

Implementação do atrito de fundo e rebentação no modelo BOUSS3W

L. V. Pinheiro (1), V. Rodriguez (1) e C. J. E. Fortes (1)

(1) LNEC, Av. do Brasil, 101, 1700-066 Lisboa. lpinheiro@lneec.pt, vrodriiguez@lneec.pt, jfortes@lneec.pt

Resumo: Esta comunicação descreve a implementação da dissipação de energia por atrito de fundo e por rebentação da onda no modelo de elementos finitos BOUSS3W. Este modelo permite simular a propagação de ondas não lineares e dispersivas e tem em conta os principais fenómenos presentes em zonas costeiras. O modelo foi validado com casos de teste simples e num caso real de propagação de ondas na Praia de Faro, para os quais existem resultados experimentais e/ou numéricos. Este trabalho constitui uma das tarefas do projecto BRISA (Interacção entre a rebentação das ondas e o transporte de areias) que prevê o aperfeiçoamento e validação de modelos de propagação de ondas que incluam fenómenos de dissipação de energia na zona de rebentação.

Palavras chave: Propagação de ondas, Dissipação de energia, Elementos finitos, Boussinesq, Atrito de fundo, Rebentação

1. INTRODUÇÃO

O modelo BOUSS3W é um modelo de elementos finitos que resolve uma extensão das equações de Boussinesq deduzidas por Nwogu (1993). Este modelo tem como ponto de partida o modelo de ondas regulares BOUSS, desenvolvido por Walkley (1999), ao qual foram adicionados termos para a geração de ondas regulares e irregulares no interior do domínio de cálculo, a absorção e a reflexão total ou parcial das ondas nas fronteiras do domínio (Pinheiro *et al.*, 2009) e ainda um termo de difusão artificial de origem viscosa para o controlo das instabilidades numéricas. O modelo BOUSS3W permite simular a propagação não linear e dispersiva de ondas regulares e irregulares em zonas costeiras e portuárias, tendo em conta alguns dos fenómenos mais importantes presentes nestas regiões: difracção, refracção, reflexão (total ou parcial), empolamento, dispersão em frequência, dispersão em direcção e geração de harmónicas. O modelo usa o método de Galerkin com uma malha não estruturada de elementos finitos.

Nas próximas secções, apresenta-se os desenvolvimentos mais recentes do modelo, nomeadamente a introdução da dissipação de energia por atrito de fundo e por rebentação na formulação numérica e procede-se à sua validação.

2. O MODELO BOUSS3W

2.1 Descrição do Modelo

As equações estendidas de Boussinesq deduzidas por Nwogu (1993) são dadas por:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + g \nabla \eta + \frac{Z_\alpha^2}{2} \nabla \left(\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) + Z_\alpha \nabla \left(\nabla \cdot \left(h \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot ((h + \eta) \mathbf{u}) + \nabla \cdot \left(\left(\frac{Z_\alpha^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right) h \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right) + \left(Z_\alpha + \frac{h}{2} \right) h \nabla (\nabla \cdot (h \mathbf{u})) = 0 \quad (2)$$

em que o vector de velocidade $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, t) = (u, v)$ representa o campo de velocidades bidimensional, calculado numa determinada profundidade, Z_α ;

$\eta = \eta(x, y, t)$ representa a elevação da superfície livre; h é a profundidade do fundo e g é a aceleração da gravidade.

As condições iniciais definidas no modelo são as de repouso, isto é, a elevação da superfície livre é igual a zero assim como a velocidade em todos os pontos do domínio. Para evitar instabilidades numéricas, a introdução da onda no domínio é feita de forma gradual nos primeiros passos de tempo.

As condições de fronteira implementadas são as condições de absorção total de reflexão parcial e de reflexão total.

A geração de ondas (regulares e irregulares) no interior do domínio é feita através de uma função fonte, Wei *et al.* (1999).

