OBSERVAÇÃO EM CONTÍNUO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA BARRAGEM DO CABRIL



P. MENDES Assistente ISEL Lisboa - Portugal



S. OLIVEIRA Inv. Auxiliar LNEC Lisboa - Portugal

SUMÁRIO

Neste trabalho apresentam-se os primeiros resultados obtidos com um sistema de observação do comportamento dinâmico instalado na barragem do Cabril, em que se mostra a evolução no tempo das primeiras quatro frequências naturais da obra durante um período de observação de cerca de um ano.

Descreve-se um conjunto de rotinas implementadas para a identificação automática das frequências naturais da estrutura; a filosofia de gestão dos dados que são adquiridos em contínuo; o controlo remoto do sistema e a transmissão de dados via internet, entre o centro de controlo do sistema instalado em obra e o centro de análise situado no Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC).

Este sistema, baseado na medição de vibrações em contínuo, permite a caracterização do comportamento dinâmico desta obra ao longo do tempo, tendo em conta os diversos tipos de excitação, tais como o vento, a vibração provocada pelo funcionamento dos grupos de produção de energia e dos órgãos de descarga, micro tremores e sismos de média e elevada intensidade.

1. INTRODUÇÃO

O controlo da segurança estrutural de grandes barragens - desde a construção até à eventual desactivação - baseia-se na observação contínua e detalhada do comportamento das obras e na utilização de modelos que permitam interpretar a resposta observada e efectuar estudos de previsão considerando as usuais acções associadas a cenários correntes e cenários de rotura [1,2].

Na actual tendência para apostar em energias renováveis, em que se prevê a construção, em Portugal, de cerca de uma dezena de novas grandes barragens e atendendo aos investimentos que se têm efectuado na criação de condições de sustentabilidade das obras existentes (algumas com mais de 50 anos), que se têm traduzido, quer em obras de reforço de potência da capacidade de produção de energia, quer em obras de substituição dos grupos de produção de energia, é igualmente imprescindível continuar a apostar, quer no desenvolvimento tecnológico dos sistemas de observação, quer no desenvolvimento das potencialidades dos modelos que permitem interpretar/simular o comportamento destas obras, em particular, o comportamento dinâmico [3,4].

Atendendo à importância que os sistemas de observação e os modelos desempenham no controlo da segurança destas obras, existe a convicção de que estas duas componentes devem evoluir acompanhando os mais recentes avanços tecnológicos que se têm verificado ao nível dos sensores e dos sistemas de aquisição de dados, de maneira a optimizar as actividades relacionadas com o controlo da segurança. Neste sentido, têm surgido algumas iniciativas conducentes à revisão e consequente remodelação dos sistemas de observação existentes, que se tem traduzido na inclusão de dispositivos de Recolha Automática de Dados (RAD) que permitem obter continuamente, com a frequência que se considerar mais adequada, os resultados da medição das diversas grandezas consideradas fundamentais para o controlo da segurança, nomeadamente:

- Nível da albufeira;
- Temperatura e humidade, no ar e em vários pontos da obra;
- Deslocamentos no corpo da obra;
- Movimentos em juntas e fissuras;
- Vibrações no corpo da obra, nos órgãos de apoio à exploração e em vários pontos do maciço rochoso, devidas à excitação ambiental ou operacional e devidas a acções sísmicas.

Esta forte aposta no desenvolvimento dos sistemas de observação permite a obtenção de dados experimentais com uma frequência de aquisição muito superior e com melhor qualidade, possibilitando mais e melhor informação para aperfeiçoamento dos modelos que são actualmente utilizados, quer no apoio ao controlo da segurança de obras existentes, quer no apoio ao projecto de novas obras.

2. BARRAGEM DO CABRIL

A barragem do Cabril (ver Figura 1) foi construída no rio Zêzere entre Setembro de 1952 e Dezembro de 1953, com base em projecto apoiado por estudos em modelo físico [5,6]. O primeiro enchimento iniciou-se no princípio de 1954 e decorreu durante cerca de dois anos. Trata-se de uma barragem constituída por uma grande abóbada de dupla curvatura que se encontra fundada num maciço granítico.



Figura 1: Barragem do Cabril: a) vista panorâmica; b) planta.

