

FORMULAÇÃO DE UM CENTRO DE PROJECCÃO MÓVEL NUM MODELO ELASTOPLÁSTICO-VISCOPLÁSTICO PARA SOLOS

FORMULATION OF A MOBILE PROJECTION CENTRE IN AN ELASTOPLASTIC-VISCOPLASTIC SOIL MODEL

Maranha, J. R., *LNEC, Lisboa, Portugal*, jmaranha@lnec.pt
Vieira, Ana, *LNEC, Lisboa, Portugal*, avieira@lnec.pt

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se uma extensão de um modelo elasto-plástico-viscoplástico para solos com centro de projecção fixo para uma formulação com centro de projecção móvel. Nesta formulação, o centro de projecção evolui de acordo com a trajectória de tensão experimentada pelo solo, aproximando-se desta no decorrer do processo de carregamento. Deste modo, o núcleo elástico (que limita a zona do comportamento elástico do plástico) e o núcleo viscoso (que limita a zona do comportamento invíscido do viscoso), que acompanham o movimento do centro de projecção, podem ter dimensões reduzidas e reproduzir de uma forma mais realista o comportamento irreversível e dependente do tempo do terreno sob um conjunto mais extenso de trajectórias de tensão.

ABSTRACT

A mobile projection center extension to an elastoplastic-viscoplastic soil model is presented in this work. In this formulation, the projection center evolves according to the stress path experienced by the soil, approaching it during the loading process. In this way, the elastic nucleus (within which the behaviour is elastic) and the viscous nucleus (within which the behaviour is non-viscous), which move with the projection center, may have reduced dimensions and reproduce more realistically the inelastic and time dependent soil response under a larger set of stress paths.

1. INTRODUÇÃO

Ensaio realizados nas argilas sobreconsolidadas da Formação de Benfica revelaram a ocorrência de deformações de fluência a partir de níveis reduzidos da tensão deviatória. Estes resultados foram confirmados por medições locais de deformação com LVDTs (Vieira 2006). Interessa referir que no domínio da Mecânica dos Solos, a grande maioria dos estudos laboratoriais e numéricos do efeito da taxa de deformação no comportamento dos solos se refere a solos normalmente ou pouco sobreconsolidados, sendo necessário, tal como já referido por Hashiguchi e Okayasu (2000), aprofundar os estudos quer do ponto de vista experimental, quer teórico, acerca do comportamento de solos sobreconsolidados.

Existem na bibliografia vários tipos de modelos que visam a reprodução do comportamento dependente do tempo dos solos. Estes modelos podem ser divididos em dois grupos principais, os que permitem e os que não permitem a ocorrência de deformações viscosas no interior da superfície de cedência. Uma vez que, no caso de solos sobreconsolidados, as trajectórias de tensão podem evoluir em grande parte no interior da superfície de cedência e este tipo de modelo não permite a ocorrência de fluência nestas condições, a sua aplicabilidade é manifestamente limitada. Pelo contrário, modelos de plasticidade contínua, aos quais se

adicionou um mecanismo viscoso, tal como é o caso do modelo proposto por Kaliakin e Dafalias (1990 e 1990a), ao permitirem a ocorrência de deformações inelásticas no interior da superfície de cedência (a designada superfície envolvente), permitiram reproduzir com grau de aproximação satisfatório o comportamento observado em laboratório.

2. O MODELO ELASTOVISCOPLÁSTICO DE TIPO SUPERFÍCIE ENVOLVENTE NUM ESTADO DE TENSÕES DE KALIAKIN E DAFALIAS

2.1. Breve descrição do modelo

O modelo elastoplástico-viscoplástico proposto por Kaliakin e Dafalias (1990) baseia-se na existência de uma superfície envolvente, com uma forma elíptica, no espaço dos invariantes de tensão (p, q, θ) , representada na Figura 1. O estado de tensão σ está sempre dentro ou sobre a superfície envolvente, tendo uma imagem sobre esta última, $\bar{\sigma}$, definida por uma projecção radial a partir um centro \mathbf{a} . Neste modelo particular, o centro de projecção é fixo e localiza-se sobre o eixo hidrostático. A superfície envolvente apenas sofre endurecimento isotrópico. A posição do estado de tensão no segmento de recta que une o centro de projecção ao ponto imagem sobre a superfície envolvente define a variável $b = \|\bar{\sigma} - \mathbf{a}\| / \|\sigma - \mathbf{a}\|$. Varia entre $b = \infty$, quando o estado de tensão coincide com o centro de projecção, e $b = 1$, na superfície envolvente.

