

# SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE NAVIOS EM PORTOS SUJEITOS À ACÇÃO DAS ONDAS.

## VALIDAÇÃO E APLICAÇÕES

Liliana V. PINHEIRO

*Eng.ª Civil, LNEC, Av. do Brasil, 101, 1700-066 Lisboa lpinheiro@lnec.pt*

João Alfredo SANTOS

*Eng.º Civil, ISEL, R. Conselheiro Emídio Navarro, 1, 1959-007 Lisboa, jasantos@dec.isel.pt*

Conceição J. FORTES

*Eng.ª Civil, LNEC, Av. do Brasil, 101, 1700-066 Lisboa jfortes@lnec.pt*

José Leonel FERNANDES

*Prof. Doutor, IST, Avenida Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, leonel@dem.ist.utl.pt*

### Resumo

Nesta comunicação descreve-se um procedimento para avaliação das forças exercidas pela agitação marítima incidente num navio colocado no interior de uma bacia abrigada. Esta é uma das componentes fundamentais na determinação do comportamento de um navio amarrado no interior de um porto.

O procedimento referido baseia-se nas chamadas relações de Haskind que permitem calcular a força de excitação devida a ondas incidentes num corpo flutuante imobilizado, o chamado problema de difracção, com base no potencial do problema de radiação e no potencial da onda incidente na posição do navio quando ele lá não está. Trata-se de uma abordagem promissora pois evita a discretização da totalidade da fronteira da bacia portuária.

Os resultados apresentados nesta comunicação foram obtidos utilizando o potencial da onda incidente na posição ocupada pelo navio fornecido pelo modelo DREAMS, um modelo baseado na versão elíptica da equação de declive suave, e o potencial do problema de radiação fornecido pelo modelo WAMIT, um modelo para resolução no domínio da frequência dos problemas de radiação e de difracção de corpos flutuantes isolados. Estes resultados são bastante promissores e ilustram as potencialidades da abordagem proposta.

**Palavras-chave:** Navio amarrado, Agitação marítima, Portos, relações de Haskind.

## 1. INTRODUÇÃO

A agitação marítima pode perturbar as actividades de carga e descarga de navios bem como causar problemas significativos nas infra-estruturas portuárias e nas embarcações presentes no interior de um porto. Uma previsão e caracterização correctas do campo de ondas dentro do porto, mais precisamente, ao longo das trajectórias dos navios e nos postos de acostagem permitem caracterizar a resposta dos navios aos estados de mar neles incidentes, quer estejam amarrados, parados ou em manobra.

A acoplagem de modelos numéricos de propagação de ondas com modelo de comportamento de navios sujeitos à acção dessas mesmas ondas permite prever condições potencialmente adversas e planear as actividades portuárias com segurança. Ferramentas numéricas deste tipo são ainda escassas e com algumas limitações. A maior parte utiliza a teoria linear para descrever a interacção onda-estrutura flutuante e uma geometria teórica do porto. Alguns autores têm utilizado o método dos elementos de fronteira para simular a influência de uma parede vertical infinita ou duas paredes verticais perpendiculares nos coeficientes hidrodinâmicos do navio, van Oortmerssen (1976); Sawaragi e Kubo (1982). Este método é impraticável se se pretender incluir a geometria exacta do porto, devido às dimensões das matrizes envolvidas. Contudo, uma correcta representação da geometria do porto é importante para se ter em conta os modos evanescentes junto ao navio e melhor descrever o campo de ondas que actua sobre ele. A abordagem que tem sido desenvolvida nos últimos anos é a de acoplar modelos distintos para resolver a propagação de ondas no porto e a interacção ondas-navio numa zona restrita junto deste. Sawaragi *et al.* (1989), por exemplo, utilizou um modelo bidimensional de elementos de fronteira considerando a geometria exacta do porto mas com fundo plano e, junto ao navio, um modelo tridimensional. Takagi *et al.* 1993 fez o mesmo mas utilizou um modelo de mild-slope que incluía a variação da topografia do fundo. Mais recentemente, Ohyama e Tsuchida (1997) deduziram uma equação de mild-slope modificada que inclui os modos evanescentes podendo ser aplicada também nas proximidades do navio. Kubo e Sakakibara (1997) juntaram um modelo linear no domínio da frequência para o cálculo dos factores de amplificação de ondas longas no porto com o modelo do navio amarrado. A vantagem deste método é que cada componente da onda pode ser tratada separadamente, assumindo que as ondas são lineares.

Este trabalho apresenta os primeiros resultados da aplicação de um método para avaliar a força de excitação exercida pela agitação incidente num navio colocado no interior de uma bacia abrigada utilizando uma adaptação das relações de Haskind. Com o modelo DREAMS determinam-se as características da agitação marítima na posição que será ocupada pelo navio imóvel levando em conta todos os fenómenos relevantes para a propagação da onda para o interior do porto. Os potenciais correspondentes são depois combinados com os potenciais correspondentes do problema de radiação. Uma vez que os potenciais deste problema podem ser obtidos considerando configurações muito simples para o conjunto navio – fronteira do porto, este é um método promissor para a resolução do problema de difracção.

Depois deste capítulo de introdução, apresenta-se no capítulo 2 as equações que regem a interacção de corpos flutuantes com ondas monocromáticas. Apresentam-se os potenciais de velocidade do escoamento associado aos chamados problemas de radiação e de difracção, bem como as relações de relações de Haskind. No capítulo 3 descrevem-se os primeiros testes ao procedimento baseado nas relações de Haskind para cálculo das forças associadas ao problema de difracção. A comunicação termina com o capítulo 5 de comentários finais.