Esta barragem apresenta uma geometria em planta aproximadamente simétrica (ver Figura 1 b) e tem a particularidade de apresentar uma zona de maior espessura ao nível do coroamento. Trata-se de uma barragem de arcos circulares, com 132 m de altura máxima e com um desenvolvimento no coroamento entre encontros de 290 m. O perfil central tem uma espessura na base de 20,2 m, junto ao soco e uma espessura mínima de 4,5 m à cota 290 m na concordância com a zona do coroamento, elevação a partir da qual a largura aumenta linearmente até 8,3 m na cota máxima (297 m) como se pode ver na Figura 2 b).

Logo na fase inicial de exploração foi detectada nesta obra uma significativa fissuração horizontal no paramento de jusante (essencialmente segundo as juntas de betonagem), numa faixa situada entre os 10 m e os 20 m abaixo do coroamento. Em 1981, depois de analisado o comportamento estrutural, de investigações complementares na fundação, de ensaios de materiais e de simulação em modelos físicos e numéricos para determinar as causas da fissuração, foi decidido efectuar trabalhos de reparação [7]. Os referidos trabalhos consistiram no tratamento da fundação, na injecção das juntas de contracção e no tratamento das fendas com injecções de resina após a caracterização das respectivas aberturas e profundidades. Com o reenchimento da albufeira verificou-se que voltaram a ocorrer fissuras na mesma zona. Na Figura 2 a) apresenta-se o levantamento da fissuração efectuado em 1996, enquanto na Figura 2 b) mostra-se a deformada da consola central, para uma situação de albufeira cheia, utilizando resultados numéricos e resultados de observações baseados num modelo de interpretação quantitativa.

A deformada da consola central que se apresenta na Figura 2 b), evidencia a importância que a fissuração tem no comportamento estrutural da obra, o qual é adequadamente simulado com base num modelo viscoelástico com dano.



Figura 2: Barragem do Cabril: a) levantamento da fissuração no paramento de jusante efectuada em 1996 [8,9]; b) análise dos deslocamentos no topo da consola central [8].

Embora se tenham realizado, no LNEC, diversos estudos para caracterizar a fissuração e o seu efeito sobre o comportamento estrutural da barragem do Cabril [8,9], tem-se considerado importante continuar a desenvolver esforços neste sentido, apresentando-se no âmbito deste trabalho uma perspectiva baseada na observação e análise do comportamento dinâmico da obra, utilizando resultados numéricos e experimentais, obtidos com base num sistema que permite a monitorização em contínuo do comportamento dinâmico da obra.

3. SISTEMA DE MONITORIZAÇÃO EM CONTÍNUO

O desenvolvimento do sistema teve por base informação obtida numericamente, a partir de modelos de modelos de elementos finitos 3D, e obtida experimentalmente, a partir de ensaios de vibração forçada e ambiental [10]. Com base nessa informação foi definida a localização dos sensores para caracterizar em contínuo o comportamento dinâmico da obra e a sua resposta perante a ocorrência de acções sísmicas, incluindo sismos de média e elevada intensidade.

O sistema é constituído por 16 acelerómetros uniaxiais, calibrados para medir a resposta da obra para vibrações de baixa intensidade (p. ex. vento e os grupos de produção de energia), e 3 acelerómetros triaxiais calibrados para medir a resposta da obra quando solicitada por sismos de média e elevada intensidade. Os acelerómetros uniaxiais encontram-se dispostos ao longo das galerias às cotas 293,0 m (galeria do coroamento) e 274,5 m, como se mostra na Figura 3, enquanto dois dos acelerómetros triaxiais foram colocados junto à rocha para caracterizar as acções sísmicas, nos encontros esquerdo e direito (no topo das respectivas galerias de drenagem) e o terceiro foi colocado na galeria do coroamento na zona da consola central, que é o local em que, de acordo com os modelos de previsão, serão atingidos os valores máximos de vibração, possibilitando assim a caracterização do coeficiente de amplificação dinâmica para esta obra (comparando os valores da amplitude de vibração na rocha e no topo da consola central).

Os acelerómetros estão ligados a um sistema modular composto por unidades de aquisição e digitalização (junto a cada acelerómetro), que são controladas por quatro concentradores de dados (ver Figura 3) que recebem os dados e os encaminham por uma rede local (intranet) em fibra óptica¹ (ver Figura 3), até um computador localizado na central da barragem, onde toda a informação é armazenada e processada em contínuo (identificação automática de frequências naturais, configurações e amortecimentos modais).