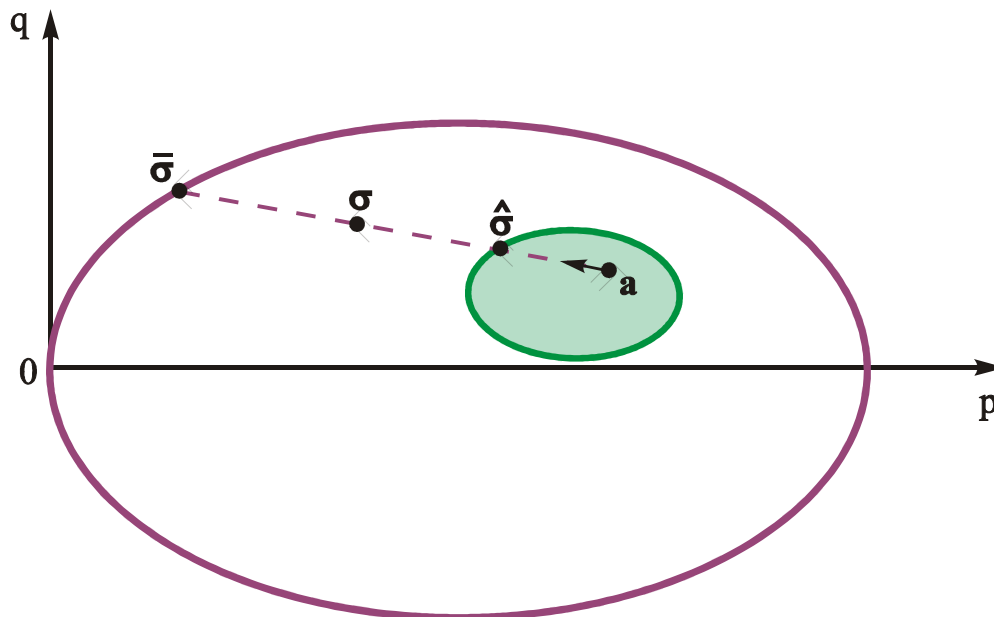


Figura 1 – Modelo de superfície envolvente

Um pressuposto básico deste modelo é a decomposição aditiva da taxa de deformação inelástica, numa componente plástica e outra viscoplástica. As direcções das taxas de deformação plástica e viscoplástica são dadas pela derivada da função envolvente relativamente ao estado de tensão no ponto imagem $\bar{\sigma}$. Há duas superfícies implicitamente definidas associadas a cada um dos mecanismos inelásticos. A primeira define a fronteira além da qual podem ocorrer deformação plásticas (se a condição de carga também se verificar) constante s_p ,

tal que $b \leq s_p / (s_p - 1)$. A segunda superfície define a fronteira fora da qual ocorrem deformações viscosas e é definida pela constante s_v . Ou seja, só podem ocorrer deformações viscoplásticas se $b \leq s_v / (s_v - 1)$. As superfícies implicitamente definidas são homotéticas relativamente à superfície envolvente. A *sobretensão* definida como $\hat{\delta} = \|\boldsymbol{\sigma} - \hat{\boldsymbol{\sigma}}\|$ controla a magnitude da taxa de deformação viscoplástica evoluindo as duas no mesmo sentido.

O módulo plástico, que determina a rigidez elastoplástica incremental é interpolado a partir do valor que este assume no ponto imagem, por intermédio da variável b , de modo a que faça uma transição monótona contínua de um valor infinito (rigidez incremental elástica) sobre a superfície $b = s_p / (s_p - 1)$ para o valor correspondente à superfície envolvente (rigidez elastoplástica convencional).