## 2. INTERACÇÃO DE CORPOS FLUTUANTES COM ONDAS MONOCROMÁTICAS

O WAMIT (Korsemeier *et al.* 1988) é um modelo desenvolvido no Departamento de Engenharia Oceânica do Massachusetts Institute of Technology e que utiliza um método de painel para resolver no domínio da frequência os problemas de radiação e de difracção de um corpo flutuante livre. Este modelo baseia-se na segunda igualdade de Green para determinar a intensidade das distribuições de fontes e dipolos nos painéis utilizados na discretização da superfície molhada do casco do navio com as quais é possível gerar os potenciais harmónicos dos escoamentos associados aos problemas de radiação e de difracção de um navio livre colocado numa zona de profundidade constante mas não limitada horizontalmente. Nos pontos seguintes apresenta-se a formulação analítica dos problemas de radiação e de difracção no domínio da frequência.

### 2.1 Potencial de velocidades

Seja  $\phi$  o potencial de escoamento quando o navio se move sob a acção de ondas. Da linearidade do sistema navio / ondas é possível decompor o potencial na soma de vários potenciais devidos cada um deles a uma das seguintes causas, Tuck 1970:

- onda incidente,  $\phi_0$
- onda difractada pelo navio parado,  $\phi_7$
- ondas geradas pelo movimento do navio em águas de outro modo paradas, segundo cada uma das seis coordenadas generalizadas  $\phi_1$  a  $\phi_6$

$$\phi = \text{Re} \left[ \sum_{j=0}^7 \phi_j \right] \quad (1)$$

Seja  $X_j$  a coordenada  $j$  do ponto  $P$  do corpo flutuante. Como o sistema corpo flutuante / ondas é linear, se a agitação incidente tem frequência angular  $\omega$  então o movimento caracterizado por  $X_j$  terá a mesma frequência  $\omega$ . Assim

$$X_j = \text{Re} [\varepsilon_j e^{-i\omega t}] \quad (2)$$

em que  $\varepsilon_j$  é a amplitude complexa do movimento do corpo segundo a coordenada  $j$ .

Utilizando a factorização proposta por Tuck 1970, que corresponde a escrever cada um dos potenciais devidos ao movimento segundo a coordenada  $j$  em função da amplitude complexa da velocidade do mesmo movimento, a expressão (1) fica

$$\phi = \left[ \phi_0 + \phi_7 + \sum_{j=1}^6 -i\omega\phi_j\varepsilon_j \right] e^{-i\omega t} \quad (3)$$

onde  $\phi_j$  é um potencial complexo estacionário. Assim consegue separar-se o problema do escoamento do movimento do corpo, sendo apenas necessário determinar os potenciais do escoamento para velocidades de amplitude unitária segundo cada uma das coordenadas generalizadas.

Atendendo à forma de cada um dos potenciais  $\phi_j$ , as condições que eles satisfazem reflectem-se no potencial  $\phi_j$  respectivo. Assim, da equação de continuidade, válida em todo o domínio fluido, tem-se:

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial z^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

para a condição de superfície livre linearizada, tem-se, em  $z = 0$ :

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial t^2} + g \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial z^2} = 0 \Rightarrow \omega^2 \varphi_j - g \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

para a condição de fronteira de fundo e outros limites sólidos fixos do domínio, tem-se:

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} = 0 \quad (6)$$

Além destas equações, os potenciais  $\phi_j$  devem também verificar uma condição de fronteira na superfície molhada do corpo flutuante.

Para os potenciais  $\phi_0$  e  $\phi_7$ , relacionados ao problema de difracção, em cada ponto do casco do navio, a soma das componentes normais ao casco da velocidade do escoamento resultante de cada um dos potenciais deve ser nula, uma vez que o navio se encontra parado.

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \phi_7}{\partial n} = 0 \quad (7)$$

Para os potenciais  $\phi_1$  a  $\phi_6$ , a componente normal ao casco do navio da velocidade do escoamento deve igualar a componente segundo a mesma normal da velocidade local do movimento do corpo

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial n} = \dot{X}_j n_j \quad (8)$$

onde  $\dot{X}_j$  representa a componente segundo a coordenada generalizada  $j$  da velocidade do movimento e  $n_j$  a normal exterior generalizada à superfície molhada do corpo flutuante, num ponto de coordenadas  $x_j$ .

Conhecido o potencial de velocidade, a pressão sobre o corpo flutuante pode ser determinada a partir da equação de Bernoulli linearizada.

$$p = -\rho g z - \rho \frac{\partial \phi_j}{\partial t} \quad (9)$$

Considerando apenas a parcela dinâmica da pressão, já que a parcela hidrostática está contabilizada no cálculo da matriz de restituição hidrostática, a força actuante segundo cada uma das coordenadas  $k$  vem dada por:

$$F_k = i\rho\omega \int_S (\varphi_0 + \varphi_7) n_k e^{-i\omega t} dS + \sum_{j=1}^6 -\rho\omega^2 \varepsilon_j \int_S \varphi_j n_k e^{-i\omega t} dS \quad (10)$$

A primeira parcela da soma anterior representa a força associada ao problema de difracção

$$F_k^D = i\rho\omega \int_S (\varphi_0 + \varphi_7) n_k e^{-i\omega t} dS \quad (11)$$

enquanto a segunda força está associada ao problema de radiação

$$F_k^R = \text{Re} \left[ \sum_{j=1}^6 T_{kj} \varepsilon_j e^{-i\omega t} \right] \quad (12)$$

sendo a matriz  $T_{kj}$  definida por:

$$T_{kj}(\omega) = -\rho\omega^2 \int_S \varphi_j n_k dS \quad (13)$$

Nas expressões anteriores,  $S$  representa a superfície molhada do corpo flutuante e  $n_k$  a normal segundo a coordenada generalizada  $k$ . Da parte real e da parte imaginária de cada elemento da matriz  $T_{kj}$  obtêm-se os coeficientes de massa adicionada,  $a_{kj}$ , e de amortecimento  $b_{kj}$ .

$$T_{kj}(\omega) = \omega^2 a_{kj}(\omega) + i\omega b_{kj}(\omega) \quad (14)$$

## 2.2 Relações de Haskind

Da resolução das equações anteriores obtêm-se as quantidades necessárias para modelar a interacção de corpos flutuantes com ondas monocromáticas. Tal como foram deduzidas, elas são válidas para um corpo apenas interagindo com as ondas incidentes. Uma generalização das componentes do vector normal à superfície do corpo permite estudar a interacção de ondas monocromáticas com vários corpos alguns dos quais podem estar fixos, isto é constituir obstáculos em torno dos quais as ondas difractam.