3. IMPLEMENTAÇÃO DA DISSIPAÇÃO DE ENERGIA POR ATRITO DE FUNDO

A camada limite do fundo do escoamento associado à passagem de ondas está normalmente confinada a uma pequena região acima do fundo do mar. Há, portanto, muito pouca dissipação de energia da onda devido ao atrito de fundo em distâncias de propagação das ondas típicas da ordem de $O(1\text{km})$ usados em modelos do tipo Boussinesq. A dissipação de energia por atrito no fundo, no entanto, desempenha um papel importante na transformação de onda perto da linha de costa, em zonas de baixa profundidade e na definição de padrões de circulação junto à costa, Jonhson e Kofoed-Hansen (2000).

O efeito de dissipação de energia devido a uma camada limite turbulenta no fundo do mar é simulado através da adição de um termo de tensão tangencial de fundo, F_b , à equação de conservação da quantidade de movimento, seguindo o procedimento adoptado por Nwogu e Demirbilek (2001).

$$F_b = \frac{1}{h + \eta} f_w U_\alpha |U_\alpha| \quad (4)$$

em que f_w é o factor de atrito. A equação (4) foi expressa em termos de $U\alpha$ em vez da velocidade no fundo de modo a minimizar o esforço computacional dispendido em determinar esta última.

O factor de atrito permite estimar a tensão de atrito no fundo induzida pela passagem da onda. Existem diversas abordagens para estimar este factor. A maneira mais expedita é escrevê-lo em termos do coeficiente de Chezy:

$$f_w = \frac{g}{C_f^2} \quad (5)$$

4. IMPLEMENTAÇÃO DA DISSIPACÃO DE ENERGIA POR REBENTACÃO DA ONDA

A dissipação de energia devido à rebentação é tratada através da inclusão de um termo de viscosidade turbulenta na equação de conservação da quantidade de movimento (Kennedy *et al.* 2000).

$$R_b = \frac{1}{h + \eta} \nabla v_e \nabla (h + \eta) \mathbf{u} \quad (6)$$

em que ν é o coeficiente de viscosidade turbulenta, localizado na face frontal da onda. Este coeficiente é dado por:

$$\nu = B\delta^2 (h + \eta)\eta_t \quad (7)$$

em que δ é o coeficiente do comprimento de mistura que tem um valor empírico de 1.2. O parâmetro B controla a ocorrência de dissipação de energia e é dado por:

$$B = \begin{cases} 1, & \eta_t \geq 2\eta_t^* \\ \frac{\eta_t}{\eta_t^*} - 1, & \eta_t^* < \eta_t \leq 2\eta_t^* \\ 0, & \eta_t \leq \eta_t^* \end{cases} \quad (8)$$

O início e fim da rebentação da onda é determinado utilizando o parâmetro η_t^* definido por:

$$\eta_t^* = \begin{cases} \eta_t^{(F)}, & t \geq T^* \\ \eta_t^{(I)} + \frac{t - t_0}{T^*} (\eta_t^{(F)} - \eta_t^{(I)}), & 0 \leq t - t_0 < T^* \end{cases} \quad (9)$$

em que t_0 é o instante de tempo em que a rebentação da onda ocorre, $t - t_0$ é a idade do evento de rebentação e T^* é o tempo de transição, ou seja, o instante em que se considera que a rebentação cessa. O início e o fim da rebentação são definidos por:

$$\eta_t^{(I)} = cb_{ini} \sqrt{gh} \quad e \quad \eta_t^{(F)} = cb_{fim} \sqrt{gh} \quad (10)$$

Os valores de cb_{ini} e cb_{fim} variam entre 0.35 a 0.65 e 0.06 a 0.20.

5. VALIDAÇÃO DO MODELO

5.1 Atrito de fundo – canal de profundidade constante

De modo a validar a nova metodologia para implementação da dissipação da energia devido ao atrito de fundo, o modelo 1D foi aplicado a um caso

simples de propagação de ondas regulares sobre um fundo plano, fazendo variar o coeficiente de fricção.

O canal tem 35 m de comprimento, 2 m de largura e uma profundidade de 0.4 m, Figura 2. A onda incidente gerada é uma onda regular de 0.01 m de amplitude e 2.0 s de período. O comprimento de onda é de 3.7 m. O domínio foi discretizado por 10428 elementos finitos e 5511 pontos, sendo a largura de banda da malha de 34.

A função fonte situa-se em $x=8$ m. A zona de geração tem 3.7 m de largura, o que equivale a um comprimento de onda. Foram colocadas duas zonas absorventes com 2 m de largura nas duas extremidades do domínio. O tempo total de simulação foi de 60 s.