O modelo foi implementado explicitamente no programa de diferenças finitas FLAC, podendo ser encontrados detalhes da sua implementação na bibliografia (Maranha e Vieira 2005; Vieira 2006).

2.2. Modelação de ensaios de laboratório

O modelo descrito permitiu a reprodução de um conjunto de três ensaios de fluência nas argilas sobreconsolidadas da Formação de Benfica. Os ensaios triaxiais foram de tipo não drenado, consolidados isotropicamente para diferentes níveis de tensão. A sequência de carregamento imposta alternou etapas de elevada taxa de deformação axial com etapas de fluência de 24 horas. Este ajuste foi inicialmente conseguido numa fase inicial com um conjunto de parâmetros diferente para cada ensaio e posteriormente, após, uma alteração da função de *sobretensão* pela introdução de um novo parâmetro relacionado com o comportamento viscoso, a reprodução conjunta dos três ensaios com a mesma série de parâmetros (Vieira *et al.* 2007). O ajuste foi conseguido para uma tensão de pré-consolidação de 2000 kPa.

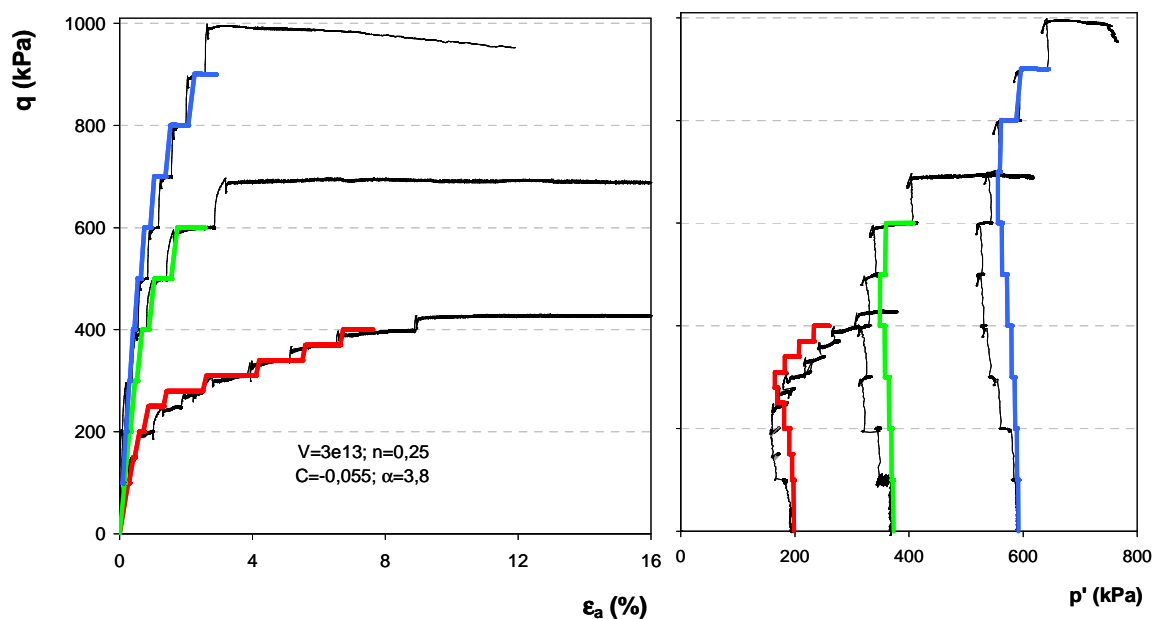


Figura 2 - q vs. Deformação axial e p' , resultados de ensaios de laboratório e simulações numéricas (linha espessa)