A solução numérica das equações, quer para um corpo apenas, quer para vários corpos, passa pela distribuição de painéis pelas fronteiras sólidas do problema, sejam elas imóveis ou flutuantes. Face ao exposto, não seria difícil estudar a interacção com ondas monocromáticas de um navio no interior de um porto. Contudo, tal pode levar a um número tão grande de painéis que torna impossível a solução numérica do problema.

Embora para o problema de radiação seja uma boa aproximação considerar apenas a fronteira do porto mais próxima do navio, o que reduz substancialmente o número de painéis a utilizar, para o problema de difracção é sempre necessário levar em conta as transformações sofridas pela onda incidente na sua propagação ao longo do domínio. Utilizando a segunda igualdade de Green é possível mostrar que não é necessário determinar o potencial da onda difractada pelo corpo,  $\phi_7$ , para calcular as componentes da força associada ao problema de difracção, equação (11).

Com efeito, de acordo com aquela igualdade, dado um volume  $\Omega$ , limitado por uma fronteira  $\partial\Omega$ , no qual as funções  $f$  e  $g$  são duas vezes diferenciáveis

$$\int_{\Omega} (f \nabla^2 g - g \nabla^2 f) dV = \int_{\partial\Omega} \left( f \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial f}{\partial n} \right) dS \quad (15)$$

onde  $n$  é a normal exterior à fronteira.

Considerando volume  $\Omega$  limitado pelas fronteiras sólidas do domínio, pela superfície livre, pela superfície molhada do corpo,  $S$ , e por uma superfície vertical cilíndrica colocada a grande distância do corpo e fazendo corresponder a  $f$ ,  $\varphi_j$  e a  $g$ ,  $\varphi_k$ , da aplicação da segunda igualdade de Green tem-se:

$$\int_{\Omega} (\varphi_j \nabla^2 \varphi_k - \varphi_k \nabla^2 \varphi_j) dV = \int_{\partial\Omega} \left( \varphi_j \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} - \varphi_k \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} \right) dS \quad (16)$$

Uma vez que  $\varphi_j$  e  $\varphi_k$  satisfazem a equação de Laplace em todo o domínio, o integral em volume de (16) é nulo. A condição de fronteira linearizada na superfície livre, equação (5), permite concluir que nessa fronteira do volume  $\Omega$  o integral da direita é nulo. Por outro lado, na superfície vertical cilíndrica colocada a grande distância do corpo, porque os potenciais  $\varphi_1$  a  $\varphi_7$  verificam uma

condição de radiação nessa superfície, para esses potenciais aquele integral também é nulo. Pode então concluir-se que, para os potenciais  $\varphi_1$  a  $\varphi_7$ , é válida a seguinte igualdade

$$\int_S \varphi_j \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} dS = \int_S \varphi_k \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} dS \quad (17)$$

Atendendo às condições de fronteira nas superfícies sólidas do domínio nos problemas de radiação e de difracção e à igualdade anterior, a equação de definição da força associada ao problema de difracção pode escrever-se da forma apresentada em Haskind 1957, habitualmente conhecida por relações de Haskind

$$F_k^D = -i\rho\omega \int_S \left( \varphi_0 \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} - \varphi_k \frac{\partial \varphi_0}{\partial n} \right) dS e^{-i\omega t} \quad (18)$$

Com base nestas relações, em vez de se determinar o potencial associado ao problema da difracção  $\varphi_D$  para conhecer o valor da componente segundo  $k$  da força exercida pelas ondas no navio parado, basta conhecer o potencial da onda incidente nos pontos ocupados pela superfície molhada do corpo  $\varphi_0$ , bem como os potenciais associados ao problema de radiação para os mesmos pontos  $\varphi_k$ .

### 2.3 Implementação numérica

Para a resolução dos problemas de radiação e de difracção no domínio da frequência, é utilizado o modelo WAMIT. Este modelo resolve as equações integrais para os potenciais associados aos problemas acima mencionados quando o corpo flutuante está numa região não limitada horizontalmente.

A utilização do teorema de Green permite transformar em equações integrais as equações diferenciais que controlam os potenciais associados aos problemas de radiação e de difracção. Em vez de se ter um conjunto de equações válidas em todo o domínio, obtém-se um conjunto de equações de modo a satisfazer apenas nas fronteiras desse domínio, a região mais relevante para a determinação das forças induzidas pelo escoamento.

As equações integrais dos potenciais  $\varphi_j$  associados ao problema da radiação, são dadas por:

$$2\pi\varphi_j(x') + \int_S \varphi_j(x) \frac{\partial G(x',x)}{\partial n} dS = \int_S G(x',x) \frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial n} dS \quad (19)$$

enquanto para o potencial de difracção  $\varphi_D$ , resultante da sobreposição dos potenciais da onda incidente,  $\varphi_0$ , e da onda difractada pelo corpo,  $\varphi_7$ , se tem a seguinte equação integral:

$$2\pi\varphi_D(x') + \int_S \varphi_D(x) \frac{\partial G(x',x)}{\partial n} dS = 4\pi\varphi_0(x') \quad (20)$$

A função Green,  $G(x',x)$ , é o potencial de velocidade num ponto  $x$  devido a uma fonte de intensidade  $-4\pi$  colocada em  $x'$  e que satisfaz não só a condição de fronteira da superfície livre como a condição de radiação.