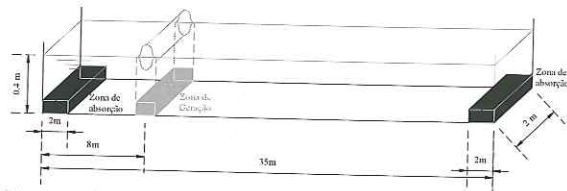


Figura 2. Canal unidimensional.

Testou-se uma série de valores para o coeficiente de fricção que variam entre 0.04 e 10.

Os resultados apresentados na Figura 3 representam a redução da altura de onda em percentagem, para os diferentes valores de f_w . Nos valores de f_w testados verificou-se uma redução dos índices de agitação máximos e a gradual perda de energia da onda à medida que esta se propaga, que para um factor de atrito de 10 chega a atingir cerca de 45% e para valores mais pequenos existem perdas de energia da ordem de 0.01% a 0.4%. A perda de energia aumenta com a extensão da propagação da onda. As reduções máximas de energia verificam-se em todos os casos aproximadamente em $x=25$ m, local onde se começa a sentir a zona de absorção e a partir do qual a energia é absorvida totalmente.

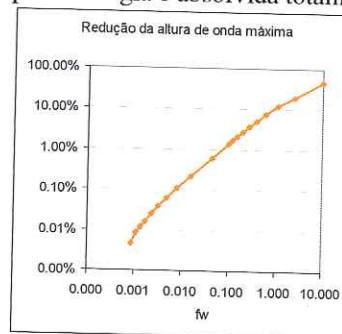


Figura 3. Redução máxima ($x \approx 25$ m) da altura de onda em função do coeficiente de atrito.

Estes resultados confirmam que a implementação do atrito de fundo foi bem sucedida e que o modelo responde de forma adequada à variação do factor de atrito, assim como à perda de energia com a propagação da onda. A introdução deste termo de tensão tangencial de fundo não introduz instabilidades numéricas no modelo.

5.2 *Rebentação – perfil de praia*

Na validação da rebentação, o modelo 1D foi aplicado a um caso simples de propagação de ondas regulares sobre um perfil de praia de inclinação constante, para o qual existem resultados experimentais levados a cabo por Hansen e Svendsen (1979). O caso de teste nº 031041 foi reproduzido neste trabalho.

As ondas são geradas numa profundidade de 0.36 m e empolam numa rampa com declive de 1:34.26 até rebentarem. A onda gerada tem 0.0215 m de altura e 3.33s. O tempo de simulação foi de 40 s. O domínio tem 43 m de comprimento e a fonte situa-se em x=12 m. Duas zonas absorventes foram colocadas nas extremidades do canal. O domínio foi discretizado por 4816 elementos finitos lineares com 0.09 m de espaçamento entre nós.

Na figura 4 apresentam-se os resultados numéricos e experimentais obtidos para a altura de onda significativa sobre a rampa.

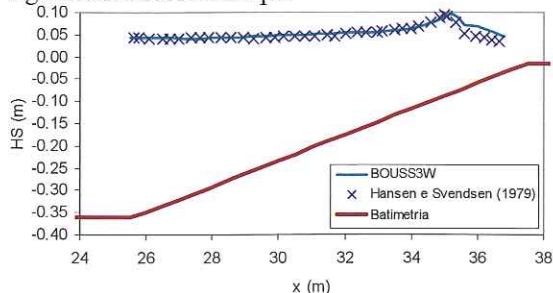


Figura 4 Altura de onda significativa sobre a rampa para o caso nº 031041.

Verifica-se que a onda sofre o empolamento devido à diminuição da profundidade e acaba por rebentar sensivelmente no mesmo local obtido nos ensaios experimentais. Após dar-se início à rebentação a altura da onda diminui devido à dissipação de energia resultante do fenómeno turbulento da rebentação. Os resultados numéricos acompanham bem os experimentais validando o método implementado.