2.3. Limitações do modelo

Embora com este modelo se tenha conseguido reproduzir muitos dos aspectos relevantes do comportamento viscoso dos solos, como se mostrou acima, veio a verificar-se que ele apresenta ainda algumas insuficiências. Nas Figuras 3 e 4, pretende-se ilustrar uma destas insuficiências. Assim, para o caso de uma argila sobreconsolidada, após o processo de sedimentação e fluência associada o estado de tensão encontra-se no ponto A (sobreconsolidação aparente), o solo experimenta uma descarga por erosão das camadas mais superficiais (processo esse que corresponde a uma sobreconsolidação real), sendo o estado de tensão final o ponto B. Os estados de tensão A e B correspondem a situações de equilíbrio, nas quais as eventuais deformações de fluência já ocorreram, estando assim, no limite, sobre a fronteira do núcleo viscoso representado nas Figuras 3 e 4 por elipses sombreadas verdes. A fase de descarga de A para B, no modelo original com o centro de projecção fixo sobre o eixo hidrostático, não produz quaisquer deformações de fluência, porque a trajectória correspondente se encontra totalmente inserida dentro do núcleo viscoso (Figura 3). Pelo contrário, na formulação aqui proposta, onde se admite a existência de um centro de projecção móvel (que implica um núcleo viscoso móvel), ocorrem deformações de fluência desde que a trajectória de tensão AB seja suficientemente comprida.

Supondo que a amostra é submetida ao corte a partir de um estado de consolidação isotrópico, tal como sucedeu nos ensaios acima representados, ela não apresentaria deformações de fluência no interior da superfície s_v , de acordo com o modelo original. No entanto, como se pode ver na Figura 2, as deformações de fluência ocorreram logo a partir de níveis reduzidos da tensão deviatória, o que é inconsistente com esse modelo. Esta inconsistência pode ser eliminada admitindo que o centro de projecção (assim como o correspondente núcleo viscoso) se pode mover, como se ilustra na Figura 4. O conceito é equivalente ao proposto nos modelos elastoplásticos de duas superfícies, que não incorporam, contudo, o comportamento viscoso. Desde que a dimensão do núcleo viscoso seja suficientemente reduzida, podem surgir deformações de fluência a partir de qualquer ponto, em qualquer direcção, para incrementos de tensão de magnitude relativamente pequena. Em terrenos constituídos por solos sobreconsolidados que se encontrem estabilizados do ponto de vista da fluência, seria necessário, de acordo com o modelo original, utilizar núcleos viscosos de extensão suficientemente grande para incluir os estados de tensão *in situ*. Como no interior dos referidos núcleos viscosos não ocorrem deformações de natureza viscosa, isto estaria em contradição com os resultados dos ensaios apresentados na Figura 2. Esta contradição pode assim ser eliminada recorrendo ao modelo com centro de projecção móvel, em que o núcleo viscoso, também móvel, pode ser reduzido.

Do mesmo modo que os modelos de duas superfícies incorporam um domínio elástico móvel com o objectivo de melhor representar a variação da rigidez elastoplástica com a direcção do carregamento, é de supor que o mesmo princípio se aplique ao comportamento de natureza viscosa. Por outro lado a utilização de potenciais viscoplásticos móveis em metais é já conhecida (Chaboche 1977).