Aproximando a posição média da superfície molhada do corpo flutuante por um conjunto de painéis, triangulares ou quadrangulares, em cada um dos quais se assume um valor constante do potencial de velocidades. As equações integrais reduzem-se a um sistema de equações lineares para os valores do potencial de velocidade em cada um dos painéis. Para os potenciais de radiação vem

$$2\pi\varphi_j(x_i) + \sum_{k=1}^N D_{ik}\varphi_j(x_k) = \sum_{k=1}^N S_{ik} \frac{\partial\varphi_j(x_k)}{\partial n} \quad (21)$$

em que  $i = 1, \dots, N$ , sendo  $N$  o número de painéis. Para o potencial de difracção, o sistema de equações é dado por:

$$2\pi\varphi_D(x_i) + \sum_{k=1}^N D_{ik}\varphi_D(x_k) = 4\pi\varphi_0(x_i) \quad (22)$$

As matrizes  $D_{ik}$  e  $S_{ik}$  são definidas por:

$$D_{ik} = \int_{S_k} \frac{\partial G(x_i, \xi)}{\partial n} d\xi \quad (23)$$

$$S_{ik} = \int_{S_k} G(x_i, \xi) d\xi \quad (24)$$

em que  $S_k$  representa a superfície do painel  $k$ ,  $n$  a normal a essa superfície e  $\xi$  uma variável de posição na mesma superfície. Embora os pontos onde são escritas as equações integrais estejam localizados no centróide de cada um dos painéis,  $x_i$  e  $x_k$ , os integrais das equações (23) e (24) a realizar em cada um dos painéis  $k$  são obtidos utilizando uma fórmula de quadratura de Gauss com quatro pontos seleccionados no painel  $k$ . A mesma fórmula de quadratura é utilizada pelo modelo WAMIT para calcular as forças de difracção através das relações de Haskind, equação (18).

No modelo WAMIT é trivial a determinação do potencial da onda monocromática incidente e da respectiva derivada segundo a normal ao painel nos pontos da fórmula de quadratura de Gauss correspondentes à posição do navio imobilizado. Com efeito, uma vez que o navio está numa zona não limitada horizontalmente, a onda que incide na posição do navio, quando ele lá não está, é simplesmente uma onda de crista rectilínea cujo potencial e derivada segundo uma direcção qualquer têm fórmulas bem definidas.

Na implementação das relações de Haskind que se pretende realizar agora a onda monocromática incidente na posição do navio poderá já ter sido refractada ou difractada antes de chegar a esta posição. O campo correspondente a esta onda pode ser caracterizada a partir das amplitudes complexas da elevação da superfície livre,  $\eta(x, y)$ , e das componentes horizontais,  $U_0(x, y)$  e  $V_0(x, y)$  no nível de repouso,  $z = 0$ , da velocidade do escoamento por ela induzido.

Da condição de fronteira dinâmica linearizada da superfície livre, tem-se, em  $z = 0$

$$\frac{\partial\phi_0}{\partial t} = g\eta \Rightarrow \omega\phi_0 = g\eta \quad (25)$$

Assumindo válida a hipótese de declive suave, então a variação na vertical do potencial de velocidades será do tipo  $\phi_0(x, y, z) = \phi_0(x, y, z=0) \cosh[k(d+z)] / \cosh kd$ . Assim, conhecida a elevação da superfície livre é possível determinar o potencial  $\phi_0(x, y, z)$  em qualquer cota  $z$

$$\phi_0(x, y, z) = \frac{g}{\omega} \eta(x, y) \frac{\cosh[k(d+z)]}{\cosh kd} \quad (26)$$

A mesma hipótese de declive suave permite relacionar as amplitudes complexas das componentes horizontais da velocidade a qualquer cota com as amplitudes respectivas das mesmas componentes no nível de repouso:

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} = u(x, y, z) = U_0(x, y) \frac{\cosh[k(d+z)]}{\cosh kd} \quad (27)$$

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial y} = v(x, y, z) = V_0(x, y) \frac{\cosh[k(d+z)]}{\cosh kd} \quad (28)$$

Para se obter a amplitude complexa da componente vertical da velocidade do escoamento induzido pela onda basta derivar a equação (26) em ordem a  $z$ , resultando então

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial z} = \frac{gk}{\omega} \eta(x, y) \frac{\sinh[k(d+z)]}{\cosh kd} \quad (29)$$

Do produto interno do vector velocidade do escoamento com a normal ao painel obtém-se a componente normal ao painel do vector velocidade ou a derivada segundo a normal ao painel do potencial do escoamento gerado pela passagem da onda. Do exposto fica claro que, assumindo válida a hipótese de declive suave, para determinar as funções necessárias à aplicação da relação de Haskind é necessário conhecer:

- o período da onda incidente;
- os potenciais dos problemas de radiação do navio no interior da bacia portuária em cada painel da discretização da área molhada do casco do navio;
- as derivadas normais dos mesmos potenciais nos mesmos painéis;
- as coordenadas dos pontos onde se pretende determinar aquelas funções (em cada painel, as coordenadas dos quatro pontos da fórmula de quadratura Gauss utilizada);
- as componentes do vector normal a cada painel;
- a profundidade na vertical de cada ponto da alínea anterior;
- as amplitudes complexas da elevação da superfície livre e das componentes horizontais da velocidade do escoamento induzido pela passagem das ondas.

Os cinco primeiros requisitos são satisfeitos pelos ficheiros de resultados do modelo numérico WAMIT, sendo que os dois primeiros estão no conjunto de resultados relativos ao problema de radiação enquanto os três últimos estão nos ficheiros de caracterização da geometria do problema. Os dois últimos requisitos são satisfeitos com os resultados do modelo que determina a propagação das ondas para o interior da bacia portuária quando o navio lá não está. O programa que trata de implementar as relações de Haskind combinando resultados do modelo WAMIT para os problemas de radiação com o campo de ondas incidente na posição do navio, apenas tem que gerir esta informação e efectuar um integral de superfície utilizando uma fórmula de quadratura de Gauss. No caso presente é a mesma utilizada pelo modelo WAMIT.

