.0794	0.0177	0.0725	0.0211
	3.00	0.0861	0.0246	0.0870	0.0861	0.0246	0.0820	0.0911	0.0228	0.0875	0.0251
	3.90	0.1031	0.0264	0.1040	0.0818	0.0355	0.0910	0.0957	0.0291	0.0955	0.0286
0.4	1.20	0.0562	0.0140	0.0570	0.0528	0.0153	0.0610	0.0581	0.0134	0.0555	0.0147
	2.10	0.0840	0.0163	0.0740	0.0610	0.0251	0.0610	0.0759	0.0188	0.0705	0.0219
	3.00	0.0968	0.0209	0.0900	0.0743	0.0297	0.0750	0.1059	0.0185	0.0845	0.0262
	3.90	0.1106	0.0240	0.1050	0.0883	0.0323	0.0840	0.0944	0.0296	0.0975	0.0143

A modo de ejemplo se muestra la comparativa entre las alturas conjugadas obtenidas mediante el modelado numérico y físico en función del caudal para la altura de caída de 0.3 m. Se ha designado de forma abreviada CV, CVG y CEE, para la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones, respectivamente.

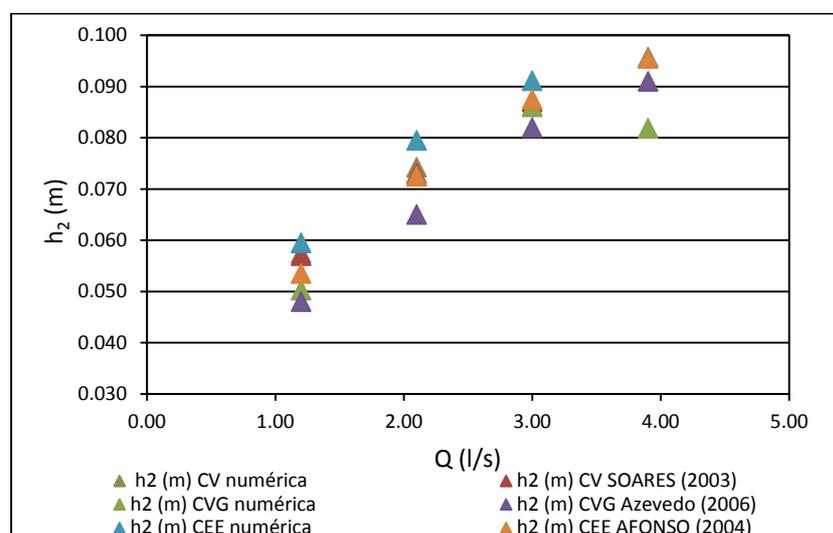
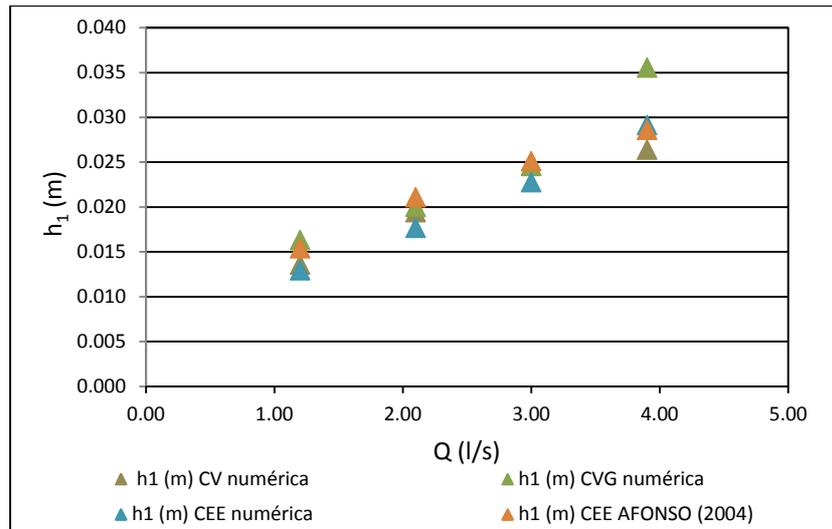


Gráfico 11. Altura de agua en la sección aguas abajo del resalto ( $h_2$ ) para la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones, para una  $h_q=0.3$  m



**Gráfico 12.** Altura de agua en la sección aguas arriba del resalto ( $h_1$ ) para la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones, para una  $h_0=0.3$  m

Como se puede observar a través de la Tabla 23 y en los gráficos mostrados previamente (Gráfico 11 y Gráfico 12), la correspondencia entre los valores obtenidos a través de la modelación numérica presentan una elevada correspondencia para la totalidad de los casos de simulación desarrollados a lo largo del presente estudio.

## 5.5 Análisis del emulsiónamiento de aire

### 5.5.1 Introducción

El análisis del emulsiónamiento de aire se ha centrado en la evaluación de su incorporación y disolución a partir de la fracción volumétrica de aire incorporado (C) obtenida a partir de la aplicación FLOW-3D<sup>®</sup>. En la actualidad la evaluación de la incorporación de oxígeno disuelto al agua no fue posible debido a las limitaciones existentes en la aplicación, por lo cual, se procede a un estudio cualitativo del emulsiónamiento de aire en función de los registros obtenidos por Soares (2003), Azevedo (2006) y Afonso (2004) para la relación de déficits de oxígeno disuelto ( $r$ ) y la altura piezométrica obtenida a través del modelado en FLOW-3D<sup>®</sup>.

La obtención de la fracción volumétrica de aire incorporado ha sido realizada bajo la suposición de que la incorporación de aire sólo se produce a partir de la mitad del área superficial, a través de la adopción de un coeficiente de arrastre de valor igual a 0.5, empleado por ser el valor más indicado en la mayor parte de los procesos de emulsiónamiento (Hirt, 2003), véase apartado 4.8. Además fue considerada la variación del volumen en las burbujas de aire en el interior del flujo a la hora de activar el modelo de emulsiónamiento de aire.

En primer lugar se realizará un análisis de los resultados obtenidos mediante la modelación FLOW-3D<sup>®</sup> para la caída vertical y caída vertical guiada. Ambas estructuras se estudian de forma conjunta debido a las similitudes existentes en su comportamiento y en los resultados obtenidos para la fracción volumétrica de aire incorporado, ayudando a una mejor comprensión del fenómeno de

emulsionamiento de aire. La caída en escalones se analizará de forma separada debido a la obtención de resultados inconsistentes en referencia a la modelación del emulsionamiento de aire, impidiendo de esta forma establecer una comparativa con los resultados obtenidos por Afonso (2004).

La evolución de la fracción volumétrica de aire incorporado (C) a lo largo del perfil longitudinal de la conducta de salida de los modelos para la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones se recoge en el ANEXO IV. Se recoge también la evolución de la fracción volumétrica de aire incorporado en función de la profundidad de agua para una magnitud de descarga de  $3.0 \text{ l.s}^{-1}$  en la caída vertical y caída vertical guiada, para ambas alturas de caída de estudio.

### 5.5.2 Fracción volumétrica de aire incorporado en la caída vertical y caída vertical guiada

La obtención de la fracción volumétrica de aire incorporado fue evaluada bajo las mismas condiciones de estudio en referencia a la cota de extracción de datos, en función de la distribución y el tamaño de la malla adoptada. A vista de los resultados presentados en el ANEXO IV, se puede suponer que, en el caso de las magnitudes mayores de descarga, la evaluación a lo largo del eje longitudinal de la conducta de salida ha sido en parte desventajosa, debido al aumento del tiempo de estabilización necesario en la simulación y por estar ubicada la cota de los datos analizados situada a una mayor distancia de la superficie en lámina libre. La cota adoptada para la obtención de la fracción volumétrica de aire incorporada se corresponde aproximadamente a 3 centímetros medidos a partir de la solera de la conducta de salida. Para una mejor comprensión del emulsionamiento de aire en la conducta de salida se ha procedido a estudiar la evolución de la fracción volumétrica de aire incorporado en función de la profundidad de agua, para la magnitud de descarga de  $3.0 \text{ l.s}^{-1}$ , en función del tipo de caída y de la altura de caída empleada.

La evolución del emulsionamiento de aire a lo largo del eje longitudinal para la caída vertical y la caída vertical guiada presenta una fuerte disminución de la incorporación de aire en la sección de impacto (definida como la sección correspondiente a la máxima presión ejercida en la solera) de la lámina vertiente, debido a la elevada presión ejercida. En el tramo situado a posteriori de la zona de impacto, el aire es liberado de forma gradual, presentando un comportamiento variable en función del tipo de caída y de la altura. En la mayor parte de las simulaciones realizadas existe una tendencia estabilizadora en el perfil, es decir, la fracción volumétrica de aire incorporado tiende a disminuir a lo largo del eje longitudinal del modelo, disminuyendo hasta un cierto valor residual de la fracción volumétrica de aire incorporado caracterizado por su baja magnitud.

En la sección previa al impacto de la lámina vertiente se registran los máximos valores de la fracción volumétrica de aire incorporado, estos valores son especialmente elevados para las menores magnitudes de descarga ensayadas. La ubicación del máximo emulsionamiento en esta sección se debe al impacto de la lámina vertiente contra el colchón de agua, facilitando el arrastramiento de las burbujas de aire al interior del flujo por parte de la lámina inferior del jacto. La caída vertical registra valores máximos superiores en el emulsionamiento de aire en comparación con la caída vertical

guiada, por ser el impacto de la lámina vertiente de forma directa contra el flujo existente en la conducta de salida, véase Tabla 24.

**Tabla 24. Máxima fracción volumétrica de aire incorporado ( $\approx 3$  cm) (C) en caída vertical y caída vertical guiada ( $0.3 \leq h_q$  (m)  $\leq 0.4$ ;  $1.2 \leq Q$  (l/s)  $\leq 3.9$ )**

Q (l/s)	C			
	Caída vertical		Caída vertical guiada	
	$h_q=0.3$ m	$h_q=0.4$ m	$h_q=0.3$ m	$h_q=0.4$ m
1.2	0.687	0.370	0.567	0.218
2.1	0.503	0.474	0.179	0.165
3.0	0.074	0.431	0.171	0.139
3.9	0.103	0.177	0.065	0.158

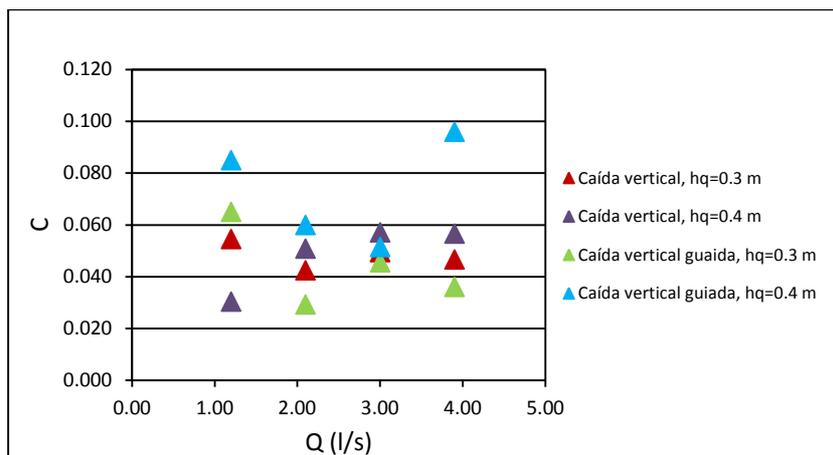
Como se puede observar en los valores recogidos en la Tabla 21, las máximas fracciones volumétricas de aire incorporado fueron obtenidas para los menores caudales simulados, para la misma altura de caída modelada. La cota empleada para la extracción de datos favorece la captación de las máximas fracciones volumétricas de aire incorporado para las menores magnitudes de descarga además de ser la altura del colchón de agua menor.

Los valores de C residuales en el flujo han sido obtenidos para la sección correspondiente a la coordenada 2.5 m, debido a ser el punto de medición elegido en los estudios en modelación física realizados previamente (Soares, 2003; Azevedo, 2004). El emulsiónamiento de aire muestra un comportamiento diferenciado en función de la altura, la magnitud de la descarga y el tipo de caída.

En el caso de la caída vertical, la evolución del emulsiónamiento de aire presenta un comportamiento similar en las alturas modeladas, para el mismo caudal simulado, mostrando un ligero incremento en la fracción volumétrica de aire incorporado en función de la variable de descarga, siendo superiores los valores obtenidos de C para la altura de caída de 0.4 m. Se puede concluir que la variable que presenta una mayor influencia en la incorporación de aire es la altura de caída, siendo la magnitud de descarga poco relevante. La única excepción se encuentra en las simulaciones referidas a un caudal de 1.2 l/s, en el cual el emulsiónamiento de aire es superior para la menor altura de caída ( $h_q=0.3$  m).

**Tabla 25. Fracción volumétrica de aire incorporado (C) en caída vertical y caída vertical guiada ( $0.3 \leq h_q$  (m)  $\leq 0.4$ ;  $1.2 \leq Q$  (l/s)  $\leq 3.9$ )**

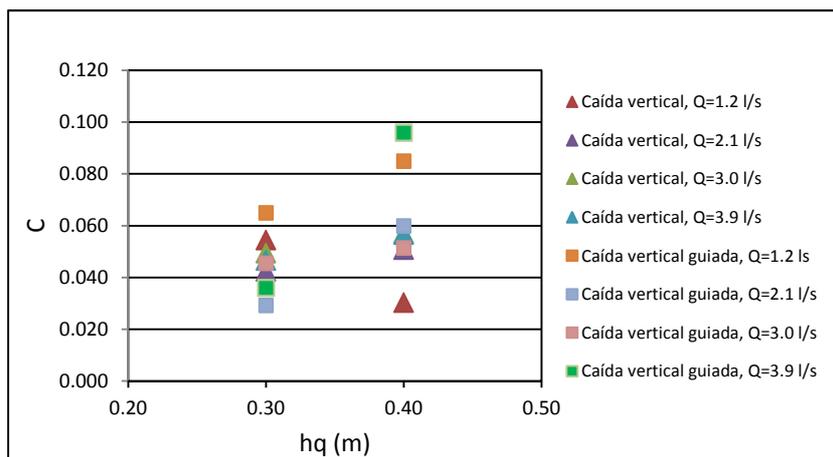
Q (l/s)	C			
	Caída vertical		Caída vertical guiada	
	$h_q=0.3$ m	$h_q=0.4$ m	$h_q=0.3$ m	$h_q=0.4$ m
1.2	0.054	0.030	0.065	0.085
2.1	0.042	0.051	0.029	0.060
3.0	0.049	0.057	0.045	0.051
3.9	0.047	0.057	0.036	0.096



**Gráfico 13. Representación de fracción volumétrica de aire (C) para la caída vertical y caída vertical guiada ( $0.3 \leq h_q$  (m)  $\leq 0.4$ ) para los caudales de estudio**

La caída vertical guiada presenta un comportamiento diferenciado, muestra una mayor dependencia de la magnitud de descarga, obteniendo un emulsionamiento de aire superior para los caudales de 1.2 y 3.0 l/s simulados. La elevada repercusión de la altura de caída se mantiene para esta estructura, destacando la mayor incorporación de aire en esta estructura para la altura de caída de 0.4 m.

Una vez analizadas ambas disposiciones de estudio, a partir de los resultados numéricos para la variable C obtenidos, se puede determinar que la caída vertical presenta una mayor incorporación de aire al ser el impacto más directo contra el colchón de agua presente en la conducta de salida, pero obteniéndose valores de fracción volumétrica de aire incorporado residual menores, véase Gráfico 14.



**Gráfico 14. Representación de fracción volumétrica de aire (C) para la caída en función de la altura ( $0.3 \leq h_q$  (m)  $\leq 0.4$ )**

La magnitud de la descarga presenta una cierta influencia en la evaluación del emulsionamiento de aire, no siendo tan relevante como la altura de caída, pero siendo necesario tener en cuenta esta variable para comprender mejor el proceso de incorporación.

Al analizar el emulsionamiento de aire en función de la altura de agua para las secciones correspondientes a una coordenada de abscisas de 0.15, 0.3, 0.5 y 0.8 m y para un caudal de  $3.0 \text{ l.s}^{-1}$ , se puede concluir que la dependencia de C en función de la profundidad de agua disminuye a medida que aumenta la distancia entre la sección analizada y la caída, indistintamente de la altura y el tipo de caída analizada. Como se puede observar en el ANEXO IV, la mayor parte del aire incorporado ha sido liberado antes de la sección correspondiente a una coordenada de abscisas de 0.5 m.

En referencia a la caída vertical, la fracción de aire incorporado para las secciones próximas al impacto de la lámina vertiente muestra una fuerte dependencia de la profundidad de agua, obteniendo valores muy superiores para valores de profundidad de agua próximas a la superficie libre. Además se puede observar que para la altura de caída de 0.4 m, se obtiene una incorporación y por tanto, un emulsionamiento de aire superior, siendo necesaria una mayor distancia para la liberación de la totalidad del aire.

En el caso de la caída vertical guiada, la incorporación y el emulsionamiento de aire en función de la altura de profundidad de agua existente no presentan diferencias significativas en su liberación a lo largo de la conducta en comparación con la caída vertical. El aire incorporado ha sido liberado en su mayor parte para la sección de 0.5 m.

### 5.5.3 Emulsionamiento de aire en la caída en escalones

En el emulsionamiento de aire en la caída con solera en escalones la modelación mediante FLOW-3D® no obtuvo buenos resultados, pese a haber incorporado el modelo adicional de *Drift-Flux* para una mejor evaluación del movimiento relativo de las burbujas de aire en el interior del flujo.

La totalidad del rango de modelado para la caída en escalones no registra un perfil continuo de la fracción volumétrica de aire incorporado además de registrar valores máximos de C excesivamente pequeños, es decir, a vista de los resultados el proceso de incorporación y emulsionamiento de aire debido a la presencia de una caída con solera en escalones sería de muy baja magnitud.

Los resultados obtenidos no son indicativos del proceso de emulsionamiento en este tipo de estructuras, es sabido que las caídas con soleras en escalones introducen una turbulencia elevada en el desarrollo del flujo dando lugar al emulsionamiento de aire y posterior disolución de oxígeno, siendo una tipología empleada en las redes de saneamiento para garantizar el mantenimiento de la calidad del agua. Un claro ejemplo son los resultados obtenidos por Afonso (2004) que demostraron que la reaireación ocurrida en la caída en escalones era superior al obtenido en la caída vertical para idénticos valores de  $h_q/h_c$ .

A la hora de evaluar la incorporación de aire mediante la fracción volumétrica de aire incorporado se ha barajado diferentes cotas para el análisis del emulsionamiento, sin llegar a resultados mejores, es decir, el modelo numérico registra una incorporación localizada en la zona de impacto de la lámina vertiente contra el colchón de agua presente en la conducta de entrada, el cual es liberado rápidamente a la atmósfera del colector.

Las mediciones de la concentración de oxígeno disuelto aguas debajo registradas por Afonso (2004) en la conducta de salida de la caída en escalones fueron realizadas para la sección correspondiente a una distancia de 2.90 m desde el inicio de la conducta de entrada, correspondiendo en los modelos mediante FLOW-3D® a las coordenadas de 3.40 y 3.60 m para las alturas de caída de 0.3 y 0.4 m, respectivamente.

A continuación se muestran en la Tabla 26 la máxima fracción volumétrica de aire incorporado obtenida en las correspondientes simulaciones de la caída en escalones.

**Tabla 26. Máxima fracción volumétrica de aire incorporado (C) en caída en escalones ( $0.3 \leq h_q \text{ (m)} \leq 0.4$ ;  $1.2 \leq Q \text{ (l/s)} \leq 3.9$ )**

Q (l/s)	C	
	Caída vertical	
	$h_q = 0.3 \text{ m}$	$h_q = 0.4 \text{ m}$
1.2	0.018	0.028
2.1	0.002	0.039
3.0	0.292	0.031
3.9	0.068	0.007

Los máximos registrados en la modelación mediante FLOW-3D® presentan un comportamiento imprevisible y difícil de comparar con los resultados experimentales de Afonso (2004).

#### 5.5.4 Análisis comparativo entre el emulsionamiento de aire y la concentración de oxígeno disuelto en la caída vertical y la caída vertical guiada

A la hora de realizar el estudio comparativo entre los resultados numéricos del emulsionamiento de aire y los datos experimentales para la evaluación de la transferencia de oxígeno obtenidos por Soares (2003) y Azevedo (2006), se ha recurrido a la comparativa de la fracción volumétrica media de aire incorporado con la relación de déficits de oxígeno disuelto.

En el Gráfico 15 se puede observar las similitudes existentes en el perfil de las fracciones volumétricas medias de aire incorporado en la caída vertical y en la caída vertical guiada para la altura de caída correspondiente a 0.3 m. La semejanza existente entre los perfiles obtenidos para la fracción volumétrica media de aire incorporado era previsible por existir, para esta altura de caída y caudal, un impacto discontinuo del impacto de la lámina vertiente contra la pared de la estructura en la caída vertical guiada, como se ha detallado en el apartado 5.3.1. De esta forma, la caída vertical y la caída vertical guiada presentan un comportamiento similar para el caudal de estudio presentado en el Gráfico 15.

El aire es incorporado de forma acentuada en la zona existente entre el inicio de la conducta hasta y el impacto de la lámina vertiente en la caída vertical y caída vertical guiada para este caso de estudio. Se puede observar, como pese a la obtención de una máxima fracción volumétrica de aire superior en la caída vertical (apartado 5.5.2) en términos de fracción media de aire incorporado la caída vertical

guiada parece presentar un mejor comportamiento en la incorporación de aire. Esta situación puede ser motivada por las diferencias geométricas al inicio de la conducta de salida entre ambas estructuras.

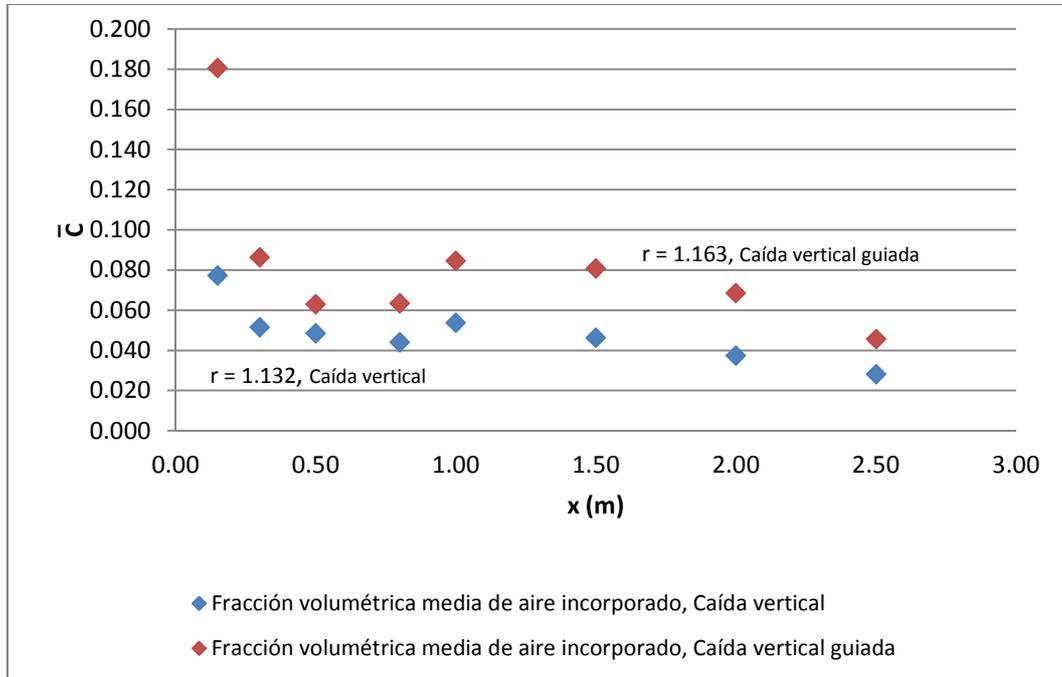


Gráfico 15. Relación entre la fracción volumétrica media de aire incorporado ( $\bar{C}$ ) y la relación de déficits de oxígeno disuelto obtenidos por Soares (2003) y Azevedo (2006) para la caída vertical y caída vertical guiada ( $h_q$  (m)= 0.3,  $Q$  (l/s)=3.0)

A continuación en el Gráfico 16, se muestran los perfiles obtenidos para la fracción volumétrica media de aire incorporado en la caída vertical y la caída vertical guiada para una altura de caída de 0.4 m. En este caso se observa con claridad las diferencias existentes en el comportamiento de ambas estructuras con respecto al emulsionamiento de aire. En el caso de estudio mostrado, para una magnitud de descarga de  $3.0 \text{ l.s}^{-1}$ , la lámina vertiente impacta de forma continua contra la pared de la estructura, presentando un perfil para la fracción volumétrica media de aire incorporado diferente al obtenido para la caída vertical.

La caída vertical presenta una incorporación variable a lo largo del eje longitudinal de la estructura, obteniéndose una elevada incorporación de aire en la zona correspondiente al impacto de la lámina vertiente contra el colchón de agua. El aire incorporado debido a la presencia de la estructura es liberado rápidamente a la atmosfera. Sin embargo, en la caída vertical guiada el emulsionamiento de aire presenta un perfil más constante, es decir, no existe una entrada de aire al flujo tan pronunciada pero el tiempo de residencia de las burbujas en la masa de agua es superior, véase Gráfico 16, pudiendo favorecer la transferencia de oxígeno al flujo.

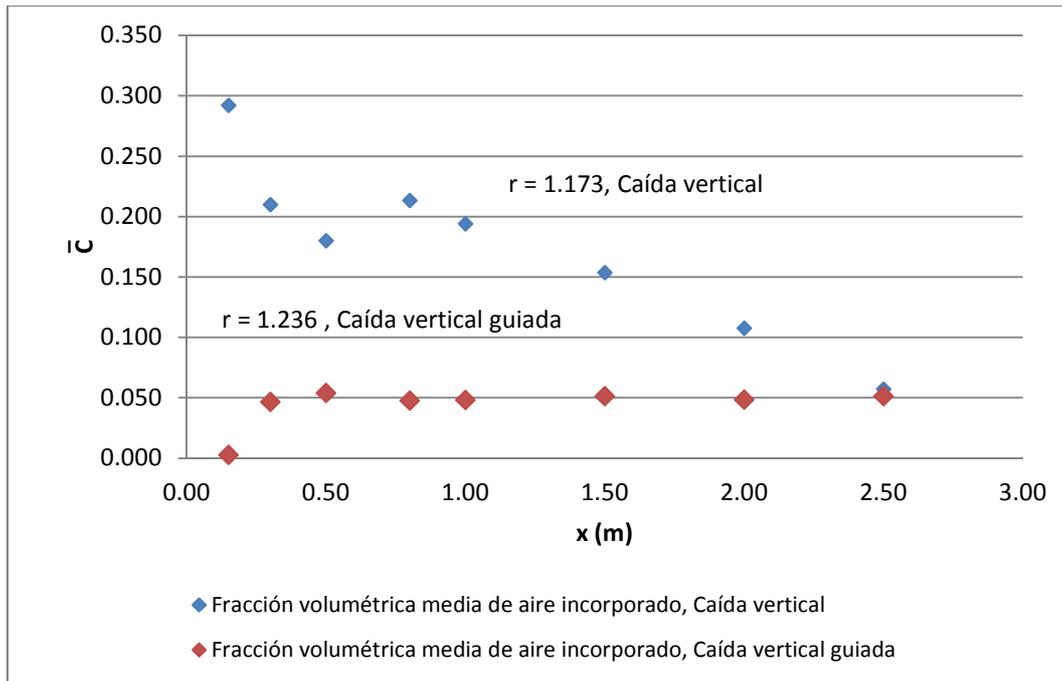


Gráfico 16. Relación entre la fracción volumétrica media de aire incorporado ( $\bar{C}$ ) y la relación de déficits de oxígeno disuelto obtenidos por Soares (2003) y Azevedo (2006) para la caída vertical y caída vertical guiada ( $h_q$  (m)= 0.4,  $Q$  (l/s)=3.0)

### 5.5.5 Análisis comparativo entre el emulsionamiento de aire y la altura piezométrica en la caída vertical y la caída vertical guiada

Para una mejor comprensión del fenómeno de emulsionamiento de aire se ha realizado un estudio conjunto del emulsionamiento de aire y la altura piezométrica obtenidas para los modelos de caída vertical y caída vertical guiada realizados mediante FLOW-3D®. El análisis se basa en la comparativa de la evolución de la fracción volumétrica de aire incorporado (C) y la altura piezométrica a lo largo del eje longitudinal de la conducta de salida de los modelos realizados. En el ANEXO V se recogen los gráficos comparativos entre la fracción volumétrica de aire incorporado y la altura piezométrica para la totalidad del rango de experimentación en la caída vertical y la caída vertical guiada.

Para las estructuras de caída vertical y caída vertical guiada se observa la correspondencia existente entre los perfiles de incorporación de aire y altura piezométrica en la conducta de salida. Las elevadas presiones ejercidas al impactar la lámina vertiente contra el colchón de agua provocan una disminución acentuada en la incorporación de aire cerca de la sección de impacto, registrando los mínimos valores de C. Esta situación se debe a la elevada presión ejercida por la lámina vertiente sobre el flujo de agua que impide la entrada de aire a través de la superficie libre, presentando una disminución acusada en el volumen de aire incorporado. En el tramo posterior a la zona de impacto y desarrollo del resalto, la altura piezométrica presenta un perfil constante, produciéndose la liberación del aire de forma gradual a través de la superficie libre. El proceso de emulsionamiento de aire a lo largo de la conducta de salida provoca la disminución del volumen de aire incorporado al flujo de

agua hasta la eliminación en su mayor parte, quedando en la masa de agua un reducido valor residual de la fracción volumétrica de aire incorporado, el cual aún no ha sido liberado a través de la superficie.

A vista de los resultados recogidos en el ANEXO V se puede concluir que en la caída vertical guiada, en comparación con la caída vertical, la liberación del aire incorporado al flujo se produce de forma más paulatina, no existiendo una liberación inmediata en la sección posterior al impacto de la lámina vertiente, como es la tendencia existente en la caída vertical. Véase los gráficos comparativos entre la fracción volumétrica de aire incorporado (C) y la altura piezométrica para un caudal de 3.9 l/s y una altura de caída de 0.4 m (Gráfico 17 y Gráfico 18).

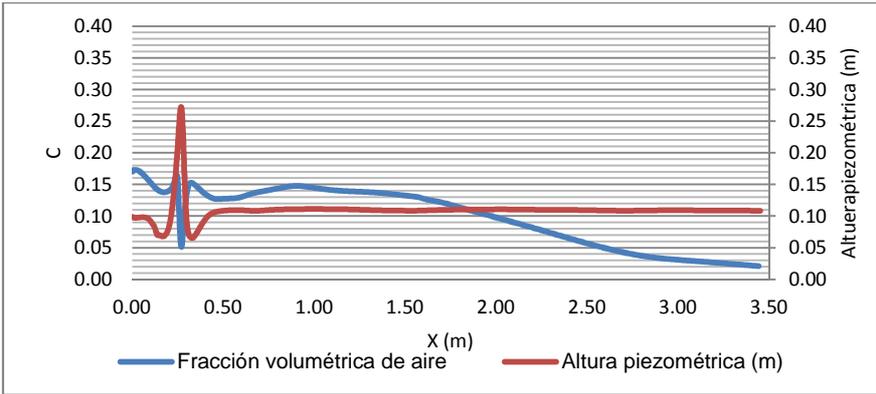


Gráfico 17. Relación entre la fracción volumétrica de aire incorporado (C) y la altura piezométrica obtenidos para la caída vertical ( $h_q$  (m) = 0.4;  $Q=3.9$  l/s)

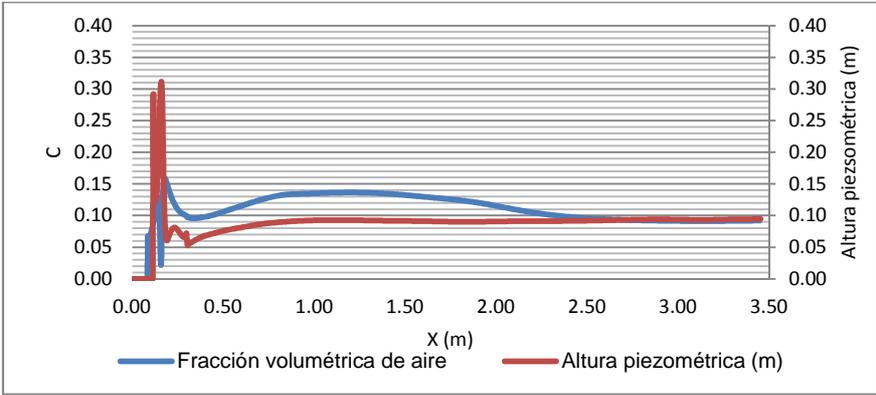


Gráfico 18. Relación entre la fracción volumétrica de aire incorporado (C) y la altura piezométrica obtenidos para la caída vertical guiada ( $h_q$  (m) = 0.4;  $Q=3.9$  l/s)

Como se puede observar en el Gráfico 17, la liberación en la caída vertical presenta una tendencia más acusada en la liberación del aire incorporado, alcanzando rápidamente una fracción volumétrica de aire incorporado próximo a cero. Sin embargo, la estructura de caída vertical guiada favorece que el aire incorporado en la turbulencia debida al impacto de la lámina vertiente y la presencia de resalto retrase su completa liberación a la atmosfera, véase Gráfico 18.



## 6 | Conclusiones finales

El presente estudio se ha analizado el comportamiento hidráulico y el fenómeno de emulsionamiento de aire mediante modelación CFD para la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones a través de la aplicación comercial FLOW-3D®. La existencia de los estudios realizados en modelación física desarrollados por Sousa y Lopes (2002), Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006) permitieron el análisis y la validación en profundidad de los resultados numéricos obtenidos.

Se ha realizado una primera parte dedicada al análisis del punto de situación de la transferencia de oxígeno disuelto en la actualidad, abarcando las diferentes componentes del balance de oxígeno en redes de colectores de aguas residuales. El análisis de la transferencia y disolución del oxígeno a lo largo de la lámina libre motivado por la presencia de estructuras hidráulicas se centró especialmente en los estudios desarrollados en cursos de agua y en redes de drenaje de aguas residuales.

En el Capítulo 2 fue desarrollada la revisión bibliográfica de la transferencia de oxígeno disuelto en la actualidad, estudiando de forma separada la incorporación de oxígeno a través de la interfaz aire-agua y el resto de las componentes del balance de oxígeno en redes de colectores de aguas residuales.

Numerosos autores han estudiado el proceso de la transferencia y disolución de oxígeno a lo largo de la lámina libre en cursos de agua en azudes y descargadores, siendo una pequeña parte referidos a redes de drenaje de aguas residuales. Se han observado las siguientes indicaciones.

- Autores como Avery y Novak (1978) y Nakasone (1987) desarrollaron sendos estudios para la evaluación de la incorporación de OD, además de analizar la altura de agua en la sección aguas abajo de la estructura para la cual se produce la máxima transferencia de oxígeno. Nakasone (1987) obtuvo como altura de agua óptima correspondiente a 0.667 veces la altura de la caída.
- El éxito de las mediciones experimentales de oxígeno disuelto presenta una gran dependencia de la variación existente entre la concentración en saturación y la concentración de OD en la sección aguas arriba de la estructura. Gulliver y Rindels (1993) propusieron como diferencia mínima recomendable de 2.5 mg/l.
- En sistemas de drenaje, Pomeroy y Lofy (1977) propusieron una expresión logarítmica para la obtención de la concentración de oxígeno disuelto en función de la pérdida de carga en las estructuras presentes. Dichos autores emplearon un coeficiente  $k_H$  en función de la calidad del agua en la expresión, posteriormente fue determinado el valor de  $0.41 \text{ m}^{-1}$ , correspondiente a aguas residuales (ASCE, 1989).
- Matos (1991) señaló la importancia de mejorar las expresiones obtenidas para la evaluación de la incorporación de oxígeno disuelto teniendo en cuenta factores como la calidad del agua, el valor de descarga, el calado en la sección de impacto de la lámina vertiente y el tipo de estructura de caída.