5.3 *Caso Real: Praia de Faro*

Zona de estudo

A praia de Faro situa-se na Península do Ancão que delimita a Ria Formosa a poente na região do Algarve. Com uma extensão em areal de vários quilómetros, é uma praia de origem sedimentar, com declives de cerca de 1/70 a 1/500 na zona de espraiamento.

A batimetria da zona caracteriza-se por batimétricas geralmente paralelas à linha de costa, Figura 5.

Metodologia

Neste caso de teste pretende-se avaliar o desempenho do modelo BOUSS3W na simulação da propagação da agitação marítima na zona da praia de Faro para o qual existem resultados obtidos com o modelo numérico de tipo-Boussinesq COULWAVE, Lynett (2002). Este modelo é baseado numa extensão das equações de Boussinesq (Wei *et al.*,

1995), inclui a dissipação de energia por atrito de fundo e já foi previamente testado para diferentes situações. Constitui por isso uma forma de validar o modelo BOUSS3W.

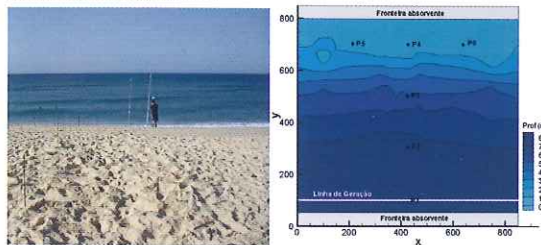


Figura 5 – Praia de Faro. Batimetria do domínio de cálculo e localização da linha de geração das ondas, das fronteiras absorventes e dos pontos de cálculo.

Condições de cálculo

Os cálculos de agitação com o modelo numérico foram realizados para uma onda incidente de direcção de onda de S37°O e período de 8 s. O nível de maré correspondeu ao nível de preia-mar à cota +2.0 m (Z.H.). A altura de onda é igual a 0.3 m. O domínio de cálculo, ver Figura 5, foi discretizado por uma malha de elementos finitos com 110 828 nós e 220 470 elementos. Na Figura 5 ilustra-se a fronteira do domínio e a localização das zonas absorventes e da zona de geração das ondas. A zona de geração localiza-se na ordenada y = 100 m e tem uma largura de 66 m. As zonas absorventes têm uma largura de 2 vezes o comprimento de onda, isto é, 132 m.

Na praia e na fronteira por detrás da geração impuseram-se condições de absorção total. O passo de tempo utilizado foi de 0.1 s. O tempo total de cálculo foi de 200 s. O coeficiente de atrito utilizado foi de $f_w = 0.0023$. Foram definidos seis pontos para análise e comparação de resultados, Figura 5.

Comparação com resultados de COULWAVE

A Figura 6 apresenta a elevação da superfície livre nos pontos P2 e P4 obtidas pelos modelos BOUSS3W e COULWAVE.

Em termos gerais, os modelos numéricos conseguem reproduzir bastante bem o andamento e transformação das ondas esperados. Com efeito, ambos os modelos numéricos conseguem simular o empolamento da onda na zona de aproximação à praia e reproduzem o aparecimento de harmónicas de ordem superior devido à configuração do fundo irregular e progressiva diminuição da profundidade, o que indica que o BOUSS3W tem, em geral, um comportamento adequado. No entanto, existem algumas diferenças, nomeadamente nos pontos junto à praia onde a segunda harmónica aparece com mais intensidade no BOUSS3W do que no COULWAVE.

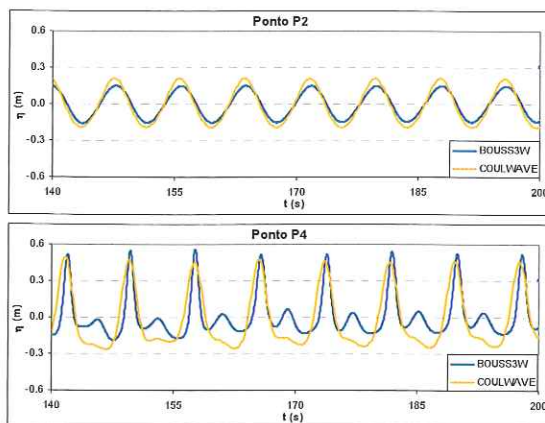


Figura 6 – Elevação da superfície livre nos pontos P2 e P4. BOUSS3W (azul), COULWAVE (laranja).