## 2.4 O modelo numérico DREAMS

O campo da onda incidente no local onde o navio será colocado é fornecido pelo modelo numérico DREAMS (Fortes, 1993). Trata-se de modelo para o cálculo da propagação e deformação de ondas regulares em zonas costeiras e que pode ser aplicado no estudo, quer da penetração da agitação marítima de período curto num porto, quer da ressonância de uma marina excitada por ondas de longo período nela incidentes. É baseado na equação bidimensional de declive suave, Berkhoff (1972), dada por:

$$\nabla \cdot (c_g \nabla \eta) + k^2 c_g \eta = 0 \quad (1)$$

em que  $\eta$  é a elevação da superfície livre, função das coordenadas  $(x,y)$ ;  $c = \omega / k$ , a velocidade de fase ou celeridade da onda;  $c_g = d\omega / dk$ , a velocidade de grupo; e  $\omega$  a frequência angular da onda que se relaciona com  $k$ , o número de onda, através da relação de dispersão  $\omega^2 = gk \tanh(kh)$ .

Esta equação tem em conta os efeitos combinados da refração, difracção e reflexão e descreve a propagação de ondas monocromáticas de pequena amplitude em fundos de declive suave como os que ocorrem vulgarmente em portos, baías e restantes zonas costeiras.

O método numérico utilizado para a resolução da equação de declive suave é o Método dos Elementos Finitos (MEF). Dado o facto do modelo não apresentar qualquer limitação quanto ao ângulo de incidência da onda na entrada do domínio de cálculo, o mesmo domínio computacional pode ser utilizado para uma larga gama de direcções de onda incidente.

As condições de fronteira implementadas no modelo são as condições de radiação, que permitem a saída de perturbações geradas no domínio no sentido de propagação para o infinito, as condições de geração e radiação combinadas, como as relativas a fronteiras abertas e que permitem a entrada da agitação incidente e a saída das perturbações geradas no domínio e as condições de reflexão (total ou parcial), referentes aos contornos sólidos da zona em estudo (praias, falésias, molhes, entre outros).

O modelo calcula índices de agitação ( $H/H_0$ ), relação entre a altura de onda no ponto do domínio de cálculo,  $H$ , e a altura de onda à entrada do domínio de cálculo,  $H_0$ , ou coeficientes de amplificação (em estudos de ressonância portuária) e direcções de propagação da onda. O campo de velocidades horizontais na superfície livre e as cristas das ondas (linhas de igual fase) constituem resultados opcionais.

### 3. VALIDAÇÃO DO PROCEDIMENTO IMPLEMENTADO

Modelaram-se dois casos de teste: Teste 1, navio livre sem obstáculos e Teste 2, navio livre próximo a uma parede vertical. O navio tem uma geometria de paralelepípedo com 120m de comprimento, 20m de largura e 12m de altura abaixo da linha de água.

#### 3.1 Caso teste 1

A superfície molhada do casco do navio foi dividida em 1200 painéis. A Figura 1 mostra uma perspectiva daquela distribuição de painéis. Utilizou-se o modelo numérico WAMIT para resolver os problemas de radiação e de difracção do navio livre para 7 períodos entre 4s e 300s.

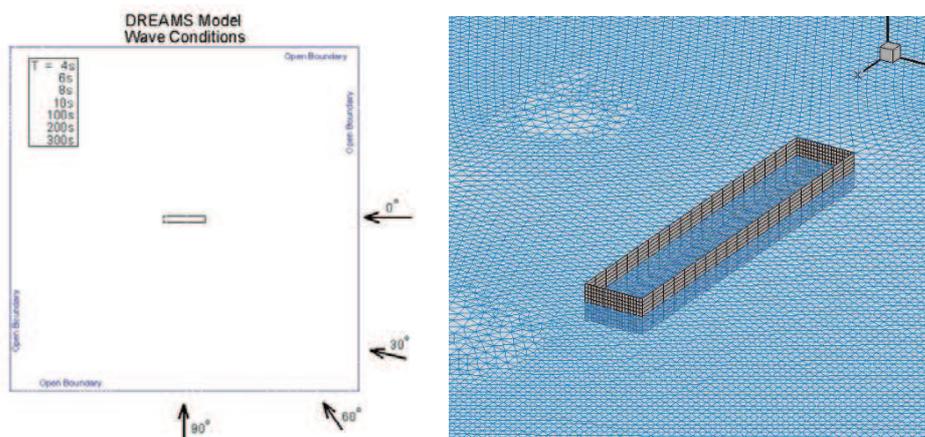


Figura 1: Domínio de cálculo do DREAMS, condições de agitação simuladas e localização do navio. Navio discretizado em painéis e malha de elementos finitos

O domínio de cálculo é quadrangular com 1000m de largura estando o navio colocado no centro do domínio. As fronteiras são abertas, pelo que não existem reflexões. A malha de elemento finita tem 226152 nós e 113717 elementos triangulares. A topologia da malha foi otimizada e 97.88% dos nós têm uma valência óptima, ou seja cada nó está ligado a outros seis, resultando daí elementos de geometria óptima, i.e. triângulos equiláteros.

Com o modelo DREAMS foram simuladas 16 condições de agitação distintas (4 direcções e 7 períodos) conforme a Figura 1. Na Figura 2 apresentam-se dois exemplos da distribuição dos potenciais de velocidades no domínio. Note-se que os potenciais são grandezas complexas estando apenas representada a parte real desta variável nos gráficos aqui apresentados.