- Almeida *et al.* (1999) valoró la elevada importancia del régimen de flujo en la estructura además de la turbulencia asociada. Por otro lado, fue evaluada la importancia de la configuración de la estructura dentro del tipo de caída empleado.
- La altura de la caída representa el factor más relevante en el proceso de reaireación, ampliamente verificado en los estudios realizados en modelación física por Sousa y Lopes (2002), Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006). Además destacaron la falta de significatividad de la magnitud de la descarga y la ubicación del resalto.
- Soares (2003) destacó la escasa influencia del déficit de oxígeno disuelto en la sección aguas arriba de la estructura, sólo siendo relevante en el caso de existir una diferencia entre la una concentración de oxígeno aguas arriba y la concentración en saturación próxima a cero. Conclusión que fue corroborada a posteriori por Afonso (2006) para los casos de estructura de caída en escalones y caída vertical.
- El efecto de la temperatura en la disolución de oxígeno en el flujo es un tema ampliamente estudiado a la hora de evaluar el proceso de reaireación. Autores como Nakasone (1987) y Gulliver y Rindels (1993) propusieron expresiones para la evaluación de la influencia de la temperatura en el proceso de reaireación.

A la hora de evaluar el balance de oxígeno en las redes de saneamiento es necesario tener en cuenta tanto las fuentes de incorporación como de consumo de oxígeno disuelto, siendo fuentes de adición de oxígeno al flujo la reaireación a lo largo de la superficie libre y la reaireación producto de la existencia de fenómenos turbulentos, y de consumo son la presencia de materia suspenda en la masa de agua, al biofilme existente o a la presencia de sedimentos, en el presente estudio el consumo debido a sedimentos no será analizado.

En el Capítulo 3 se han especificado los fundamentos del análisis numérico mediante FLOW-3D<sup>®</sup>, especificando las características y capacidades de la aplicación. Los principales puntos desarrollados a lo largo del capítulo se centran en las bases de su comportamiento matemático y los modelos físicos que serán empleados para la consecución de los resultados correspondientes. El programa tiene la base de su buen comportamiento en las aplicaciones FAVOR<sup>™</sup> y TruVOF<sup>®</sup>, los cuales garantizan la correcta adaptación de la malla de diseño a la geometría de estudio y el cálculo preciso del comportamiento de la superficie libre, respectivamente.

Una vez realizada la presentación de las capacidades y propiedades del FLOW-3D<sup>®</sup>, en el Capítulo 4 se ha realizado la descripción pormenorizada de los modelos numéricos de la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones, especificando las características de la geometría y de la malla computacional. Para la realización de los modelo CFD se ha tenido especial atención a la hora de especificar las condiciones de contorno y en el análisis de sensibilidad de la malla para la obtención un mayor grado de ajuste entre los resultados numéricos y experimentales. A lo largo de la modelación numérica se puede concluir los siguiente:

- La elección del tipo de condición de contorno y de los parámetros correspondientes representa un factor decisivo a la hora de ajustar correctamente un modelo numérico.

- El análisis de sensibilidad de la malla representa un paso imprescindible a realizar para la obtención de un modelo numérico de elevada precisión. La adopción de la disposición y tamaño de la malla empleado fue obtenida como una solución de compromiso entre el grado de precisión requerido y el tiempo de cálculo asumible.
- Para la utilización del modelo de turbulencia RNG, en la mayoría de los casos, es imprescindible la realización de un proceso de calibración del parámetro TLEN (*turbulent mixing length*) con el objetivo de garantizar la obtención de valores de viscosidad dinámica realistas. En los procesos de calibración, es habitual emplear para la optimización de TLEN un intervalo de valores entre 7 y 18 %  $D_h$ , siendo  $D_h$  el diámetro hidráulico, véase Harlow y Nakayama (1967).
- El modelo de emulsionamiento de aire presenta una elevada dificultad a la hora de su implementación en el desarrollo de un modelo numérico, exigiendo un elevado grado de refinamiento de la malla de cálculo para la obtención de una correcta evaluación de la fracción volmétrica de aire incorporado (C).
- Para el empleo del modelo de emulsionamiento de aire en el presente estudio para las diferentes estructuras de caída, fue necesario recurrir al fraccionamiento de la malla computacional en función del diferenciado comportamiento hidráulico del flujo para la obtención del grado de refinamiento de la malla requerido.

El Capítulo 5 se presentó el estudio comparativo para las estructuras de caída vertical, caída vertical guiada y caída con solera en escalones entre los resultados numéricos y experimentales obtenidos mediante modelación física por Sousa y Lopes (2002), Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006). La validación de los modelos numéricos ha sido realizada en función de las variables de altura piezométrica y altura de agua en las conductas de entrada y de salida, implementando el estudio a la zona de la solera en escalones para el caso de la caída en escalones. El grado de correspondencia obtenido entre los resultados numéricos y experimentales para la altura piezométrica y la altura de agua se caracterizó por su elevado ajuste y buen comportamiento para el rango experimental testado.

Una vez validados los resultados obtenidos mediante la modelación CFD, se llevo a cabo el análisis de emulsionamiento de aire para las diferentes estructuras de estudio. En base a los resultados obtenidos para la fracción volumétrica de aire incorporado se puede concluir lo siguiente.

- La evaluación del emulsionamiento de aire en las estructuras de caída vertical y caída vertical guiada demostró la diferencia existente en el proceso de emulsionamiento de aire, destacando la elevada relevancia de la altura de caída en la incorporación y posterior emulsionamiento de aire. La caída con solera en escalones, por tratarse de un flujo de escalón a escalón (*nappe flow*) para el rango experimental testado, presenta una elevada complejidad a la hora de simular mediante FLOW-3D® la incorporación de aire al flujo, obteniéndose una evaluación caracterizada por un bajo ajuste del emulsionamiento de aire.
- El estudio comparativo entre el emulsionamiento de aire y la altura piezométrica para la caída vertical y la caída vertical guiada demostró la natural correspondencia entre estas dos

variables. La elevada presión ejercida en al impactar la lámina vertiente provoca una fuerte disminución del aire incorporado en esa sección, siendo el aire liberado de forma gradual a posteriori a lo largo de la conducta de salida.

- El estudio comparativo del emulsionamiento de aire en función de la profundidad de agua nos muestra la elevada dependencia entres estas variables en la incorporación de aire y posterior emulsionamiento en la zona de impacto de la lámina vertiente y del desarrollo del resalto hidráulico.

A vista de los resultados obtenidos en el presente estudio se puede destacar de interés el desarrollo de los siguientes temas para la modelación numérica.

- Un análisis pormenorizado del comportamiento hidráulico y del emulsionamiento de aire para la estructura de la caída en escalones para un mayor rango de experimentación y bajo diferentes regímenes de flujo (flujo rasante y flujo escalón a escalón).
- Evaluación mediante modelación física del modelo numérico de emulsionamiento a partir de la calibración del coeficiente de emulsionamiento de aire con base en mediciones de las burbujas de aire incorporadas al flujo para las diferentes estructuras de caída.

Lisboa, LNEC, Diciembre de 2013

VISTOS

Jefe del Núcleo de Engenharia sanitária



Sérgio Carvalho de Matos Teixeira Coelho

AUTORIA



Paula María García Beceiro

Becaria de investigación, Núcleo de Engenharia Sanitária,  
Departamento de Hidráulica e Ambiente

Directora del Departamento de Hidráulica e  
Ambiente



Maria do Céu Almeida

Investigadora Principal, Núcleo de Engenharia Sanitária,  
Departamento de Hidráulica e Ambiente



Maria Rafaela de Saldanha Gonçalves Matos



Jorge Matos

Profesor Auxiliar, Instituto Superior Técnico (IST),  
Departamento de Engenharia Civil, Arquitectura e  
Georrecursos, Lisboa, Portugal



## Referencias

- [1] AFONSO, J. (2004) - **Dissipação de energia e rearejamento em quedas em colectores**. Tesis de maestría, IST, Lisboa.
- [2] ALMEIDA, M.C. (1999) - **Pollutant transformation processes in sewer under aerobic dry weather flow conditions**. Tesis de doctorado. Department of Civil and Environment Engineering, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London.
- [3] ALMEIDA, M. C.; BUTLER, D.; MATOS, J. S. (1999) - **Reaeration by sewer drops**. 8th Int. Conf. on Urban Storm Drainage, Sydney, Australia.
- [4] APTED, R. W.; NOVAK, P. (1973) - **Oxygen uptake at weirs**. Proc. 15th IAHR Congress, Istanbul, Turkey, Vol. 1, No B23, pp. 177-186.
- [5] AVERY, S.T.; NOVAK, P. (1975) - **Oxygen uptake in hydraulic jumps and at overfalls**. Proc. 16th IAHR Congress, Sao Paulo, Brazil, Paper C38, pp. 329-337.
- [6] AVERY, S. T.; NOVAK, P. (1978) - **Oxygen Transfer at Hydraulic Structures**. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 104, N° 11, pp. 1521-1540.
- [7] AZEVEDO, R. I. (2006) - **Transferência de oxigénio em quedas guaidas em colectores**. Tesis de Maestría, IST, Lisboa.
- [8] BALMÉR, P.; TAGIZADEH-NASSER, M. (1995) - **Oxygen transfer in gravity flow sewers**. Water Sci. Technol., Vol. 31(7), pp. 127-135.
- [9] BARKHUDAROV, M. R. (2004) - **Lagrangian VOF advection method for FLOW-3D®**. Flow Science Inc. Santa Fe, NM.
- [10] BJERRE, H. L. (1996) - **Transformation of wastewater in an open sewer: The Emscher River**. Germany, Aalborg University, Tesis de Doctorado.
- [11] BOMBARDELLI, F.; MEIRELES, I.; MATOS, J (2010) - **Laboratory measurements and multi-block numerical simulations of the mean flow and turbulence in the non-aerated skimming flow region of steep stepped spillways**. Environ. Fluid Mech., Vol.11, pp.263–288.
- [12] BOON, A.G.; LISTER, A.R., (1975) - **Formation of sulphide in rising main sewers and its Prevention by Injection of Oxygen** - Proc. Wat. Tech., Vol. 7(2), 289-300.
- [13] BOON, A.G.; SKELLET, C.F.; NEWCOMBE, S.; JONES, J.G.; FORSTER, C.F. (1977) - **The use of oxygen to treat sewage in a rising main**. Wat. Pollut. Control, Vol. 76, pp. 98-112.
- [14] BRETHOUR, J. M. (2009) - **Improved generalized minimal residual (GMRES) solver in FLOW-3D: How it works and when to use it**. Flow Science Inc., Santa Fe, NM.
- [15] BURNHAM, J. (2011) – **Introduction to FLOW-3D® for hydraulics**. Flow Science, Inc., Los Alamos, New Mexico, USA.
- [16] CARDOSO, G. F. (2007) - **Ressalto hidráulico em bacias de dissipação com acessórios a jusante de descarregadores de cheias em degraus. Estudo experimental**. Tesis de maestría, IST, Lisboa.
- [17] CHANSON, H. (1994) - **Hydraulic design of stepped cascades, channels, weirs and spillways**. Pergamon, Inglaterra.
- [18] CHANSON, H. (2002) - **The hydraulic of stepped chutes and spillways**. Balkema.
- [19] ELMORE, H. L.; WEST, W. F. (1961) - **Effect of water temperature on stream reaeration**. Journal of Sanitary Engineering, ASCE Vol. 87, N° SAG, pp. 59-71.
- [20] ESSERY, I. T. S.; TEBBUTT, T. H. Y.; RASARATNAM, S. K. (1978) - **Design of spillways for re-aeration of polluted waters**. Report 72, CIRIA, ISSN 0305-408X.
- [21] FLOW SCIENCE (2011) - **FLOW-3D User's manuals version 10.0. Vol.1**. Flow Science, Inc., Los Alamos, New Mexico, USA.
- [22] FLOW SCIENCE (2011) - **FLOW-3D User's manuals version 10.0. Vol.2**. Flow Science, Inc., Los Alamos, New Mexico, USA.
- [23] GAMESON, A. L. H. (1957) - **Weirs and the aeration of rivers**. J. Inst. Water Eng. Sc., Vol. 11, pp. 477 – 490.

- [24] GULLIVER, J. S.; RINDELS, A. J. (1993) - **Measurements of air - water oxygen transfer at hydraulic structures**. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 119, N° 3, pp. 327-349.
- [25] GUJER, W.; WANNER, O. (1989) - **Modelling mixed population biofilms**. En: Almeida, M.C. (1999). *Pollutant Transformation Processes in Sewer Under Aerobic Dry Weather Flow Conditions*. Tesis de doctorado. Department of Civil and Environment Engineering, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London.
- [26] HARLOW, F.H.; NAKAYAMA, P.I. (1967) - **Turbulence transport equations**. Phys. of Fluids, Vol. 10(11), 2323-2333.
- [27] HENZE, M.; GRADY, Jr., C.P.L.; GUJER, W.; MARAIS, G.V.R.; MATSLLO, T. (1987) - **Activated sludge model. No. I**. IAWPRC Sci. Techn. Rep. No.1, Int. Assoc. Water Pollut. Res. Control, London, G.B.
- [28] HIRT, C.W.; NICHOLS, B.D. (1981) - **Volume of Fluid (VOF) Method for the dynamics of free boundaries**. Journal of Computational Physics 39: 201.
- [29] HIRT, C.W.; SICILIAN, J.M. (1985) - **A porosity technique for the definition of obstacles in rectangular cell meshes**. Proc. Fourth International Conf. Ship Hydro., National Academy of Science. Washington, D.C.
- [30] HIRT, C. W. (2003) - **Modeling turbulent entrainment of air at free surface**. Flow Science Inc. Santa Fe, NM.
- [31] HIRT, C. W. (2012) - **Modeling turbulent entrainment of air at free surface (Revised)**. Flow Science Inc. Santa Fe, NM.
- [32] HUISMAN, J. L. (2001) - **Transport and transformation process in combined sewers**. Tesis de doctorado. Institut für Hydromechanik und Wasserwirtschaft (IHW), Swiss Federal Institute of Technology Zurich (ETH).
- [33] HUISMAN, J. L., WEBER, N., GUJER, W. (2004) - **Reaeration in sewers**. Water Research, Vol. 38, pp. 1089-1100.
- [34] HOLLER, A. G. (1971) - **The mechanism describing oxygen transfer from the atmosphere to discharge trough hydraulic structures**. Proc. 14th IAHR Congress, Vol. 1, Paper A 45, Paris, France, pp. 372-382.
- [35] ISFAHANI, A.H.G.; BRETHOUR, J.M. (2009) - **On the implementation of two-equation turbulence models in FLOW-3D**. Flow Science, Inc., FSI-09-TN86.
- [36] JENSEN, N.A.; HVITVED-JACOBSEN, N.T. (1990) - **Tracer measurements of reaeration in gravity sewers**. Water Sci. Technol., 22(10/11), pp. 279-282.
- [37] JENSEN, N.A.; HVITVED-JACOBSEN, N.T. (1991) - **Method for measurement of reaeration in gravity sewers using radio-tracers**. Res. J. Water Pollut. Control Fed., 63(5), pp. 758-767.
- [38] JENSEN, N. A. (1994) - **Air-water oxygen transfer in gravity sewers**. Tesis de doctorado, Aalborg, Denmark.
- [39] KRENKEL, P. A.; ORLOB, G.T. (1962) - **Turbulent diffusion and the reaeration coefficient**. J. San. Eng. Div., ASCE, Vol. 88, 53-83.
- [40] MASTROPIETRO, M. A. (1968) - **Effects of dam rearcation on waste assimilation capacities of Mohawk River**. Proc. 23rd. Industrial Waste Cong., Engineering Extension Series, N° 132, Part 2, Purdue University, pp. 754-765.
- [41] MATOS, J. S. (1991) - **Aerobiose e septicidade em sistemas de drenagem de águas residuais**. Tesis de doctorado, IST, Lisbon.
- [42] MATOS, J. S.; SOUSA, E. R. (1991) - **Dissolved oxygen in small wastewater collection Systems**. Water Science and Technology, 23, pp. 1845-1851.
- [43] NAKASONE, H. (1987) - **Study of aeration at weirs and cascades**. Journal of Environmental Engineering, ASCE, Vol. 113, N° 1, pp. 64-81.
- [44] NARKIS, N.; HENEFELD-FOURRIER, S.; REBHUN, M. (1980) - **Volatile organic acids in raw wastewater and in physico-chemical treatment**. Water Research, Vol. 14, pp. 1215-1223.
- [45] NICHOLS, B.D.; HIRT, C.W. (1975) - **Methods for calculating multi-dimensional, transient free surface flows past bodies**. Conf. Num. Ship Hydrodynamics, Gaithersburg, ML.

- [46] NIELSEN, P. H.; RAUNKJAER, K.; NORSKER, N.H.; JENSEN, N.A.; HVITVED-JACOBSEN, N, T. (1992) - **Transformations of wastewater in sewer systems**. Water Sci. Technol., Vol. 25(6), pp. 17-31.
- [47] NORSKER, N. H.; NIELSEN, P. H.; JACOBSEN, T. H. (1995) - **Influence of oxygen on biofilm growth and potential sulphate reduction gravity sewer biofilm**. Water Science and Technology, Vol. 31, Nº 7, pp. 159-167.
- [48] QUINTELA, A (1998) - **Hidráulica**. 6ª Edición. Cd. Fundação Calouste Gulbenkian.
- [49] ÖZER, A.; KASIRGA, E. (1995) - **Substrate removal in long sewer lines**. Water Science and Technology, Vol. 31, Nº 7, pp. 213-218.
- [50] PARKHUST, J. D.; POMEROY, R. D. (1972) - **Oxygen absorption in streams**. Journal of Sanitary Engineering Division, ASCE, 98 (SA1), pp. 101-124.
- [51] PARKHUST, J. D.; POMEROY, R. D. (1973) - **Self-purification in sewer. Advances in water pollution Research**. Proc. 6th International Conference, Pergamon Press.
- [52] POMEROY, R. D.; LOFY, R. J. (1972) - **Feasibility study on in-sewer treatment methods**. NTIS Nº PB – 271445, U.S. EPA, Cincinnati, OH.
- [53] RAUNKJAER, K.; HVITVED-JACOBSEN, T.; NIELSEN, P. H. (1995) - **Transformation of organic matter in a gravity sewer**. Water Environment Research, Vol. 67, Nº 2, pp.181-188.
- [54] SHOJAEI FARD, M. H.; BOYAGHCHI, F. A. (2007) - **Studies of the influence of various blade outlet angles in a centrifugal pump when handling viscous fluids**. American Journal of Applied Sciences, Vol. 4 (9), pp. 718-724.
- [55] SOARES, A. (2003) - **Rearejamento em Quedas em Colectores de Águas Residuais**. Tesis de mestría, FCTUC, Coimbra.
- [56] SOUSA, C. M.; LOPES, R. R. (2002) - **Hidráulica e rearejamento em quedas verticais em colectores**. Estudo Experimental. Trabajo fin de curso, UTL/IST, Lisboa.
- [57] TAGHIZADEH-NASSER, M. (1986) - **Materieöverföring gas vätska i avloppsledningar [gas-water mass transfer in sewers]** .Vol. Publ.3:86. Tesis de maestrado, Clamer Univ. of techn. And Dep. San Eng, Sweden.
- [58] THISTLETHWAYTE, D. K. B. (1972) - **The control of sulphides in sewerage systems**. Butterworths, Sydney, Australia.
- [59] TOTA, P. V. (2009) - **Turbulent flow over a backward-facing step using the RNG model**. Flow Science, Inc., Santa Fe, NM.
- [60] TSIVOGLIOU, E. C.; O'CONNEL, R. L.; WALTER, C.M.; GODSIL, P.J.; LOGSDON, G.S. (1965) - **Tracer measurements of atmospheric reaeration: I. Laboratory Studies**. Vol. 37, No. 10, pp. 1343-1362.
- [61] WILHELMS, S. C.; CLARK, L.; WALLACE, J. R; SMITH, D. R. (1981) - **Gas Transfer in hydraulic jumps**. Technical Report E- 81-10, US Army Engineer Waterways Experiment Station, CE, Vicksburg Miss, USA.
- [62] YAKHOT, V.; ORSZAG, S.A. (1986) - **Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory**. J. Scientific Computing, Vol. 1, pp. 1-51.
- [63] YAKHOT, V.; SMITH, L.M. (1992) - **The renormalization group, the e-expansion and derivation of turbulence models**. J. Scientific Computing, Vol. 7, pp. 35-61.



## Anexos

---



## ANEXO I – Altura piezométrica



# Altura piezométrica

## A1.1. Consideraciones iniciales

En el presente anexo se muestran para las estructuras de caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones, la altura piezométrica obtenida mediante simulaciones realizadas a través del FLOW-3D<sup>®</sup>. Además se realiza una comparativa con los resultados experimentales obtenidos en modelación física correspondientes a los estudios de Sousa y Lopes (2002), Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006), los cuales han sido empleados a la hora de ajustar el comportamiento de las simulaciones para cada caudal de descarga ( $Q$ ) y altura de caída ( $h_q$ ).

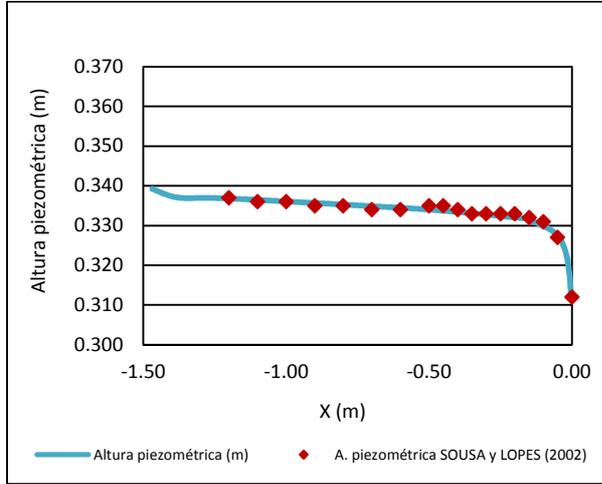
## A1.2. Altura piezométrica

La altura piezométrica obtenidas mediante FLOW-3D<sup>®</sup> serán comparadas individualmente, en función del rango de experimentación, con el objetivo de mostrar el buen comportamiento y ajuste de los resultados obtenidos.

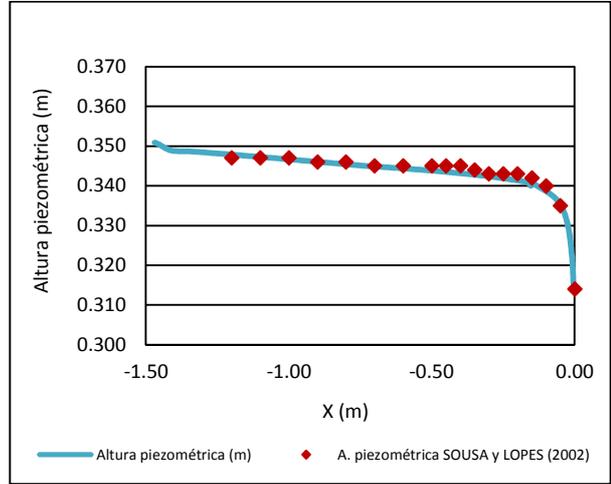
Al tratarse del mismo rango de experimentación para la totalidad de los modelos y debido a la falta de influencia en el desarrollo del flujo en la conducta situada aguas arriba de las caídas, los registros empleados para la validación de los resultados numéricos en este tramo serán las alturas piezométricas obtenidas por Sousa y Lopes (2002) para el caso de un colector con declive nulo.

La altura piezométricas correspondiente a la conducta situada aguas abajo, conducta de salida, serán comparadas con los resultados registrados por Soares (2003), Afonso (2004) y Azevedo (2006) para la caída vertical, caída vertical guiada y caída con solera en escalones, respectivamente.

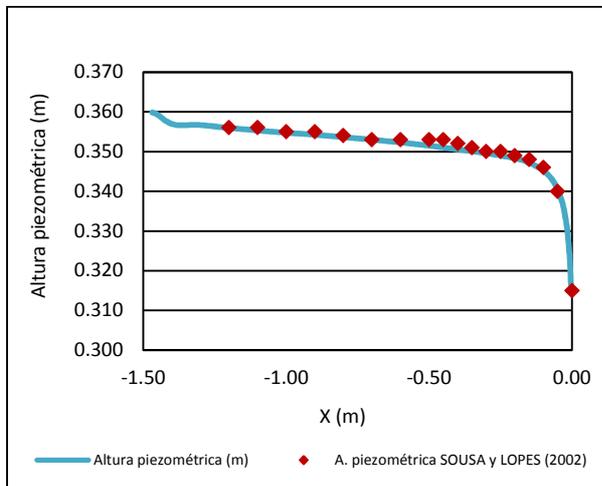
**Comparativa entre resultados para la caída vertical ( $h_q=0.3$  m)**



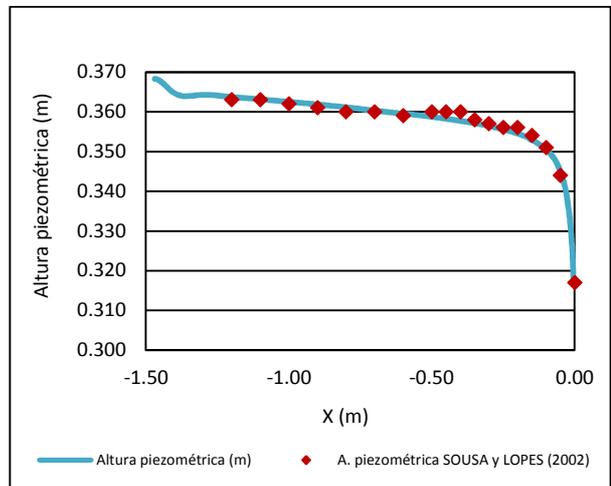
**A1. 1. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



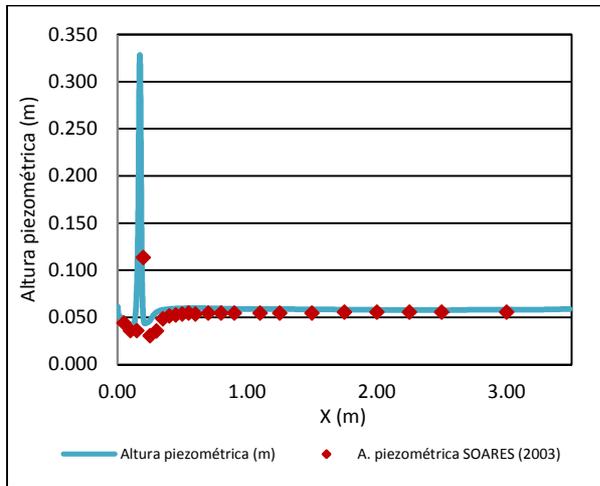
**A1. 2. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



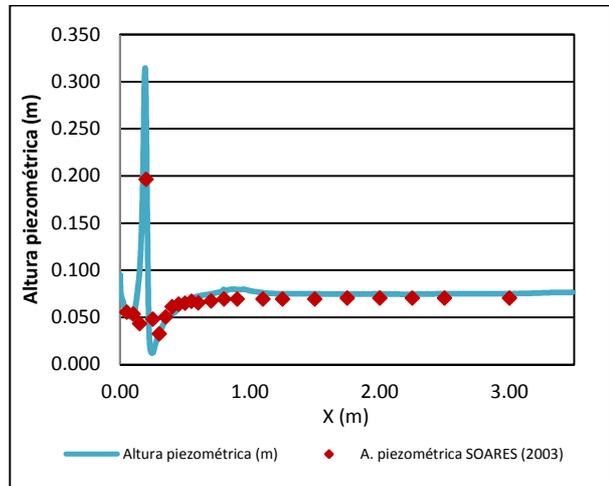
**A1. 3. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



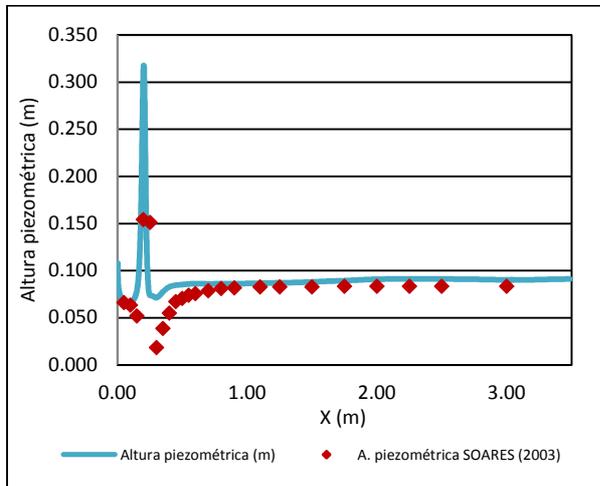
**A1. 4. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



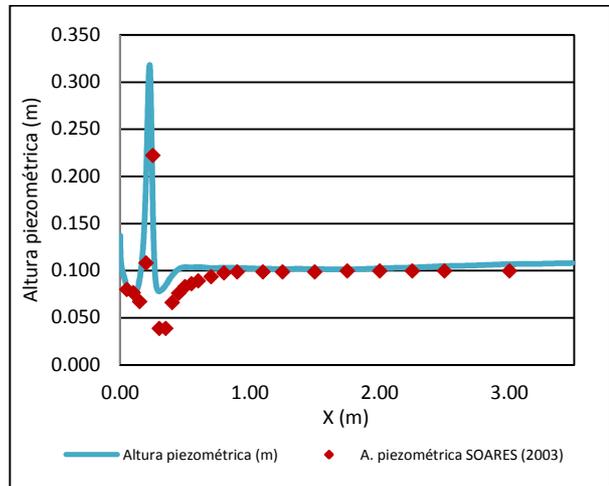
**A1. 5. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



**A1. 6. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

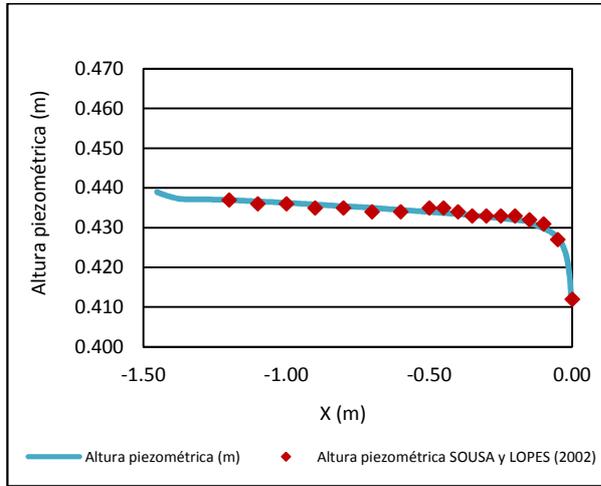


**A1. 7. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

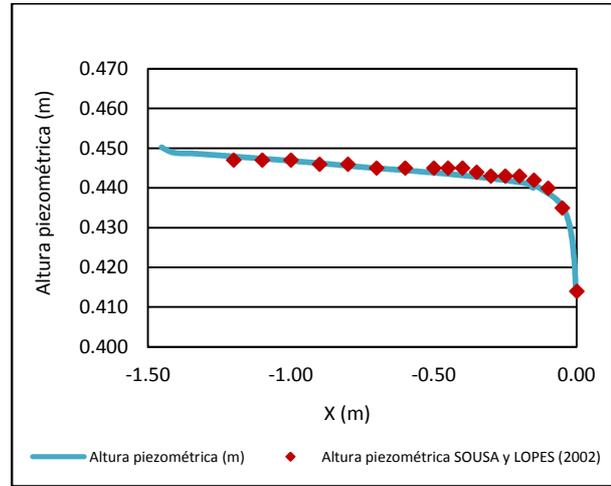


**A1. 8. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

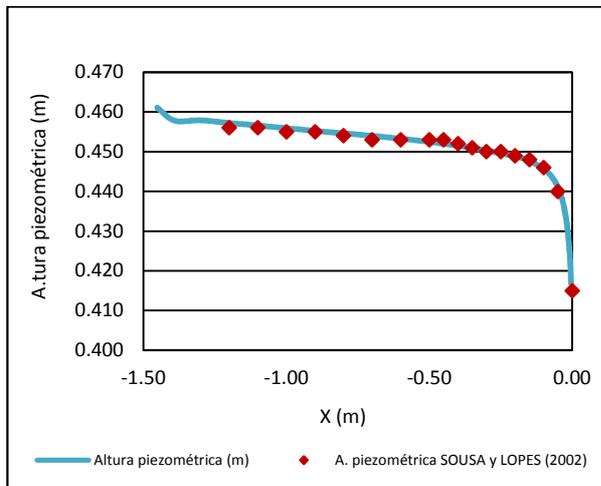
Comparativa entre resultados para la caída vertical ( $h_q=0.4$  m)



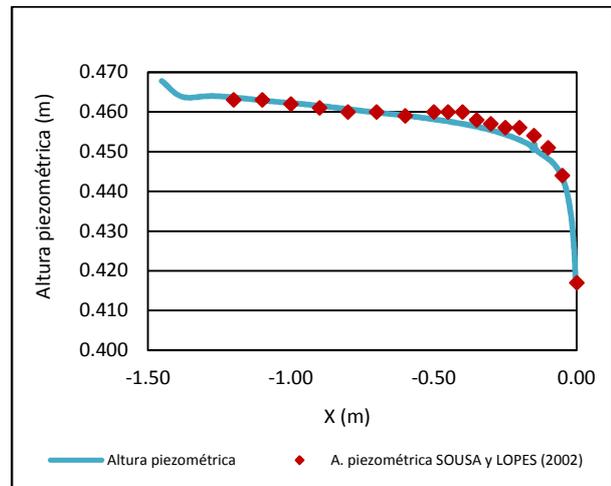
A1. 9. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



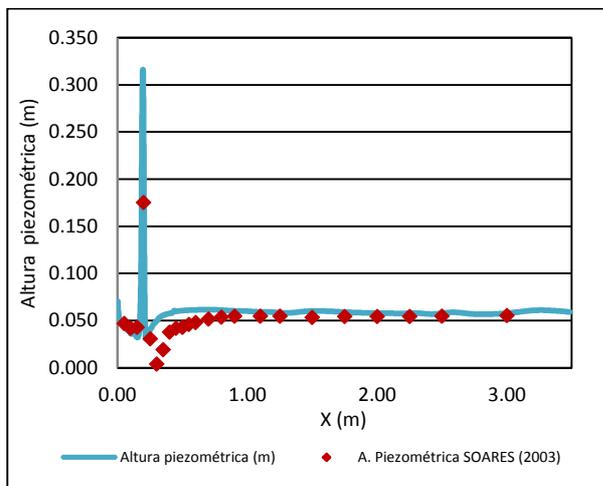
A1. 10. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



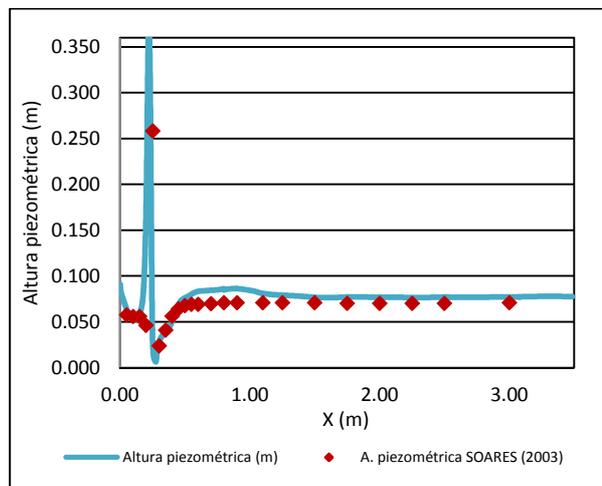
A1. 11. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



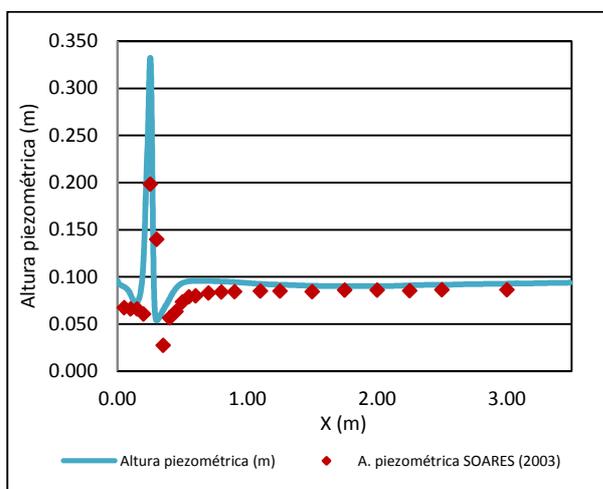
A1. 12. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