6. CONCLUSÕES

Nesta comunicação, apresentou-se o modelo BOUSS3W resultante da inclusão da dissipação de energia por atrito de fundo e por rebentação da onda. A metodologia seguida para inclusão dos termos dissipativos baseou-se nos procedimentos adoptados por Nwogu e Demirbilek (2001), em que é adicionado um termo de tensão tangencial de fundo à equação de conservação da quantidade de movimento e por Kenedy *et al.* 2000, em que é adicionado um termo de viscosidade turbulenta na equação de conservação da quantidade de movimento. O modelo assim desenvolvido foi aplicado a casos de teste simples e a um caso real (Praia de Faro) para validação da metodologia. Os resultados do BOUSS3W foram comparados com os resultados de ensaios experimentais ou numéricos obtidos com o modelo COULWAVE.

A implementação do atrito de fundo foi bem sucedida e o modelo responde de forma adequada à variação do factor de atrito, assim como à perda de energia com a propagação da onda.

A implementação da rebentação também foi bem sucedida e o modelo conseguiu reproduzir de forma adequada o empolamento e consecutiva rebentação da onda com a dissipação de energia esperada.

Como trabalho futuro, deverá ser feita uma validação mais rigorosa utilizando dados medidos nesta mesma praia de Faro no âmbito da campanha do projecto BRISA.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FCT pelo financiamento concedido através dos projectos PTDC/ECM/67411/2006 e PTDC/ECM/73145/2006.

REFERÊNCIAS

Hansen B. J. and Svendsen, I. A. (1979) Regular waves in shoaling water, experimental data. Series paper 21, Inst. Hydr. Engr., Tech. Univ. Denmark.

Johnson H.K. E Kofoed-Hansen H. (2000). "Influence of Bottom Friction on Sea Surface Roughness and Its Impact on Shallow Water Wind Wave Modeling", in Journal of physical oceanography. American Meteorological Society. Vol 30. pp 1743-1756.

Kennedy, A.B., Chen.Q, Kirby J.T. e Dalrymple R.A., (2000). "Boussinesq modelling of wave transformation, breaking and runup. I: 1D" J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 126(1), 99, pp. 39-47.

Lambkin D. (2010). A Review of the Bed Roughness Variable in MIKE 21 FLOW MODEL FM, Hydrodynamic (HD) and Sediment Transport (ST) modules. Component part of: Dix, J.K., Lambkin, D.O. and Cazenave, P.W. (In preparation) 'Development of a Regional Sediment Mobility Model for Submerged Archaeological Sites'. University of Southampton, English Heritage ALSF Project N° 5224. Retirado de:

Lynett, P. (2002). A Multi-Layer Approach to Modeling Generation, Propagation, and Interaction of Water Waves. PhD Thesis. Cornell University, August.

Nwogu, O. (1993). "Alternative form of Boussinesq equations for near-shore wave propagation", in J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 119, 6, pp. 618 - 638.

Nwogu, O. E Demirbilek, Z. (2001). BOUSS-2D: A Boussinesq Wave Model for Coastal Regions and Harbors. Report 1 Theoretical Background and User's Manual. ERDC/CHL TR-01-25, U.S. Army Corps of Engineers

Pinheiro L., Fortes C.J., Santos J.A. E Walkley, M. (2009). "Implementation of partial reflection boundary conditions in wave propagation model BOUSS3W", in International Coastal Symposium ICS 2009. Lisbon.

Soulsby (1997). Dynamics of Marine Sands. Thomas Telford, London, pp249.

Walkley, M. A. (1999). A Numerical Method for Extended Boussinesq Shallow-Water Wave Equations. Doctor of Philosophy Thesis. The University of Leeds, School of Computer Studies, Sept., 174pp.

Wei G., Kirby J. T. E Sinha A. (1999). "Generation of waves in Boussinesq models using a source function method", in Coastal Engineering, 36, pp. 271 - 299.

Wei, G.; Kirby, J.T.; Grilli, S.T.; Subramanya, R. (1995). "A fully non linear Boussinesq model for surface waves. Part I. Highly non-linear unsteady waves", in J. Fluid Mechanics, 294:71-92.