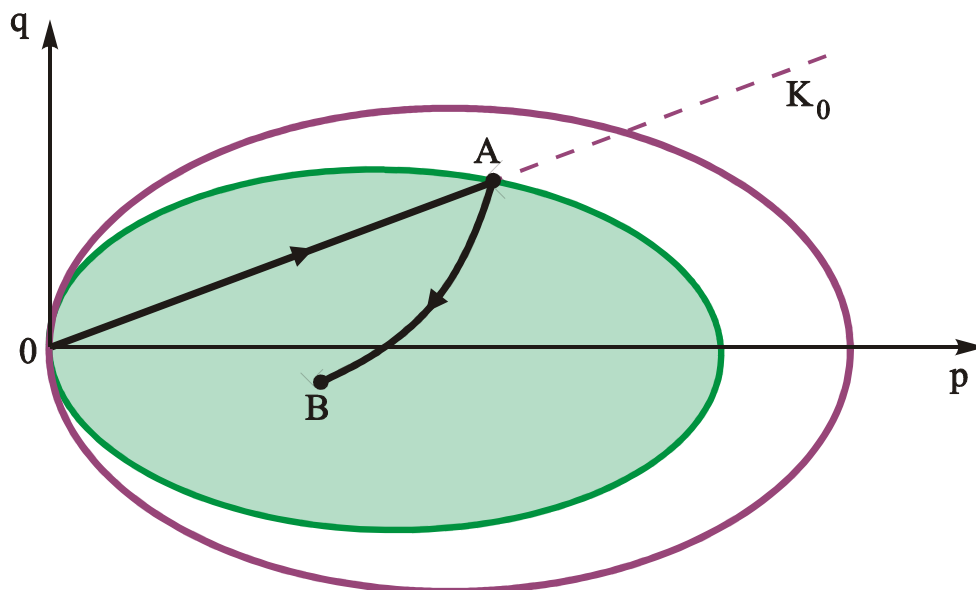


Figura 3 – Processo de sobreconsolidação para o modelo original (centro de projecção fixo).

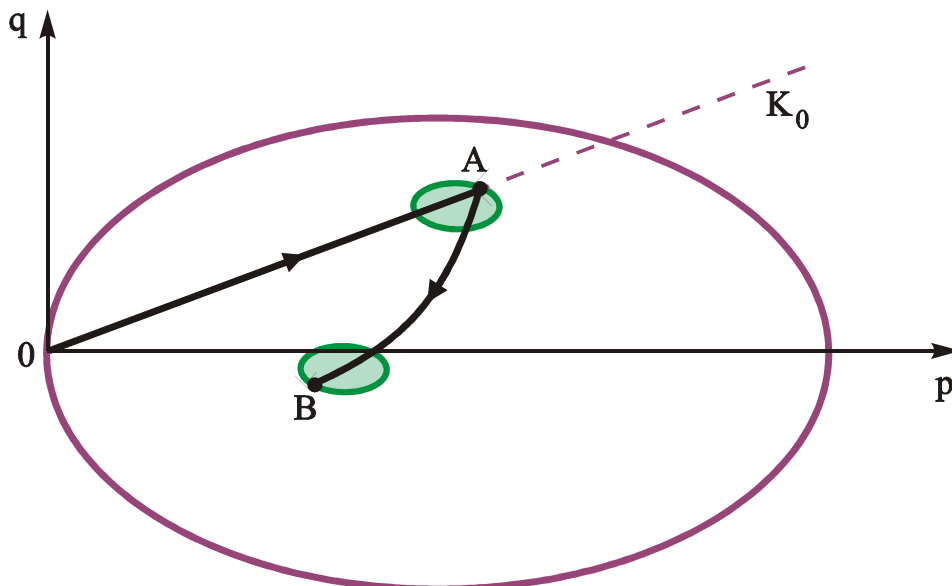


Figura 4 – Processo de sobreconsolidação para o modelo modificado (centro de projecção móvel).

3. MODELO COM CENTRO DE PROJECCÃO MÓVEL

Embora a formulação inicial do modelo bounding surface, partisse do pressuposto da existência de um centro de projecção móvel (Dafalias 1986), a sua formulação foi efectuada para um centro de projecção fixo localizado sobre o eixo isotrópico (Dafalias e Herrmann 1986). Na alteração agora proposta, o centro de projecção passa a poder mover-se, perseguindo o estado de tensão, de acordo com:

$$\dot{\mathbf{a}} = c_a \|\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^i\| (\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{a}), \quad [1]$$

em que $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^i$ é a taxa de deformação inelástica (plástica mais viscoplástica) e c_a é uma constante do modelo que controla a velocidade de translação. Esta alteração do modelo implica

modificações na sua formulação. Designadamente, as expressões para o multiplicador plástico, a função de endurecimento, a projecção do estado de tensão na superfície envolvente e módulo plástico.