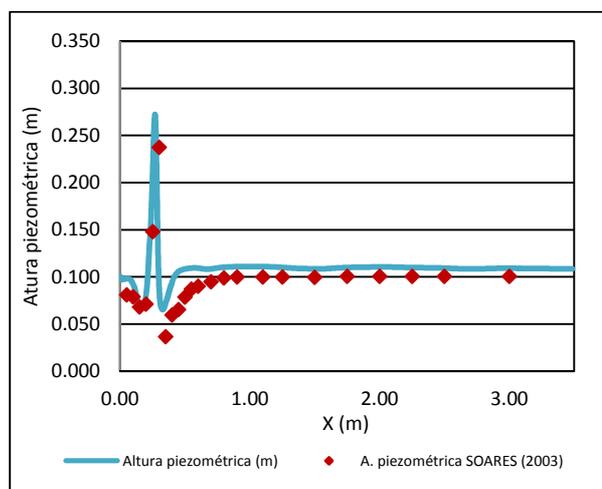
A1. 13. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



A1. 14. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

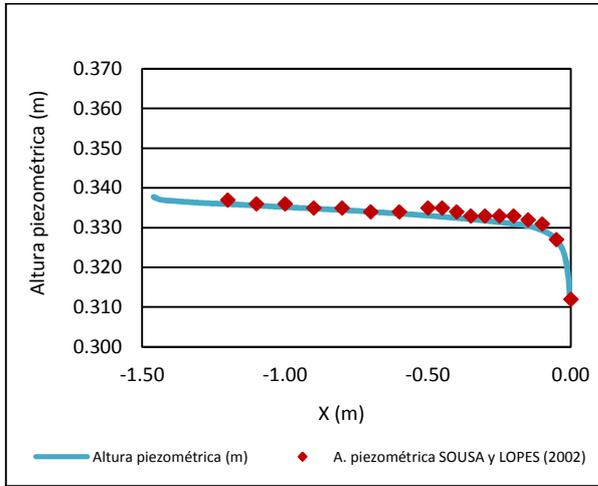


A1. 15. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

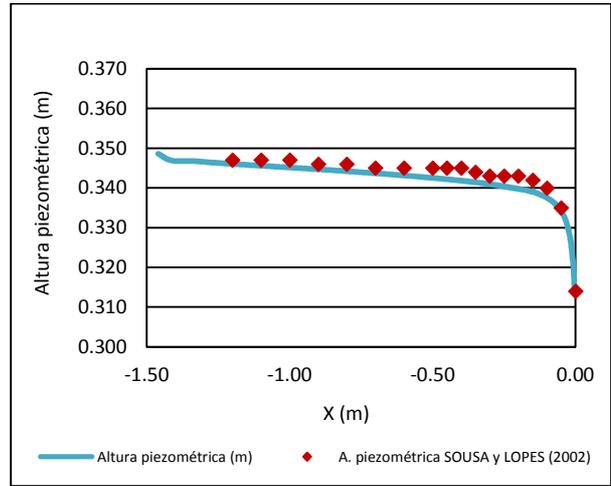


A1. 16. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

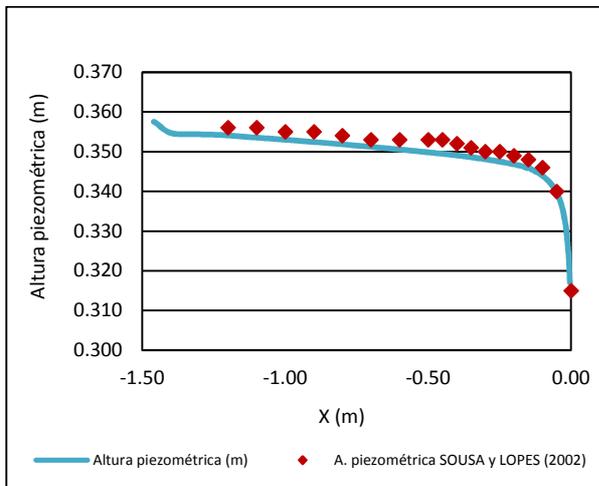
Comparativa entre resultados para la caída vertical guiada ( $h_q=0.3$  m)



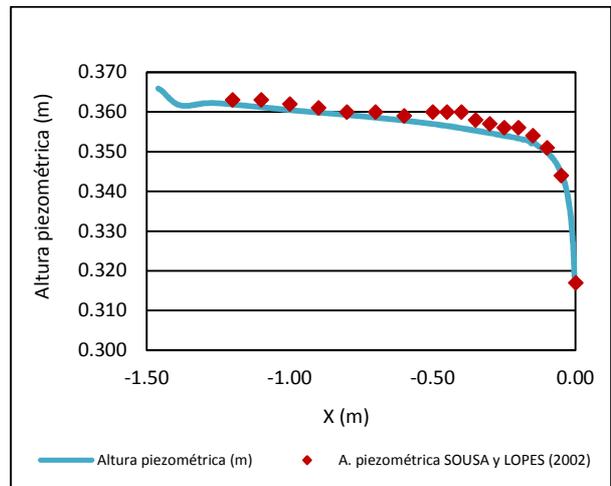
A1. 17. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical guiada ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)



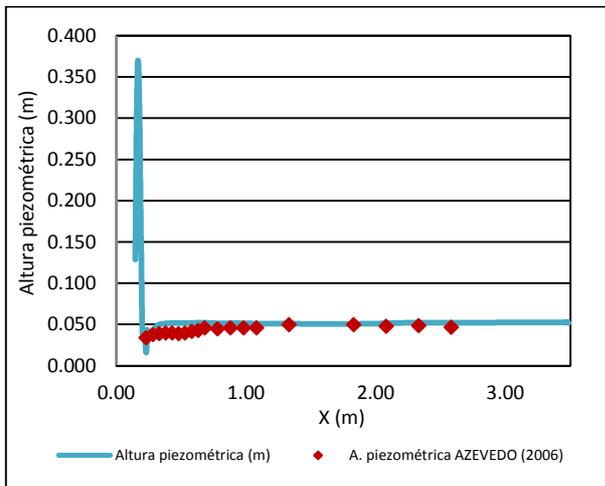
A1. 18. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical guiada ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.3$  m)



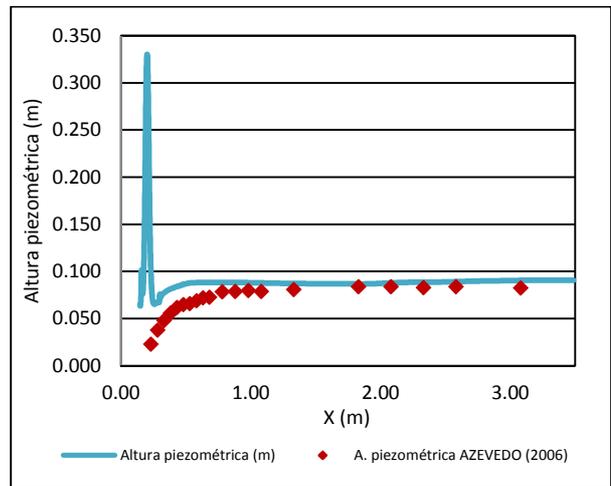
A1. 19. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical guiada ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)



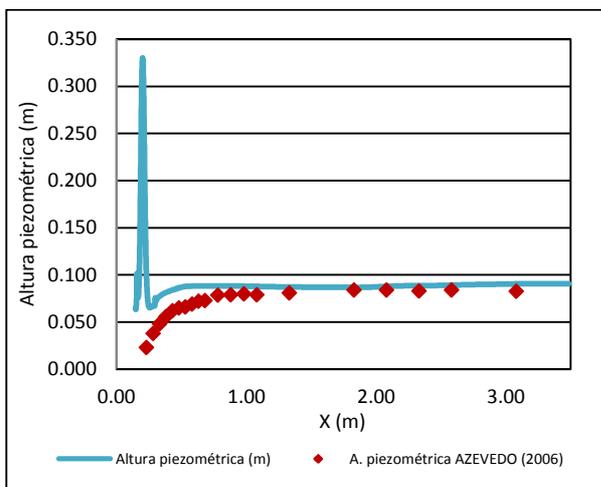
A1. 20. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical guiada ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.3$  m)



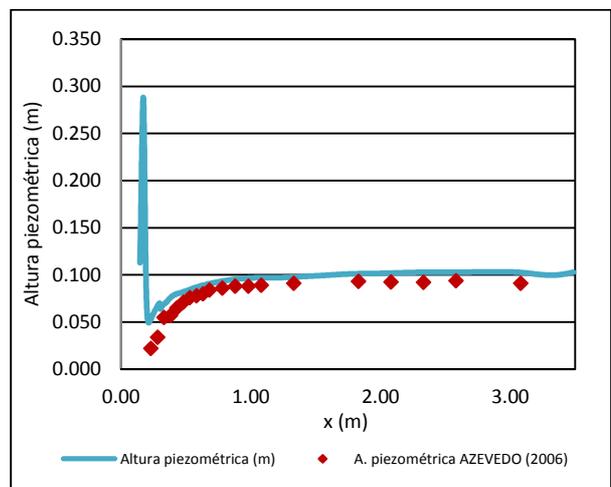
A1. 21. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical guiada ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)



A1. 22. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical guiada ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.3$  m)

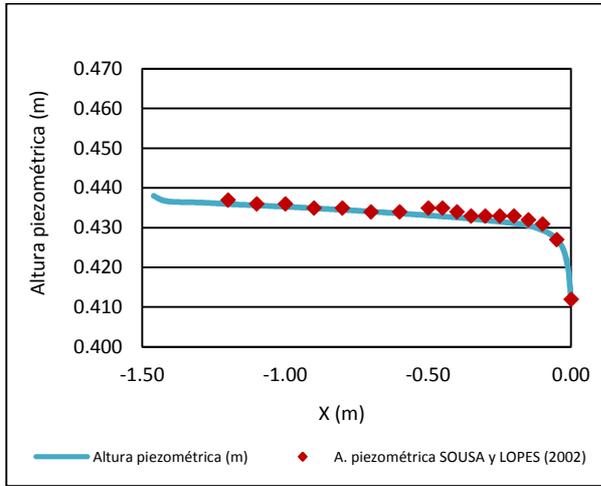


A1. 23. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical guiada ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)

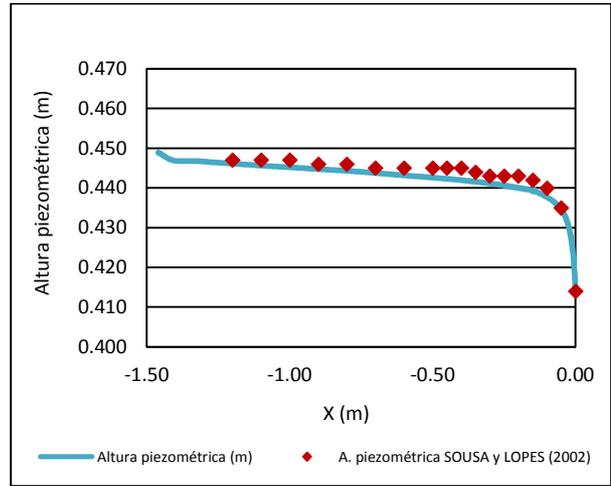


A1. 24. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical guiada ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.3$  m)

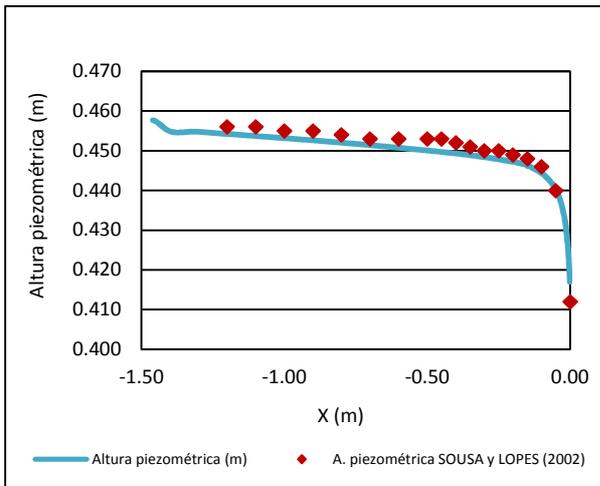
Comparativa entre resultados para la caída vertical guiada ( $h_q=0.4$  m)



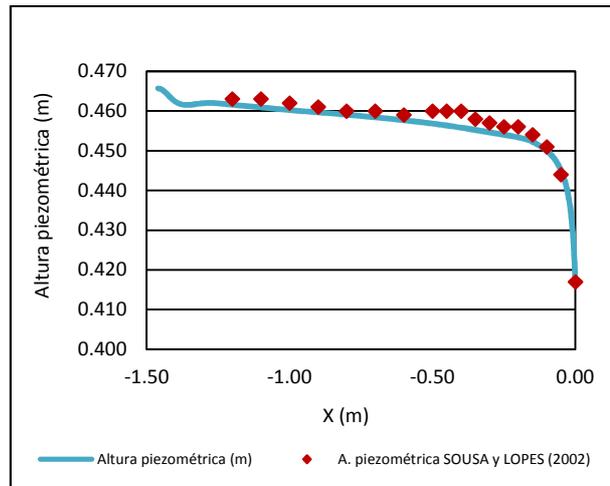
A1. 25. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical guiada ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



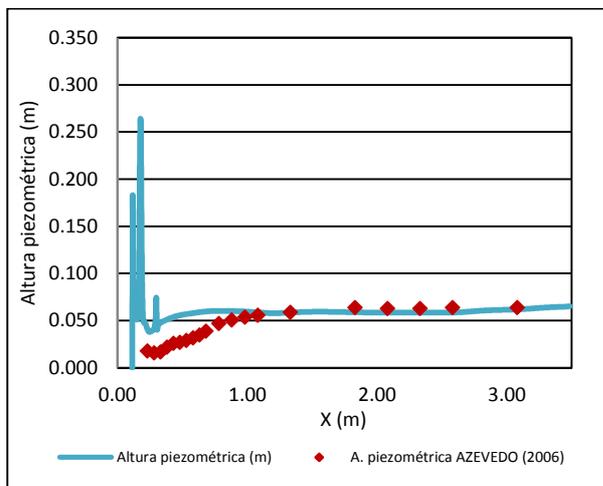
A1. 26. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



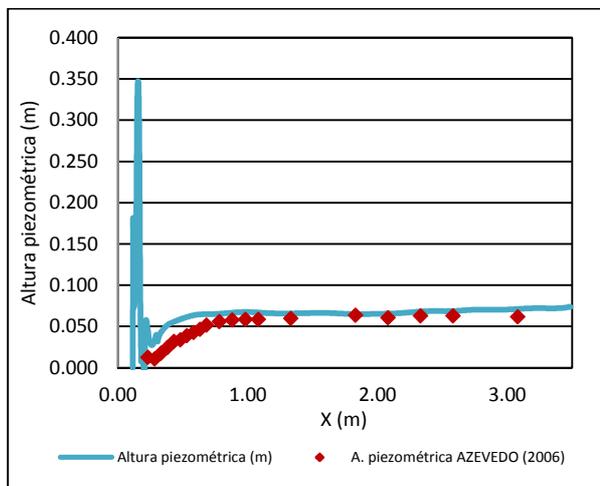
A1. 27. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical guiada ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



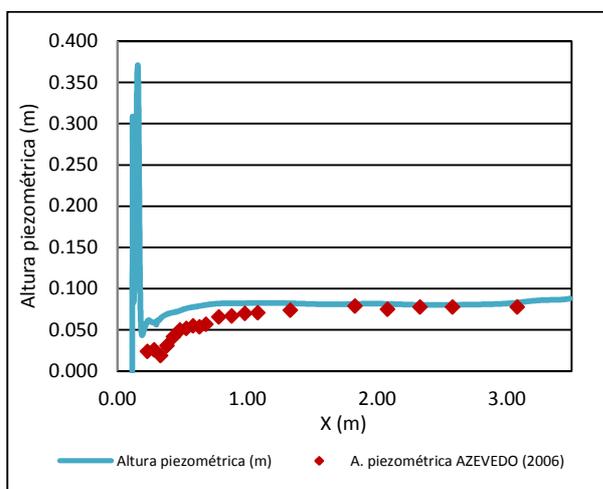
A1. 28. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída vertical guiada ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



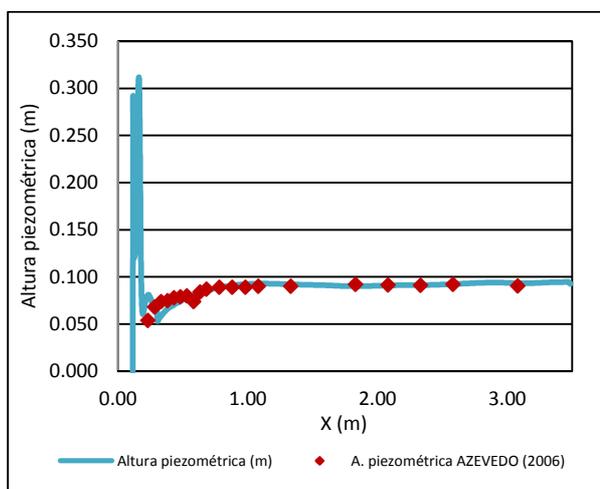
A1. 29. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical guiada ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



A1. 30. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical guiada ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

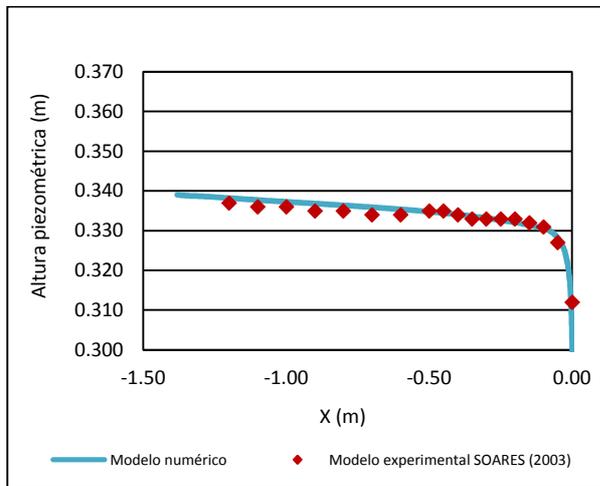


A1. 31. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical guiada ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

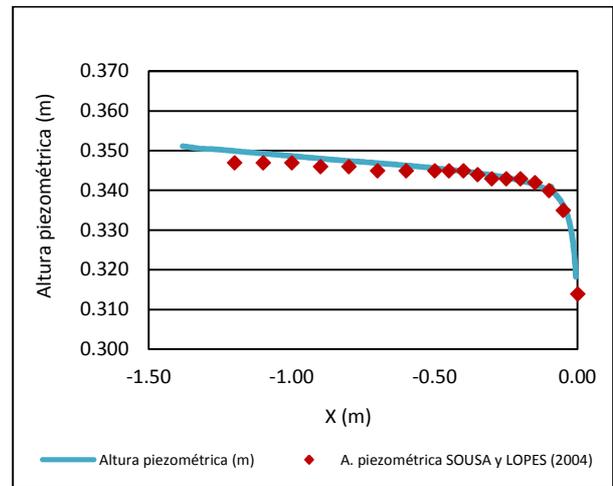


A1. 32. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical guiada ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

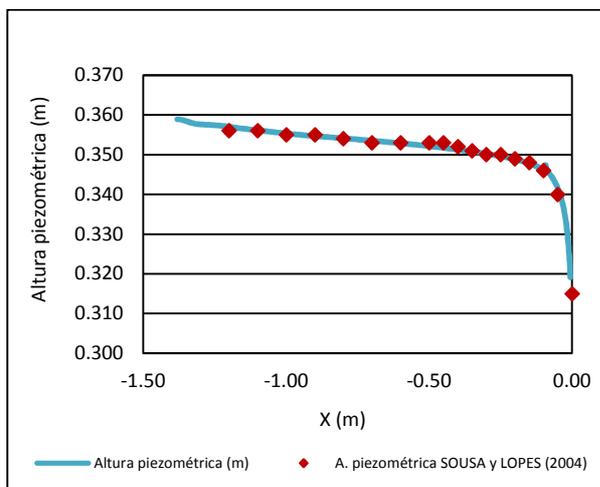
**Comparativa entre resultados para la caída con solera en escalones ( $h_q=0.3$  m)**



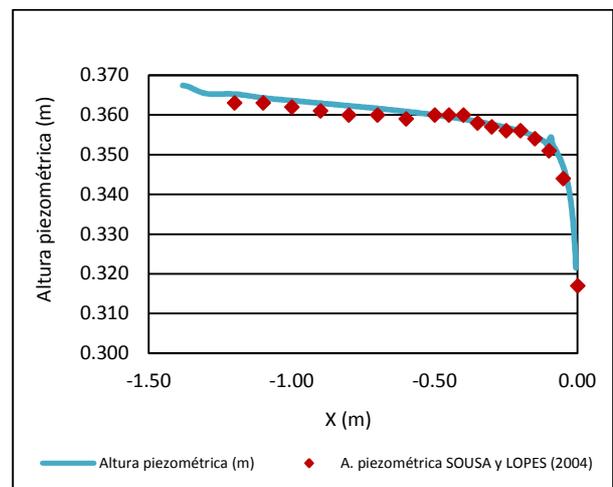
**A1. 33. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída en escalones ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



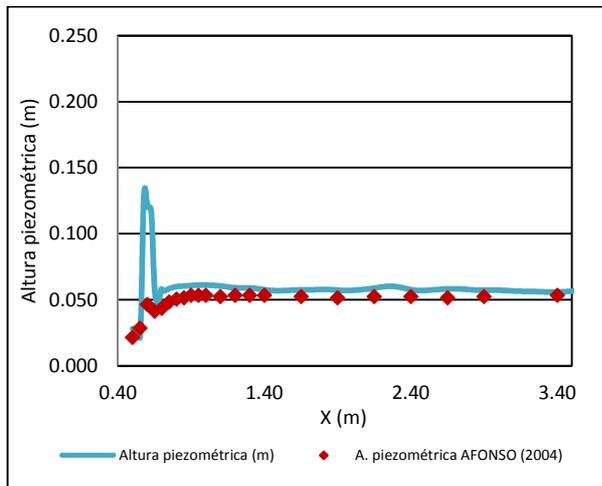
**A1. 34. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída en escalones ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



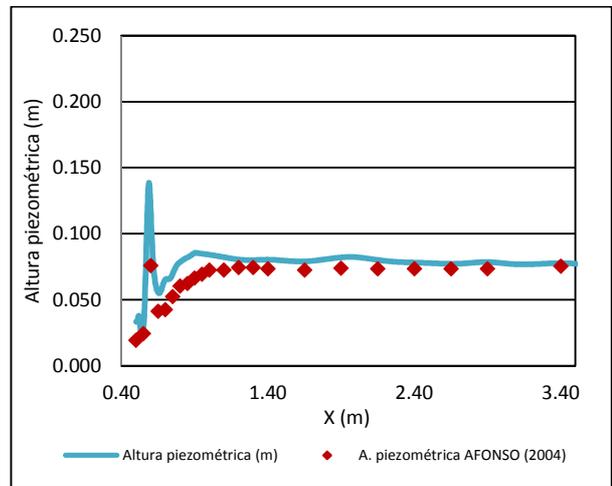
**A1. 35. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída en escalones ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



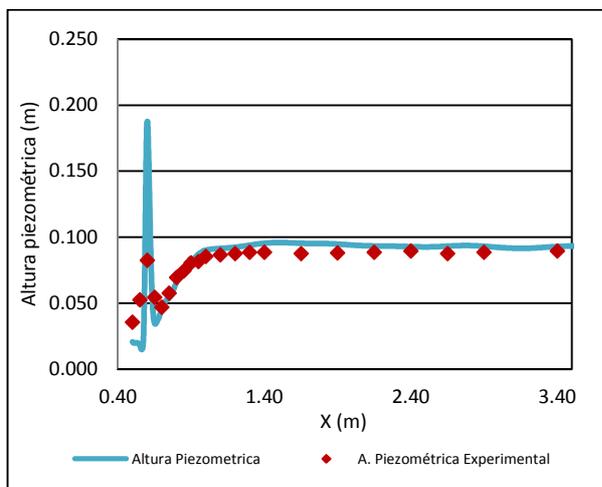
**A1. 36. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída en escalones ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



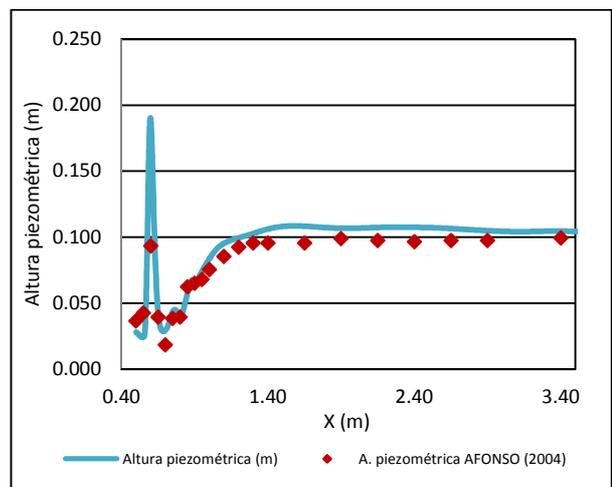
A1. 37. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída en escalones ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)



A1. 38. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída en escalones ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.3$  m)

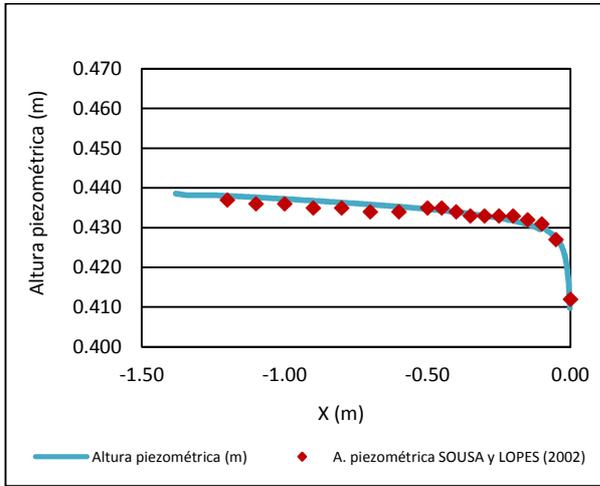


A1. 39. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída en escalones ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)

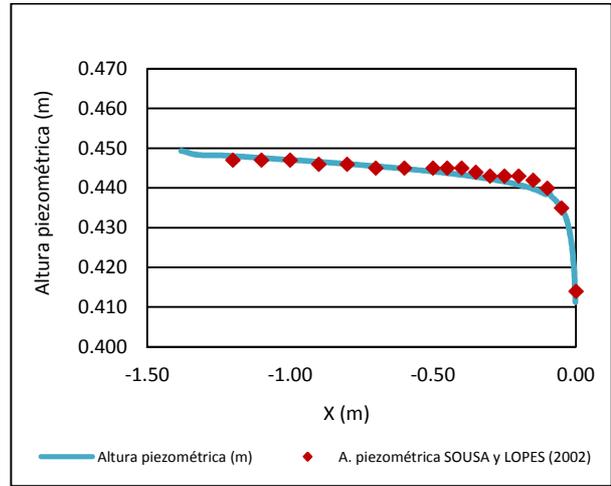


A1. 40. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída en escalones ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.3$  m)

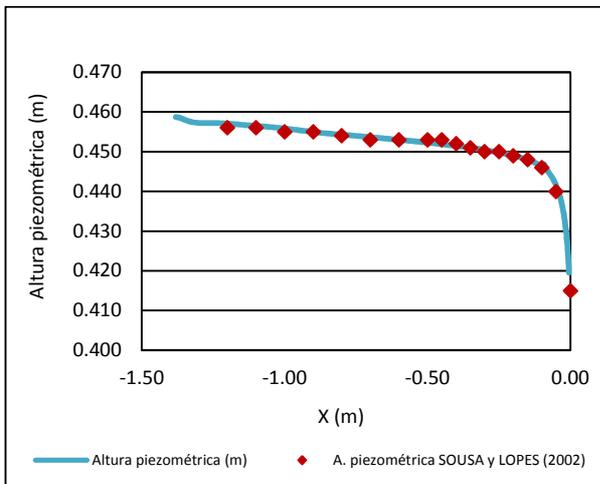
**Comparativa entre resultados para la caída con solera en escalones ( $h_q=0.4$  m)**



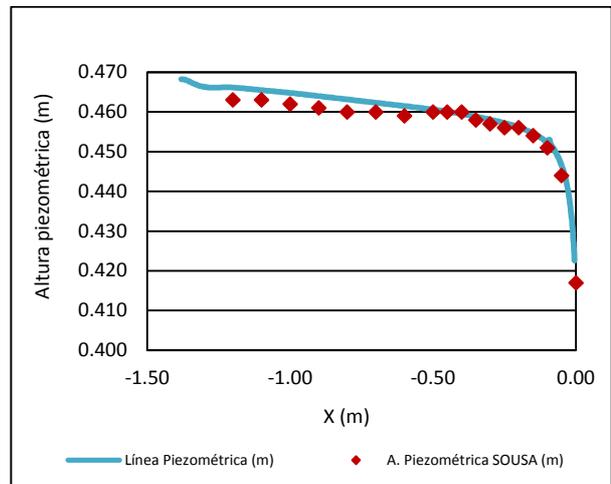
**A1. 41. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída en escalones ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



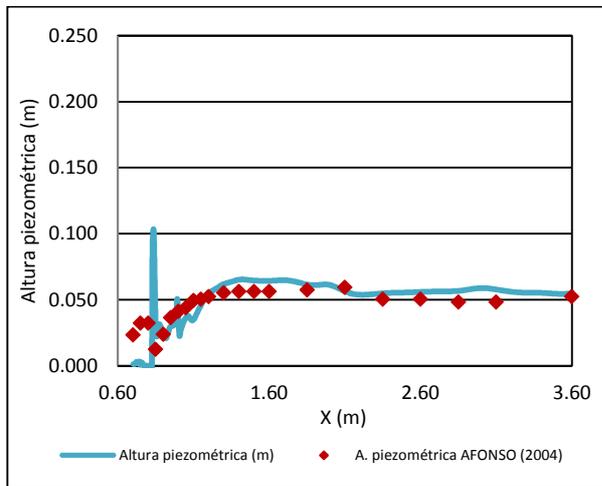
**A1. 42. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída en escalones ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



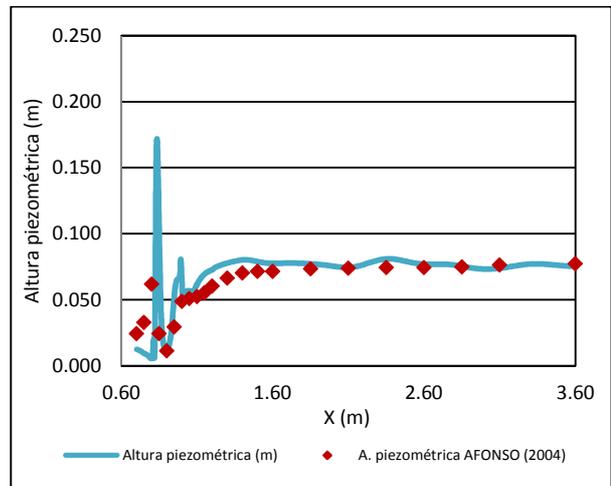
**A1. 43. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída en escalones ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



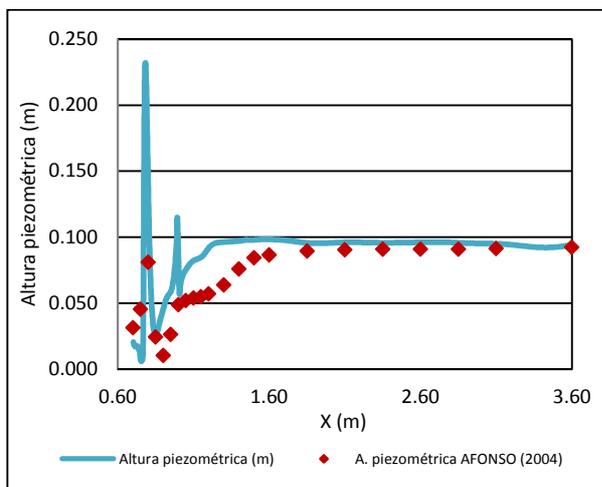
**A1. 44. Altura piezométrica en la conducta de entrada en caída en escalones ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



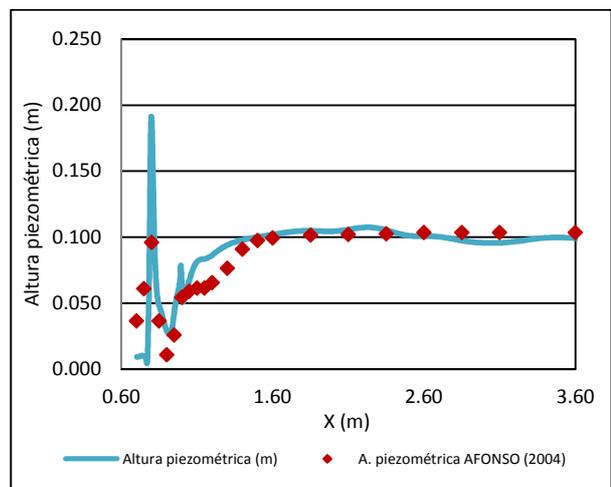
A1. 45. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída en escalones ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



A1. 46. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída en escalones ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

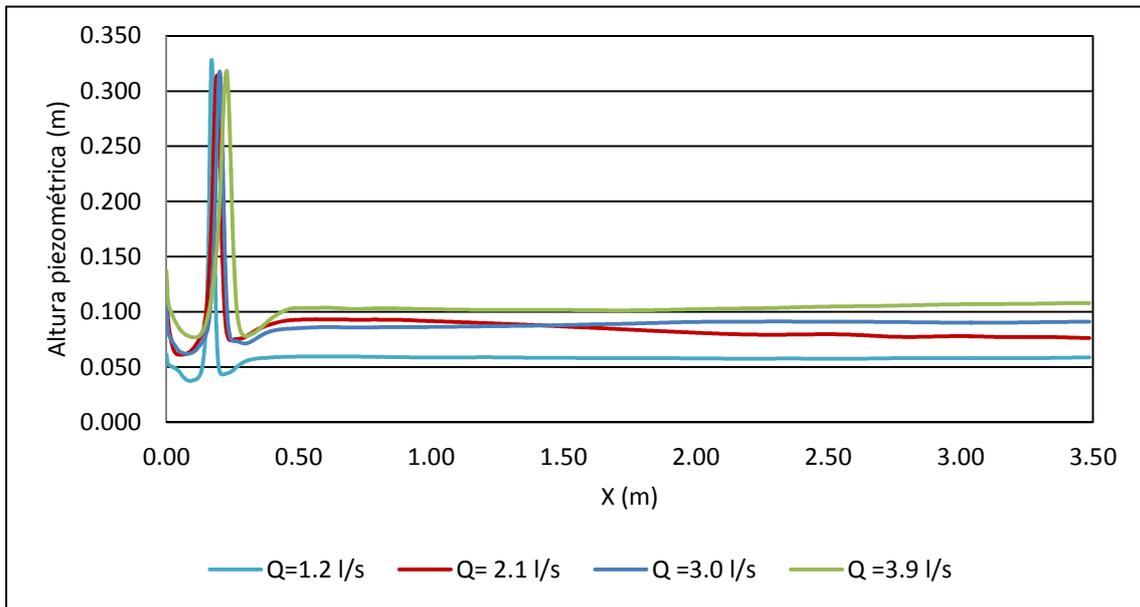


A1. 47. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída en escalones ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