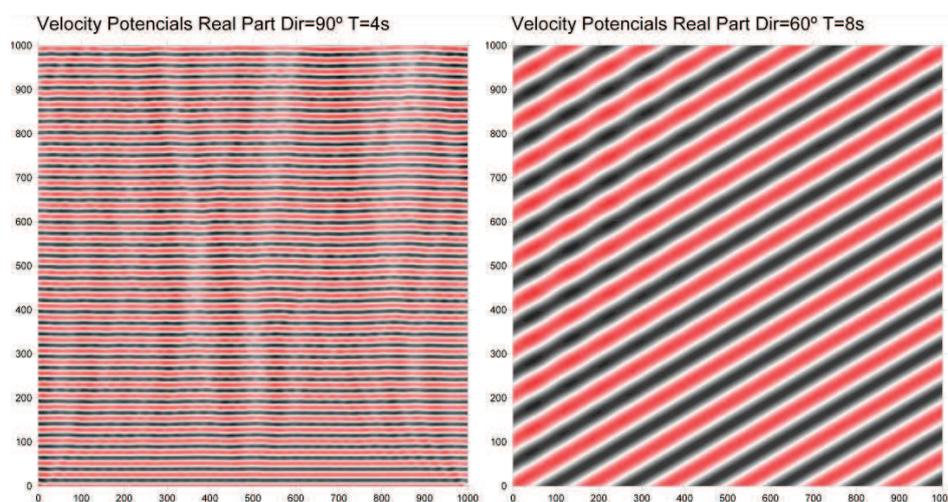


Figura 2: Potenciais de velocidade para duas das condições de cálculo simuladas.

Na Figura 3 apresentam-se os mesmos potenciais no rectângulo que define a posição do navio e tendo em conta a profundidade a que se encontra o casco do navio, neste caso é de 12m, assim como os mesmos calculados pelo programa WAMIT. Verifica-se uma grande semelhança nos valores à parte de uma pequena deslocação da fase. Tal desfasamento não deverá produzir qualquer efeito sobre a força total exercida no navio, como se verá nos resultados apresentados.

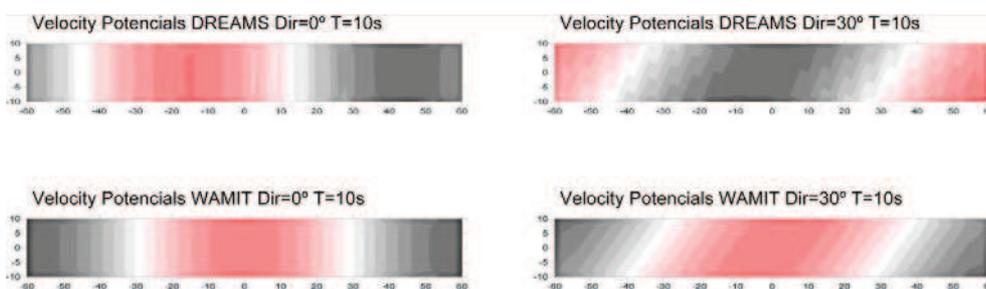


Figura 3: Potenciais de velocidade para um T=10s e para duas das direcções simuladas. Comparação entre os potenciais calculados pelo WAMIT e pelo DREAMS.

Na Figura 4 pode observar-se a distribuição em vista 3D dos potenciais de velocidade nos pontos que definem os painéis do navio.

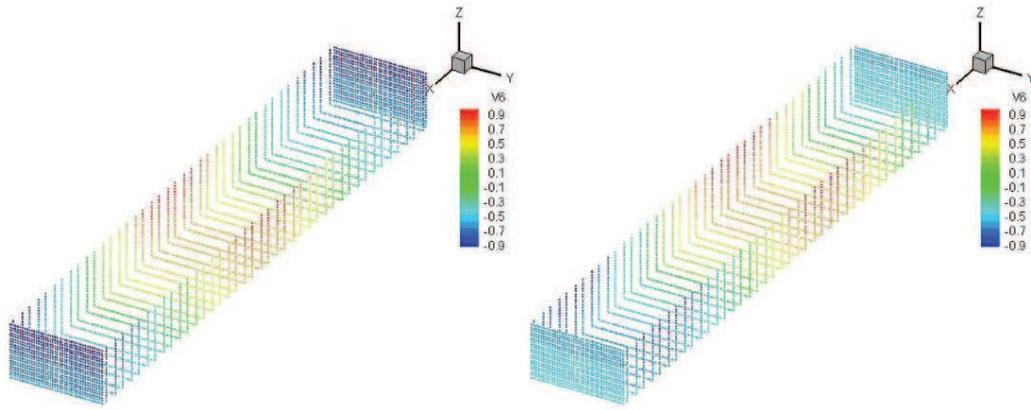


Figura 4: Potenciais de velocidade para um  $T=10s$  e para  $\theta=0^\circ$ , nos pontos que definem os painéis do navio calculados pelo WAMIT e pelo DREAMS.

Utilizando os potenciais de velocidade calculados pelo modelo DREAMS e com as relações de Haskind obtêm-se as forças exercidas pela onda sobre o navio segundo cada um dos seis graus de liberdade. Nas Figura 5 a Figura 8 comparam-se essas forças com as mesmas calculadas com o WAMIT pelo método de Haskind e pelo método da difracção. Da análise destas figuras pode ver-se que existe uma grande concordância nos resultados e que é maior para os períodos altos. Nas direcções de  $0^\circ$  e  $90^\circ$  devido à simetria no problema existem três graus de liberdade segundo os quais as forças devidas às ondas são nulas (modos 2, 4 e 6 para  $\theta=0^\circ$  e modos 1, 5, e 6 para  $\theta=90^\circ$ ). O WAMIT assume à partida estes valores como nulos, no entanto pelo novo método aqui apresentado todos os modos são calculados e daí aparecerem os gráficos correspondentes. De referir que são baixos os valores calculados para as forças que deveriam nulas, sendo por isso previsível que essas forças venham a gerar movimentos muito pequenos. Isto terá que ser confirmado posteriormente. Já para as direcções oblíquas ao navio,  $30^\circ$  e  $60^\circ$ , não existe simetria e as forças devidas às ondas têm componentes segundo todos os graus de liberdade. Nestes casos pode verificar-se que os resultados são muito próximos. Em qualquer dos casos os erros calculados relativamente ao método de Haskind original do WAMIT são da ordem de 5%.