¹ A opção pela fibra óptica ficou-se a dever às grandes distâncias a percorrer e a inevitabilidade da passagem por zonas onde existem campos de alta tensão e ainda para evitar avarias durante a ocorrência de trovoadas (CIC-LNEC). Quanto ao traçado, está disposto em anel, por uma questão de redundância, disponibilizando-se sempre dois caminhos alternativos para a circulação dos pacotes de dados (CIC-LNEC).



Figura 3: Esquema de posicionamento dos acelerómetros e da disposição da rede de fibra óptica.

A transmissão de dados entre as unidades de aquisição e digitalização e os concentradores de dados é assegurada por redes RS485 (utilizando cabo de cobre, excepto no caso dos acelerómetros triaxiais situados nos encontros, em que é utilizada uma solução mista em cobre e fibra óptica), até um máximo de quatro redes por cada concentrador de dados.

Os concentradores de dados são também responsáveis pela sincronização dos dados provenientes das várias redes, sendo necessário sincronizar posteriormente os dados entre os vários concentradores, o que é assegurado por um circuito próprio desenvolvido para o efeito no CIC-LNEC.

É importante referir que existe um conjunto de outras componentes fundamentais para o funcionamento do sistema, as quais se encontram instaladas em caixas junto dos acelerómetros (ver Figura 4), como sejam:

- Circuitos para aplicar factores de ganho aos sinais medidos;
- Conversores de sinal eléctrico-óptico;
- Transformadores de energia e fusíveis, para evitar sobretensões;
- Circuitos para alimentação das várias componentes do sistema;
- Circuito de sincronização de dados entre os vários concentradores;
- Baterias para alimentação do sistema, em caso de falha de energia eléctrica.

Resta referir que este sistema também tem o computador ligado a uma UPS com capacidade para cerca de 1 hora.







Uma importante inovação introduzida neste sistema é a possibilidade de o poder controlar remotamente a partir de um centro de análise localizado no LNEC, em Lisboa, a cerca de 200 km da obra. Neste caso após a instalação de uma linha ADSL dedicada ao sistema, procedeu-se ao estabelecimento de uma rede virtual privada



(VPN - *Virtual Private Network*), entre o computador da obra e um outro do LNEC, através de uma ligação ponto a ponto encriptada, tal como se mostra no esquema indicado na Figura 5.

Figura 5: Esquema de controlo remoto do sistema via internet.

Esta tecnologia de controlo remoto é extremamente útil, pois concede a possibilidade de controlar e explorar este tipo de sistemas a partir de qualquer parte do mundo, onde exista uma boa ligação à internet, tornando assim possível efectuar alterações às configurações do sistema e a transmissão de ficheiros.

Porém, isto não significa que deixe de ser necessário deslocalizar técnicos à obra, no entanto facilita sobremaneira as suas actividades relacionadas com a exploração e manutenção deste tipo de sistemas.

4. AQUISIÇÃO, PROCESSAMENTO E ANÁLISE DE DADOS EM CONTÍNUO

A automatização da recolha de dados é uma operação chave na exploração deste tipo de sistemas. Neste caso os pacotes de dados reunidos nos vários concentradores de dados são enviados em contínuo para o computador onde são armazenados em ficheiros binários (um ficheiro por cada concentrador de dados). Estes ficheiros são "fechados" no final de cada hora e como a sua designação incorpora informação sobre a hora e a data, referente à hora em que os dados foram adquiridos, é-lhes atribuída a designação de ficheiros horo-datados [11].

Contudo estes sistemas, vocacionados para a observação do comportamento dinâmico em contínuo, embora se baseiem na aquisição de séries temporais de acelerações, este não é o "produto" final pretendido, mas sim as frequências naturais e as respectivas configurações e amortecimentos modais, no caso de situações correntes e os valores da aceleração de pico no caso da ocorrência de eventos sísmicos. Pelo que foi necessário definir uma estratégia adequada que assegure em contínuo um conjunto de actividades, relacionadas com o processamento, a análise e a gestão dos dados, de maneira a chegar ao objectivo final, como sejam:

- o pré-processamento dos dados e a sua redução (decimando-os para frequências de amostragem adequadas);
- a detecção de eventos especiais (potencialmente associados a eventos sísmicos), que é uma das principais motivações para a implementação deste tipo de sistemas;
- o processamento dos dados e a identificação modal automática dos parâmetros modais associados aos primeiros modos de vibração;
- a criação e a gestão de uma base de dados compactados com os dados relevantes da observação em contínuo do comportamento dinâmico;
- a gestão e armazenamento de dados em contínuo.