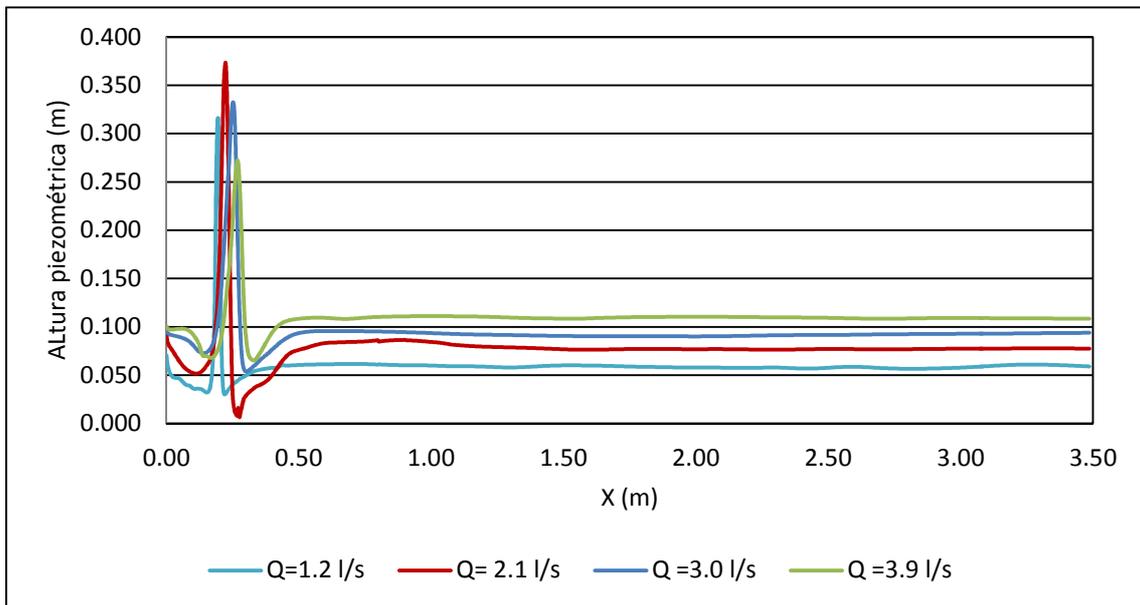


A1. 48. Altura piezométrica en la conducta de salida en caída en escalones ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

### Evolución de la altura piezométrica en la conducta de salida para la caída vertical

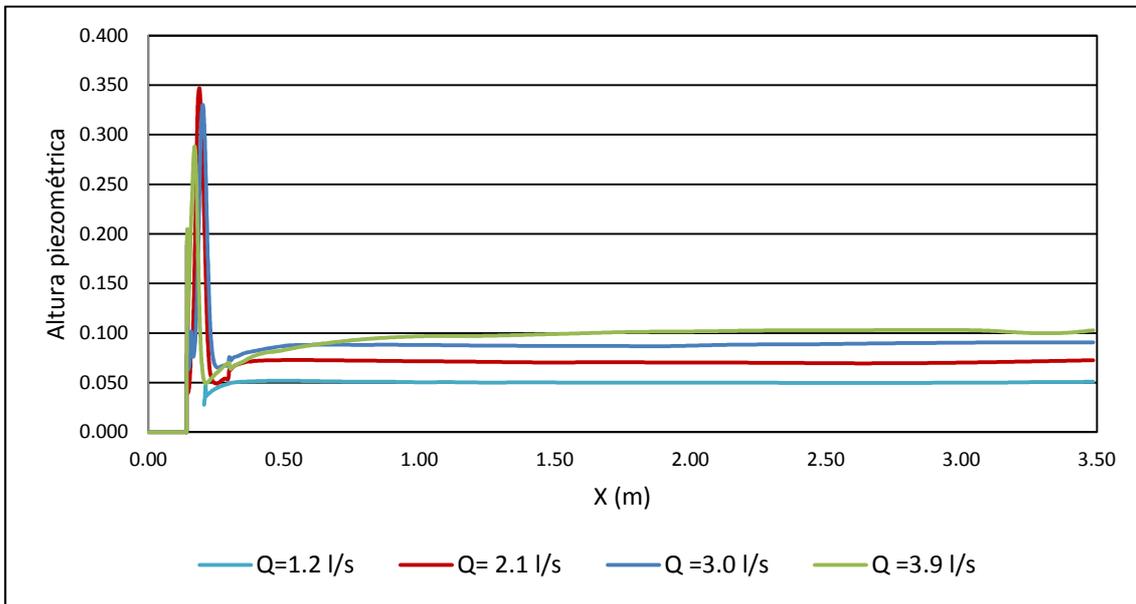


A1. 49. Evolución de la altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical para  $h_q=0.3$  m

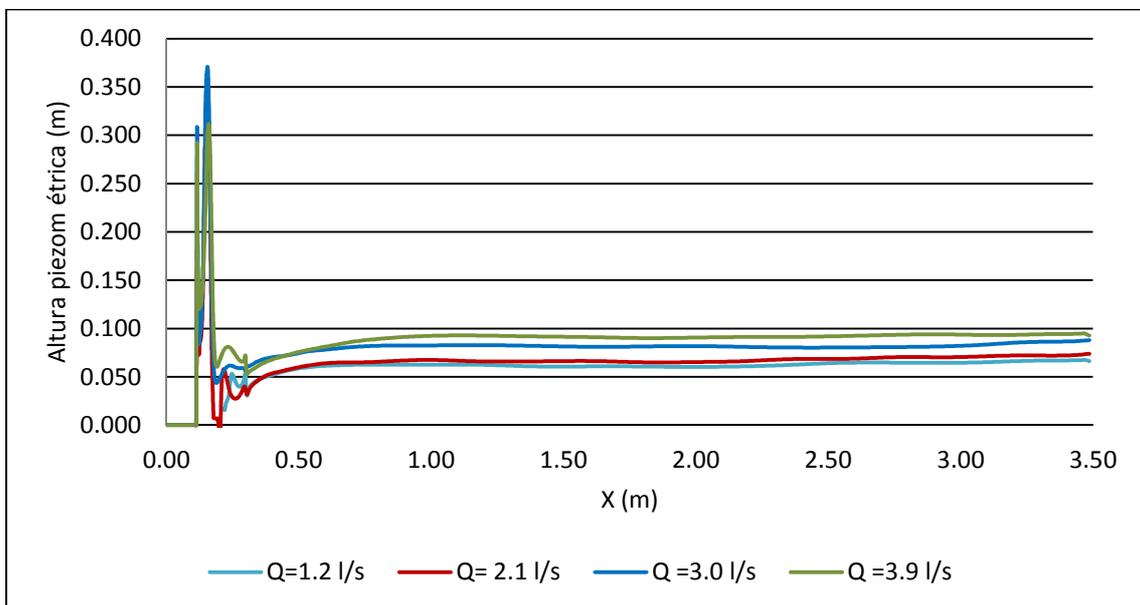


A1. 50. Evolución de la altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical para  $h_q=0.4$  m

### Evolución de la altura piezométrica en la conducta de salida para la caída vertical guiada

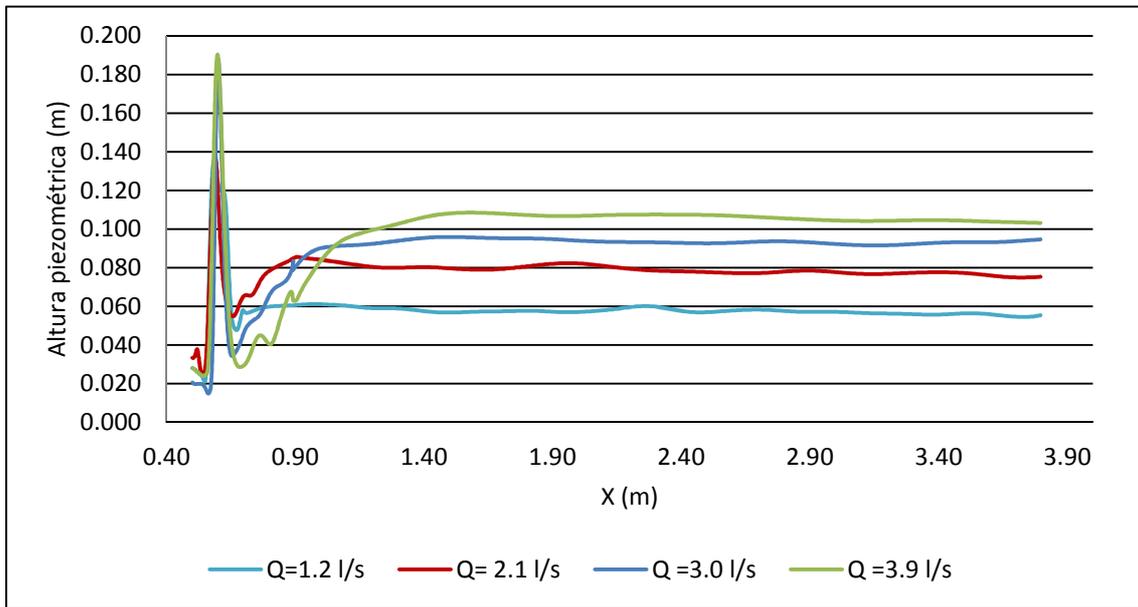


A1. 51. Evolución de la altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical guiada para  $h_q=0.3$  m

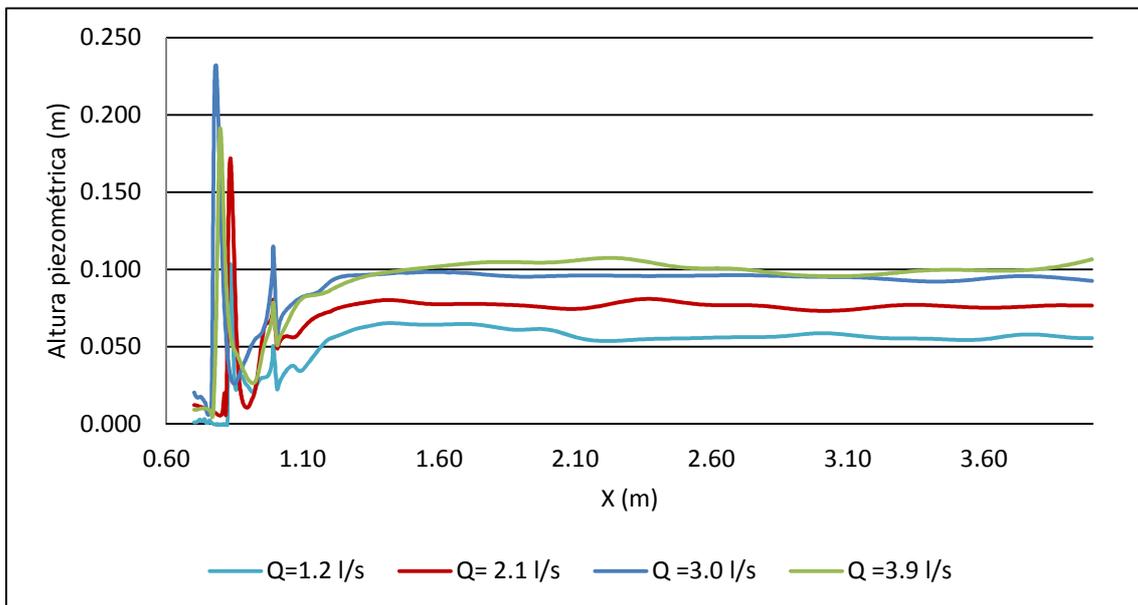


A1. 52. Evolución de la altura piezométrica en la conducta de salida en caída vertical guiada para  $h_q=0.4$  m

### Evolución de la altura piezométrica en la conducta de salida para la caída en escalones



A1. 53. Evolución de la altura piezométrica en la conducta de salida en caída en escalones para  $h_q=0.3$  m



A1. 54. Evolución de la altura piezométrica en la conducta de salida en caída en escalones para  $h_q=0.4$  m

## ANEXO II – Altura de agua



# Altura de agua

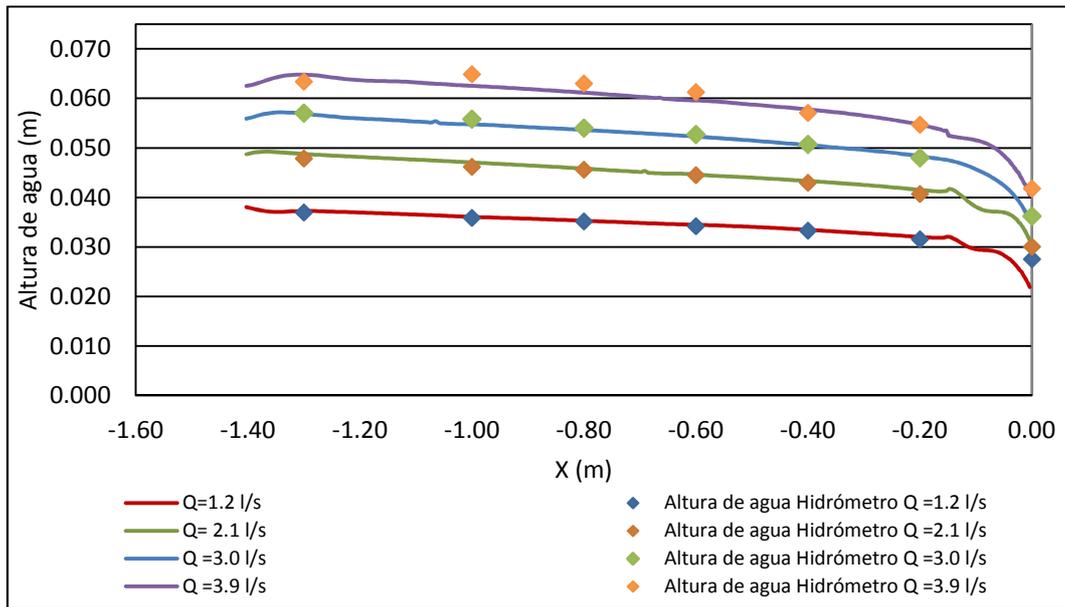
## A2.1. Consideraciones iniciales

En este anexo se muestran la altura de agua obtenida mediante la aplicación FLOW-3D® en las estructuras de estudio para la totalidad del rango de experimentación. De forma análoga al anexo referido a la altura piezométrica obtenida, se muestra una comparativa entre la altura de agua obtenida en modelación física y numéricas.

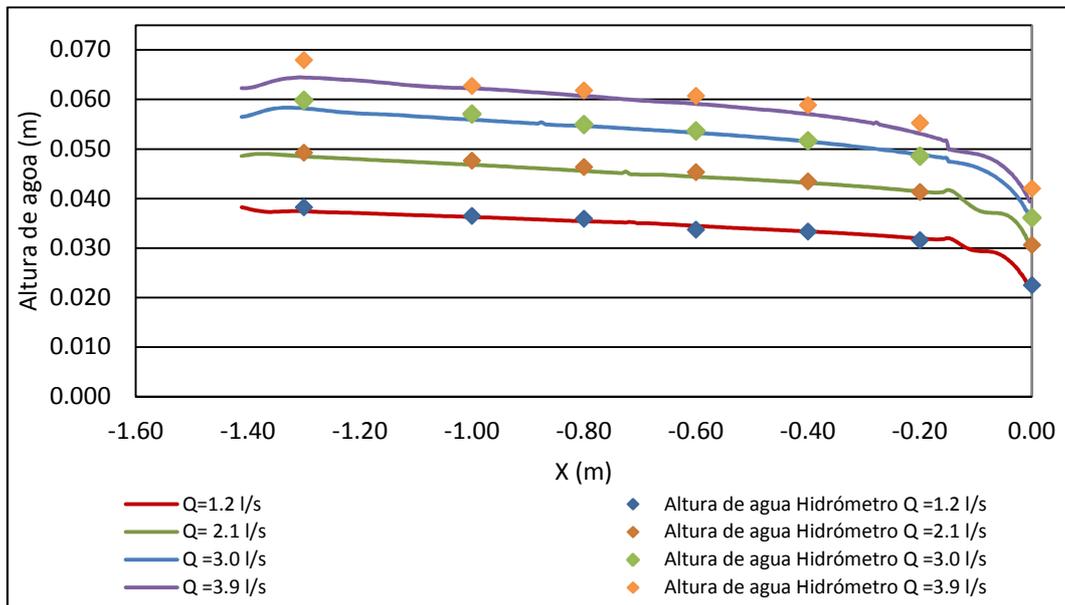
Dado el volumen de resultados numéricos correspondiente a cada línea de altura de agua sólo es posible presentar el gráfico resultante y no los registros correspondientes a cada celda de medición. Por otro lado al ser los registros experimentales de menor número en comparación con las lecturas piezométricas empleadas en el ANEXO I se ha recurrido a especificar de forma conjunta la evolución de la altura de agua en función del tipo de caída y la altura ( $h_q$ ).

Para la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones se han empleado los registros de la altura de agua obtenidos por Soares (2003), Azevedo (2006) y Afonso (2004), respectivamente, habiendo sido medidos mediante hidrómetro de punta derecha y en algunos casos también se empleó lecturas mediante cinta métrica (caída vertical y caída en escalones).

### Evolución de la altura de agua en la conducta de entrada para la caída vertical

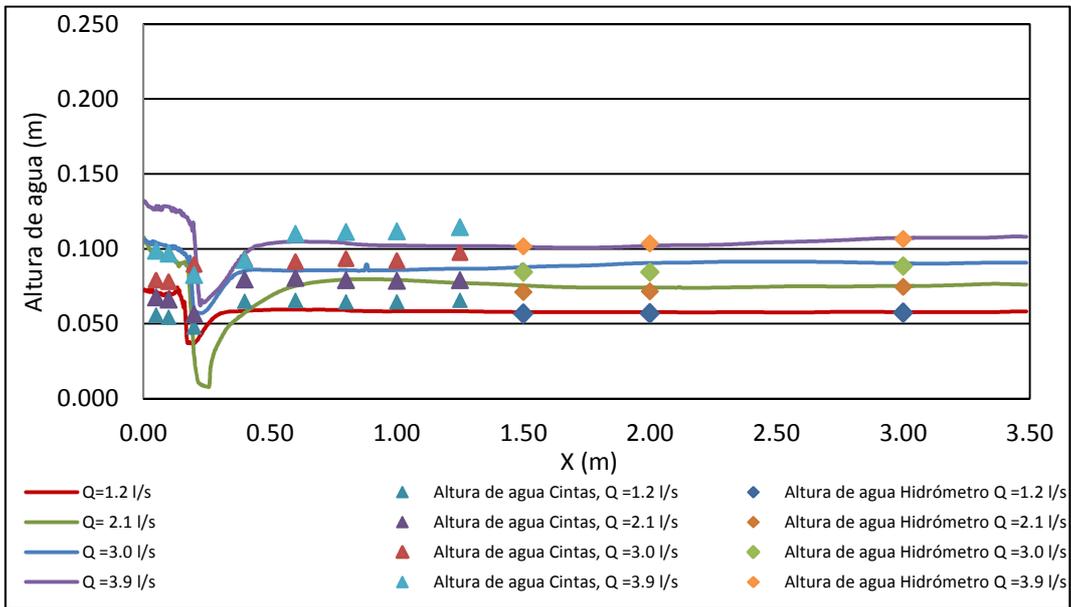


A2. 1. Evolución de la altura de agua en la conducta de entrada en caída vertical para  $h_q=0.3$  m

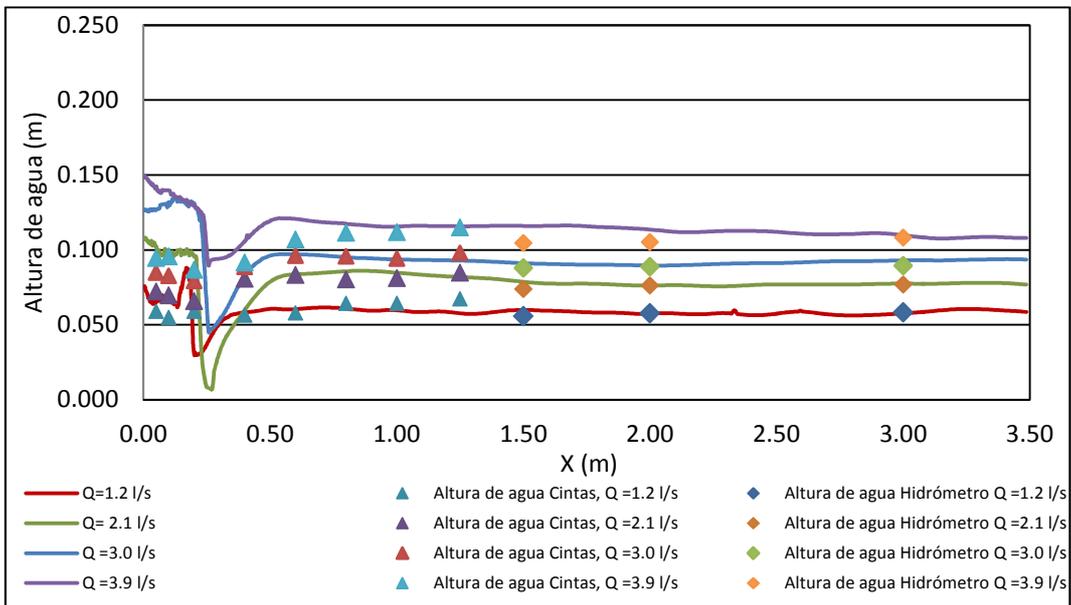


A2. 2. Evolución de la altura de agua en la conducta de entrada en caída vertical para  $h_q=0.4$  m

### Evolución de las alturas de agua en la conducta de salida para la caída vertical

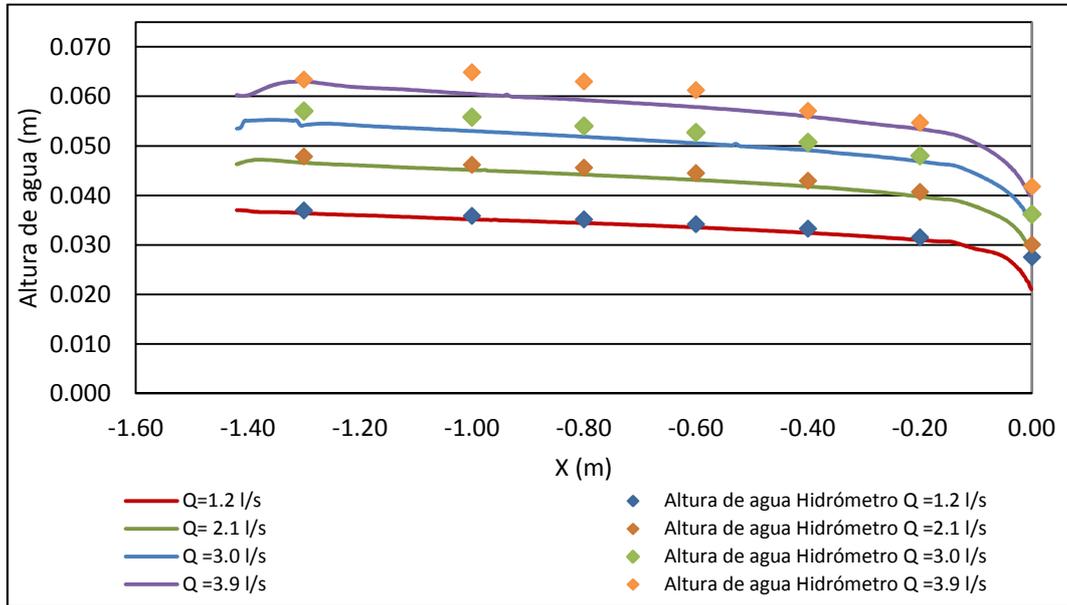


### A2. 3.Evolución de la altura de agua en la conducta de salida en caída vertical para $h_q=0.3$ m

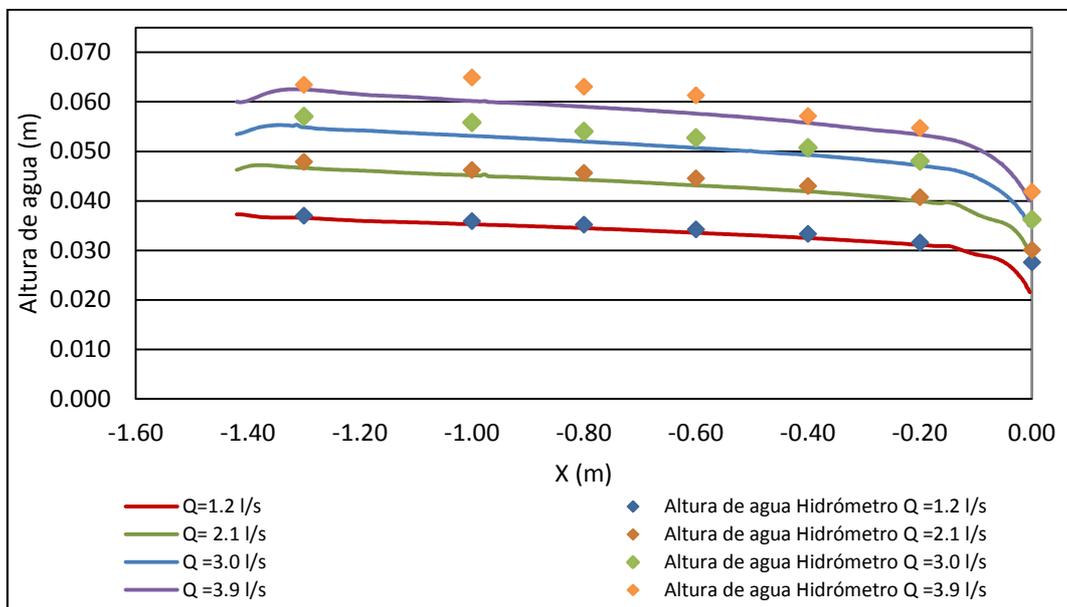


### A2. 4. Evolución de la altura de agua en la conducta de entrada en caída vertical para $h_q=0.4$ m

**Evolución de la altura de agua en la conducta de entrada para la caída vertical guiada**

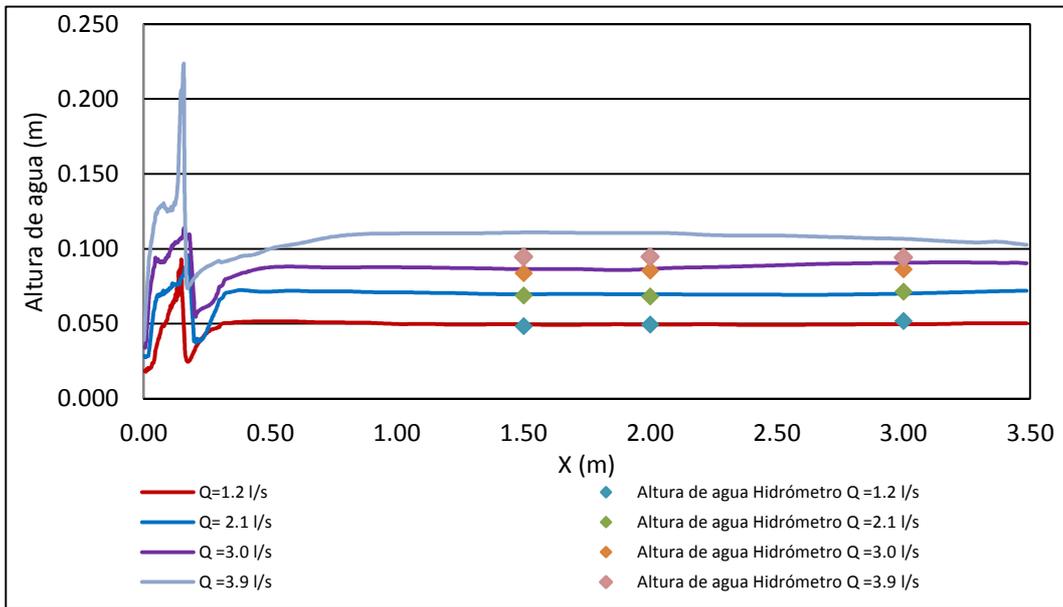


**A2. 5. Evolución de la altura de agua en la conducta de entrada en caída vertical guiada para  $h_q=0.3$  m**

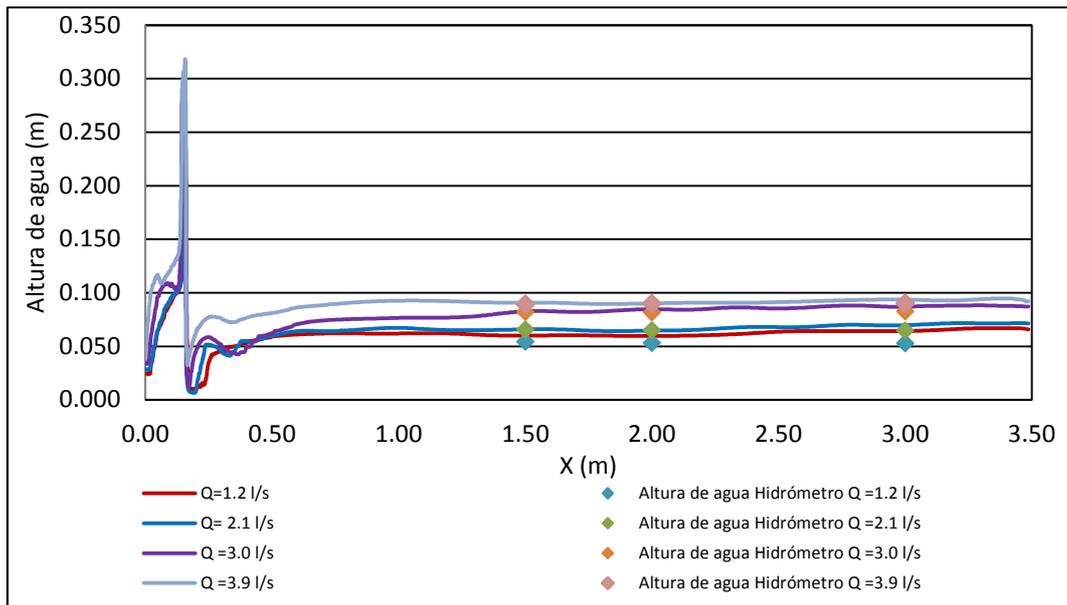


**A2. 6. Evolución de la altura de agua en la conducta de entrada en caída vertical guiada para  $h_q=0.4$  m**

**Evolución de la altura de agua en la conducta de salida para la caída vertical guiada**

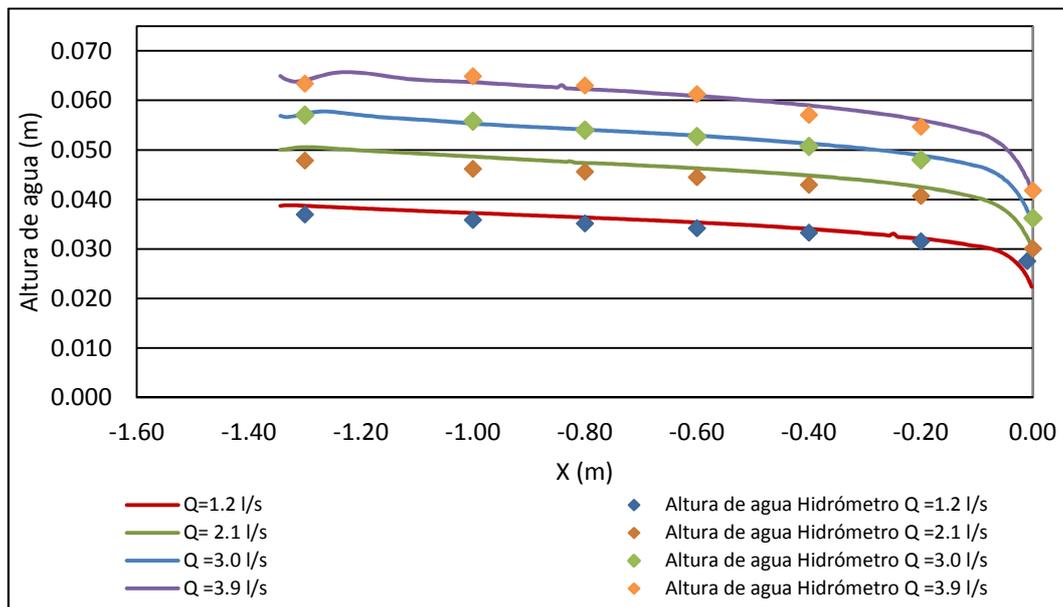


**A2. 7. Evolución de la altura de agua en la conducta de salida en caída vertical guiada para h<sub>q</sub>=0.3 m**

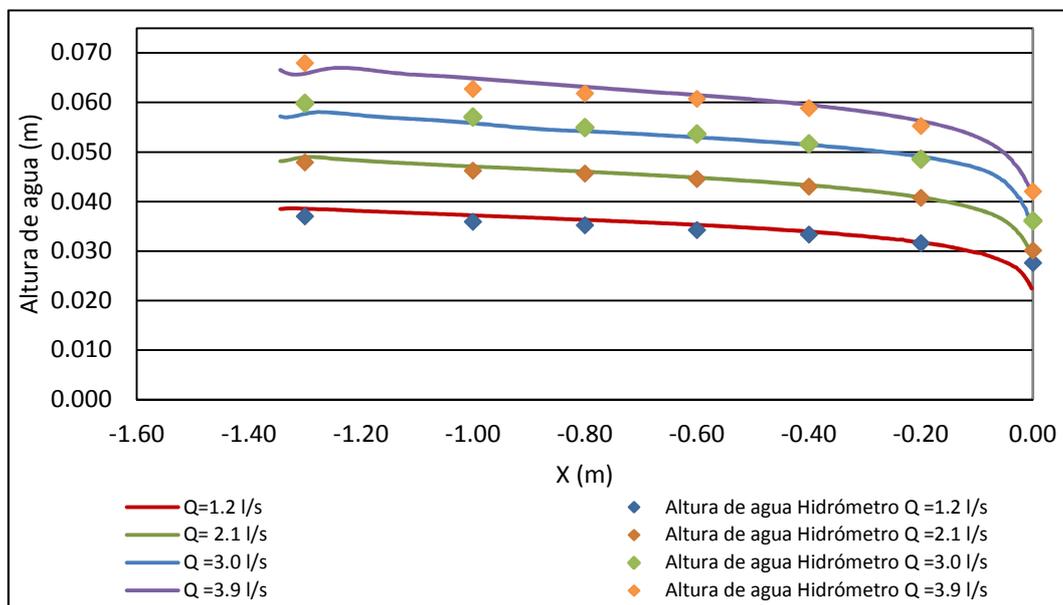


**A2. 8. Evolución de la altura de agua en la conducta de salida en caída vertical guiada para h<sub>q</sub>=0.4 m**

### Evolución de la altura de agua en la conducta de entrada para la caída en escalones

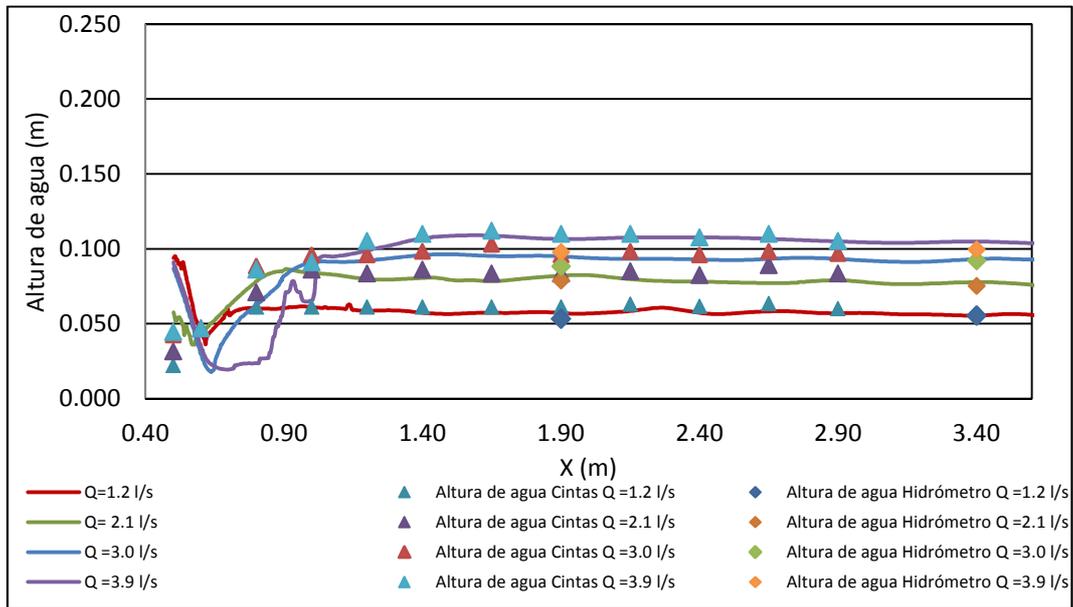


A2. 9. Evolución de la altura de agua en la conducta de entrada en caída en escalones para  $h_q=0.3$  m

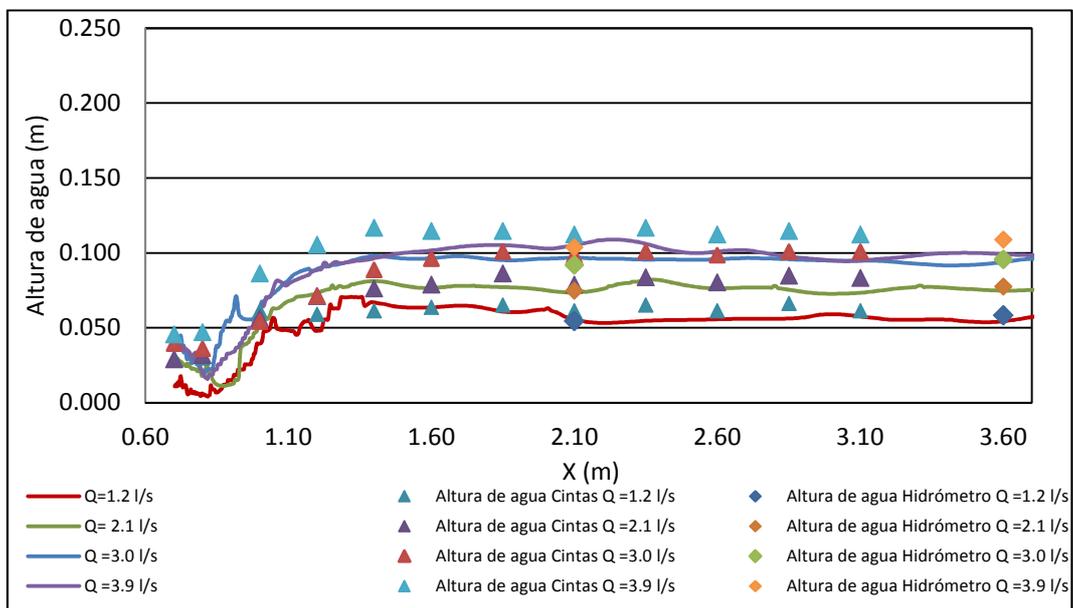


A2. 10. Evolución de la altura de agua en la conducta de entrada en caída en escalones para  $h_q=0.4$  m

### Evolución de la altura de agua en la conducta de salida para la caída en escalones



A2. 11. Evolución de la altura de agua en la conducta de salida en caída en escalones para  $h_q=0.3$  m



A2. 12. Evolución de la altura de agua en la conducta de salida en caída en escalones para  $h_q=0.4$  m



## ANEXO III – Comparativa del flujo en la caída en escalones



# Comparativa del flujo en la caída en escalones

## A3.1. Consideraciones iniciales

Dada la mayor complejidad de la caída con solera en escalones se ha analizado separadamente los resultados obtenidos en la zona de la caída para las diferentes simulaciones realizadas. Para la comparativa se han empleado las mediciones realizadas mediante cinta métrica obtenidas por Afonso (2004) para su tesis de maestría.