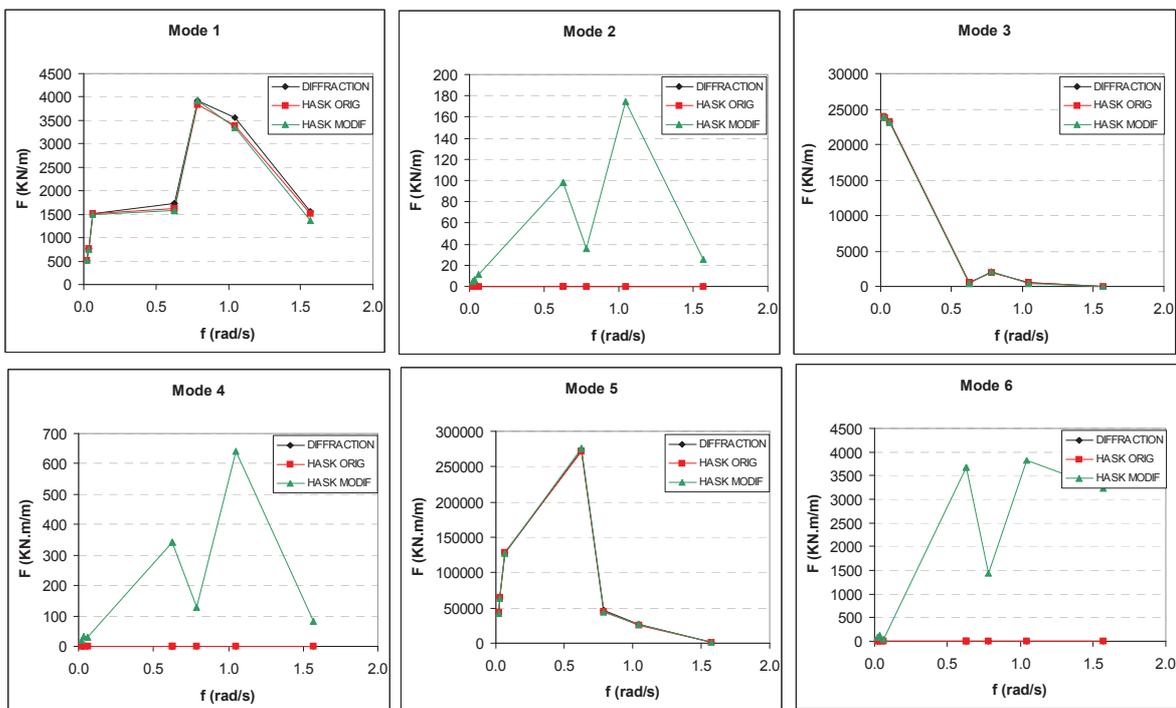


Figura 5: Forças devidas às ondas incidentes ( $\theta=0^\circ$ ) segundo os seis graus de liberdade do navio.

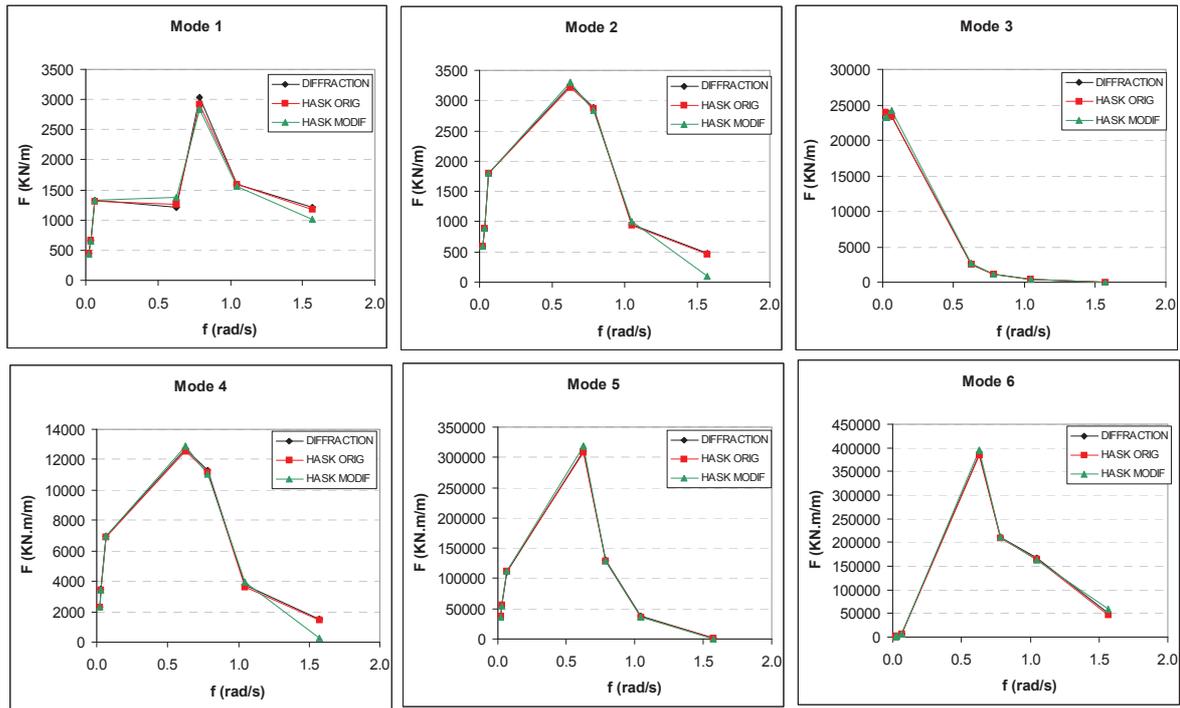


Figura 6: Forças devidas às ondas incidentes ( $\theta=30^\circ$ ) segundo os seis graus de liberdade do navio.