Um dos principais contributos deste trabalho consistiu precisamente no desenvolvimento de um conjunto de ferramentas computacionais, com as quais se implementou as tarefas anteriormente referidas, associando-as ao

sistema de observação do comportamento dinâmico em contínuo, instalado na barragem do Cabril, as quais se indicam no esquema da Figura 6 a vermelho [12].



Figura 6: Esquema de controlo remoto do sistema via internet.

No esquema anterior referem-se ainda a um conjunto de outras aplicações informáticas, assinaladas a verde, que são utilizadas para analisar, interpretar e explorar a informação armazenada nas bases de dados criadas com o sistema.

4.1. Metodologias de análise

Para implementar as aplicações apresentadas na secção anterior é necessário recorrer a um conjunto de metodologias que não é possível descrever exaustivamente no âmbito deste trabalho, mas que se referem de seguida:

- Modelos de identificação modal (no domínio do tempo e da frequência), para identificar os parâmetros modais a partir das séries de acelerações medidas [13,14,15,16], contudo, no âmbito deste trabalho, foi necessário desenvolver rotinas que asseguram a identificação modal automática dos principais parâmetros dinâmicos a partir das séries temporais;
- ii) Modelos estatísticos de separação de efeitos também conhecidos com a designação de modelos de interpretação quantitativa [17];
- iii) Modelos de elementos finitos [18];

Na Figura 9 apresenta-se a interface de dois dos programas desenvolvidos, nos quais se salienta as potencialidades gráficas que visam facilitar a utilização integrada de modelos de elementos finitos, modelos de identificação modal (no domínio da frequência e do tempo) e modelos estatísticos de separação de efeitos.



Figura 7: Interface dos programas: a) Cabril RES, em que se mostra a variação de uma das frequências naturais em função da variação do nível da albufeira; b) Cabril COMPARA, em que se comparam configurações modais numéricas e experimentais.

5. DETECÇÃO DE EVENTOS ESPECIAIS

Uma das principais potencialidades de um sistema de monitorização do comportamento dinâmico em contínuo é a possibilidade de proporcionar a medição da resposta a sismos.

Com este sistema já foi possível medir a resposta da estrutura a um sismo de média intensidade. Trata-se de um sismo que ocorreu nas proximidades de Sousel às 13:37:52 do dia 27-030-2010, para o qual foi registada uma magnitude de 4,1 pelo serviço de sismologia do Instituto de Metrologia. Na Figura 8 mostra-se um registo obtido num acelerómetro colocado na galeria do coroamento (à cota 293,5m) da barragem do Cabril.



Figura 8: Sismo de Sousel: a) informação do centro de metrologia; b) registo obtido na barragem do Cabril.

Este sistema tem permitido igualmente a medição e análise da resposta da obra a outro tipo de eventos especiais que têm estado associados à exploração do aproveitamento hidroeléctrico.

Um destes eventos ocorreu devido à colocação de um aspirador no passadiço de acesso à torre das tomadas de água (para apoio a obras em curso) e caracterizou-se por um aumento generalizado da amplitude das vibrações medidas no corpo da obra e evidenciou de uma forma importante a influência do comportamento dinâmico da torre das tomadas de água na análise espectral, tal como se mostra na Figura 9 c), o qual se mostra num espectro obtido após a colocação de um aspirador na ponte de acesso à torre das tomadas de água, no qual se evidencia um pico associado ao modo de vibração da torre das tomadas de água excitado pelo aspirador.

Contudo é importante referir que a influência da torre das tomadas de água na análise e interpretação do comportamento dinâmico da barragem do Cabril já era conhecida [12,19]. Apenas se salienta o facto de este evento ter sido detectado a partir de um centro de análise localizado no LNEC, sem conhecimento sobre as actividades a decorrer em obra.

Na Figura 9 a) apresenta-se um espectro obtido com o sistema de observação do comportamento dinâmico em contínuo, instalado no corpo da barragem, em que se mostra claramente a identificação de 3 picos que correspondem às frequências naturais dos 3 primeiros modos de vibração da torre das tomadas de água, entre as frequências de 0,5 Hz e 1,2 Hz.