Las alturas de agua mediante FLOW-3D<sup>®</sup> fueron analizadas para las secciones correspondientes al inicio, medio y final de la huella de cada escalón para la obtención del colchón de agua y la cota superior e inferior de la lámina vertiente. Los resultados experimentales únicamente se han empleado las mediciones correspondientes a la cota superior e inferior de la lámina vertiente. Es necesario destacar que para el caso de las alturas de agua realizadas en modelo experimental la sección denominada como  $\frac{1}{2}$  E (Sección mitad del escalón) no siempre se corresponde exactamente con esa coordenada. Afonso (2004) fue variando la sección de medición en función del desarrollo del flujo en cada escalón.

Las secciones de medición se han definido de la siguiente forma:

- SEAA: Sección final de la solera del escalón aguas arriba.
- SE: Sección inicial de la solera del escalón
- $\frac{1}{2}$  E: Sección situada en la mitad del escalón.



**A3.1. CAÍDA EN ESCALONES (Q=1.2 l/s, h<sub>q</sub>=0.3 m)**

Altura de agua en los escalones																
Escalón		1			2			3			4			5		
		SEAA	SE	1/2E												
Cota de la solera (m)		0.3	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.10	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	Cota superior	0.322	0.321	0.291	0.264	0.264	0.247	0.218	0.214	0.169	0.166	0.166	0.170	0.165	0.164	0.148
	Cota inferior	0.300	0.250	0.250	0.250	0.247	0.230	0.200	0.198	0.150	0.150	0.146	0.100	0.100	0.111	0.065
COLCHÓN DE AGUA			-	-	-	-	0.205	-	0.184	-	-	0.122	-	-	0.100	0.051
X (m)		0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45

Altura de agua AFONSO (2004)																
Escalón		1			2			3			4			5		
		SEAA	SE	1/2E												
Cota de la solera del escalón (m)		0.3	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.1	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	X(m)	0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45
	Cota superior MAX.	0.323	0.323	0.292	0.265	0.265	0.255	0.225	0.225	0.195	0.165	0.165	0.165	0.150	0.150	0.120
	Cota superior MIN.	0.323	0.323	0.292	0.264	0.264	0.252	0.220	0.220	0.186	0.160	0.160	0.145	0.125	0.125	0.088
COLCHÓN DE AGUA	X(m)	0.00	0.00	0.03	0.10	0.10	0.17	0.20	0.20	0.26	0.30	0.30	0.40	0.40	0.40	0.48
	Cota Inferior MAX.	0.300	0.288	0.288	0.250	0.225	0.225	0.200	0.180	0.180	0.150	0.112	0.112	0.100	0.070	0.070
	Cota Inferior MIN.	0.300	0.285	0.285	0.250	0.223	0.223	0.200	0.177	0.177	0.150	0.108	0.108	0.100	0.065	0.065

### A3.2. CAÍDA EN ESCALONES (Q=2.1 l/s, h<sub>q</sub>=0.3 m)

Altura de agua en los escalones																
Escalón		1			2			3			4			5		
		SEAA	SE	1/2E												
Cota de la solera (m)		0.3	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.10	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	Cota superior	0.3305	0.3293	0.3021	0.2727	0.2717	0.2503	0.2215	0.2193	0.1913	0.1672	0.1664	0.1672	0.1356	0.1341	0.1051
	Cota inferior	0.3000	0.2500	0.2500	0.2500	0.2478	0.2267	0.2000	0.1987	0.1707	0.1500	0.1463	0.1000	0.1000	0.1078	0.0728
COLCHÓN DE AGUA		-	-	-	-	0.2127	0.2127	-	0.1193	-	-	0.1193	-	-	0.1118	0.0553
X (m)		0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45

Altura de agua AFONSO (2004)																
Escalón		1			2			3			4			5		
Cota de la solera del escalón (m)		0.3	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.1	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	X(m)	0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45
	Cota superior MAX.	0.3340	0.3340	0.3090	0.2750	0.2750	0.2550	0.2250	0.2250	0.2050	0.1760	0.1760	0.1550	0.1350	0.1350	0.1100
	Cota superior MIN.	0.3320	0.3320	0.3080	0.2720	0.2720	0.2460	0.2180	0.2180	0.1940	0.1670	0.1670	0.1420	0.1170	0.1170	0.0880
COLCHÓN DE AGUA	X(m)	0.00	0.00	0.03	0.10	0.10	0.16	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.36	0.40	0.40	0.45
	Cota Inferior MAX.	0.3000	0.3000	0.3000	0.2500	0.2370	0.2370	0.2000	0.1900	0.1900	0.1500	0.1250	0.1250	0.1000	0.0900	0.0900
	Cota Inferior MIN.	0.3000	0.3000	0.3000	0.2500	0.2340	0.2340	0.2000	0.1800	0.1800	0.1500	0.1180	0.1180	0.1000	0.0850	0.0850

### A3.3. CAÍDA EN ESCALONES (Q=3.0 l/s, h<sub>0</sub>=0.3 m)

Altura de agua en los escalones																
Escalón		1			2			3			4			5		
		SEAA	SE	1/2E												
Cota de la solera (m)		0.30	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.10	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	Cota superior	0.3358	0.3348	0.3090	0.2240	0.2233	0.1992	0.2240	0.2233	0.1992	0.1725	0.1707	0.1480	0.1237	0.1218	0.1078
	Cota inferior	0.3000	0.2500	0.2500	0.2000	0.1987	0.1500	0.2000	0.1987	0.1500	0.1500	0.1463	0.1000	0.1000	0.1008	0.0798
COLCHÓN DE AGUA		-	-	-	-	0.2267	-	-	0.1795	-	-	0.1427	-	-	0.0730	0.0764
X (m)		0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45

Altura de agua AFONSO (2004)																
Escalón		1			2			3			4			5		
Cota de la solera del escalón (m)		0.30	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.10	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	X(m)	0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45
	Cota superior MAX.	0.3390	0.3390	0.3200	0.2820	0.2820	0.2600	0.2280	0.2280	0.2100	0.1900	0.1900	0.1600	0.1350	0.1350	0.1300
	Cota superior MIN.	0.3380	0.3380	0.3180	0.2800	0.2800	0.2540	0.2200	0.2200	0.2040	0.1720	0.1720	0.1400	0.1250	0.1250	0.0950
COLCHÓN DE AGUA	X(m)	0.00	0.00	0.04	0.10	0.10	0.16	0.20	0.30	0.16	0.30	0.30	0.34	0.40	0.40	0.46
	Cota Inferior MAX.	0.3000	0.3000	0.3000	0.2500	0.2500	0.2500	0.2000	0.1720	0.1720	0.1500	0.1450	0.1450	0.1000	0.0650	0.0650
	Cota Inferior MIN.	0.3000	0.3000	0.3000	0.2500	0.2450	0.2450	0.2000	0.1680	0.1680	0.1500	0.1400	0.1400	0.1000	0.0750	0.0750

### A3.4. CAÍDA EN ESCALONES (Q=3.9 l/s, h<sub>q</sub>=0.3 m)

Altura de agua en los escalones																
Escalón		1			2			3			4			5		
		SEAA	SE	1/2E												
Cota de la solera (m)		0.30	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.10	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	Cota superior	0.3417	0.3405	0.3174	0.2868	0.2845	0.2580	0.2311	0.2296	0.2075	0.1819	0.1796	0.1534	0.1294	0.1288	0.1116
	Cota inferior	0.3000	0.2500	0.2500	0.2500	0.2478	0.2000	0.2000	0.1987	0.1707	0.1500	0.1497	0.1218	0.1000	0.1008	0.0798
COLCHÓN DE AGUA		-	-	-	-	0.2699	-	-	0.1862	0.1942	-	0.1635	0.1429	-	0.0775	0.0812
X (m)		0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.45	0.45

Altura de agua AFONSO (2004)																
Escalón		1			2			3			4			5		
Cota de la solera del escalón (m)		0.30	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.10	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	X(m)	0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.45	0.45
	Cota superior MAX.	0.3430	0.3430	0.3200	0.2890	0.2890	0.2620	0.2300	0.2300	0.2100	0.1920	0.1920	0.1600	0.1350	0.1350	0.1300
	Cota superior MIN.	0.3420	0.3420	0.3180	0.2870	0.2870	0.2570	0.2240	0.2240	0.2000	0.1770	0.1770	0.1400	0.1220	0.1220	0.1000
COLCHÓN DE AGUA	X(m)	0.00	0.00	0.04	0.10	0.10	0.17	0.20	0.20	0.29	0.30	0.30	0.36	0.30	0.30	0.36
	Cota Inferior MAX.	0.3000	0.3000	0.3000	0.2500	0.2500	0.2500	0.2000	0.1700	0.1700	0.1500	0.1500	0.1500	0.1000	0.0800	0.0800
	Cota Inferior MIN.	0.3000	0.3000	0.3000	0.2500	0.2500	0.2500	0.2000	0.1650	0.1650	0.1500	0.1480	0.1480	0.1000	0.0700	0.0700

**A3.5. CAÍDA EN ESCALONES (Q=1.2 l/s, h<sub>q</sub>=0.4 m)**

Altura de agua en los escalones																						
Escalón		1			2			3			4			5			6			7		
		SEAA	SE	1/2E																		
Cota de la solera (m)		0.40	0.35	0.35	0.35	0.30	0.30	0.30	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.10	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	Cota superior	0.4224	0.4214	0.3918	0.3653	0.3647	0.3476	0.3200	0.3185	0.2836	0.2622	0.2621	0.2573	0.2489	0.2481	0.2302	0.2048	0.2034	0.1663	0.1236	0.1202	0.0882
	Cota inferior	0.4000	0.4005	0.3500	0.3500	0.3482	0.3307	0.3000	0.2993	0.2500	0.2500	0.2505	0.2400	0.2226	0.2191	0.1911	0.1500	0.1458	0.1000	0.1000	0.1004	0.0760
COLCHÓN DE AGUA		-	0.3831	-	-	0.3180	0.3182	-	0.2856	-	-	0.2206	0.2206	0.2016	0.2016	0.1528	-	0.1109	-	-	0.0620	0.0620
X (m)		0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45	0.50	0.50	0.55	0.60	0.60	0.65

Altura de agua AFONSO (2004)																						
Escalón		1			2			3			4			5			6			7		
		Cota de la solera del escalón (m)		0.4	0.35	0.35	0.35	0.3	0.3	0.3	0.25	0.25	0.25	0.2	0.2	0.2	0.15	0.15	0.15	0.1	0.1	0.1
LAMINA VERTIENTE	X(m)	0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45	0.50	0.50	0.55	0.60	0.60	0.65
	Cota Sup. MAX.	0.4230	0.4230	0.3920	0.3650	0.3650	0.3550	0.3250	0.3250	0.2950	0.2650	0.2650	0.2650	0.2500	0.2500	0.2200	0.1950	0.1950	0.1700	0.1600	0.1600	0.1400
	Cota Sup. MIN.	0.4230	0.4230	0.3920	0.3640	0.3640	0.3520	0.3200	0.3200	0.2860	0.2600	0.2600	0.2450	0.2250	0.2250	0.1880	0.1650	0.1650	0.1250	0.1150	0.1150	0.0800
COLCHÓN DE AGUA	X(m)	0.00	0.00	0.04	0.10	0.10	0.16	0.20	0.20	0.24	0.30	0.30	0.40	0.40	0.40	0.45	0.50	0.50	0.58	0.50	0.50	0.58
	Cota Inf. MAX.	0.4000	0.3950	0.3950	0.3500	0.3130	0.3130	0.3000	0.2800	0.2800	0.2500	0.2100	0.2100	0.2000	0.1650	0.1650	0.1500	0.1200	0.1200	0.1000	0.0740	0.0740
	Cota Inf. MIN.	0.4000	0.3900	0.3900	0.3500	0.3100	0.3100	0.3000	0.2700	0.2700	0.2500	0.2050	0.2050	0.2000	0.1580	0.1580	0.1500	0.1100	0.1100	0.1000	0.0600	0.0600

### A3.6. CAÍDA EN ESCALONES (Q=2.1 l/s, h<sub>q</sub>=0.4 m)

Altura de agua en los escalones																						
Escalón		1			2			3			4			5			6			7		
		SEAA	SE	1/2E	SEAA	SE	1/2E															
Cota de la solera (m)		0.40	0.35	0.35	0.35	0.30	0.30	0.30	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.15	0.10	0.10
LAMINA VERTIENTE	Cota superior	0.4292	0.4284	0.4002	0.3715	0.3709	0.3501	0.3198	0.3186	0.2924	0.2688	0.2680	0.2557	0.2385	0.2372	0.2106	0.1757	0.1728	0.1383	0.18	0.17	0.14
	Cota inferior	0.4000	0.3500	0.3500	0.3500	0.3482	0.3272	0.3000	0.2993	0.2500	0.2500	0.2505	0.2400	0.2000	0.1981	0.1702	0.1500	0.1458	0.1000	0.15	0.15	0.10
COLCHÓN DE AGUA		-	-	-	-	0.3309	0.3063	-	0.2942	-	-	0.2259	0.2259	-	0.1528	0.1528	-	0.1144	-	-	0.11	-
X (m)		0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45	0.50	0.50	0.55	0.50	0.50	0.55

Altura de agua AFONSO (2004)																						
Escalón		1			2			3			4			5			6			7		
		SEAA	SE	1/2E																		
Cota de la solera del escalón (m)		0.4	0.35	0.35	0.35	0.3	0.3	0.3	0.25	0.25	0.25	0.2	0.2	0.2	0.15	0.15	0.15	0.1	0.1	0.15	0.1	0.1
LAMINA VERTIENTE	X(m)	0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45	0.50	0.50	0.55	0.50	0.50	0.55
	Cota Sup. MAX.	0.4230	0.4230	0.3920	0.3750	0.3750	0.3550	0.3250	0.3250	0.3050	0.2760	0.2760	0.2550	0.2350	0.2350	0.2100	0.2000	0.2000	0.1800	0.1600	0.1600	0.1400
	Cota Sup. MIN.	0.4230	0.4230	0.3920	0.3730	0.3730	0.3460	0.3200	0.3200	0.2940	0.2700	0.2700	0.2420	0.2250	0.2250	0.1880	0.1700	0.1700	0.1380	0.1250	0.1250	0.0880
COLCHÓN DE AGUA	X(m)	0.00	0.00	0.04	0.10	0.10	0.17	0.20	0.20	0.26	0.30	0.30	0.39	0.40	0.40	0.46	0.50	0.50	0.60	0.60	0.60	0.70
	Cota Inf. MAX.	0.4000	0.3950	0.3950	0.3500	0.3280	0.3280	0.3000	0.2900	0.2900	0.2500	0.2060	0.2060	0.2000	0.1720	0.1720	0.1500	0.1250	0.1250	0.1000	0.0600	0.0600
	Cota Inf. MIN.	0.4000	0.3900	0.3900	0.3500	0.3250	0.3250	0.3000	0.2820	0.2820	0.2500	0.2030	0.2030	0.2000	0.1680	0.1680	0.1500	0.1150	0.1150	0.1000	0.0600	0.0600

**A3.7. CAÍDA EN ESCALONES (Q=3.0 l/s, h<sub>q</sub>=0.4 m)**

Altura de agua en los escalones																						
Escalón		1			2			3			4			5			6			7		
		SEAA	SE	1/2E																		
Cota de la solera (m)		0.40	0.35	0.35	0.35	0.30	0.30	0.30	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.10	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	Cota superior	0.4357	0.4345	0.4093	0.3715	0.3709	0.3501	0.3242	0.3226	0.3030	0.2767	0.2733	0.2463	0.2233	0.2224	0.2104	0.1929	0.1909	0.1678	0.1372	0.1339	0.0987
	Cota inferior	0.4000	0.3500	0.3500	0.3500	0.3482	0.3272	0.3000	0.2993	0.2784	0.2500	0.2470	0.2000	0.2000	0.1981	0.1842	0.1500	0.1458	0.1318	0.1000	0.0969	0.0500
COLCHÓN DE AGUA		-	-	-	-	0.3309	0.3063	-	0.2756	0.2802	-	0.2442	-	-	0.1748	0.1763	-	0.1327	0.1327	-	0.0949	-
X (m)		0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45	0.50	0.50	0.55	0.60	0.60	0.65

Altura de agua AFONSO (2004)																						
Escalón		1			2			3			4			5			6			7		
		Cota de la solera del escalón (m)		0.4	0.35	0.35	0.35	0.3	0.3	0.3	0.25	0.25	0.25	0.2	0.2	0.2	0.15	0.15	0.15	0.1	0.1	0.1
LAMINA VERTIENTE	X(m)	0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45	0.50	0.50	0.55	0.60	0.60	0.65
	Cota Sup. MAX.	0.4390	0.4390	0.4200	0.3830	0.3830	0.3600	0.3280	0.3280	0.3100	0.2900	0.2900	0.2600	0.2350	0.2350	0.2300	0.2300	0.2300	0.1900	0.1900	0.1900	0.1400
	Cota Sup. MIN.	0.4380	0.4380	0.4180	0.3800	0.3800	0.3540	0.3200	0.3200	0.3040	0.2720	0.2720	0.2400	0.2250	0.2250	0.1950	0.1700	0.1700	0.1300	0.1200	0.1700	0.0950
COLCHÓN DE AGUA	X(m)	0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.16	0.20	0.20	0.27	0.30	0.30	0.36	0.40	0.40	0.50	0.50	0.50	0.57	0.60	0.60	0.68
	Cota Inf. MAX.	0.4000	0.4000	0.4000	0.3500	0.3450	0.3450	0.3000	0.2800	0.2800	0.2500	0.2300	0.2300	0.2000	0.1720	0.1720	0.1500	0.1230	0.1230	0.1000	0.0650	0.0650
	Cota Inf. MIN.	0.4000	0.4000	0.4000	0.3500	0.3400	0.3400	0.3000	0.2750	0.2750	0.2500	0.2200	0.2200	0.2000	0.1650	0.1650	0.1500	0.1170	0.1170	0.1000	0.0650	0.0650

**A3.8. CAÍDA EN ESCALONES (Q=3.9 l/s, h<sub>q</sub>=0.4 m)**

Altura de agua en los escalones																						
Escalón		1			2			3			4			5			6			7		
		SEAA	SE	1/2E																		
Cota de la solera (m)		0.40	0.35	0.35	0.35	0.30	0.30	0.30	0.25	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.10	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	Cota superior	0.4419	0.4407	0.4181	0.3860	0.3849	0.3570	0.3302	0.3290	0.3098	0.2821	0.2802	0.2454	0.2267	0.2261	0.2176	0.2034	0.2022	0.1812	0.1557	0.1546	0.1170
	Cota inferior	0.4000	0.3500	0.3500	0.3500	0.3482	0.3000	0.3000	0.2993	0.2819	0.2500	0.2000	0.2000	0.2000	0.1981	0.1877	0.1500	0.1632	0.1388	0.1000	0.1039	0.0500
COLCHÓN DE AGUA		-	-	-	-	0.3377	-	-	0.2808	0.2801	-	-	-	-	0.1787	0.1821	-	0.1562	0.1074	-	0.0760	-
X (m)		0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45	0.50	0.50	0.55	0.60	0.60	0.65

Altura de agua AFONSO (2004)																						
Escalón		1			2			3			4			5			6			7		
		SEAA	SE	1/2E																		
Cota de la solera del escalón (m)		0.4	0.35	0.35	0.35	0.3	0.3	0.3	0.25	0.25	0.25	0.2	0.2	0.2	0.15	0.15	0.15	0.1	0.1	0.1	0.05	0.05
LAMINA VERTIENTE	X(m)	0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.25	0.30	0.30	0.35	0.40	0.40	0.45	0.50	0.50	0.55	0.60	0.60	0.65
	Cota Sup. MAX.	0.4430	0.4430	0.4200	0.3890	0.3890	0.3620	0.3300	0.3300	0.3100	0.2920	0.2920	0.2600	0.2350	0.2350	0.2300	0.2300	0.2300	0.2000	0.1800	0.1800	0.1500
	Cota Sup. MIN.	0.4420	0.4420	0.4180	0.3870	0.3870	0.3570	0.3240	0.3240	0.3000	0.2770	0.2770	0.2400	0.2220	0.2220	0.2000	0.1740	0.1740	0.1400	0.1240	0.1240	0.1100
COLCHÓN DE AGUA	X(m)	0.00	0.00	0.05	0.10	0.10	0.15	0.20	0.20	0.27	0.30	0.30	0.37	0.40	0.40	0.50	0.50	0.50	0.56	0.50	0.50	0.56
	Cota Inf. MAX.	0.4000	0.4000	0.4000	0.3500	0.3500	0.3500	0.3000	0.2720	0.2720	0.2500	0.2500	0.2500	0.2000	0.1620	0.1620	0.1500	0.1320	0.1320	0.1000	0.0700	0.0700
	Cota Inf. MIN.	0.4000	0.4000	0.4000	0.3500	0.3500	0.3500	0.3000	0.2670	0.2670	0.2500	0.2500	0.2500	0.2000	0.1570	0.1570	0.1500	0.1240	0.1240	0.1000	0.0700	0.0700

## ANEXO IV – Emulsiónamiento de aire



# Emulsiónamiento de aire

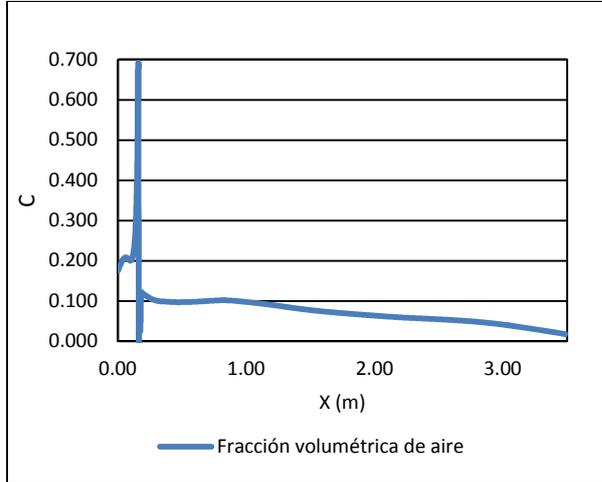
## A4.1. Consideraciones iniciales

El emulsiónamiento de aire ha sido evaluado mediante la incorporación del modelo físico *Air Entrainment* disponible en la aplicación FLOW-3D®. El modelo permite evaluar el fenómeno de emulsiónamiento de aire, considerar el aumento de volumen de las burbujas en el seno del agua, y permitir su salida a lo largo de la superficie libre. Para la estructura de caída con solera en escalones fue necesario implementar la utilización del modelo *Drift-Flux* con el objetivo de mejorar la simulación del movimiento de las partículas en el interior del flujo.

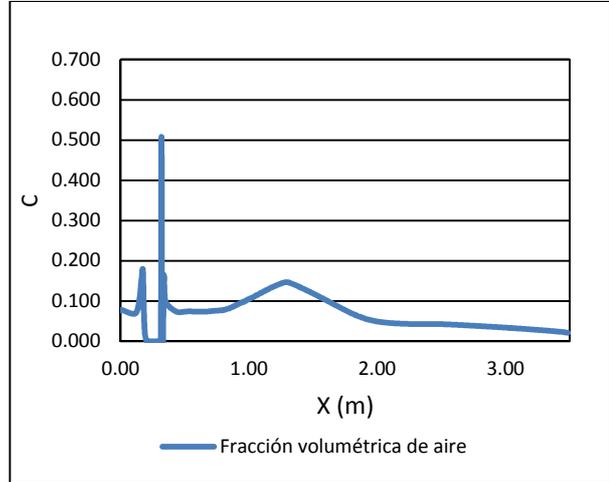
A continuación se muestra la evolución del emulsiónamiento de aire a lo largo del eje longitudinal. El emulsiónamiento fue evaluado mediante la variable C correspondiente a la fracción volumétrica de aire incorporado al flujo en la aplicación FLOW-3D®.

Se recoge también la evolución de la fracción de aire incorporado a lo largo de la altura de agua para las secciones correspondientes a una coordenada x de 0.15, 0.30, 0.50 y 0.80 m en la caída vertical y la caída vertical guiada para una magnitud de descarga de 3.0 l/s. Se ha escogido este caudal para el análisis la evolución de la incorporación de aire en función de altura de agua por ser un caudal representativo en redes de drenaje de aguas residuales, en comparación con las menores magnitudes de descarga simuladas.

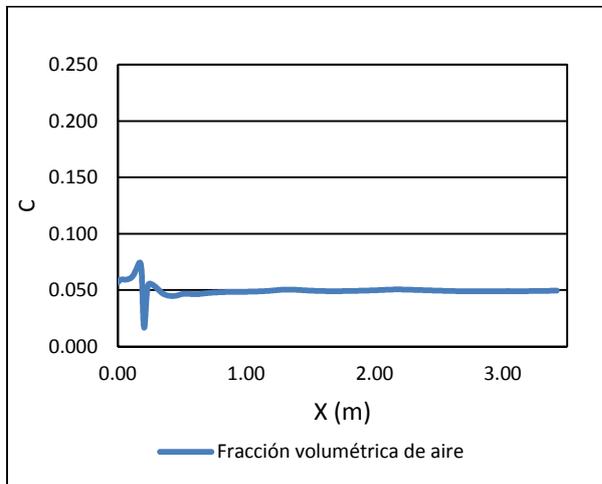
**Evolución del emulsionamiento de aire en la caída vertical ( $h_q=0.3$  m)**



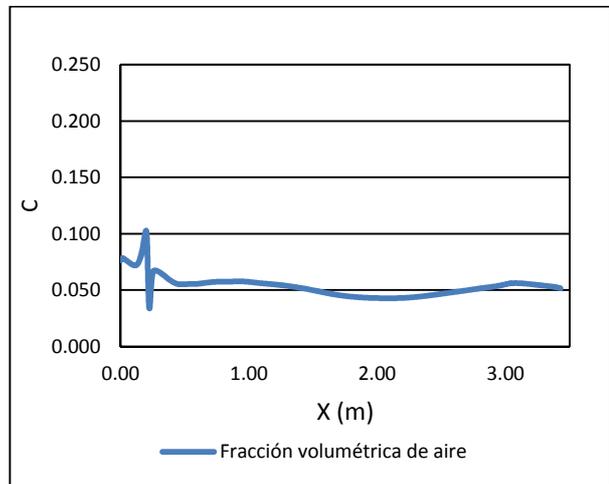
**A4. 1. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical  
( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



**A4. 2. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical  
( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

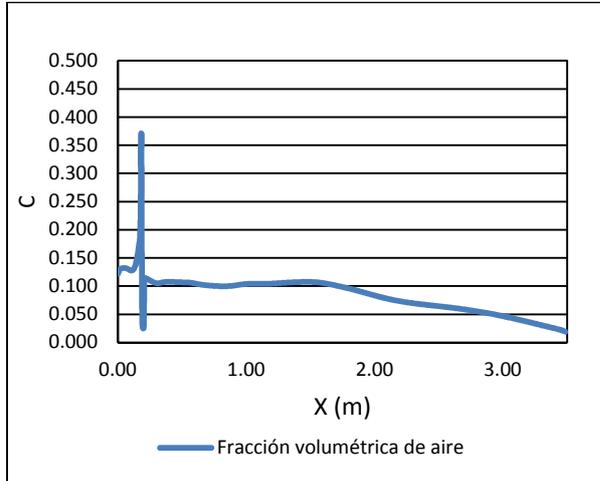


**A4. 3. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical  
( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

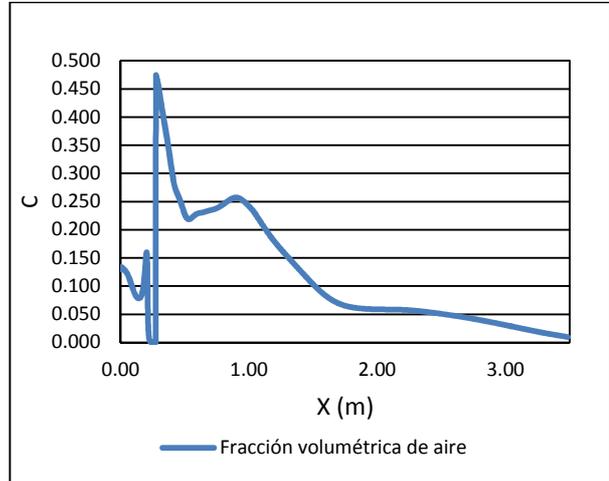


**A4. 4. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical  
( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

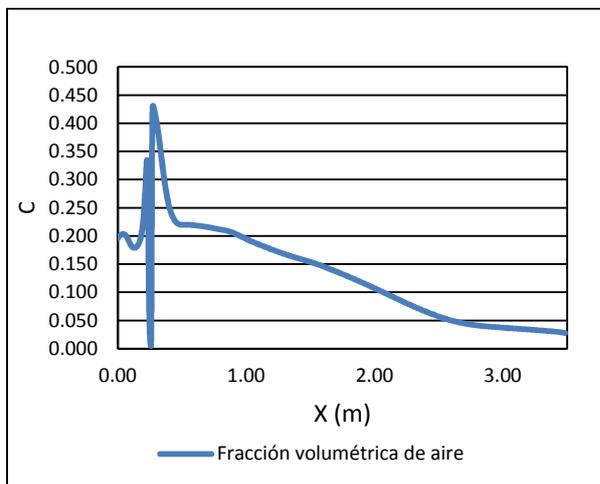
**Evolución del emulsionamiento de aire en la caída vertical ( $h_q=0.4$  m)**



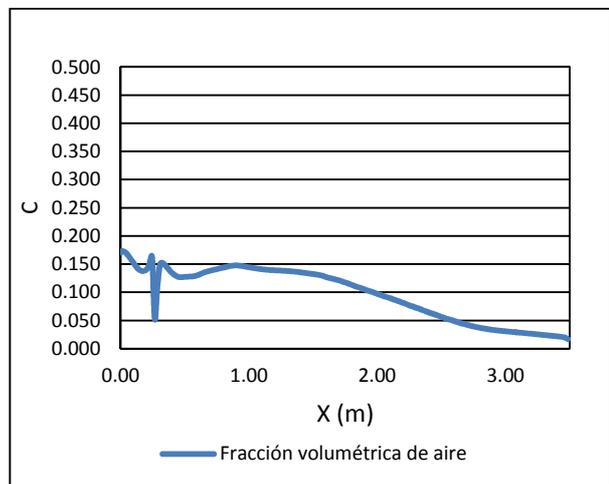
**A4. 5. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



**A4. 6. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**

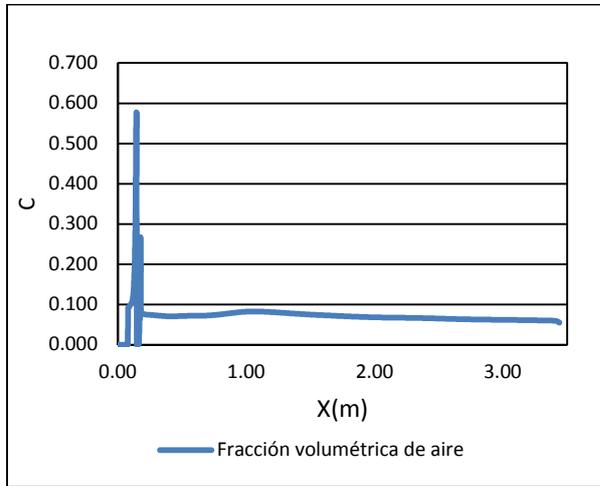


**A4. 7. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**

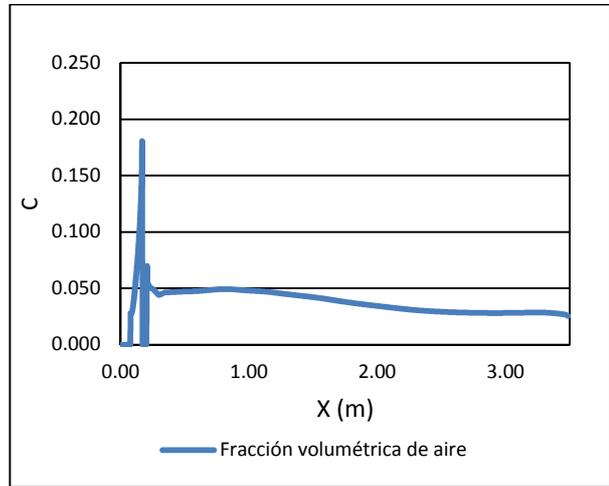


**A4. 8. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

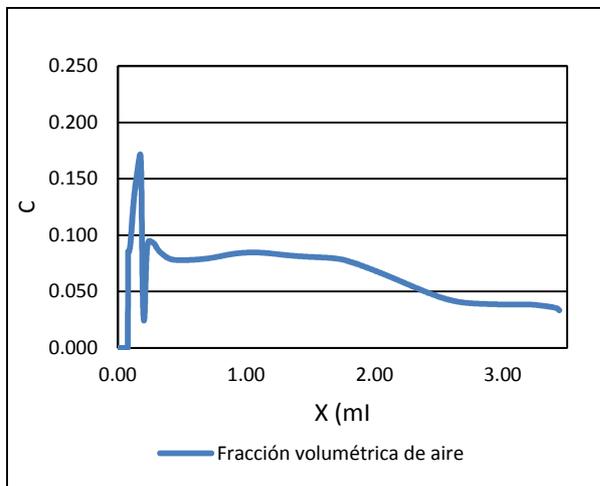
**Evolución del emulsionamiento de aire en la caída vertical guiada ( $h_q=0.3$  m)**



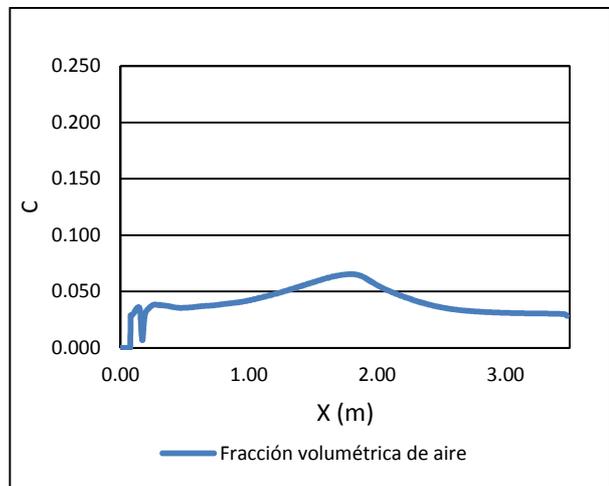
**A4. 9. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical guiada ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