As alterações propostas foram já implementadas, não tendo sido ainda confrontadas com resultados experimentais. Trata-se de um trabalho de investigação que está em curso, sendo um dos principais objectivos deste trabalho o confronto com resultados de ensaios de laboratório e posteriormente a sua aplicação para casos de valores na fronteira. Apresentam-se, no entanto, nas Figuras 5 e 6 algumas aplicações para carregamento de compressão triaxial drenado com um ciclo de descarga e recarga. Trata-se apenas de exemplos ilustrativos onde não houve a necessidade de uma calibração dos parâmetros com resultados de ensaios, designadamente no que se refere à constante material c_a que controla a evolução da posição do núcleo viscoso. No primeiro caso apresentam-se as curvas tensão-deformação para diferentes velocidades de deformação. No segundo caso, a primeira fase de carga processa-se a uma velocidade de deformação igual em todos os ensaios ($2 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$), sendo que as fases de descarga e recarga se processam a velocidades diferentes. Em qualquer dos casos, para as situações de carga e recarga, verifica-se o expectável aumento da tensão com a velocidade de deformação, tendo como limite superior o comportamento elastoplástico. No caso da descarga, a tensão reduz-se com o aumento da velocidade de deformação. Como se pode constatar, e ao contrário da formulação com centro de projecção fixo, este modelo consegue reproduzir ciclos fechados para variações relativamente pequenas da tensão deviatória, que se mantém sempre positiva, tal como se observa experimentalmente.

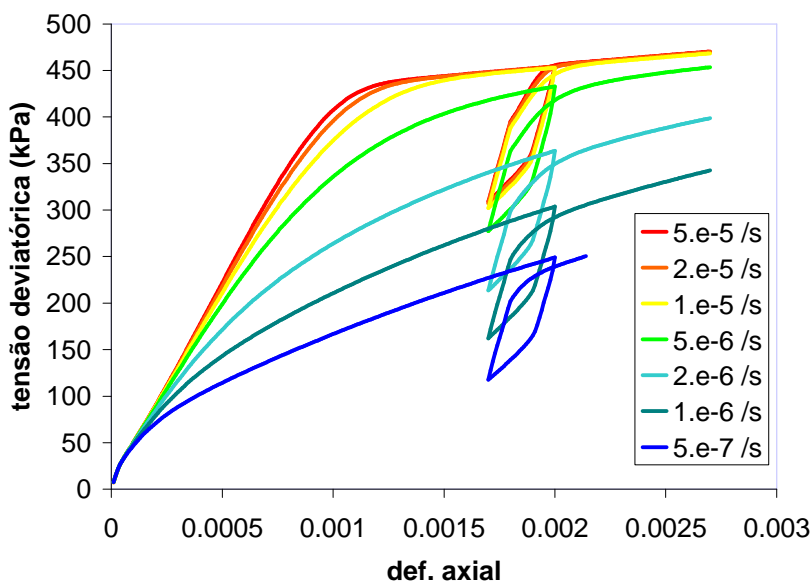


Figura 5 – Ensaio triaxial drenado para diferentes velocidades de deformação (modelo com centro de projecção móvel).

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma extensão ao modelo elastoplástico-viscoplástico de Kaliakin e Dafalias (1990) na qual o centro de projecção deixa de ser fixo e passa a deslocar-se na direcção do estado de tensão. O núcleo viscoso, no interior do qual as deformações viscoplásticas são nulas, pode assim ter uma dimensão reduzida e seguir o estado de tensão, evitando que este tenha que ser suficientemente grande para acomodar estados de tensão *in situ* que já se encontram estabilizados em termos de fluência. Espera-se que isto possa melhorar

significativamente a reprodução de deformações viscosas associadas a trajectórias de tensão de descarga tais como as que ocorrem, por exemplo, em obras de escavação.