Figura 9: Espectro dos primeiros valores singulares da matriz das DEP da resposta em aceleração medida no corpo da barragem. Identificação dos picos correspondentes aos três primeiros modos de vibração da torre das tomadas de água.

6. MONITORIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO AO LONGO DO TEMPO

Nesta secção apresentam-se os primeiros resultados da observação do comportamento dinâmico em contínuo, obtidos na barragem do Cabril [12], durante um período que vai desde 16 de Dezembro de 2008 a 20 de Outubro de 2009.

Durante este período inicial de exploração do sistema, ocorreu uma variação no nível da albufeira de cerca de 13 m (ver Figura 10 a), observando-se as variações nas primeiras quatro frequências que se apresentam na Figura 10 b), em que é possível estabelecer uma correlação dos valores observados para as frequências naturais, com a variação do nível da albufeira.



Figura 10: a) Variação do nível da albufeira; b) ajuste de modelos estatísticos de separação de efeitos aos valores observados das quatros primeiras frequências naturais.

Na Figura 10 b) efectua-se um ajuste que tem em consideração o efeito da variação da albufeira, da temperatura e efeitos do tempo, que nesta fase apenas serve para mostrar as potencialidades associadas à utilização deste tipo de modelos para interpretar as variações verificadas para as frequências naturais, no entanto, convém salientar desde já que a análise de períodos mais longos poderá permitir a obtenção de resultados mais conclusivos.

Assim, mostra-se na Figura 11 uma comparação entre os resultados obtidos com um modelo numérico de elementos finitos e os resultados obtidos a partir do ajuste de modelos estatísticos de separação de efeitos aos resultados observados em contínuo, considerando apenas a componente associada à variação do nível da albufeira.



Figura 11: Comparação de resultados numéricos obtidos com um modelo de elementos finitos em que se admite a hipótese de comportamento elástico linear e massas de água associadas, com os resultados obtidos a partir do ajuste de modelos estatísticos de separação de efeitos aos resultados observados em contínuo (tendo em conta só a componente associada à variação do nível da albufeira).

Analisando a figura anterior verifica-se que os ajustes obtidos são globalmente bons, destacando-se os obtidos para os modos 1 e 3. Nesta figura está ilustrado um dos grandes objectivos para a utilização dos resultados experimentais, o qual incide na valorização dos resultados obtidos, com o sistema de observação do comportamento dinâmico em contínuo, para melhorar os modelos numéricos existentes para analisar o comportamento dinâmico destas obras.

Por outro lado, na figura seguinte mostram-se os resultados associados às outras componentes, obtidas a partir do ajuste de modelos estatísticos de separação de efeitos, isto é, os efeitos associados à temperatura e a efeitos do tempo.



Figura 12: Modelos estatísticos de separação de efeitos: a) efeito da onda térmica anual; b) efeitos do tempo.

Observando as figuras anteriores verifica-se que existem indícios de variação nas frequências naturais, associadas às variações de temperatura (onda térmica anual) e aos efeitos do tempo. Contudo em face do pequeno período de análise, os resultados podem não ser ainda muito conclusivos, mas ilustram muito bem as potencialidades que este tipo de análise pode proporcionar seguindo este tipo de abordagem. Por exemplo a diminuição do valor da frequência, que se verifica para o caso do modo 4 (modo associado à existência das fendas), nos efeitos associados ao tempo, pode indiciar um aumento da fendilhação, originando uma diminuição na rigidez local, conduzindo à obtenção de frequências mais baixas associadas àquele modo de vibração. No entanto, convém salientar mais uma vez, que em face do pequeno período de observação, este tipo de interpretação pode ainda ser prematura.

7. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se sumariamente a estratégia definida para explorar o sistema de observação do comportamento dinâmico em contínuo instalado na barragem do Cabril, a qual é baseada na instalação de um centro de controlo em obra, programado para gerir automaticamente o processo relativo ao tratamento, análise, transmissão e armazenamento de dados que são adquiridos em contínuo. Este centro de controlo é acedido remotamente, a partir de um centro de análise localizado no LNEC, recorrendo a uma ligação à Internet.

Mostrou-se que a monitorização em contínuo do comportamento dinâmico da barragem do Cabril permitiu medir a resposta da obra a sismos, para além de detectar outro tipo de eventos especiais e de possibilitar o acompanhamento da evolução das primeiras frequências naturais em função da variação do nível da albufeira. Neste âmbito mostrou-se que é possível aplicar modelos estatísticos de separação de efeitos para avaliar a contribuição do efeito do nível da albufeira, os efeitos térmicos e os efeitos do tempo, na variação das frequências naturais.