**A4. 10. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical guiada ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

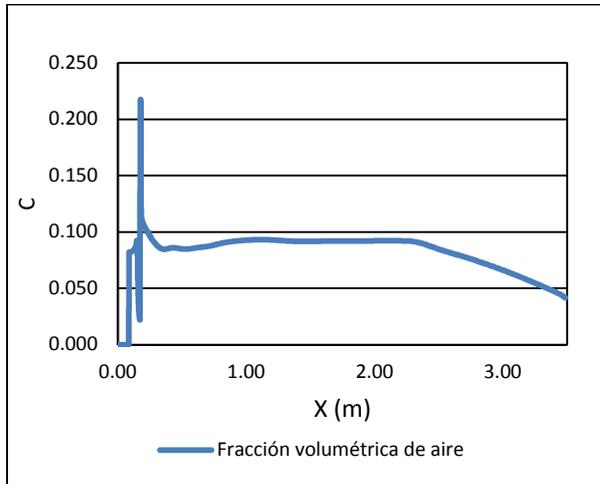


**A4. 11. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical guiada ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

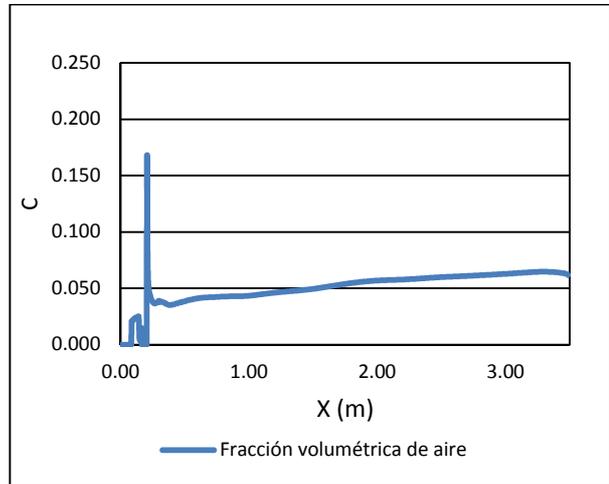


**A4. 12. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical guiada ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

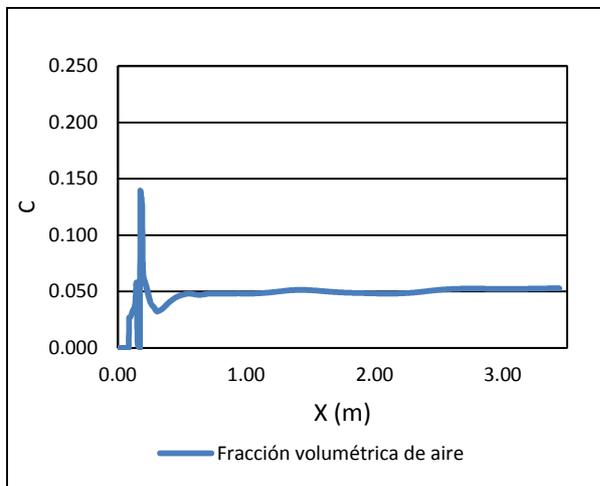
**Evolución del emulsionamiento de aire en la caída vertical guiada ( $h_q=0.4$  m)**



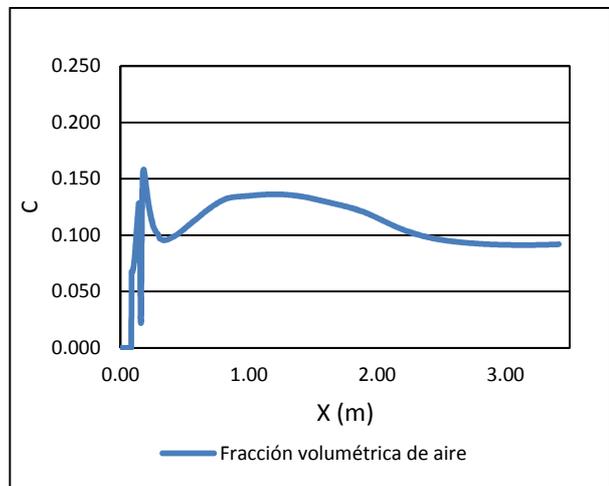
**A4. 13. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical guiada ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



**A4. 14. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical guiada ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**

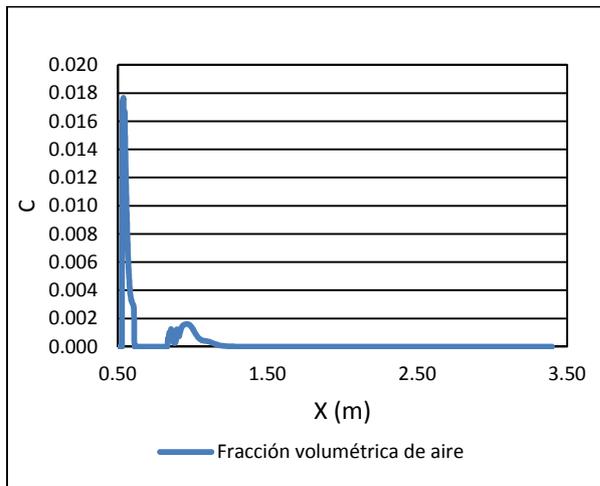


**A4. 15. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical guiada ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**

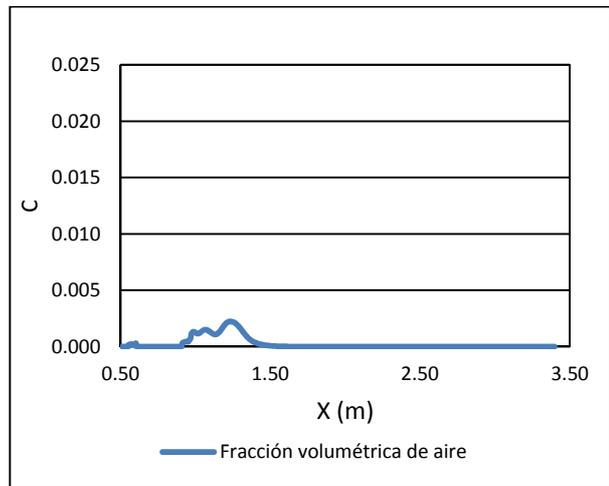


**A4. 16. Fracción volumétrica de aire en la caída vertical guiada ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**

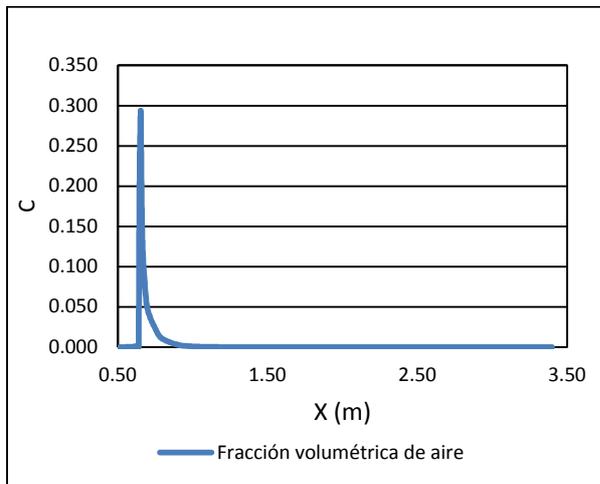
**Evolución del emulsionamiento de aire en la caída en escalones ( $h_q=0.3$  m)**



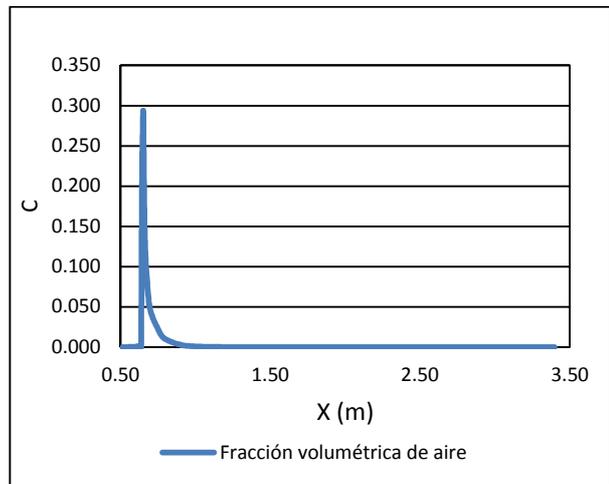
**A4. 17. Fracción volumétrica de aire en la caída en escalones ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



**A4. 18. Fracción volumétrica de aire en la caída en escalones ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

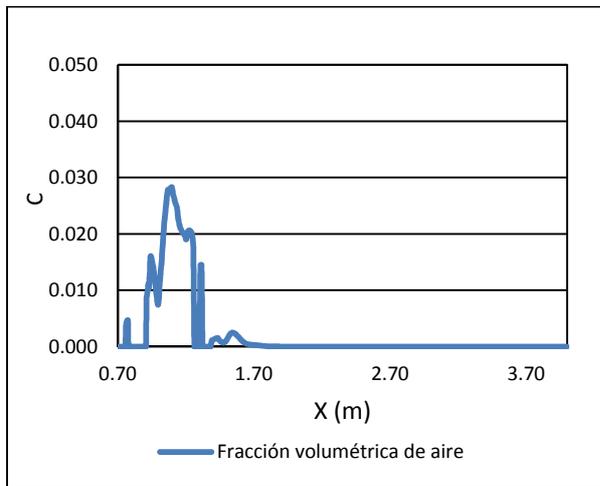


**A4. 19. Fracción volumétrica de aire en la caída en escalones ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

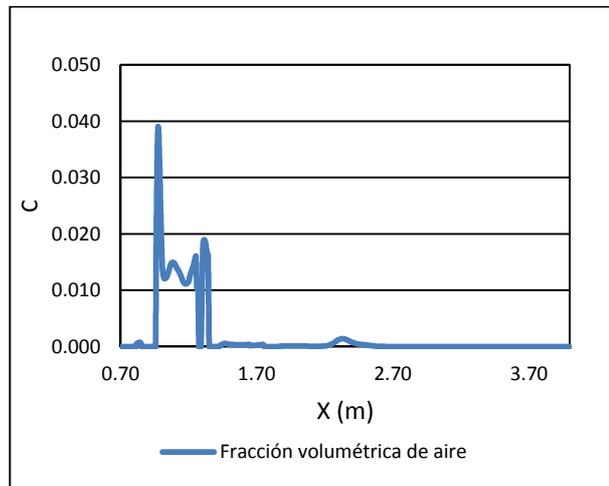


**A4. 20. Fracción volumétrica de aire en la caída en escalones ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**

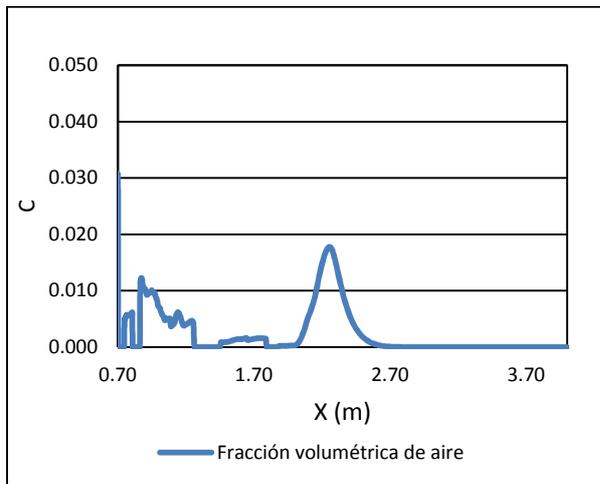
### Evolución del emulsionamiento de aire en la caída en escalones ( $h_q=0.4$ m)



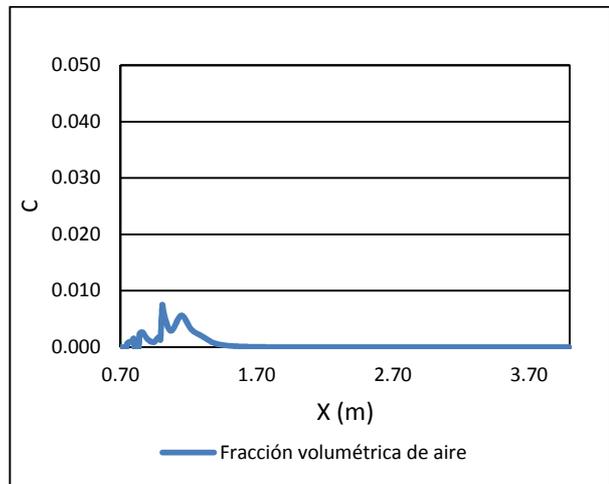
A4. 21. Fracción volumétrica de aire en la caída en escalones ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.4$  m)



A4. 22. Fracción volumétrica de aire en la caída en escalones ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

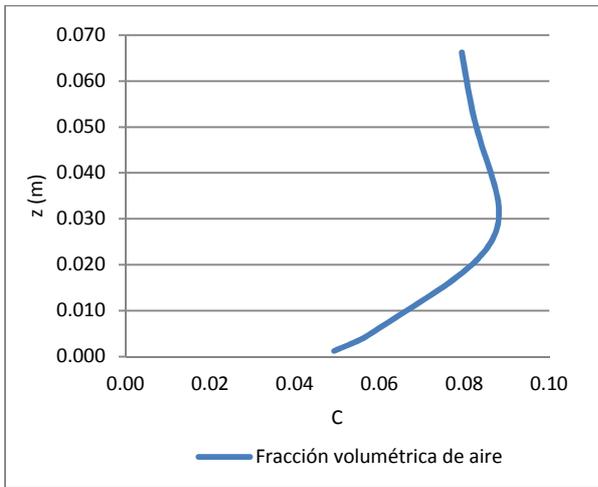


A4. 23. Fracción volumétrica de aire en la caída en escalones ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

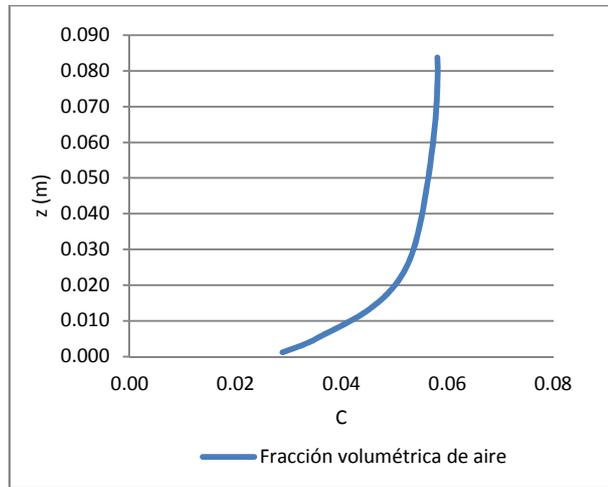


A4. 24. Fracción volumétrica de aire en la caída en escalones ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)

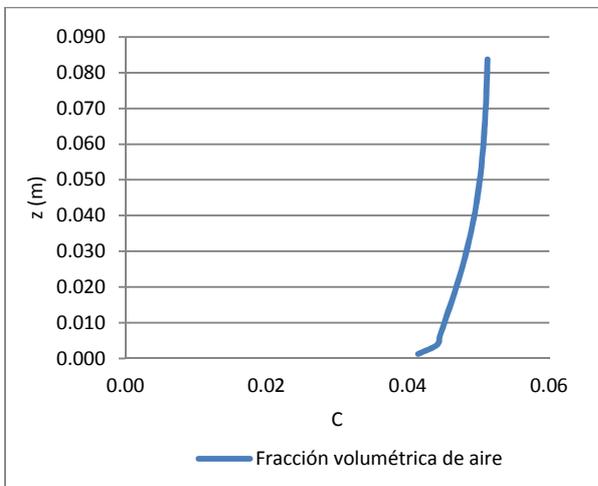
**Evolución del emulsionamiento de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical  
( $h_q=0.3$  m)**



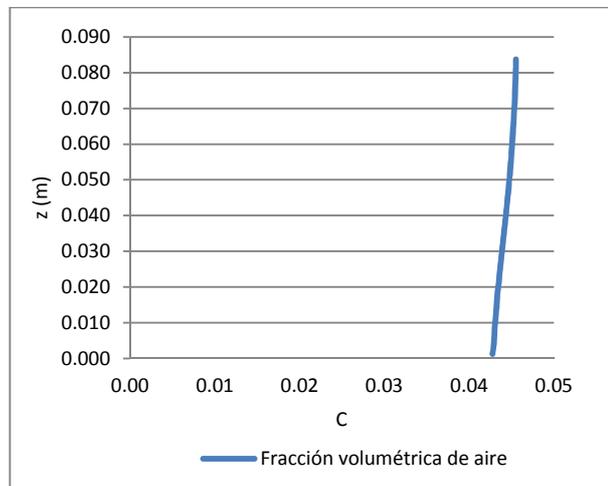
**A4. 25. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical. Sección X =0.15 m (Q=3.0 l/s,  $h_q=0.3$  m)**



**A4. 26. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical. Sección X =0.30 m (Q=3.0 l/s,  $h_q=0.3$  m)**

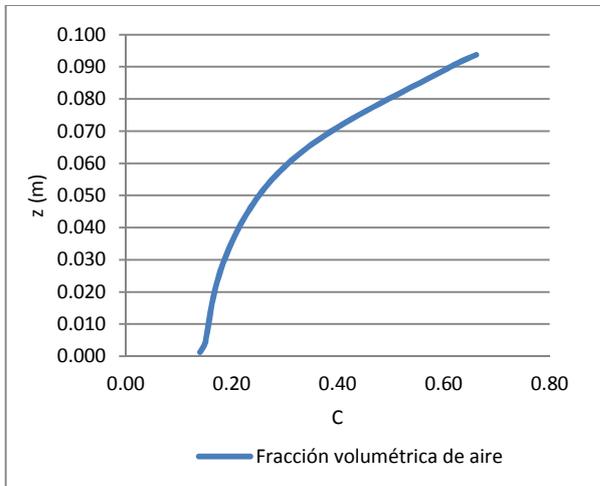


**A4. 27. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical. Sección X =0.50 m (Q=3.0 l/s,  $h_q=0.3$  m)**

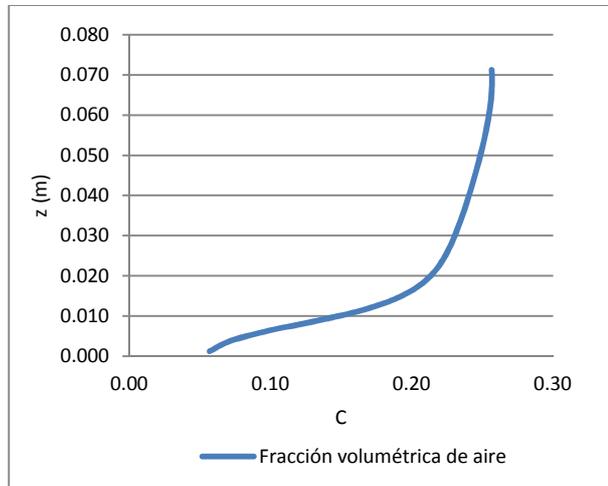


**A4. 28. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical. Sección X =0.80 m (Q=3.0 l/s,  $h_q=0.3$  m)**

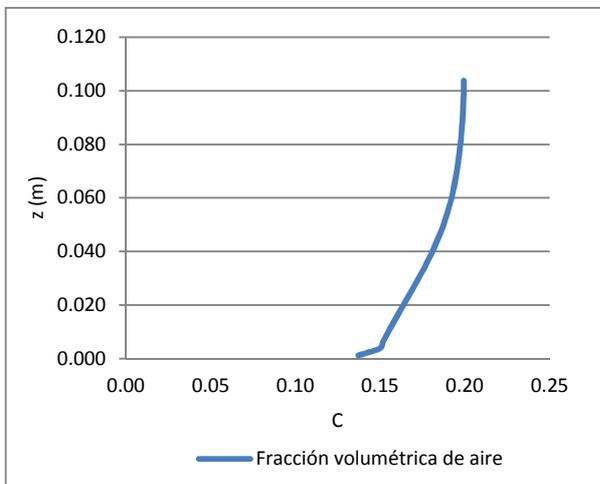
**Evolución del emulsionamiento de aire en función de la altura de agua en la caída vertical  
( $h_q=0.4$  m)**



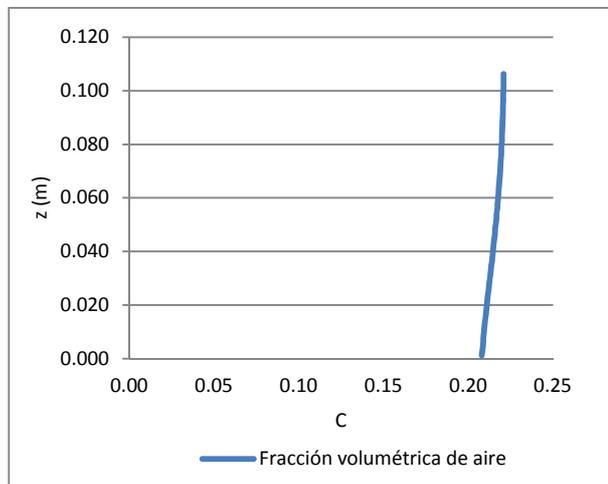
**A4. 29. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical. Sección X =0.15 m (Q=3.0 l/s,  $h_q=0.4$  m)**



**A4. 30. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical. Sección X =0.30 m (Q=3.0 l/s,  $h_q=0.4$  m)**

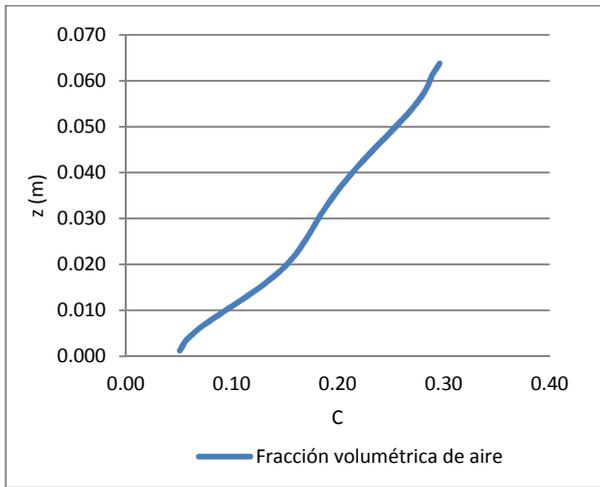


**A4. 31. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada. Sección X =0.50 m (Q=3.0 l/s,  $h_q=0.4$  m)**

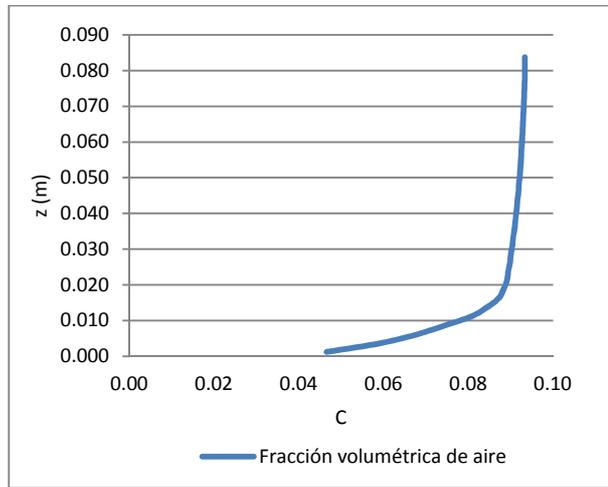


**A4. 32. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada. Sección X =0.80 m (Q=3.0 l/s,  $h_q=0.4$  m)**

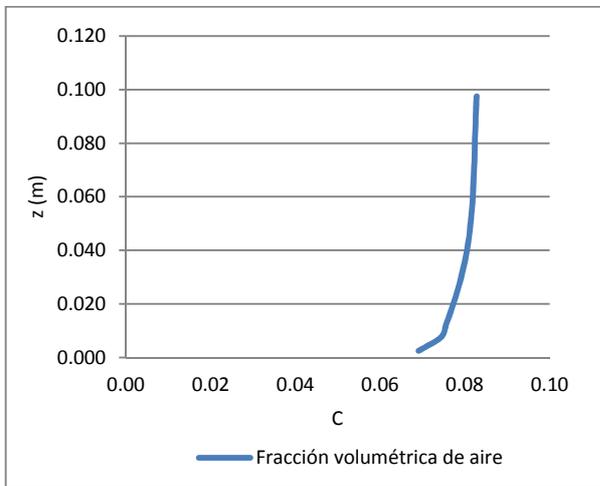
**Evolución del emulsionamiento de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada ( $h_q=0.3$  m)**



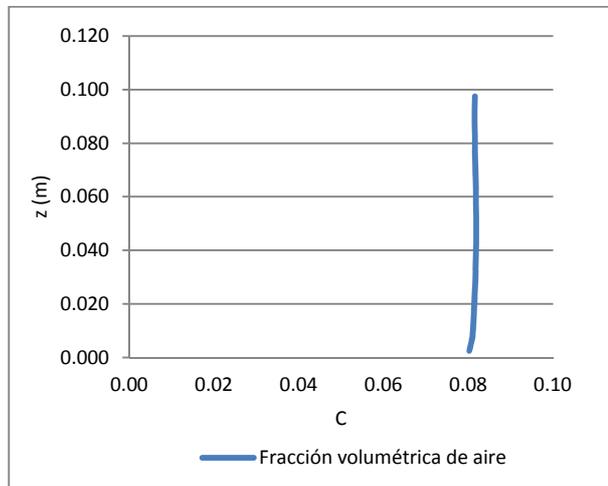
**A4. 33.** Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada. Sección  $X = 0.15$  m ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)



**A4. 34.** Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada. Sección  $X = 0.30$  m ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)

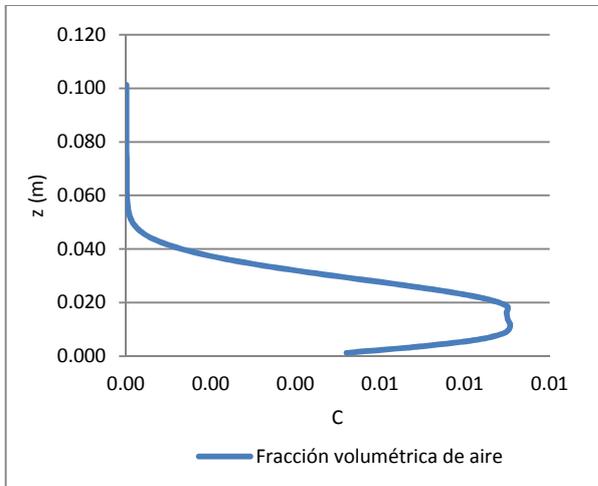


**A4. 35.** Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada. Sección  $X = 0.50$  m ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)

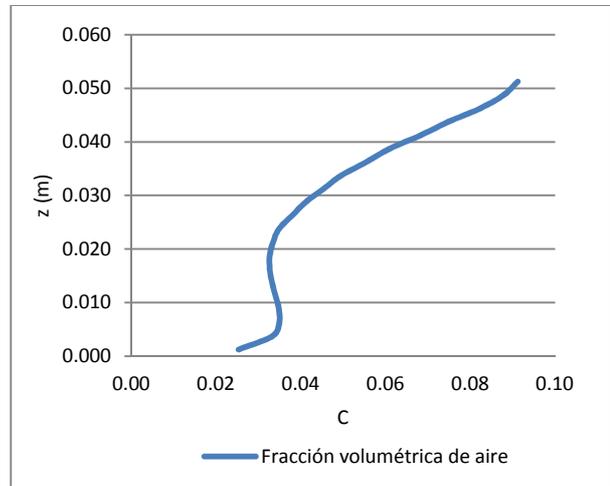


**A4. 36.** Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada. Sección  $X = 0.80$  m ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)

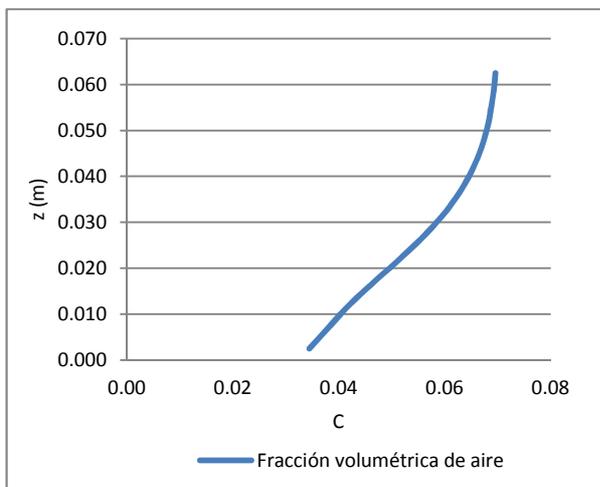
**Evolución del emulsionamiento de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada ( $h_q=0.4$  m)**



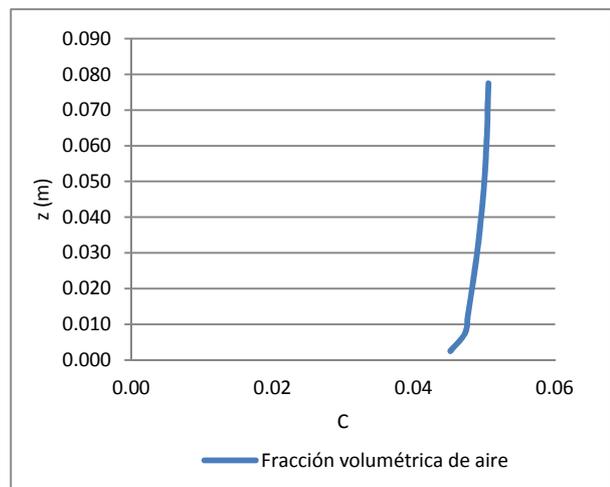
**A4. 37. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada. Sección X =0.15 m ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



**A4. 38. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada. Sección X =0.30 m ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



**A4. 39. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada. Sección X =0.50 m ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



**A4. 40. Evolución de la fracción volumétrica de aire en función de la profundidad de agua en la caída vertical guiada. Sección X =0.80 m ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



## ANEXO V – Comparativa de la evolución del emulsionamiento de aire y de la altura piezométrica



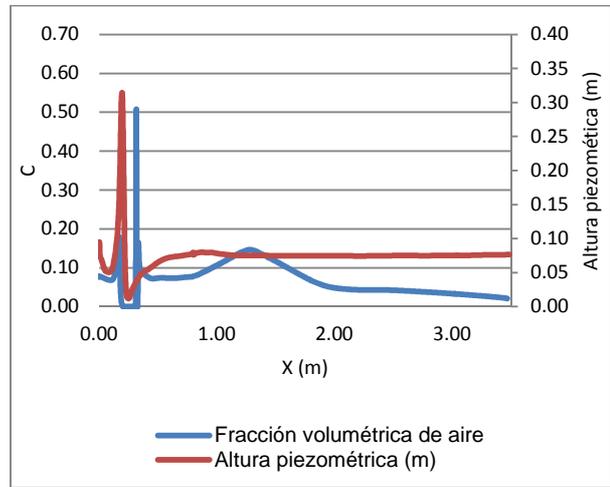
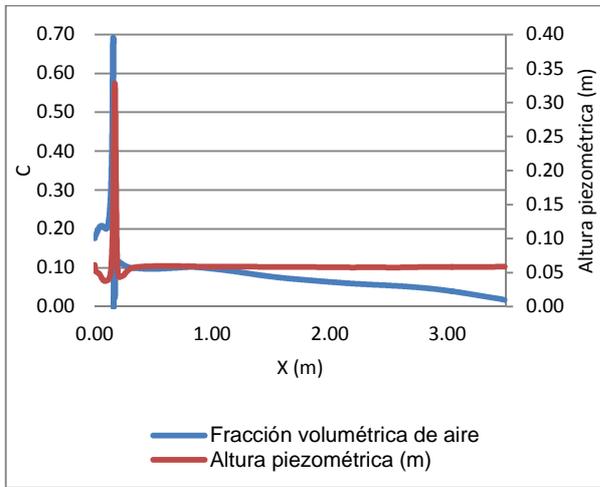
# **Comparativa de la evolución del emulsionamiento de aire y de la altura piezométrica**

## **A5.1. Consideraciones iniciales**

En el presente anexo se recogen el análisis comparativo de la evolución del emulsionamiento de aire, a través del parámetro C, y la altura piezométrica para los casos de estudio en función del tipo de caída, del caudal y de la altura de caída. La comparativa sólo será realizada en la conducta de salida para las estructuras de caída vertical y caída vertical guiada.

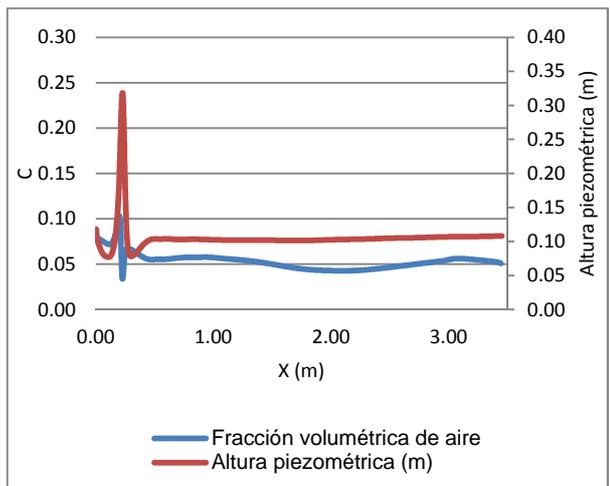
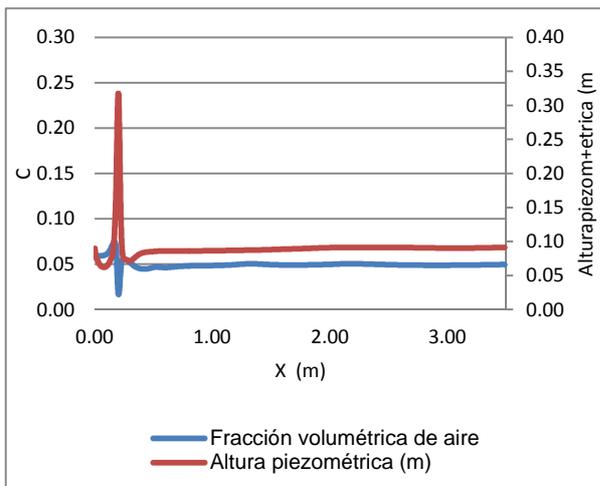
En la caída con solera en escalones no fue realizado el análisis comparativo entre la fracción volumétrica de aire incorporado y la altura piezométrica debido al comportamiento presentado por el modelo de emulsionamiento de aire en esta estructura.