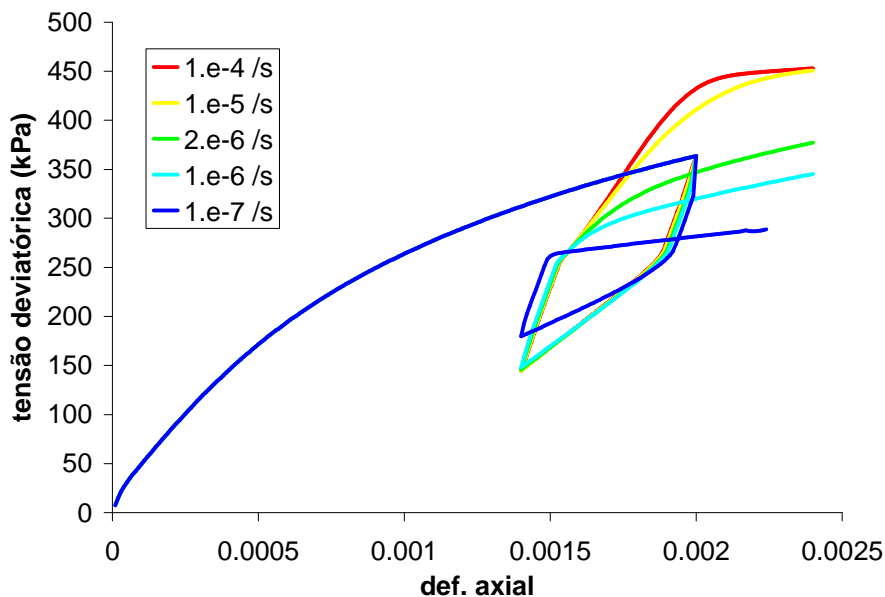


Figura 6 – Ensaio triaxial drenado para diferentes velocidades de deformação nas fases de descarga-recarga (modelo com centro de projecção móvel).

Mostrou-se também que esta nova formulação permite, ao contrário do modelo original, reproduzir a resposta sob carregamento cíclico.

Como até agora a grande maioria dos estudos de natureza experimental e teórica sobre o efeito da taxa de deformação no comportamento dos solos, interessou solos normalmente ou pouco sobreconsolidados, a validação deste modelo irá necessitar que se realizem estudos adicionais relativamente ao comportamento de solos sobreconsolidados.

REFERÊNCIAS

- Chaboche, J. L. (1977). Viscoplastic Constitutive Equations for the Description of Cyclic and Anisotropic Behaviour of Metals. *Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences*, Vol. 25-1, 33-39.
- Dafalias, Y. F. (1986). Bounding Surface Plasticity. I: Mathematical Foundation and Hypoplasticity. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 112, No. 9, 966-987.
- Dafalias, Y. F. e Herrmann, L. R. (1986). Bounding Surface Plasticity. II: Application to Isotropic Cohesive Soils. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 112, No. 12, 1263-1261.
- Hashiguchi, K. e Okayasu, T. (2000). Time-Dependent Elastoplastic Constitutive Equation Based on the Subloading Surface Model and Its Application to Soils. *Soils and Foundations*, Vol. 40, No. 4, 19-36.
- Kaliakin, V. N. e Dafalias, Y. F. (1990). Theoretical Aspects of the Elastoplastic-Viscoplastic Bounding Surface Model for Cohesive Soils. *Soils and Foundations*, Vol. 30, No. 3, 11-24.
- Kaliakin, V. N. e Dafalias, Y. F. (1990a). Verification of the Elastoplastic-Viscoplastic Bounding Surface Model for Cohesive Soils. *Soils and Foundations*, Vol. 30, No. 3, 25-36.

- Maranha, J. e Vieira, A. (2005). Modelling the time dependent behaviour of a tunnel using a elastoplastic-viscoplastic model. *Proceedings of the 8th International Conference on Computational Plasticity, COMPLAS VIII, Barcelona*.
- Vieira, A.; Maranhã, J.; Bilé Serra, J.; Correia, R. (2007). Modelling the undrained creep behaviour of a hard clay in the super-critical region. (Eds. E. Oñate, D.R.J. Owen and B. Suárez), *Proceedings of the 9th International Conference on Computational Plasticity, COMPLAS IX, Barcelona*, pp. 836 – 839.
- Vieira, A.M. (2006). *Estudo do Comportamento Diferido no Tempo de Túneis em Argilas Sobreconsolidadas*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.