8. AGRADECIMENTOS

Para a realização deste trabalho muito contribuiu o apoio do Centro de Instrumentação Científica (CIC) do LNEC, pelo que se aproveita a oportunidade para agradecer ao Eng.º Almeida Garrett, ao Eng.º Oliveira Costa e ao Eng.º João Reis todo o apoio prestado.

Agradece-se à Electricidade de Portugal (EDP) a autorização para instalar o sistema na barragem do Cabril, e todo o apoio prestado pelos seus técnicos na instalação do mesmo.

Finalmente agradece-se à Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) o financiamento concedido no âmbito do projecto de reequipamento científico - REEQ/815/ECM/2005 - Estudo de processos de deterioração evolutiva

em barragens de betão. Controlo da segurança ao longo do tempo; e pela bolsa de doutoramento concedida ao primeiro autor.

9. REFERÊNCIAS

- NOIB (1993) Normas de Observação e Inspecção de Barragens. Portaria nº 847/93. DR 213/93 Série I-B de 1993-09-10.
- [2] RSB (2007) Regulamento de Segurança de Barragens. Decreto-Lei nº 344/2007.
- [3] Wieland, M. (2003) Seismic aspects of dams. 21st Congress on Large Dams, ICOLD. General Report of the question 83, vol. 3. Montréal, Canada.
- [4] Chen, H. (2009) Lessons learned from Wenchuan earthquake for seismic safety of large dams. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, Vol. 8, N° 2, pp 241-249.
- [5] Xerez, C. (1954). O aproveitamento do Cabril. Separata da "Técnica".
- [6] Rocha, M. e Serafim, L. (1956) Barragens abóbada: fundações, projecto sobre modelos e observações dos protótipos. Memória nº 93, Lisboa, Portugal.
- [7] WGPCOLD (1985) Cracking and repair works in Cabril dam. Work group of the Portuguese National Comission on Large Dams. 15th International Congress of Arch Dams, Lausane. Memória LNEC nº 659, Lisboa, Portugal.
- [8] Oliveira, S. (2000) Modelos para análise do comportamento de barragens de betão considerando a fissuração e os efeitos do tempo. Formulações de dano. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- [9] Florentino, C.; Oliveira, S.; Silva, H. (2003) Observação da barragem do Cabril (Período de exploração de 1982 a 2001) 3º relatório. Análise do comportamento e avaliação das condições de segurança. Relatório 397/2003 – NMMF, LNEC, Lisboa, Portugal.
- [10] Mendes, P. (2005) Observação análise do comportamento dinâmico de barragens de betão sob excitação ambiente. Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal.
- [11] Reis, J. e Costa, C. (2009) CABRILAQUIS. Manual do utilizador. Relatório 211/2009 NSE. LNEC, Lisboa, Portugal.
- [12] Mendes, P. (2010) Observação e análise do comportamento dinâmico de barragens de betão. Tese de Doutoramento apresentada na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal. (a aguardar discussão)
- [13] Felber, A. (1993) Development of a hybrid bridge evaluation system. Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver, Canada.
- [14] Peeters, B. (2000) System identification and damage detection in civil engineering. Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, K. U. Leuven, Belgium.
- [15] Rodrigues, J. (2004) Identificação modal estocástica. Métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil. Tese de Doutoramento apresentada na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- [16] Mendes, P. e Oliveira, S. (2008) Análise dinâmica de estruturas. Utilização integrada de modelos de identificação modal e modelos de elementos finitos. Edições LNEC, Lisboa, Portugal.
- [17] Rocha, M.; Serafim, L.; Silveira, A. (1958) A method of quantitative interpretation of the results obtained in the observation of dams. 6th Congress on Large Dams, R. 83 Question 21 ICOLD New York. Memória LNEC nº 128, Lisboa, Portugal.
- [18] Zienkiewiccz, O. C. (1967) The finite element method in structural and continuous mechanics. MacGraw-Hill.
- [19] Espada, M. (2009) Desenvolvimento de modelos de análise dinâmica de estruturas. Aplicação a barragens de betão e estruturas auxiliares. Tese de Mestrado, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisboa, Portugal.