**Comparativa entre el emulsionamiento de aire y la altura piezométrica en la caída vertical  
( $h_q=0.3$  m)**



**A5. 1. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

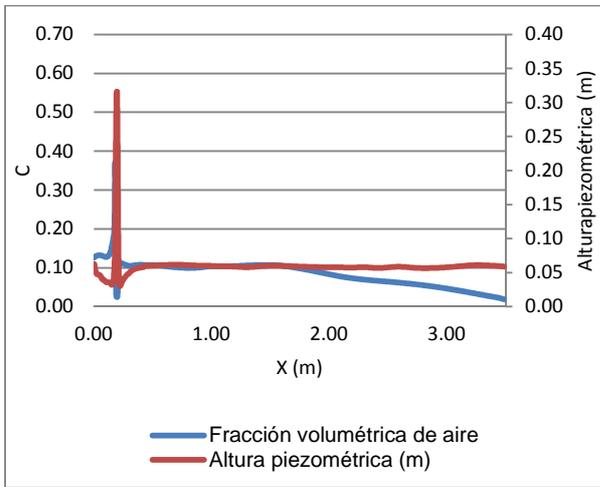
**A5. 2. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



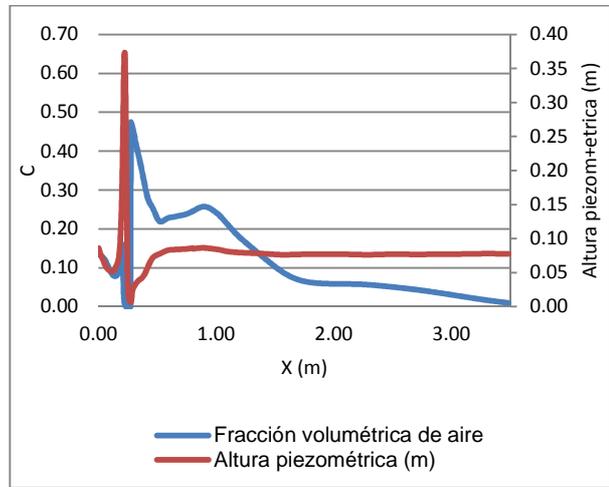
**A5. 3. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

**A5. 4. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**

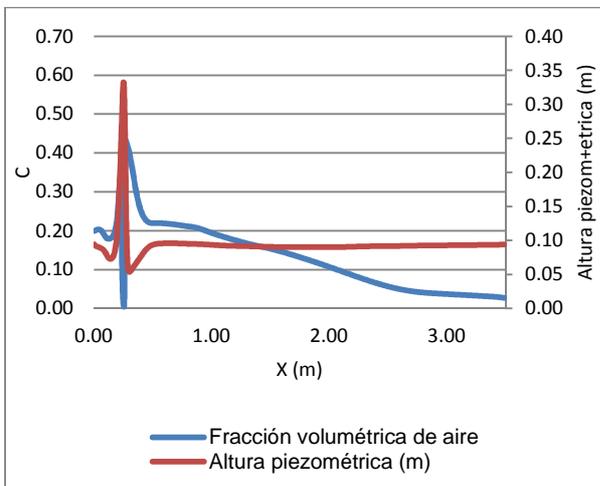
**Comparativa entre el emulsionamiento de aire y la altura piezométrica en la caída vertical  
( $h_q=0.4$  m)**



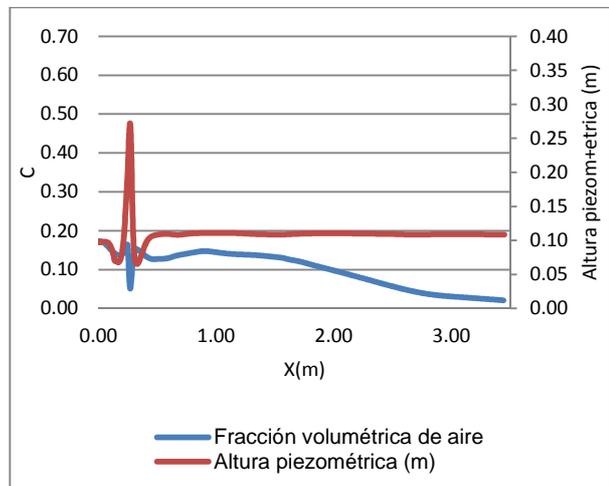
**A5. 5. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



**A5. 6. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**

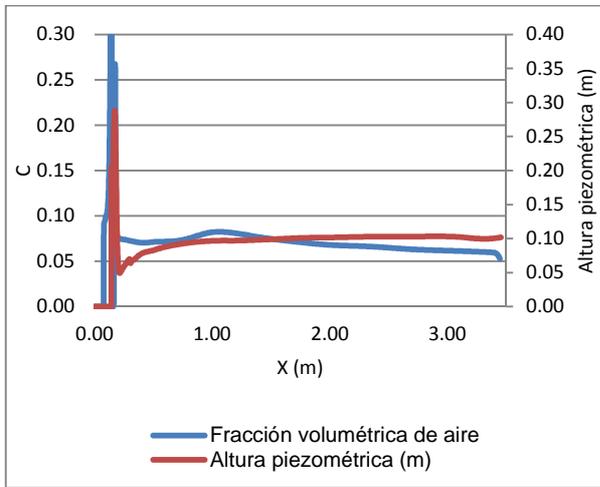


**A5. 7. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

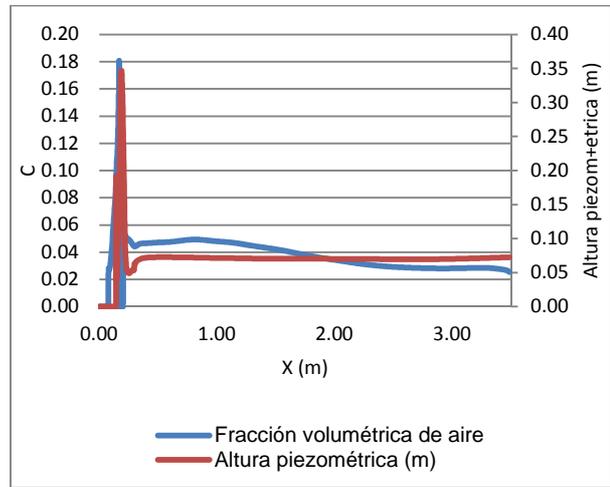


**A5. 8. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**

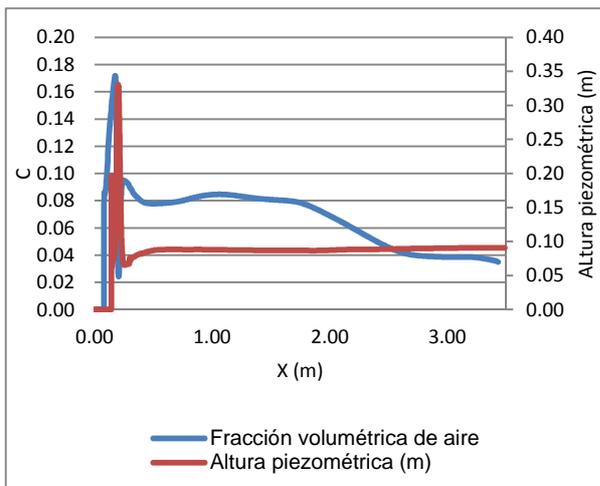
**Comparativa entre el emulsionamiento de aire y la altura piezométrica en la caída vertical guiada ( $h_q=0.3$  m)**



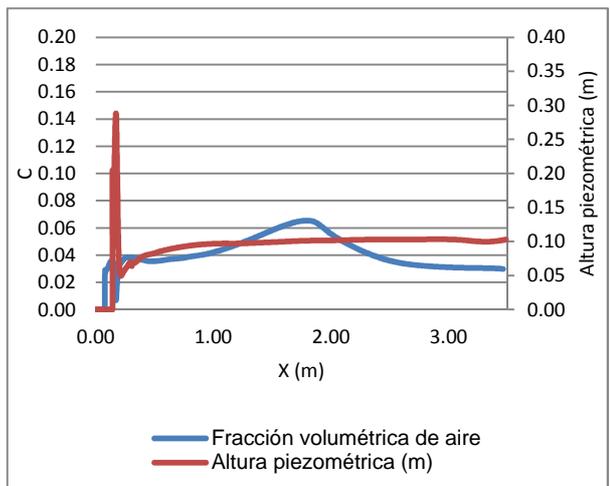
**A5. 9. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical guiada ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**



**A5. 10. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical guiada ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

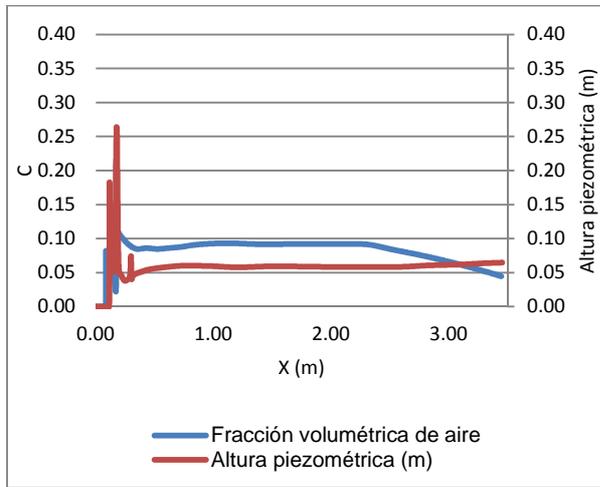


**A5. 11. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical guiada ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

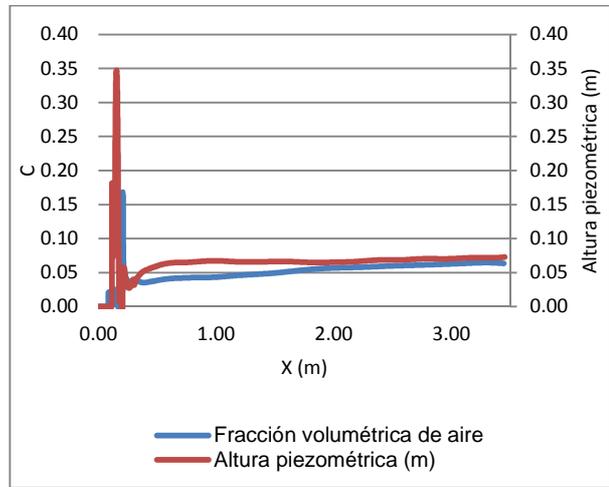


**A5. 12. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical guiada ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.3$  m)**

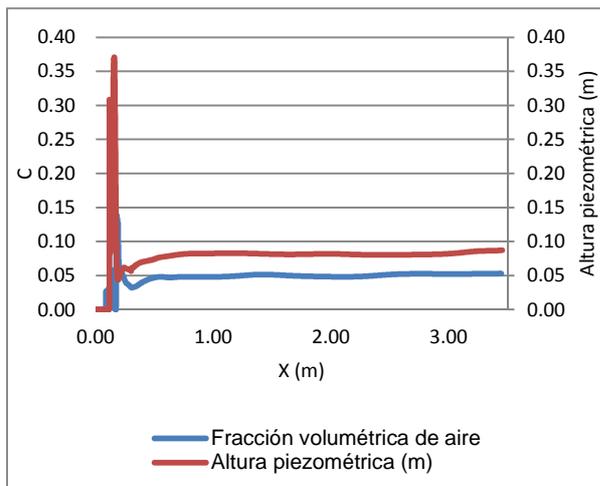
**Comparativa entre el emulsionamiento de aire y la altura piezométrica en la caída vertical guiada ( $h_q=0.4$  m)**



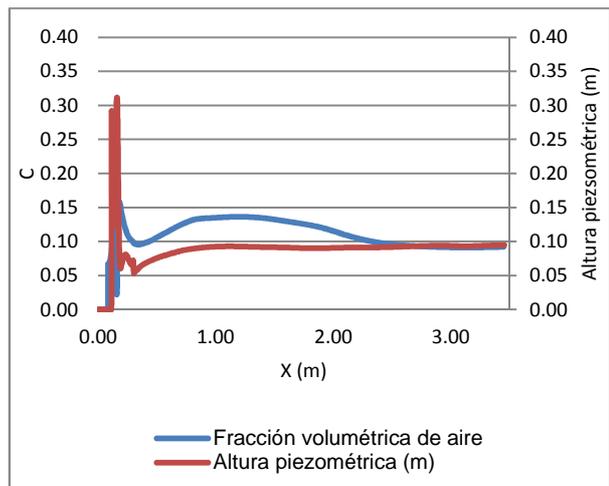
**A5. 13. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical guiada ( $Q=1.2$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



**A5. 14. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical guiada ( $Q=2.1$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



**A5. 15. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical guiada ( $Q=3.0$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



**A5. 16. Comparativa entre la fracción volumétrica de aire y la altura piezométrica en la caída vertical guiada ( $Q=3.9$  l/s,  $h_q=0.4$  m)**



ANEXO VI – Obtención de la altura de agua en la sección  
inmediatamente aguas arriba del resalto



# Obtención de la altura de agua en la sección inmediatamente aguas arriba del resalto

## A6.1. Consideraciones iniciales

La obtención de la altura de agua en la sección inmediatamente aguas arriba del resalto en el caso de secciones circulares se obtiene mediante el método de Newton. Se presenta a continuación la metodología adoptada por Sousa y Lopes (2002). Para la aplicación del método de Newton para la obtención de la altura del flujo en la sección aguas arriba del resalto se considera una distribución de presiones hidrostática.

El método iterativo de Newton se basa en la siguiente expresión, el cual se va a emplear en función de  $h_1$ :

$$h_{n+1} = h_n - \frac{f(h_n)}{f'(h_n)} \quad (\text{A6. 1})$$

Mediante esta expresión:

$$f(h_1) = \frac{8\gamma Q^2}{gD^2} \frac{1}{\left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_1}{D}\right) - \text{sen}\left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_1}{D}\right)\right)\right)} + \frac{\gamma D^2}{8} h_{g1} \left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_1}{D}\right) - \text{sen}\left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_1}{D}\right)\right)\right) - \quad (\text{A6. 2})$$

$$\frac{8\gamma Q^2}{gD^2} \frac{1}{\left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_2}{D}\right) - \text{sen}\left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_2}{D}\right)\right)\right)} + \frac{\gamma D^2}{8} h_{g2} \left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_2}{D}\right) - \text{sen}\left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_2}{D}\right)\right)\right)$$

Y la siguiente:

$$f'(h_1) = \frac{-32\gamma Q^2 \left(1 - \cos\left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_1}{D}\right)\right)\right)}{gD^3 \sqrt{1 - \left(1 - 2\frac{h_1}{D}\right)^2} \left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_1}{D}\right) - \text{sen}\left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_1}{D}\right)\right)\right)^2} + \quad (\text{A6. 3})$$

$$\frac{\gamma D^2}{8} \left[ h'_{g1} \left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_1}{D}\right) - \text{sen}\left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_1}{D}\right)\right)\right) + \frac{4h_{g1}}{D \sqrt{1 - \left(1 - 2\frac{h_{mr}}{D}\right)^2}} \left(1 - \cos\left(2a \cos\left(1 - 2\frac{h_1}{D}\right)\right)\right) \right]$$

Siendo:

- $f'(h_1)$  - derivada de la función  $f(h_1)$  con respecto a la altura de agua en la sección inmediatamente aguas arriba del resalto hidráulico.
- $g$  - Aceleración de la gravedad ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ ).

- $h_{g2}$  - Profundidad del centro de gravedad de la sección inmediatamente aguas abajo del resalto hidráulico (m).
- $h_{g1}$  - Profundidad del centro de gravedad de la sección inmediatamente aguas arriba del resalto hidráulico (m).
- $h_2$  - Altura de agua en la sección inmediatamente aguas abajo del resalto hidráulico (m).
- $h_1$  - Altura de agua en la sección inmediatamente aguas arriba del resalto hidráulico (m).
- $D$  - Diámetro interno de la conducta (m).
- $Q$  - Caudal ( $m^3 \cdot s^{-1}$ ).
- $\gamma$  - Peso específico ( $N \cdot m^{-3}$ ).

$$h_g = h - \left( \frac{\frac{D}{2} \left[ \frac{2 \left( \frac{D}{2} \right)^3 \sin \left( a \cos \left( 1 - 2 \frac{h}{D} \right) \right) - \sqrt{Dh - h^2} \left( \frac{D}{2} - h \right)^2 \right]}{3 \left( a \cos \left( 1 - 2 \frac{h}{D} \right) \left( \frac{D}{2} \right)^2 - \sqrt{Dh - h^2} \left( \frac{D}{2} - h \right) \right)} \right) \quad (A6.4)$$

Siendo:

- $h_g$  - Profundidad del centro de gravedad de la sección inmediatamente aguas arriba o aguas abajo del resalto hidráulico (m).
- $h$  - Altura de agua en la sección inmediatamente aguas arriba o aguas abajo del resalto hidráulico (m).

Para la aplicación del método de Newton, a continuación se indican las expresiones necesarias para las variables correspondientes.

$$h'_g = 1 + \frac{\left( \frac{\frac{2}{3} \left[ \frac{2 \left( \frac{D}{2} \right)^3 \cos \left( a \cos \left( 1 - \frac{h}{D} \right) \right) - \left( 0.5(Dh - h^2)^{-1/2} (D - 2h) \left( \frac{D}{2} - h \right)^2 - 2 \left( \frac{D}{2} - h \right) \sqrt{Dh - h^2} \right)}{D \sqrt{1 - \left( 1 - \frac{h}{D} \right)^2}} \right]}{\left( \left( \frac{D}{2} \right)^2 a \cos \left( 1 - \frac{h}{D} \right) - \sqrt{Dh - h^2} \left( \frac{D}{2} - h \right) \right)^2} \right)}{\left( \left( \frac{D}{2} \right)^2 a \cos \left( 1 - \frac{h}{D} \right) - \sqrt{Dh - h^2} \left( \frac{D}{2} - h \right) \right)^2} - \left( \frac{\frac{2}{3} \left[ \frac{2 \left( \frac{D}{2} \right)^3 \sin \left( a \cos \left( 1 - \frac{h}{D} \right) \right) - \sqrt{Dh - h^2} \left( \frac{D}{2} - h \right)^2 \right]}{\left( \frac{D}{2} \right)^2 a \cos \left( 1 - \frac{h}{D} \right) - \sqrt{Dh - h^2} \left( \frac{D}{2} - h \right)} \right)}{\left( \frac{D}{2} \right)^2 a \cos \left( 1 - \frac{h}{D} \right) - \sqrt{Dh - h^2} \left( \frac{D}{2} - h \right)} \right)^2} \right)}{\left( \frac{\frac{2}{3} \left[ \frac{2 \left( \frac{D}{2} \right)^2 \cos \left( a \cos \left( 1 - \frac{h}{D} \right) \right) - \left( 0.5(Dh - h^2)^{-1/2} (D - 2h) \left( \frac{D}{2} - h \right)^2 - 2 \left( \frac{D}{2} - h \right) \sqrt{Dh - h^2} \right)}{D \sqrt{1 - \left( 1 - \frac{h}{D} \right)^2}} \right]}{\left( \frac{D}{2} \right)^2 a \cos \left( 1 - \frac{h}{D} \right) - \sqrt{Dh - h^2} \left( \frac{D}{2} - h \right)} \right)}{\left( \frac{D}{2} \right)^2 a \cos \left( 1 - \frac{h}{D} \right) - \sqrt{Dh - h^2} \left( \frac{D}{2} - h \right)} \right)^2} \right)}{\left( \frac{D}{2} \right)^2 a \cos \left( 1 - \frac{h}{D} \right) - \sqrt{Dh - h^2} \left( \frac{D}{2} - h \right)} \right)^2} \quad (A6.5)$$

En el cual  $h'_g$  representa la variable:

- $h'g$  - Derivada de la profundidad del centro de gravedad de la sección inmediatamente aguas arriba o aguas abajo del reato en función de la altura de agua en la sección inmediatamente aguas arriba o aguas abajo del resalto hidráulico.

A continuación se presenta la obtención de  $h_1$  en la caída vertical, caída vertical guiada y caída en escalones en función de la magnitud de descarga y la altura de caída modelada.

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical ( $Q = 1.2$  l/s,  $h_q = 0.3$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	1.20E-03
$h_2$ (m)	0.0575

$\Theta_2$ (rad)	2.57118
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00650

$hg_2$ (m)	0.02390
------------	---------

$M_2$ (N)	1.74E+00
$(8Q_2 \cdot \gamma)/(g \cdot D_2)$	4.50E-01
$\gamma \cdot D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0139
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.195E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.00084832

$hg_1$ (m)	5.591E-03
------------	-----------

$M_1$ (N)	1.74E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'g_1$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	8.380E+01	4.002E-04	-1.099E+03	-1.283E+05	1.653E-03
1.653E-03	3.856E+01	6.618E-04	-4.265E+02	-3.664E+04	2.705E-03
2.705E-03	1.754E+01	1.084E-03	-1.733E+02	-1.078E+04	4.332E-03
4.332E-03	7.806E+00	1.737E-03	-7.561E+01	-3.399E+03	6.629E-03
6.629E-03	3.330E+00	2.661E-03	-3.671E+01	-1.237E+03	9.321E-03
9.321E-03	1.328E+00	3.747E-03	-2.087E+01	-5.793E+02	1.161E-02
1.161E-02	4.924E-01	4.675E-03	-1.454E+01	-3.698E+02	1.294E-02
1.294E-02	1.751E-01	5.216E-03	-1.215E+01	-3.009E+02	1.353E-02
1.353E-02	6.166E-02	5.452E-03	-1.130E+01	-2.776E+02	1.375E-02
1.375E-02	2.171E-02	5.542E-03	-1.100E+01	-2.696E+02	1.383E-02
1.383E-02	7.645E-03	5.575E-03	-1.089E+01	-2.668E+02	1.386E-02
1.386E-02	2.693E-03	5.587E-03	-1.086E+01	-2.658E+02	1.387E-02
1.387E-02	9.490E-04	5.591E-03	-1.084E+01	-2.655E+02	1.387E-02
1.387E-02	3.344E-04	5.592E-03	-1.084E+01	-2.653E+02	1.387E-02
1.387E-02	1.178E-04	5.593E-03	-1.084E+01	-2.653E+02	1.387E-02
1.387E-02	4.152E-05	5.593E-03	-1.084E+01	-2.653E+02	1.387E-02
1.387E-02	1.463E-05	5.593E-03	-1.083E+01	-2.653E+02	1.387E-02

Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical ( $Q = 2.1$  l/s,  $h_q = 0.3$  m)

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	2.10E-03
$h_2$ (m)	0.0742

$h_1$ (m)	0.0194
-----------	--------

$\Theta_2$ (rad)	2.99722
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00913

$\Theta_1$ (rad)	1.422E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.001387066

$hg_2$ (m)	0.03132
------------	---------

$hg_1$ (m)	7.844E-03
------------	-----------

$M_2$ (N)	3.29E+00
$(8Q_2 \cdot \gamma) / (g \cdot D_2)$	1.38E+00
$\gamma \cdot D_2 / 8$	31.36000

$M_1$ (N)	3.29E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'g_1$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	2.587E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-3.926E+05	1.659E-03
1.659E-03	1.195E+02	6.641E-04	-4.237E+02	-1.109E+05	2.736E-03
2.736E-03	5.479E+01	1.096E-03	-1.698E+02	-3.186E+04	4.456E-03
4.456E-03	2.475E+01	1.787E-03	-7.202E+01	-9.494E+03	7.063E-03
7.063E-03	1.084E+01	2.836E-03	-3.302E+01	-3.070E+03	1.059E-02
1.059E-02	4.477E+00	4.263E-03	-1.691E+01	-1.172E+03	1.441E-02
1.441E-02	1.678E+00	5.813E-03	-1.017E+01	-5.856E+02	1.728E-02
1.728E-02	5.589E-01	6.980E-03	-7.483E+00	-3.983E+02	1.868E-02
1.868E-02	1.695E-01	7.554E-03	-6.539E+00	-3.393E+02	1.918E-02
1.918E-02	4.902E-02	7.758E-03	-6.244E+00	-3.217E+02	1.934E-02
1.934E-02	1.394E-02	7.820E-03	-6.158E+00	-3.166E+02	1.938E-02
1.938E-02	3.944E-03	7.838E-03	-6.133E+00	-3.151E+02	1.939E-02
1.939E-02	1.114E-03	7.844E-03	-6.126E+00	-3.147E+02	1.940E-02
1.940E-02	3.146E-04	7.845E-03	-6.124E+00	-3.146E+02	1.940E-02
1.940E-02	8.882E-05	7.845E-03	-6.123E+00	-3.146E+02	1.940E-02
1.940E-02	2.508E-05	7.846E-03	-6.123E+00	-3.146E+02	1.940E-02
1.940E-02	7.079E-06	7.846E-03	-6.123E+00	-3.146E+02	1.940E-02

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical ( $Q = 3.0$  l/s,  $h_q = 0.3$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	3.00E-03
$h_2$ (m)	0.0861

$\Theta_2$ (rad)	3.29331
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.011102

$hg_2$ (m)	0.03676
------------	---------

$M_2$ (N)	4.79E+00
$(8Q_2 \cdot \gamma) / (g \cdot D_2)$	2.81E+00
$\gamma \cdot D_2 / 8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0246
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.611E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.001957911

$hg_1$ (m)	9.973E-03
------------	-----------

$M_1$ (N)	4.79E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'g_1$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	5.299E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-8.011E+05	1.661E-03
1.661E-03	2.452E+02	6.651E-04	-4.225E+02	-2.254E+05	2.749E-03
2.749E-03	1.129E+02	1.101E-03	-1.684E+02	-6.410E+04	4.510E-03
4.510E-03	5.140E+01	1.809E-03	-7.053E+01	-1.869E+04	7.261E-03
7.261E-03	2.288E+01	2.916E-03	-3.154E+01	-5.759E+03	1.123E-02
1.123E-02	9.722E+00	4.522E-03	-1.536E+01	-1.995E+03	1.611E-02
1.611E-02	3.797E+00	6.501E-03	-8.436E+00	-8.574E+02	2.054E-02
2.054E-02	1.305E+00	8.312E-03	-5.534E+00	-4.969E+02	2.316E-02
2.316E-02	3.885E-01	9.390E-03	-4.442E+00	-3.820E+02	2.418E-02
2.418E-02	1.041E-01	9.809E-03	-4.097E+00	-3.480E+02	2.448E-02
2.448E-02	2.659E-02	9.932E-03	-4.002E+00	-3.389E+02	2.456E-02
2.456E-02	6.694E-03	9.964E-03	-3.977E+00	-3.365E+02	2.458E-02
2.458E-02	1.678E-03	9.973E-03	-3.971E+00	-3.359E+02	<b>2.458E-02</b>
2.458E-02	4.204E-04	9.975E-03	-3.969E+00	-3.358E+02	<b>2.458E-02</b>
2.458E-02	1.053E-04	9.975E-03	-3.969E+00	-3.358E+02	<b>2.458E-02</b>
2.458E-02	2.636E-05	9.975E-03	-3.969E+00	-3.357E+02	<b>2.458E-02</b>
2.458E-02	6.601E-06	9.975E-03	-3.969E+00	-3.357E+02	<b>2.458E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical ( $Q = 3.9 \text{ l/s}$ ,  $h_q = 0.3 \text{ m}$ )**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	3.90E-03
$h_2$ (m)	0.1031

$h_1$ (m)	0.0266
-----------	--------

$\Theta_2$ (rad)	3.72829
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.01370

$\Theta_1$ (rad)	1.681E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.002198688

$hg_2$ (m)	0.04499
------------	---------

$hg_1$ (m)	1.082E-02
------------	-----------

$M_2$ (N)	7.15E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	4.75E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$M_1$ (N)	7.15E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	8.964E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-1.354E+06	1.662E-03
1.662E-03	4.150E+02	6.654E-04	-4.221E+02	-3.803E+05	2.753E-03
2.753E-03	1.913E+02	1.103E-03	-1.679E+02	-1.079E+05	4.527E-03
4.527E-03	8.729E+01	1.815E-03	-7.008E+01	-3.122E+04	7.323E-03
7.323E-03	3.901E+01	2.941E-03	-3.110E+01	-9.463E+03	1.144E-02
1.144E-02	1.669E+01	4.607E-03	-1.489E+01	-3.163E+03	1.672E-02
1.672E-02	6.549E+00	6.752E-03	-7.917E+00	-1.275E+03	2.186E-02
2.186E-02	2.206E+00	8.854E-03	-4.944E+00	-6.838E+02	2.508E-02
2.508E-02	5.950E-01	1.018E-02	-3.818E+00	-4.992E+02	2.627E-02
2.627E-02	1.295E-01	1.067E-02	-3.486E+00	-4.492E+02	2.656E-02
2.656E-02	2.530E-02	1.079E-02	-3.411E+00	-4.381E+02	2.662E-02
2.662E-02	4.801E-03	1.082E-02	-3.396E+00	-4.360E+02	<b>2.663E-02</b>
2.663E-02	9.055E-04	1.082E-02	-3.393E+00	-4.356E+02	<b>2.663E-02</b>
2.663E-02	1.706E-04	1.082E-02	-3.393E+00	-4.355E+02	<b>2.663E-02</b>
2.663E-02	3.212E-05	1.082E-02	-3.392E+00	-4.355E+02	<b>2.663E-02</b>
2.663E-02	6.049E-06	1.082E-02	-3.392E+00	-4.355E+02	<b>2.663E-02</b>
2.663E-02	1.139E-06	1.082E-02	-3.392E+00	-4.355E+02	<b>2.663E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical ( $Q = 1.2 \text{ l/s}$ ,  $h_q = 0.4 \text{ m}$ )**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	1.20E-03
$h_2$ (m)	0.0562

$h_1$ (m)	0.0143
-----------	--------

$\Theta_2$ (rad)	2.53802
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00631

$\Theta_1$ (rad)	1.215E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.000888327

$hg_2$ (m)	0.02334
------------	---------

$hg_1$ (m)	5.769E-03
------------	-----------

$M_2$ (N)	1.67E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	4.50E-01
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$M_1$ (N)	1.67E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	8.387E+01	4.002E-04	-1.099E+03	-1.283E+05	1.654E-03
1.654E-03	3.861E+01	6.620E-04	-4.262E+02	-3.661E+04	2.708E-03
2.708E-03	1.759E+01	1.085E-03	-1.730E+02	-1.076E+04	4.343E-03
4.343E-03	7.843E+00	1.741E-03	-7.527E+01	-3.377E+03	6.665E-03
6.665E-03	3.362E+00	2.676E-03	-3.637E+01	-1.222E+03	9.417E-03
9.417E-03	1.355E+00	3.786E-03	-2.052E+01	-5.668E+02	1.181E-02
1.181E-02	5.129E-01	4.754E-03	-1.415E+01	-3.580E+02	1.324E-02
1.324E-02	1.886E-01	5.336E-03	-1.171E+01	-2.886E+02	1.389E-02
1.389E-02	6.932E-02	5.601E-03	-1.081E+01	-2.646E+02	1.416E-02
1.416E-02	2.560E-02	5.708E-03	-1.048E+01	-2.560E+02	1.426E-02
1.426E-02	9.478E-03	5.748E-03	-1.035E+01	-2.528E+02	1.429E-02
1.429E-02	3.513E-03	5.764E-03	-1.031E+01	-2.516E+02	1.431E-02
1.431E-02	1.303E-03	5.769E-03	-1.029E+01	-2.512E+02	<b>1.431E-02</b>
1.431E-02	4.833E-04	5.771E-03	-1.029E+01	-2.510E+02	<b>1.431E-02</b>
1.431E-02	1.793E-04	5.772E-03	-1.028E+01	-2.510E+02	<b>1.432E-02</b>
1.432E-02	6.650E-05	5.772E-03	-1.028E+01	-2.510E+02	<b>1.432E-02</b>
1.432E-02	2.467E-05	5.773E-03	-1.028E+01	-2.510E+02	<b>1.432E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical ( $Q = 2.1$  l/s,  $h_q = 0.4$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	2.10E-03
$h_2$ (m)	0.0840

$\Theta_2$ (rad)	3.24078
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.01069

$hg_2$ (m)	0.03579
------------	---------

$M_2$ (N)	4.16E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	1.38E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0163
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.301E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.001077933

$hg_1$ (m)	6.591E-03
------------	-----------

$M_1$ (N)	4.16E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	2.578E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-3.926E+05	1.657E-03
1.657E-03	1.189E+02	6.632E-04	-4.247E+02	-1.113E+05	2.724E-03
2.724E-03	5.429E+01	1.091E-03	-1.711E+02	-3.219E+04	4.411E-03
4.411E-03	2.431E+01	1.769E-03	-7.329E+01	-9.736E+03	6.907E-03
6.907E-03	1.044E+01	2.773E-03	-3.427E+01	-3.241E+03	1.013E-02
1.013E-02	4.131E+00	4.074E-03	-1.820E+01	-1.301E+03	1.331E-02
1.331E-02	1.409E+00	5.362E-03	-1.161E+01	-6.984E+02	1.532E-02
1.532E-02	3.896E-01	6.182E-03	-9.177E+00	-5.133E+02	1.608E-02
1.608E-02	8.935E-02	6.492E-03	-8.458E+00	-4.630E+02	1.627E-02
1.627E-02	1.878E-02	6.570E-03	-8.289E+00	-4.515E+02	1.632E-02
1.632E-02	3.853E-03	6.587E-03	-8.253E+00	-4.491E+02	1.632E-02
1.632E-02	7.862E-04	6.591E-03	-8.246E+00	-4.486E+02	1.633E-02
1.633E-02	1.603E-04	6.591E-03	-8.244E+00	-4.485E+02	<b>1.633E-02</b>
1.633E-02	3.266E-05	6.591E-03	-8.244E+00	-4.485E+02	<b>1.633E-02</b>
1.633E-02	6.656E-06	6.592E-03	-8.244E+00	-4.485E+02	<b>1.633E-02</b>
1.633E-02	1.356E-06	6.592E-03	-8.244E+00	-4.485E+02	<b>1.633E-02</b>
1.633E-02	2.764E-07	6.592E-03	-8.244E+00	-4.485E+02	<b>1.633E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical ( $Q = 3.9$  l/s,  $h_q = 0.4$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	3.90E-03
$h_2$ (m)	0.1106

$\Theta_2$ (rad)	3.92719
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.01483

$hg_2$ (m)	0.04877
------------	---------

$M_2$ (N)	8.11E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	4.75E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0242
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.599E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.001918312

$hg_1$ (m)	9.833E-03
------------	-----------

$M_1$ (N)	8.11E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	8.954E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-1.354E+06	1.661E-03
1.661E-03	4.143E+02	6.652E-04	-4.224E+02	-3.808E+05	2.750E-03
2.750E-03	1.907E+02	1.101E-03	-1.683E+02	-1.082E+05	4.512E-03
4.512E-03	8.679E+01	1.809E-03	-7.048E+01	-3.148E+04	7.269E-03
7.269E-03	3.855E+01	2.919E-03	-3.148E+01	-9.636E+03	1.127E-02
1.127E-02	1.627E+01	4.536E-03	-1.527E+01	-3.284E+03	1.623E-02
1.623E-02	6.195E+00	6.550E-03	-8.332E+00	-1.369E+03	2.075E-02
2.075E-02	1.949E+00	8.400E-03	-5.432E+00	-7.705E+02	2.328E-02
2.328E-02	4.595E-01	9.439E-03	-4.400E+00	-5.918E+02	2.406E-02
2.406E-02	8.285E-02	9.759E-03	-4.136E+00	-5.490E+02	2.421E-02
2.421E-02	1.334E-02	9.821E-03	-4.087E+00	-5.413E+02	2.423E-02
2.423E-02	2.096E-03	9.831E-03	-4.079E+00	-5.400E+02	<b>2.424E-02</b>
2.424E-02	3.280E-04	9.833E-03	-4.078E+00	-5.398E+02	<b>2.424E-02</b>
2.424E-02	5.130E-05	9.833E-03	-4.078E+00	-5.398E+02	<b>2.424E-02</b>
2.424E-02	8.021E-06	9.833E-03	-4.078E+00	-5.398E+02	<b>2.424E-02</b>
2.424E-02	1.254E-06	9.833E-03	-4.078E+00	-5.398E+02	<b>2.424E-02</b>
2.424E-02	1.961E-07	9.833E-03	-4.078E+00	-5.398E+02	<b>2.424E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical guiada ( $Q = 1.2$  l/s,  $h_q = 0.3$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	1.20E-03
$h_2$ (m)	0.0503

$\Theta_2$ (rad)	2.38067
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00541

$h_{g2}$ (m)	0.02078
--------------	---------

$M_2$ (N)	1.37E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	4.50E-01
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0167
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.314E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.001109856

$h_{g1}$ (m)	6.715E-03
--------------	-----------

$M_1$ (N)	1.37E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$h_{g1}$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	8.417E+01	4.002E-04	-1.099E+03	-1.283E+05	1.656E-03
1.656E-03	3.883E+01	6.630E-04	-4.251E+02	-3.648E+04	2.720E-03
2.720E-03	1.776E+01	1.090E-03	-1.716E+02	-1.064E+04	4.390E-03
4.390E-03	7.995E+00	1.760E-03	-7.390E+01	-3.291E+03	6.819E-03
6.819E-03	3.497E+00	2.738E-03	-3.502E+01	-1.159E+03	9.836E-03
9.836E-03	1.472E+00	3.956E-03	-1.910E+01	-5.172E+02	1.268E-02
1.268E-02	6.063E-01	5.109E-03	-1.257E+01	-3.126E+02	1.462E-02
1.462E-02	2.557E-01	5.897E-03	-9.926E+00	-2.419E+02	1.568E-02
1.568E-02	1.125E-01	6.327E-03	-8.829E+00	-2.148E+02	1.620E-02
1.620E-02	5.108E-02	6.541E-03	-8.351E+00	-2.034E+02	1.645E-02
1.645E-02	2.359E-02	6.643E-03	-8.136E+00	-1.984E+02	1.657E-02
1.657E-02	1.099E-02	6.692E-03	-8.037E+00	-1.961E+02	1.663E-02
1.663E-02	5.139E-03	6.715E-03	-7.991E+00	-1.950E+02	<b>1.666E-02</b>
1.666E-02	2.408E-03	6.725E-03	-7.970E+00	-1.945E+02	<b>1.667E-02</b>
1.667E-02	1.130E-03	6.730E-03	-7.960E+00	-1.942E+02	<b>1.667E-02</b>
1.667E-02	5.302E-04	6.733E-03	-7.955E+00	-1.941E+02	<b>1.668E-02</b>
1.668E-02	2.489E-04	6.734E-03	-7.953E+00	-1.941E+02	<b>1.668E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical guiada ( $Q = 2.1$  l/s,  $h_q = 0.3$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	2.10E-03
$h_2$ (m)	0.0725

$\Theta_2$ (rad)	2.95394
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00886

$h_{g2}$ (m)	0.03054
--------------	---------

$M_2$ (N)	3.15E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	1.38E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0200
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.447E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.001453688

$h_{g1}$ (m)	8.102E-03
--------------	-----------

$M_1$ (N)	3.15E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$h_{g1}$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	2.588E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-3.926E+05	1.659E-03
1.659E-03	1.196E+02	6.643E-04	-4.235E+02	-1.109E+05	2.738E-03
2.738E-03	5.487E+01	1.097E-03	-1.696E+02	-3.181E+04	4.463E-03
4.463E-03	2.482E+01	1.790E-03	-7.182E+01	-9.457E+03	7.088E-03
7.088E-03	1.091E+01	2.846E-03	-3.283E+01	-3.044E+03	1.067E-02
1.067E-02	4.533E+00	4.293E-03	-1.671E+01	-1.152E+03	1.460E-02
1.460E-02	1.724E+00	5.890E-03	-9.947E+00	-5.693E+02	1.763E-02
1.763E-02	5.908E-01	7.124E-03	-7.229E+00	-3.821E+02	1.918E-02
1.918E-02	1.873E-01	7.756E-03	-6.247E+00	-3.219E+02	1.976E-02
1.976E-02	5.721E-02	7.994E-03	-5.926E+00	-3.031E+02	1.995E-02
1.995E-02	1.723E-02	8.071E-03	-5.827E+00	-2.974E+02	2.001E-02
2.001E-02	5.166E-03	8.095E-03	-5.798E+00	-2.957E+02	2.002E-02
2.002E-02	1.547E-03	8.102E-03	-5.789E+00	-2.952E+02	<b>2.003E-02</b>
2.003E-02	4.629E-04	8.104E-03	-5.786E+00	-2.950E+02	<b>2.003E-02</b>
2.003E-02	1.385E-04	8.105E-03	-5.785E+00	-2.950E+02	<b>2.003E-02</b>
2.003E-02	4.146E-05	8.105E-03	-5.785E+00	-2.949E+02	<b>2.003E-02</b>
2.003E-02	1.241E-05	8.105E-03	-5.785E+00	-2.949E+02	<b>2.003E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical guiada ( $Q = 3.0$  l/s,  $h_q = 0.3$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	3.00E-03
$h_2$ (m)	0.0861

$h_1$ (m)	0.0246
-----------	--------

$\Theta_2$ (rad)	3.29425
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.01103

$\Theta_1$ (rad)	1.611E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.001956245

$hg_2$ (m)	0.03678
------------	---------

$hg_1$ (m)	9.967E-03
------------	-----------

$M_2$ (N)	4.79E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	2.81E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$M_1$ (N)	4.79E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_{1(n+1)}$
1.000E-03	5.298E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-8.011E+05	1.661E-03
1.661E-03	2.452E+02	6.651E-04	-4.225E+02	-2.254E+05	2.749E-03
2.749E-03	1.129E+02	1.101E-03	-1.684E+02	-6.410E+04	4.510E-03
4.510E-03	5.140E+01	1.809E-03	-7.053E+01	-1.869E+04	7.260E-03
7.260E-03	2.287E+01	2.916E-03	-3.154E+01	-5.759E+03	1.123E-02
1.123E-02	9.721E+00	4.521E-03	-1.536E+01	-1.996E+03	1.610E-02
1.610E-02	3.796E+00	6.500E-03	-8.439E+00	-8.578E+02	2.053E-02
2.053E-02	1.304E+00	8.309E-03	-5.537E+00	-4.972E+02	2.315E-02
2.315E-02	3.879E-01	9.386E-03	-4.446E+00	-3.823E+02	2.417E-02
2.417E-02	1.038E-01	9.804E-03	-4.101E+00	-3.484E+02	2.446E-02
2.446E-02	2.649E-02	9.926E-03	-4.006E+00	-3.393E+02	2.454E-02
2.454E-02	6.662E-03	9.958E-03	-3.982E+00	-3.370E+02	2.456E-02
2.456E-02	1.669E-03	9.967E-03	-3.975E+00	-3.364E+02	<b>2.457E-02</b>
2.457E-02	4.175E-04	9.969E-03	-3.974E+00	-3.362E+02	<b>2.457E-02</b>
2.457E-02	1.044E-04	9.969E-03	-3.973E+00	-3.362E+02	<b>2.457E-02</b>
2.457E-02	2.612E-05	9.969E-03	-3.973E+00	-3.362E+02	<b>2.457E-02</b>
2.457E-02	6.533E-06	9.969E-03	-3.973E+00	-3.362E+02	<b>2.457E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical guiada ( $Q = 3.9$  l/s,  $h_q = 0.3$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	3.90E-03
$h_2$ (m)	0.0818

$h_1$ (m)	0.0359
-----------	--------

$\Theta_2$ (rad)	3.18713
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.01034

$\Theta_1$ (rad)	1.972E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.00336628

$hg_2$ (m)	0.03479
------------	---------

$hg_1$ (m)	1.463E-02
------------	-----------

$M_2$ (N)	5.00E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	4.75E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$M_1$ (N)	5.00E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	8.985E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-1.354E+06	1.664E-03
1.664E-03	4.166E+02	6.661E-04	-4.214E+02	-3.794E+05	2.762E-03
2.762E-03	1.925E+02	1.106E-03	-1.670E+02	-1.070E+05	4.560E-03
4.560E-03	8.842E+01	1.829E-03	-6.920E+01	-3.066E+04	7.444E-03
7.444E-03	4.005E+01	2.990E-03	-3.026E+01	-9.085E+03	1.185E-02
1.185E-02	1.765E+01	4.772E-03	-1.406E+01	-2.906E+03	1.792E-02
1.792E-02	7.396E+00	7.243E-03	-7.027E+00	-1.083E+03	2.476E-02
2.476E-02	2.887E+00	1.005E-02	-3.916E+00	-5.144E+02	3.037E-02
3.037E-02	1.052E+00	1.237E-02	-2.580E+00	-3.225E+02	3.363E-02
3.363E-02	3.655E-01	1.373E-02	-2.043E+00	-2.540E+02	3.507E-02
3.507E-02	1.233E-01	1.433E-02	-1.843E+00	-2.296E+02	3.560E-02
3.560E-02	4.092E-02	1.455E-02	-1.774E+00	-2.212E+02	<b>3.579E-02</b>
3.579E-02	1.349E-02	1.463E-02	-1.750E+00	-2.183E+02	<b>3.585E-02</b>
3.585E-02	4.438E-03	1.466E-02	-1.743E+00	-2.174E+02	<b>3.587E-02</b>
3.587E-02	1.459E-03	1.467E-02	-1.740E+00	-2.171E+02	<b>3.588E-02</b>
3.588E-02	4.792E-04	1.467E-02	-1.739E+00	-2.170E+02	<b>3.588E-02</b>
3.588E-02	1.574E-04	1.467E-02	-1.739E+00	-2.170E+02	<b>3.588E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical guiada ( $Q = 1.2$  l/s,  $h_q = 0.4$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	1.20E-03
$h_2$ (m)	0.0528

$\Theta_2$ (rad)	2.44796
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00579

$h_{g2}$ (m)	0.02186
--------------	---------

$M_2$ (N)	1.49E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	4.50E-01
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0156
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.270E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.00100843

$h_{g1}$ (m)	6.291E-03
--------------	-----------

$M_1$ (N)	1.49E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$h_{g1}$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	8.405E+01	4.002E-04	-1.099E+03	-1.283E+05	1.655E-03
1.655E-03	3.874E+01	6.626E-04	-4.255E+02	-3.653E+04	2.715E-03
2.715E-03	1.769E+01	1.088E-03	-1.722E+02	-1.069E+04	4.371E-03
4.371E-03	7.934E+00	1.753E-03	-7.445E+01	-3.325E+03	6.757E-03
6.757E-03	3.443E+00	2.713E-03	-3.555E+01	-1.184E+03	9.665E-03
9.665E-03	1.425E+00	3.887E-03	-1.966E+01	-5.365E+02	1.232E-02
1.232E-02	5.674E-01	4.962E-03	-1.319E+01	-3.301E+02	1.404E-02
1.404E-02	2.266E-01	5.660E-03	-1.062E+01	-2.597E+02	1.491E-02
1.491E-02	9.280E-02	6.015E-03	-9.605E+00	-2.338E+02	1.531E-02
1.531E-02	3.874E-02	6.177E-03	-9.191E+00	-2.236E+02	1.548E-02
1.548E-02	1.634E-02	6.247E-03	-9.018E+00	-2.194E+02	1.556E-02
1.556E-02	6.923E-03	6.278E-03	-8.946E+00	-2.176E+02	1.559E-02
1.559E-02	2.940E-03	6.291E-03	-8.915E+00	-2.169E+02	<b>1.560E-02</b>
1.560E-02	1.249E-03	6.296E-03	-8.902E+00	-2.165E+02	<b>1.561E-02</b>
1.561E-02	5.311E-04	6.299E-03	-8.896E+00	-2.164E+02	<b>1.561E-02</b>
1.561E-02	2.259E-04	6.300E-03	-8.894E+00	-2.163E+02	<b>1.561E-02</b>
1.561E-02	9.605E-05	6.300E-03	-8.893E+00	-2.163E+02	<b>1.561E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical guiada ( $Q = 2.1$  l/s,  $h_q = 0.4$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	2.10E-03
$h_2$ (m)	0.0610

$h_1$ (m)	0.0251
-----------	--------

$\Theta_2$ (rad)	2.66113
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00704

$\Theta_1$ (rad)	1.630E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.00202075

$hg_2$ (m)	0.02541
------------	---------

$hg_1$ (m)	1.017E-02
------------	-----------

$M_2$ (N)	2.38E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	1.38E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$M_1$ (N)	2.38E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_{1(n+1)}$
1.000E-03	2.596E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-3.926E+05	1.661E-03
1.661E-03	1.201E+02	6.650E-04	-4.226E+02	-1.105E+05	2.748E-03
2.748E-03	5.532E+01	1.101E-03	-1.685E+02	-3.151E+04	4.503E-03
4.503E-03	2.522E+01	1.806E-03	-7.071E+01	-9.249E+03	7.230E-03
7.230E-03	1.127E+01	2.904E-03	-3.176E+01	-2.901E+03	1.111E-02
1.111E-02	4.858E+00	4.473E-03	-1.563E+01	-1.049E+03	1.574E-02
1.574E-02	2.000E+00	6.354E-03	-8.768E+00	-4.844E+02	1.987E-02
1.987E-02	8.027E-01	8.040E-03	-5.867E+00	-2.997E+02	2.255E-02
2.255E-02	3.280E-01	9.139E-03	-4.668E+00	-2.336E+02	2.396E-02
2.396E-02	1.386E-01	9.717E-03	-4.169E+00	-2.077E+02	2.462E-02
2.462E-02	5.990E-02	9.992E-03	-3.957E+00	-1.970E+02	2.493E-02
2.493E-02	2.621E-02	1.012E-02	-3.864E+00	-1.924E+02	2.506E-02
2.506E-02	1.154E-02	1.017E-02	-3.824E+00	-1.904E+02	<b>2.512E-02</b>
2.512E-02	5.092E-03	1.020E-02	-3.806E+00	-1.895E+02	<b>2.515E-02</b>
2.515E-02	2.250E-03	1.021E-02	-3.798E+00	-1.891E+02	<b>2.516E-02</b>
2.516E-02	9.947E-04	1.021E-02	-3.794E+00	-1.889E+02	<b>2.517E-02</b>
2.517E-02	4.399E-04	1.022E-02	-3.793E+00	-1.888E+02	<b>2.517E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical guiada ( $Q = 3.0$  l/s,  $h_q = 0.4$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	3.00E-03
$h_2$ (m)	0.0743

$\Theta_2$ (rad)	2.99990
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00915

$h_{g2}$ (m)	0.03137
--------------	---------

$M_2$ (N)	3.80E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	2.81E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0297
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.783E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.002575904

$h_{g1}$ (m)	1.209E-02
--------------	-----------

$M_1$ (N)	3.80E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$h_{g1}$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	5.308E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-8.011E+05	1.663E-03
1.663E-03	2.459E+02	6.656E-04	-4.219E+02	-2.250E+05	2.756E-03
2.756E-03	1.135E+02	1.104E-03	-1.677E+02	-6.373E+04	4.536E-03
4.536E-03	5.192E+01	1.819E-03	-6.984E+01	-1.843E+04	7.354E-03
7.354E-03	2.335E+01	2.953E-03	-3.088E+01	-5.581E+03	1.154E-02
1.154E-02	1.016E+01	4.645E-03	-1.470E+01	-1.872E+03	1.696E-02
1.696E-02	4.175E+00	6.851E-03	-7.725E+00	-7.619E+02	2.244E-02
2.244E-02	1.603E+00	9.094E-03	-4.710E+00	-4.091E+02	2.636E-02
2.636E-02	5.860E-01	1.071E-02	-3.463E+00	-2.887E+02	2.839E-02
2.839E-02	2.100E-01	1.155E-02	-2.978E+00	-2.458E+02	2.924E-02
2.924E-02	7.475E-02	1.190E-02	-2.798E+00	-2.304E+02	2.957E-02
2.957E-02	2.654E-02	1.204E-02	-2.733E+00	-2.249E+02	2.969E-02
2.969E-02	9.413E-03	1.209E-02	-2.710E+00	-2.229E+02	<b>2.973E-02</b>
2.973E-02	3.337E-03	1.210E-02	-2.701E+00	-2.223E+02	<b>2.974E-02</b>
2.974E-02	1.183E-03	1.211E-02	-2.698E+00	-2.220E+02	<b>2.975E-02</b>
2.975E-02	4.194E-04	1.211E-02	-2.697E+00	-2.219E+02	<b>2.975E-02</b>
2.975E-02	1.487E-04	1.211E-02	-2.697E+00	-2.219E+02	<b>2.975E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída vertical guiada ( $Q = 3.9$  l/s,  $h_q = 0.4$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	3.90E-03
$h_2$ (m)	0.0883

$\Theta_2$ (rad)	3.34928
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.01138

$hg_2$ (m)	0.03781
------------	---------

$M_2$ (N)	5.55E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	4.75E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0326
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.874E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.002941418

$hg_1$ (m)	1.329E-02
------------	-----------

$M_1$ (N)	5.55E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	8.980E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-1.354E+06	1.663E-03
1.663E-03	4.162E+02	6.659E-04	-4.216E+02	-3.797E+05	2.759E-03
2.759E-03	1.922E+02	1.105E-03	-1.672E+02	-1.073E+05	4.552E-03
4.552E-03	8.813E+01	1.825E-03	-6.943E+01	-3.080E+04	7.413E-03
7.413E-03	3.978E+01	2.977E-03	-3.047E+01	-9.182E+03	1.175E-02
1.175E-02	1.739E+01	4.729E-03	-1.427E+01	-2.971E+03	1.760E-02
1.760E-02	7.170E+00	7.111E-03	-7.251E+00	-1.130E+03	2.395E-02
2.395E-02	2.696E+00	9.713E-03	-4.173E+00	-5.549E+02	2.880E-02
2.880E-02	9.092E-01	1.172E-02	-2.889E+00	-3.642E+02	3.130E-02
3.130E-02	2.781E-01	1.276E-02	-2.412E+00	-3.007E+02	3.222E-02
3.222E-02	7.989E-02	1.314E-02	-2.258E+00	-2.809E+02	3.251E-02
3.251E-02	2.233E-02	1.326E-02	-2.213E+00	-2.752E+02	<b>3.259E-02</b>
3.259E-02	6.184E-03	1.329E-02	-2.200E+00	-2.736E+02	<b>3.261E-02</b>
3.261E-02	1.708E-03	1.330E-02	-2.196E+00	-2.731E+02	<b>3.262E-02</b>
3.262E-02	4.714E-04	1.331E-02	-2.195E+00	-2.730E+02	<b>3.262E-02</b>
3.262E-02	1.301E-04	1.331E-02	-2.195E+00	-2.730E+02	<b>3.262E-02</b>
3.262E-02	3.590E-05	1.331E-02	-2.195E+00	-2.730E+02	<b>3.262E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída en escalones ( $Q = 1,2$  l/s,  $h_q = 0.3$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	1.20E-03
$h_2$ (m)	0.0595

$\Theta_2$ (rad)	2.62354
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00681

$hg_2$ (m)	0.02478
------------	---------

$M_2$ (N)	1.87E+00
$(8Q_2 \cdot \gamma)/(g \cdot D_2)$	4.50E-01
$\gamma \cdot D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0132
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.166E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.000789434

$hg_1$ (m)	5.323E-03
------------	-----------

$M_1$ (N)	1.87E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$h_{g1}$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_{1(n+1)}$
1.000E-03	8.368E+01	4.002E-04	-1.099E+03	-1.283E+05	1.652E-03
1.652E-03	3.847E+01	6.614E-04	-4.269E+02	-3.670E+04	2.700E-03
2.700E-03	1.747E+01	1.082E-03	-1.739E+02	-1.083E+04	4.314E-03
4.314E-03	7.746E+00	1.729E-03	-7.617E+01	-3.434E+03	6.569E-03
6.569E-03	3.277E+00	2.637E-03	-3.727E+01	-1.263E+03	9.163E-03
9.163E-03	1.284E+00	3.684E-03	-2.147E+01	-6.007E+02	1.130E-02
1.130E-02	4.597E-01	4.549E-03	-1.521E+01	-3.901E+02	1.248E-02
1.248E-02	1.546E-01	5.027E-03	-1.291E+01	-3.222E+02	1.296E-02
1.296E-02	5.072E-02	5.221E-03	-1.213E+01	-3.003E+02	1.313E-02
1.313E-02	1.652E-02	5.290E-03	-1.188E+01	-2.932E+02	1.318E-02
1.318E-02	5.367E-03	5.313E-03	-1.179E+01	-2.909E+02	1.320E-02
1.320E-02	1.743E-03	5.320E-03	-1.176E+01	-2.901E+02	1.321E-02
1.321E-02	5.657E-04	5.323E-03	-1.176E+01	-2.899E+02	<b>1.321E-02</b>
1.321E-02	1.836E-04	5.323E-03	-1.175E+01	-2.898E+02	<b>1.321E-02</b>
1.321E-02	5.960E-05	5.324E-03	-1.175E+01	-2.898E+02	<b>1.321E-02</b>
1.321E-02	1.935E-05	5.324E-03	-1.175E+01	-2.898E+02	<b>1.321E-02</b>
1.321E-02	6.280E-06	5.324E-03	-1.175E+01	-2.898E+02	<b>1.321E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída en escalones ( $Q = 2.1$  l/s,  $h_q = 0.3$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	2.10E-03
$h_2$ (m)	0.0794

$\Theta_2$ (rad)	3.12780
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00996

$hg_2$ (m)	0.03370
------------	---------

$M_2$ (N)	3.73E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	1.38E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0177
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.354E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.0012085

$hg_1$ (m)	7.131E-03
------------	-----------

$M_1$ (N)	3.73E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$h_{g1}$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_{1(n+1)}$
1.000E-03	2.582E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-3.926E+05	1.658E-03
1.658E-03	1.192E+02	6.637E-04	-4.242E+02	-1.111E+05	2.730E-03
2.730E-03	5.453E+01	1.094E-03	-1.705E+02	-3.203E+04	4.433E-03
4.433E-03	2.452E+01	1.777E-03	-7.267E+01	-9.618E+03	6.983E-03
6.983E-03	1.064E+01	2.804E-03	-3.366E+01	-3.157E+03	1.035E-02
1.035E-02	4.297E+00	4.165E-03	-1.757E+01	-1.236E+03	1.383E-02
1.383E-02	1.536E+00	5.574E-03	-1.089E+01	-6.414E+02	1.622E-02
1.622E-02	4.653E-01	6.548E-03	-8.335E+00	-4.546E+02	1.724E-02
1.724E-02	1.221E-01	6.966E-03	-7.510E+00	-4.000E+02	1.755E-02
1.755E-02	2.982E-02	7.091E-03	-7.287E+00	-3.857E+02	1.763E-02
1.763E-02	7.120E-03	7.122E-03	-7.232E+00	-3.822E+02	1.765E-02
1.765E-02	1.690E-03	7.130E-03	-7.219E+00	-3.814E+02	1.765E-02
1.765E-02	4.004E-04	7.131E-03	-7.216E+00	-3.812E+02	<b>1.765E-02</b>
1.765E-02	9.487E-05	7.132E-03	-7.215E+00	-3.812E+02	<b>1.765E-02</b>
1.765E-02	2.247E-05	7.132E-03	-7.215E+00	-3.812E+02	<b>1.765E-02</b>
1.765E-02	5.323E-06	7.132E-03	-7.215E+00	-3.812E+02	<b>1.765E-02</b>
1.765E-02	1.261E-06	7.132E-03	-7.215E+00	-3.811E+02	<b>1.765E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída en escalones ( $Q = 3.0$  l/s,  $h_q = 0.3$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	3.00E-03
$h_2$ (m)	0.0911

$h_1$ (m)	0.0228
-----------	--------

$\Theta_2$ (rad)	3.42021
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.01182

$\Theta_1$ (rad)	1.547E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.00175131

$hg_2$ (m)	0.03914
------------	---------

$hg_1$ (m)	9.225E-03
------------	-----------

$M_2$ (N)	5.30E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	2.81E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$M_1$ (N)	5.30E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	5.293E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-8.011E+05	1.661E-03
1.661E-03	2.448E+02	6.649E-04	-4.228E+02	-2.256E+05	2.746E-03
2.746E-03	1.126E+02	1.100E-03	-1.687E+02	-6.429E+04	4.497E-03
4.497E-03	5.114E+01	1.803E-03	-7.088E+01	-1.883E+04	7.214E-03
7.214E-03	2.264E+01	2.897E-03	-3.188E+01	-5.851E+03	1.108E-02
1.108E-02	9.505E+00	4.460E-03	-1.570E+01	-2.061E+03	1.569E-02
1.569E-02	3.614E+00	6.333E-03	-8.814E+00	-9.099E+02	1.967E-02
1.967E-02	1.172E+00	7.956E-03	-5.977E+00	-5.467E+02	2.181E-02
2.181E-02	3.140E-01	8.834E-03	-4.964E+00	-4.354E+02	2.253E-02
2.253E-02	7.323E-02	9.131E-03	-4.676E+00	-4.056E+02	2.271E-02
2.271E-02	1.615E-02	9.205E-03	-4.608E+00	-3.986E+02	2.275E-02
2.275E-02	3.509E-03	9.222E-03	-4.592E+00	-3.971E+02	2.276E-02
2.276E-02	7.598E-04	9.225E-03	-4.589E+00	-3.967E+02	<b>2.276E-02</b>
2.276E-02	1.644E-04	9.226E-03	-4.588E+00	-3.967E+02	<b>2.276E-02</b>
2.276E-02	3.557E-05	9.226E-03	-4.588E+00	-3.966E+02	<b>2.276E-02</b>
2.276E-02	7.694E-06	9.226E-03	-4.588E+00	-3.966E+02	<b>2.276E-02</b>
2.276E-02	1.664E-06	9.226E-03	-4.588E+00	-3.966E+02	<b>2.276E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída en escalones ( $Q = 3.9 \text{ l/s}$ ,  $h_q = 0.3 \text{ m}$ )**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	3.90E-03
$h_2$ (m)	0.0957

$\Theta_2$ (rad)	3.53680
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.01255

$hg_2$ (m)	0.04135
------------	---------

$M_2$ (N)	6.30E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	4.75E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0294
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.772E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.002534824

$hg_1$ (m)	1.196E-02
------------	-----------

$M_1$ (N)	6.30E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	8.972E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-1.354E+06	1.663E-03
1.663E-03	4.156E+02	6.657E-04	-4.218E+02	-3.800E+05	2.757E-03
2.757E-03	1.918E+02	1.104E-03	-1.676E+02	-1.075E+05	4.540E-03
4.540E-03	8.774E+01	1.821E-03	-6.973E+01	-3.100E+04	7.371E-03
7.371E-03	3.942E+01	2.960E-03	-3.076E+01	-9.312E+03	1.160E-02
1.160E-02	1.706E+01	4.672E-03	-1.456E+01	-3.059E+03	1.718E-02
1.718E-02	6.875E+00	6.940E-03	-7.557E+00	-1.196E+03	2.293E-02
2.293E-02	2.457E+00	9.295E-03	-4.526E+00	-6.126E+02	2.694E-02
2.694E-02	7.469E-01	1.095E-02	-3.315E+00	-4.243E+02	2.870E-02
2.870E-02	1.941E-01	1.168E-02	-2.911E+00	-3.672E+02	2.923E-02
2.923E-02	4.604E-02	1.190E-02	-2.801E+00	-3.522E+02	2.936E-02
2.936E-02	1.058E-02	1.195E-02	-2.774E+00	-3.486E+02	<b>2.939E-02</b>
2.939E-02	2.414E-03	1.196E-02	-2.768E+00	-3.477E+02	<b>2.940E-02</b>
2.940E-02	5.493E-04	1.197E-02	-2.767E+00	-3.476E+02	<b>2.940E-02</b>
2.940E-02	1.249E-04	1.197E-02	-2.767E+00	-3.475E+02	<b>2.940E-02</b>
2.940E-02	2.842E-05	1.197E-02	-2.767E+00	-3.475E+02	<b>2.940E-02</b>
2.940E-02	6.464E-06	1.197E-02	-2.767E+00	-3.475E+02	<b>2.940E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída en escalones ( $Q = 1.2$  l/s,  $h_q = 0.4$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	1.20E-03
$h_2$ (m)	0.0581

$\Theta_2$ (rad)	2.58632
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00659

$hg_2$ (m)	0.02415
------------	---------

$M_2$ (N)	1.78E+00
$(8Q_2 \cdot \gamma) / (g \cdot D_2)$	4.50E-01
$\gamma \cdot D_2 / 8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0137
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.187E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.000830771

$hg_1$ (m)	5.511E-03
------------	-----------

$M_1$ (N)	1.78E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$h_{g1}$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_{1(n+1)}$
1.000E-03	8.376E+01	4.002E-04	-1.099E+03	-1.283E+05	1.653E-03
1.653E-03	3.853E+01	6.617E-04	-4.266E+02	-3.666E+04	2.704E-03
2.704E-03	1.753E+01	1.083E-03	-1.735E+02	-1.080E+04	4.327E-03
4.327E-03	7.789E+00	1.735E-03	-7.576E+01	-3.408E+03	6.612E-03
6.612E-03	3.315E+00	2.654E-03	-3.686E+01	-1.244E+03	9.276E-03
9.276E-03	1.316E+00	3.729E-03	-2.104E+01	-5.853E+02	1.152E-02
1.152E-02	4.829E-01	4.639E-03	-1.473E+01	-3.754E+02	1.281E-02
1.281E-02	1.691E-01	5.161E-03	-1.237E+01	-3.068E+02	1.336E-02
1.336E-02	5.835E-02	5.385E-03	-1.153E+01	-2.839E+02	1.357E-02
1.357E-02	2.009E-02	5.468E-03	-1.125E+01	-2.762E+02	1.364E-02
1.364E-02	6.914E-03	5.498E-03	-1.115E+01	-2.735E+02	1.366E-02
1.366E-02	2.379E-03	5.508E-03	-1.111E+01	-2.726E+02	1.367E-02
1.367E-02	8.189E-04	5.511E-03	-1.110E+01	-2.723E+02	<b>1.368E-02</b>
1.368E-02	2.818E-04	5.513E-03	-1.110E+01	-2.722E+02	<b>1.368E-02</b>
1.368E-02	9.698E-05	5.513E-03	-1.109E+01	-2.721E+02	<b>1.368E-02</b>
1.368E-02	3.337E-05	5.513E-03	-1.109E+01	-2.721E+02	<b>1.368E-02</b>
1.368E-02	1.149E-05	5.513E-03	-1.109E+01	-2.721E+02	<b>1.368E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída en escalones ( $Q = 2.1$  l/s,  $h_q = 0.4$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	2.10E-03
$h_2$ (m)	0.0759

$\Theta_2$ (rad)	3.03813
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.00939

$hg_2$ (m)	0.03206
------------	---------

$M_2$ (N)	3.42E+00
$(8Q_2 \cdot \gamma) / (g \cdot D_2)$	1.38E+00
$\gamma \cdot D_2 / 8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0188
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.400E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.001327634

$hg_1$ (m)	7.610E-03
------------	-----------

$M_1$ (N)	3.42E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	2.586E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-3.926E+05	1.658E-03
1.658E-03	1.194E+02	6.640E-04	-4.238E+02	-1.110E+05	2.734E-03
2.734E-03	5.472E+01	1.095E-03	-1.700E+02	-3.191E+04	4.449E-03
4.449E-03	2.468E+01	1.784E-03	-7.221E+01	-9.531E+03	7.039E-03
7.039E-03	1.078E+01	2.826E-03	-3.321E+01	-3.096E+03	1.052E-02
1.052E-02	4.422E+00	4.233E-03	-1.711E+01	-1.191E+03	1.423E-02
1.423E-02	1.634E+00	5.739E-03	-1.038E+01	-6.020E+02	1.695E-02
1.695E-02	5.290E-01	6.845E-03	-7.736E+00	-4.147E+02	1.822E-02
1.822E-02	1.535E-01	7.366E-03	-6.828E+00	-3.570E+02	1.865E-02
1.865E-02	4.216E-02	7.542E-03	-6.557E+00	-3.404E+02	1.878E-02
1.878E-02	1.135E-02	7.592E-03	-6.482E+00	-3.359E+02	1.881E-02
1.881E-02	3.040E-03	7.606E-03	-6.461E+00	-3.347E+02	1.882E-02
1.882E-02	8.127E-04	7.610E-03	-6.456E+00	-3.343E+02	<b>1.882E-02</b>
1.882E-02	2.172E-04	7.611E-03	-6.454E+00	-3.342E+02	<b>1.882E-02</b>
1.882E-02	5.803E-05	7.611E-03	-6.454E+00	-3.342E+02	<b>1.882E-02</b>
1.882E-02	1.551E-05	7.611E-03	-6.454E+00	-3.342E+02	<b>1.882E-02</b>
1.882E-02	4.143E-06	7.611E-03	-6.454E+00	-3.342E+02	<b>1.882E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída en escalones ( $Q = 3.0$  l/s,  $h_q = 0.4$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	3.00E-03
$h_2$ (m)	0.1059

$\Theta_2$ (rad)	3.80097
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.01412

$hg_2$ (m)	0.04637
------------	---------

$M_2$ (N)	7.06E+00
$(8Q_2.\gamma)/(g.D_2)$	2.81E+00
$\gamma.D_2/8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0185
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.387E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.001292998

$hg_1$ (m)	7.473E-03
------------	-----------

$M_1$ (N)	7.06E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_1(n+1)$
1.000E-03	5.276E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-8.011E+05	1.659E-03
1.659E-03	2.436E+02	6.640E-04	-4.238E+02	-2.263E+05	2.735E-03
2.735E-03	1.116E+02	1.095E-03	-1.700E+02	-6.496E+04	4.452E-03
4.452E-03	5.024E+01	1.785E-03	-7.213E+01	-1.930E+04	7.054E-03
7.054E-03	2.182E+01	2.833E-03	-3.309E+01	-6.181E+03	1.058E-02
1.058E-02	8.783E+00	4.259E-03	-1.694E+01	-2.301E+03	1.440E-02
1.440E-02	3.036E+00	5.807E-03	-1.018E+01	-1.110E+03	1.714E-02
1.714E-02	8.009E-01	6.922E-03	-7.592E+00	-7.445E+02	1.821E-02
1.821E-02	1.503E-01	7.361E-03	-6.836E+00	-6.490E+02	1.844E-02
1.844E-02	2.289E-02	7.455E-03	-6.688E+00	-6.308E+02	1.848E-02
1.848E-02	3.302E-03	7.470E-03	-6.665E+00	-6.281E+02	1.848E-02
1.848E-02	4.720E-04	7.472E-03	-6.662E+00	-6.277E+02	1.849E-02
1.849E-02	6.739E-05	7.473E-03	-6.661E+00	-6.276E+02	<b>1.849E-02</b>
1.849E-02	9.620E-06	7.473E-03	-6.661E+00	-6.276E+02	<b>1.849E-02</b>
1.849E-02	1.373E-06	7.473E-03	-6.661E+00	-6.276E+02	<b>1.849E-02</b>
1.849E-02	1.960E-07	7.473E-03	-6.661E+00	-6.276E+02	<b>1.849E-02</b>
1.849E-02	2.798E-08	7.473E-03	-6.661E+00	-6.276E+02	<b>1.849E-02</b>

**Cálculo de  $h_1$  para la caída en escalones ( $Q = 3.9$  l/s,  $h_q = 0.4$  m)**

D (m)	0.16
$\gamma$ (N.m <sup>-3</sup> )	9800
g (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	9.8

Q (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	3.90E-03
$h_2$ (m)	0.0944

$\Theta_2$ (rad)	3.50444
$A_2$ (m <sup>2</sup> )	0.01235

$hg_2$ (m)	0.04073
------------	---------

$M_2$ (N)	6.16E+00
$(8Q_2 \cdot \gamma) / (g \cdot D_2)$	4.75E+00
$\gamma \cdot D_2 / 8$	31.36000

$h_1$ (m)	0.0299
-----------	--------

$\Theta_1$ (rad)	1.789E+00
$A_1$ (m <sup>2</sup> )	0.002599096

$hg_1$ (m)	1.218E-02
------------	-----------

$M_1$ (N)	6.16E+00
-----------	----------

$h_1$	$f(h_1)$	$hg_1$	$h'_{g1}$	$f'(h_1)$	$h_{1(n+1)}$
1.000E-03	8.974E+02	4.002E-04	-1.099E+03	-1.354E+06	1.663E-03
1.663E-03	4.157E+02	6.657E-04	-4.218E+02	-3.799E+05	2.757E-03
2.757E-03	1.919E+02	1.104E-03	-1.675E+02	-1.075E+05	4.542E-03
4.542E-03	8.781E+01	1.821E-03	-6.968E+01	-3.096E+04	7.378E-03
7.378E-03	3.948E+01	2.963E-03	-3.071E+01	-9.288E+03	1.163E-02
1.163E-02	1.712E+01	4.682E-03	-1.451E+01	-3.043E+03	1.726E-02
1.726E-02	6.928E+00	6.971E-03	-7.501E+00	-1.184E+03	2.311E-02
2.311E-02	2.499E+00	9.369E-03	-4.461E+00	-6.018E+02	2.726E-02
2.726E-02	7.742E-01	1.108E-02	-3.237E+00	-4.130E+02	2.914E-02
2.914E-02	2.071E-01	1.186E-02	-2.820E+00	-3.548E+02	2.972E-02
2.972E-02	5.079E-02	1.210E-02	-2.703E+00	-3.390E+02	2.987E-02
2.987E-02	1.207E-02	1.216E-02	-2.674E+00	-3.351E+02	<b>2.991E-02</b>
2.991E-02	2.845E-03	1.218E-02	-2.667E+00	-3.341E+02	<b>2.991E-02</b>
2.991E-02	6.690E-04	1.218E-02	-2.665E+00	-3.339E+02	<b>2.992E-02</b>
2.992E-02	1.573E-04	1.218E-02	-2.665E+00	-3.339E+02	<b>2.992E-02</b>
2.992E-02	3.696E-05	1.218E-02	-2.665E+00	-3.338E+02	<b>2.992E-02</b>
2.992E-02	8.687E-06	1.218E-02	-2.665E+00	-3.338E+02	<b>2.992E-02</b>