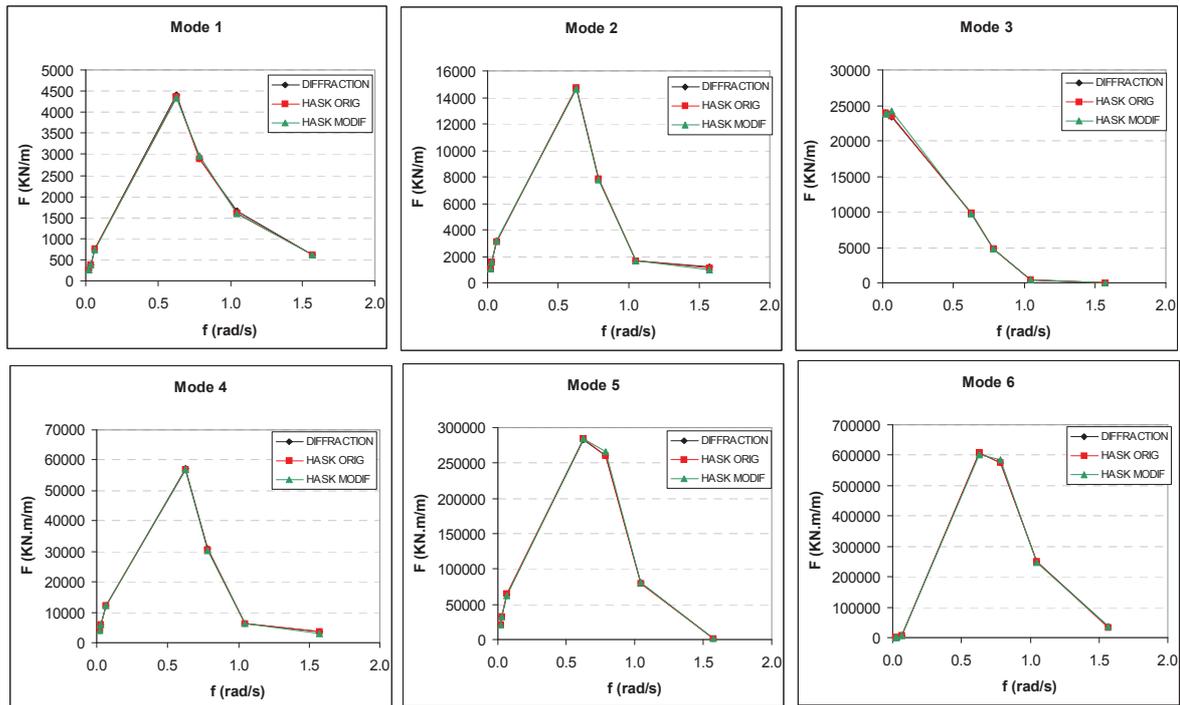


Figura 7: Forças devidas às ondas incidentes ( $\theta=60^\circ$ ) segundo os seis graus de liberdade do navio.

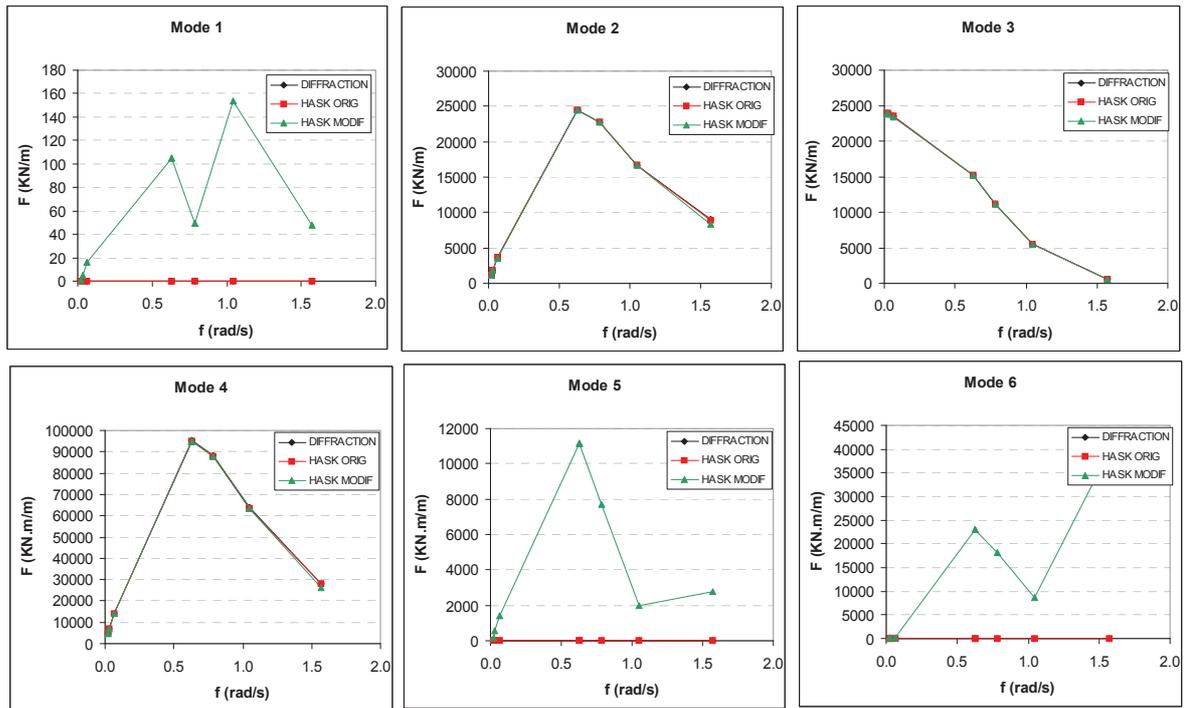


Figura 8: Forças devidas às ondas incidentes ( $\theta=90^\circ$ ) segundo os seis graus de liberdade do navio.

ERROR: undefined  
OFFENDING COMMAND: **XXATZ+ArialNarrow-Bold\*1**

STACK: