

GERAÇÃO, PROPAGAÇÃO E MITIGAÇÃO DE VIBRAÇÕES GERADAS POR COMBOIOS DE ALTA-VELOCIDADE. APLICAÇÃO DE UM MODELO BIDIMENSIONAL

GENERATION, PROPAGATION AND MITIGATION OF VIBRATIONS INDUCED BY HIGH-SPEED TRAINS. APPLICATION OF A TWO DIMENSIONAL MODEL

Manso, João, *LNEC, Lisboa, Portugal, jmanso@lnec.pt*
Marcelino, João, *LNEC, Lisboa, Portugal, marcelino@lnec.pt*

RESUMO

Cada vez mais, a circulação ferroviária tem vindo a ser alvo da atenção das populações, nomeadamente, pelo incómodo que pode criar, tanto em termos sonoros, como em termos de vibrações, em edifícios próximos de estruturas ferroviárias. Com a introdução de comboios de alta-velocidade em Portugal, é necessário dedicar atenção a este fenómeno.

Com o objectivo de estudar a geração, a propagação e a mitigação dessas vibrações, foi desenvolvido um modelo numérico bidimensional, através da consideração de determinadas hipóteses. Para validar o referido modelo foi ainda realizada uma comparação com resultados *in situ*, levados a cabo na linha de alta-velocidade belga.

Por fim, referem-se ainda várias medidas que podem ser implementadas, quer no balastro, quer na fundação da estrutura ferroviária, para diminuir o efeito das vibrações.

ABSTRACT

The effect of vibrations induced by trains are a major concern for train companies and population that live near train tracks, which will become more relevant with the construction of a high-speed network in Portugal.

In order to study the generation, propagation and mitigation of vibrations, a two dimensional numerical model has been designed (taking up some considerations) and validated, taken into account some *in situ* results, which had been obtained in Belgium.

There are several countermeasures that try to solve the vibrations problem, like track or foundation reinforcement, and, using the model and the referred methodology, these solutions are analysed.

1. INTRODUÇÃO

O principal objectivo deste trabalho é avaliar o efeito que o reforço da fundação, de uma estrutura ferroviária, tem na propagação de vibrações, desde a via até uma certa distância em campo aberto. Para atingir este objectivo foi desenvolvido um modelo bidimensional, considerando um método que assume certas hipóteses, tanto na geração, como na propagação de vibrações.

Na geração de vibrações consideram-se duas acções principais: as cargas axiais (dependentes das características do comboio e da sua velocidade) e as irregularidades roda-carril. No caso da propagação de vibrações, identificam-se as várias ondas envolvidas no processo e caracterizam-se em termos de direcção, velocidade de propagação e tipo de amortecimento.

Numa tentativa de prevenir que essas vibrações provoquem danos em edifícios próximos das vias e incomodidade às populações, vários métodos de minimização foram testados no modelo. A consolidação da fundação é um dos métodos mais usados, pelo que neste trabalho, apresentam-se as principais diferenças, que este método produz, na propagação das ondas.

2. GERAÇÃO DE VIBRAÇÕES

De acordo com Hall (2002) existem inúmeros factores que influenciam as características das vibrações, geradas pela passagem de comboios de alta-velocidade. Normalmente, a frequência de vibração em resultado da circulação ferroviária varia num intervalo de 0 a 2000 Hz (Quadro 1), podendo possuir as seguintes origens (Nielsen, 2008):

- ondas de corte geradas pela resposta da estrutura;
- vibrações oriundas da interface roda-carril;
- descontinuidades dos carris;
- diferenças entre a via férrea e a sua fundação.

Quadro 1 - Frequências geradas por diferentes fontes de vibração

Fontes de vibração	Frequências (Hz)
Balastro e fundação	0,7 a 5
Bogie	5 a 20
Roda	20 a 100
Interface roda-carril	100 a 1000

Das várias fontes de vibração devidas à passagem de comboios de alta-velocidade, optou-se por considerar apenas as mais relevantes, sendo elas, a parcela devida às cargas axiais e às irregularidades roda-carril, que a seguir se descrevem.

2.1. Cargas axiais

Tendo em consideração apenas a velocidade de circulação, é possível registar dois tipos de resposta diferentes: uma, a velocidades relativamente reduzidas e, outra, a velocidades mais elevadas. O primeiro tipo de resposta pode ser estudado numa análise quasi-estática, ou seja, as vibrações sentidas devem-se apenas ao campo de tensões originado pelas cargas em movimento. Porém, quando a velocidade de circulação aumenta, demonstra-se que as forças dinâmicas produzidas pelo contacto roda-carril são tão, ou mais, importantes que as cargas quasi-estáticas (Sheng et al., 2003). A acção é modelada num referencial móvel com o comboio, mas os resultados da acção são calculados num referencial fixo, pelo que dá lugar a efeitos de inércia.

O valor que permite distinguir estes dois tipos de comportamento designa-se normalmente por velocidade crítica, v_{cr} , que pode ser estimada através da seguinte equação, considerando a viga de Winkler sem amortecimento (Kenney, 1954):

$$v_{cr} = \sqrt{\frac{4kEI}{m^2}} \quad [1]$$

em que k representa a rigidez equivalente da fundação da viga de Winkler, EI representa a rigidez de flexão da viga e m representa a massa da viga por unidade de comprimento.

Para velocidades iguais à velocidade crítica ocorre o chamado fenómeno de ressonância, provocando deformações infinitas na viga de Winkler. Contudo, para velocidades inferiores à

crítica, a forma de curva de carga tende a ser simétrica, em relação ao eixo de carga, variando a sua largura consoante o valor da velocidade do comboio. No modelo numérico desenvolvido, a modelação das cargas estáticas foi feita admitindo, de forma simplificada, que a distribuição das cargas axiais quasi-estáticas seria dada por uma expressão semelhante à que se obtém da solução da viga de Winkler, no caso não amortecido:

$$F(s) = \frac{F_e}{2L} e^{-\frac{|s|}{L}} (\cos(|\frac{s}{L}|) + \sin(|\frac{s}{L}|)) \quad [2]$$

em que $F(s)$ representa a distribuição da força associada a um eixo, num referencial em movimento definido pela abcissa s ($s=0$, sobre o eixo), F_e representa a força imposta por um eixo e L representa o comportamento característico. Para se obter o efeito da passagem do comboio é necessário sobrepor os diversos eixos, de acordo com a sua distribuição, ou seja, admite-se que a resposta do sistema a cada eixo e ao conjunto de eixos é linear elástica, sendo válido o princípio da sobreposição de efeitos, de acordo com:

$$F = \sum_{i=1}^{i=n} F_i \quad [3]$$

onde F_i representa a distribuição de cargas produzida pelo eixo i e F a distribuição devida ao conjunto de todos os eixos do comboio. Numa determinada vizinhança da acção do comboio, pode-se considerar que o comboio aplica uma carga aproximada a uma carga em estado plano. O modelo admite ainda uma distribuição no eixo perpendicular ao da análise.

2.2. Irregularidades roda-carril

Tal como foi referido, existem vários mecanismos de excitação, devidos à passagem de comboios de alta-velocidade, dos quais a componente devida às irregularidades existentes da interface roda-carril é um dos mais importantes (Gupta et al., 2007 e Esveld, 2001), induzindo vibrações no veículo de que resultam acções dinâmicas na via. Para considerar esta parcela no modelo numérico optou-se por modelar o seu efeito como uma acção e utilizar um método linear dependente do comprimento de onda, λ , que se passa a apresentar.

De modo a obter as cargas devido às irregularidades roda-carril considere-se que a força de contacto entre a roda do comboio e o carril, \hat{g} , é vertical e função da frequência angular, ω . Nestas condições pode-se escrever:

$$[K^v(\omega) + K^r(\omega)] \hat{g}(\omega) = \hat{u}_{r/c}(\omega) \quad [4]$$

em que $\hat{u}_{r/c}$ representa a rugosidade combinada do carril e da roda, $K^v(\omega)$ representa a matriz de rigidez do veículo e $K^r(\omega)$ representa a matriz de rigidez da via. A rugosidade da via, $\hat{u}_{r/c}$, pode ser modelada recorrendo a um espectro de densidade de potência, $\hat{G}_{r/c}(n_y)$, que, por sua vez, pode ser escrito em função do inverso do comprimento de onda, $n_y = f/v = 1/\lambda_y$, através de:

$$G'_{r/c}(n_y) = \frac{A' n_y^2 (n_y^2 + n_{y2}^2)}{n_y^4 (n_y^2 + n_{y2}^2)} \quad [5]$$

em que y representa a posição de um observador num perfil fictício, f representa a frequência linear, λ_y representa o comprimento de onda, A' representa uma constante, dependente da classe

de via, n_y , n_{y1} e n_{y2} representam números de onda cíclicos. Para ser função do número de onda, k_y , basta dividir a expressão anterior por 2π , ou seja:

$$G_{r/c}(k_y) = \frac{G'_{r/c}(n_y)}{2\pi} \quad [6]$$

A Federal Road Administration (*FRA*) definiu 6 classes de vias, adotando uma classificação crescente em termos de qualidade, ou seja, as vias de classe 1 são as de pior qualidade e as de classe 6 as de melhor qualidade. Segundo Gupta et al., 2007, tanto n_{y1} como n_{y2} praticamente não variam com a classe da linha, portanto, podem admitir-se iguais a, respectivamente, 0,0233 ciclos/m e 0,1312 ciclos/m. Por seu lado, a constante A' varia com a classe da via de acordo com o Quadro 2.

Quadro 2 - Parâmetro de rugosidade em função da classe da via, segundo a *FRA*

Classe da via	6	5	4	3	2	1
$A' [10^{-7}\text{m/ciclo}]$	1,06	1,69	2,96	5,29	9,52	16,72

Definindo o espectro, $G_{r/c}(k_y)$, para um intervalo $[k_{y1}, k_{y2}]$, tendo em atenção as frequências relevantes e a velocidade do comboio, e dividindo o intervalo anterior em N intervalos, cada um com largura, Δk_y , e centro de onda, k_y , é possível gerar um espectro artificial, $u_{r/c}(y)$. Este perfil é obtido pela soma de funções co-seno com ângulos de fase, θ_i , gerados aleatoriamente no intervalo $[0, 2\pi]$, através de:

$$u_{r/c}(y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cos(k_{yi} y - \theta_i) \quad [7]$$

em que os parâmetros α_i são calculados impondo que a área sobre o espectro de potência, $G_{r/c}(k_y)$, para cada intervalo, Δk_{yi} , seja igual à raiz quadrada do espectro artificial, α .

$$\alpha_i = \sqrt{2G_{r/c}(k_{yi} \Delta k_y)} \quad [8]$$

O perfil artificial, assim definido, é função da posição y , porém é possível calculá-lo em função do tempo, de acordo com a velocidade do comboio. Gerando um vector com as várias posições e, para cada uma destas, com as irregularidades correspondentes, $u_{r/c}(y)$, altera-se esse valor para os instantes em que ocorrem as irregularidades, $u_{r/c}(t)$, tal como ilustrado, a título de exemplo, na Figura 1.

3. PROPAGAÇÃO DE VIBRAÇÕES

A passagem de comboios produz vibrações que, através da estrutura ferroviária e das suas fundações, se propaga até grandes distâncias da linha. Para compreender melhor este comportamento devem ser considerados os principais tipos de ondas geradas: ondas volumétricas e ondas de superfície. As primeiras propagam-se em todas as direcções, enquanto que as segundas apenas se propagam superficialmente. Uma vez que os materiais geológicos tendem a apresentar maior rigidez à compressão, em qualquer ponto da superfície, as primeiras ondas a chegar são as ondas de compressão, seguidas das ondas de corte e ondas Love e, por fim, das ondas Rayleigh.

A fonte de geração de vibrações devidas à circulação de comboios de alta-velocidade encontra-se confinada a uma pequena área, quando comparada com o comprimento de onda das ondas de corte, assim, admite-se que as ondas de Rayleigh absorvem a maior parte da energia (Heckl et al., 1996), por apresentarem os menores comprimentos de onda.

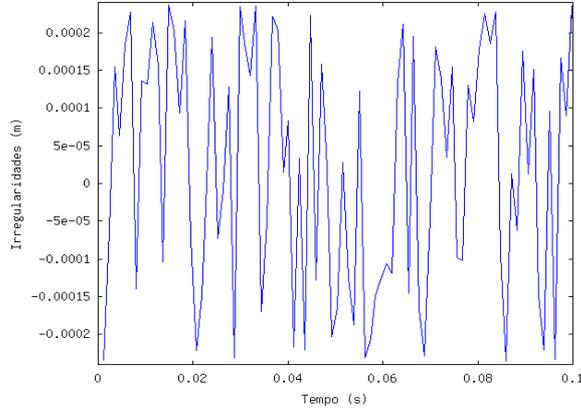


Figura 1 - Valores utilizados para modelar as irregularidades existentes na via

As vibrações que se propagam nos solos sofrem uma atenuação crescente com a distância, devido a dois tipos de amortecimento: o material e o geométrico (Kim e Lee, 2000). O amortecimento geométrico reveste-se de especial importância uma vez que está presente na propagação, tanto das ondas volumétricas, como das ondas superficiais. Em 1904, Lamb estudou a propagação de ondas em meios elásticos e concluiu que, em meios perfeitamente elásticos e sem amortecimento material, a atenuação das ondas podia ser descrita por:

$$v = v_1 \left(\frac{r_1}{r} \right)^m \quad [9]$$

em que v representa a velocidade de pico da partícula a uma distância, r , da fonte, v_1 representa a velocidade de pico da partícula a uma distância, r_1 , da fonte e m representa uma constante, dependente do tipo de onda e do tipo de fonte, cujo valor é dado no Quadro 3.

O amortecimento material ou histerético tem a sua origem no atrito entre as partículas, transformando a energia das ondas em calor, e pode ser representada por $e^{-\alpha(r-r_1)}$. Assim, é possível definir a atenuação das ondas devido a ambos os amortecimentos (geométrico e material) através da seguinte equação (Bornitz, 1931):

$$v = v_1 \left(\frac{r_1}{r} \right)^m e^{-\alpha(r-r_1)} \quad [10]$$

em que α representa o coeficiente de atenuação devido ao atrito entre partículas. Esta grandeza pode ser obtida, para um dado solo, em função da frequência de vibração e do amortecimento histerético, de acordo com a seguinte expressão (Barkan, 1962):

$$\alpha_i = \frac{2\pi f \xi}{v_i} \quad [11]$$

em que c representa o coeficiente de amortecimento (histerético) do material, f representa a frequência linear e v_i representa a velocidade de propagação da onda no solo. De referir que o campo de validade das equações apresentadas, para os dois tipos de amortecimento, se encontra confinado a maciços semi-indefinidos, elásticos e isotrópicos.

Quadro 3 - Valores de m para vários tipos de onda, consoante o tipo de carga aplicada na fonte (Hall, 2002)

Local de propagação	Tipo de fonte	Tipo de onda	m
Superfície	Pontual	Volumétrica	2
Superfície	Pontual	Superficial	0,5
Profundidade	Pontual	Volumétrica	1
Superfície	Em linha	Volumétrica	1
Superfície	Em linha	Superficial	0
Profundidade	Em linha	Volumétrica	0,5

4. MITIGAÇÃO DE VIBRAÇÕES

Nos últimos anos tem vindo a observar-se uma cada vez maior preocupação pelas vibrações produzidas pela passagem de comboios de alta-velocidade. Esta preocupação deve-se, principalmente, à expansão das redes deste meio de transporte. Este tipo de vibração tem sido responsável pela avaria de alguns instrumentos sensíveis, localizados no interior de edifícios (em especial em áreas industriais), e pelo incómodo de pessoas que vivem perto de linhas férreas ou sobre túneis onde transitam comboios (Hung e Yang, 2001). O corpo humano é sensível a vibrações e a sua resposta varia consoante a frequência de excitação. Se a vibração tiver intensidade suficiente e as frequências se situarem no intervalo 0,1 a 0,2 Hz, um ser humano sentirá náuseas, no caso dessa vibração se situar no intervalo 30 a 80 Hz, ele sentirá perturbações visuais, nomeadamente, perda de focagem (Esveld, 2001). Existem três métodos distintos para atenuar as vibrações perceptíveis (Unterberger, 2004), são eles:

- alteração do conteúdo de frequências, tendo em conta as frequências de vibração dos edifícios próximos da linha, intervindo na rigidez e na massa da estrutura ferroviária;
- utilização de elementos elásticos e elastoméricos, de modo a atenuar as vibrações, por aumento do amortecimento ou reduzindo as cargas aplicadas;
- perturbando a propagação das vibrações ou reflectindo as ondas geradas.

Analisando a eq. [1], que permite estimar a velocidade crítica do modelo numérico, é possível identificar outras possibilidades de intervenção, nomeadamente, aumento da rigidez vertical equivalente da viga de Winkler, k , aumento da rigidez de flexão equivalente da viga de Winkler, EI , ou diminuição da massa equivalente da viga, m . O problema das mitigação de vibrações, geradas pela passagem de comboios, tornou-se um dos mais estudados e foram desenvolvidos inúmeros métodos para controlo de vibrações, tais como: abertura de valetas ao longo da via ferroviária, blocos de controlo de vibrações, vigas e lajes flutuantes, consolidação da fundação e reforço da plataforma ferroviária. Neste trabalho serão referidas apenas as soluções de melhoramento das características da fundação, nomeadamente, a sua consolidação e o seu reforço.

4.1. Consolidação da fundação

Uma fundação constituída por solos moles acarreta sérios problemas de assentamentos e estabilidade, em especial, na circulação de comboios de alta-velocidade (Holm et al., 2002). Uma solução para este problema pode ser estudada através da aplicação da teoria de consolidação de solos de Terzaghi. O processo de consolidação consiste em expelir a água existente no solo, originando assentamentos acompanhados do aumento de resistência, e da

diminuição da deformabilidade, ou seja, do aumento na rigidez do solo, k . Esta operação de consolidação pode levar muito tempo devido à baixa permeabilidade dos solos moles, porém, existem alguns mecanismos que permitem acelerar o processo: aumento de cargas sobre a fundação e aumento da drenagem no solo recorrendo a geodrenos ou colunas de brita.

4.2. Reforço da fundação

Existem vários métodos que podem ser aplicados, no caso de reforço da fundação de estruturas ferroviárias, dos quais se destacam as colunas de brita, as colunas de jet-grouting e as estacas. Tal como no caso anterior, a principal função do reforço da fundação é a de diminuir os assentamentos. No entanto esta técnica permite também controlar as vibrações através do aumento de rigidez da fundação e, indirectamente, da velocidade crítica. O projecto das estacas ou colunas de jet-grouting, deve ter em consideração a possibilidade de gerar efeitos colaterais devido às alterações em termos de conteúdo de frequências, estudando, nomeadamente, o diâmetro das estacas, a profundidade, a disposição na área de intervenção e a relação água/ligante. Outro método de reforço consiste em colocar uma laje no topo de um conjunto de estacas. A principal diferença entre este método e os anteriores, é que a contribuição do solo de fundação deve-se apenas à sua interacção com a parede das estacas.

5. MODELO NUMÉRICO, COMPARAÇÃO COM MEDIÇÕES

Para os estudos realizados neste trabalho foi utilizado um modelo numérico bidimensional (cuja geometria e características geotécnicas são descritas em Correia et al., 2006), porém, como o fenómeno em causa é tridimensional, foram considerados alguns ajustes para melhorar os resultados finais, que se passam a descrever.

A utilização de modelos numéricos bidimensionais em estado plano de deformação (*EPD*), em detrimento de modelos tridimensionais, reveste-se de vantagens e desvantagens. Por definição, apenas representam troços de vias rectilíneas, homogéneas em todo o seu comprimento, e não permitem a modelação das travessas. No caso destes elementos, eles tornam-se elementos contínuos, em vez de serem elementos discretos, situação essa que deve ser tida em conta, aquando a análise de resultados. Outra desvantagem prende-se com as cargas axiais, que apesar de serem pontuais, nos modelos em *EPD* são cargas em faca, de comprimento infinito.

Para validar o modelo numérico utilizado foram utilizadas leituras realizadas *in situ*, mais propriamente, na ligação Paris-Bruxelas, com a passagem do comboio de alta-velocidade Thalys a uma velocidade igual a 314 km/h (Degrande e Schillemans, 2001). Nesta campanha foram registadas acelerações em 14 acelerómetros, na direcção perpendicular à linha ferroviária, a diferentes distâncias da fonte de excitação (Figura 2).

Como se referiu anteriormente, as cargas aplicadas no modelo dividiam-se em duas parcelas, uma referente às cargas axiais do comboio Thalys e outra referente às irregularidades roda-carril. Para facilitar a sua aplicação no modelo, foi considerada a sobreposição de ambos os efeitos sobre a forma de forças equivalentes, tendo em conta que a análise era elástica linear.

Analisando os primeiros resultados obtidos no modelo, tornou-se claro que teriam de ser feitas algumas alterações com o objectivo de melhorar os resultados obtidos. Assim, considerando as diferenças existentes entre amortecimentos, para cargas pontuais e infinitas (Quadro 3), foram testadas três alternativas de correcção de resultados: $1/\sqrt{r}$, $1/r$ e $1/r^2$, em que r é a distância à fonte de excitação. Após comparar os valores numéricos com os valores *in situ*, concluiu-se que os valores eram proporcionais a $1/r$, assim, os resultados apresentados neste trabalho encontram-se corrigidos por este factor.

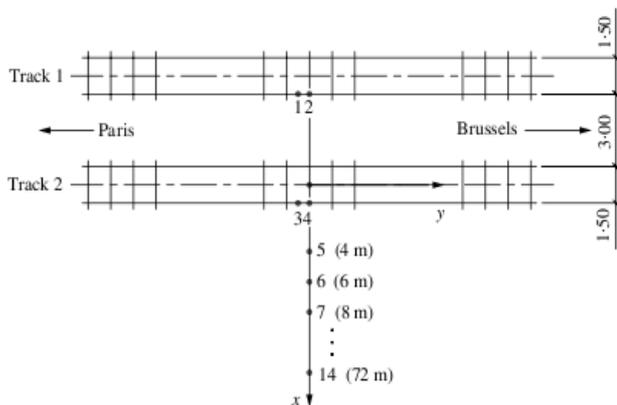


Figura 2 - Disposição dos acelerómetros durante a campanha realizada na ligação Paris-Bruxelas (Degrande e Schillemans, 2001)

6. ANÁLISE DE RESULTADOS E MITIGAÇÃO DE VIBRAÇÕES

Com o objectivo de compreender as vantagens e desvantagens de melhoramento das características da fundação de uma estrutura ferroviária, recorrendo ao modelo numérico já referido, aumentaram-se os módulos de Young das duas camadas superiores do modelo, em 10 e 100 vezes. Esses modelos serão designados por M10 e M100.

Em primeiro lugar, apresenta-se uma análise no tempo, realizada para comparar as velocidades de vibrações no modelo original (M1), com as velocidades nos modelos M10 (Figura 3) e M100 (Figura 4). Os pontos indicados nas figuras distribuem-se ao longo do perfil, sendo que o ponto 1 se encontra na segunda linha de comboio (onde não passa nenhuma composição), o ponto 3 localiza-se na linha onde o comboio passa, o ponto 6 surge nas proximidades da estrutura ferroviária e o ponto 12 é o que se encontra mais afastado da via estudada.

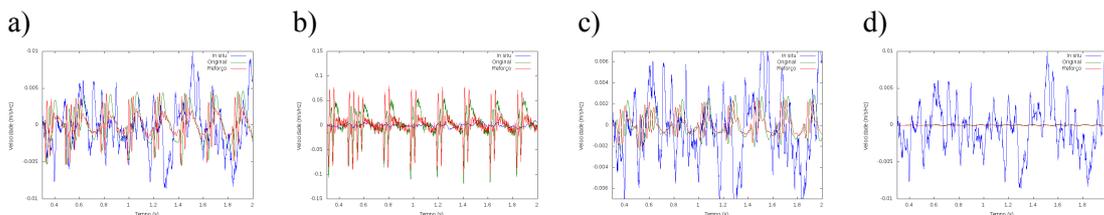


Figura 3 - Comparação de velocidades de vibração entre o modelo M1, o modelo M10 e os resultados obtidos *in situ*. a) ponto 1, b) ponto 3, c) ponto 6 e d) ponto 12.

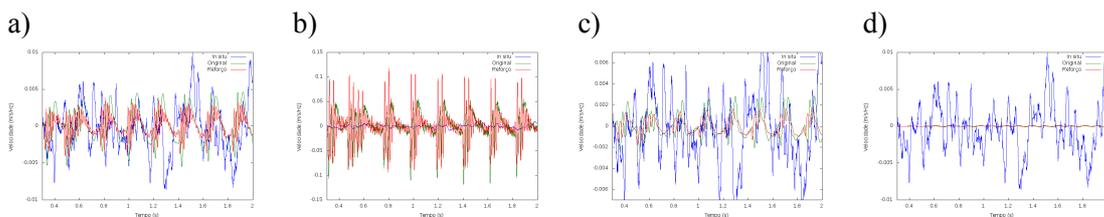


Figura 4 - Comparação de velocidades de vibração entre o modelo M1 e o modelo M100 e os resultados obtidos *in situ*. a) ponto 1, b) ponto 3, c) ponto 6 e d) ponto 12.

Como se pode observar nas Figuras 3 e 4, para pontos na estrutura ferroviária, como o ponto 1 e 3, as amplitudes das velocidades aumentam, nos modelos com reforço. À medida que nos afastamos da via, ponto 6 e 12, as amplitudes das velocidades tendem a diminuir, quando comparadas com o modelo original. Comparando os resultados dos modelos reforçados 10 e 100 vezes é possível concluir que o ganho com o aumento de rigidez é pequeno, para pontos afastados da linha, e a estrutura ferroviária tem de resistir a maiores cargas, devido ao aumento de velocidades.

Apresenta-se, nas Figuras 5 e 6, a análise de bandas de 1/3 de oitava, método bastante utilizado por outros autores com o mesmo objectivo: Ju e Lin (2004), Degrande et al. (2006) e Thompson e Jones (2000). Nesta análise pretende-se identificar as diferenças, em termos de conteúdo de frequências, tanto do reforço de 10 vezes (Figura 5), como do de 100 vezes (Figura 6). Conclui-se que o conteúdo em frequências é praticamente igual, em ambos os reforços, mas na estrutura ferroviária e nos pontos perto dela, observa-se um aumento de velocidades com altas frequências, comparando com o modelo original. Este comportamento mantém-se para em campo aberto, mas para maiores distâncias ele tende a desaparecer, assim, no ponto 12, o modelo inalterado apresenta valores superiores a frequências elevadas.

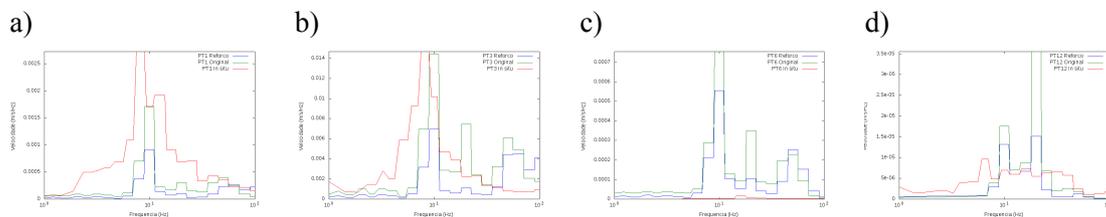


Figura 5 - Análise de bandas de 1/3 de oitava, comparação entre o modelo M1 e o modelo M100 e os resultados obtidos *in situ*. a) ponto 1, b) ponto 3, c) ponto 6 e d) ponto 12.

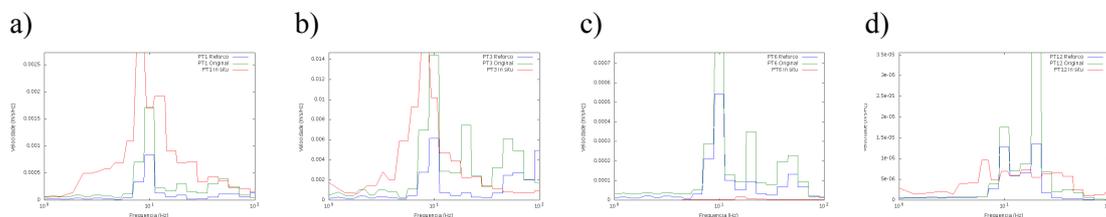


Figura 6 - Análise de bandas de 1/3 de oitava, comparação entre o modelo M1 e o modelo M100 e os resultados obtidos *in situ*. a) ponto 1, b) ponto 3, c) ponto 6 e d) ponto 12.

7. CONCLUSÕES

Neste trabalho descreve-se um modelo numérico bidimensional utilizado para estudar as vibrações produzidas pela passagem de comboios de alta-velocidade. Neste modelo foi considerado o efeito das irregularidades roda-carril (melhorando substancialmente os resultados obtidos) que, juntamente com o das cargas axiais do comboio, são os efeitos mais importantes na passagem de comboios num dado local. Os modelos bidimensionais apresentam certas limitações, em especial, no que refere a geometria e cargas aplicadas, porém, são mais fáceis de implementar. Com este trabalho pretendeu-se mostrar que, corrigindo os valores obtidos por $1/r$, sendo r a distância à fonte de excitação, é possível obter resultados mais próximos dos valores medidos *in situ*.

Existem vários métodos que podem ser aplicados com vista a minimizar o efeito da passagem de comboios e, entre eles, estudou-se o efeito, recorrendo ao modelo bidimensional, que o reforço na fundação da estrutura ferroviária produz na propagação das vibrações, devidas à passagem de comboios. Desse estudo concluiu-se que, pequenos melhoramentos nas características das fundações tendem a diminuir as vibrações para pontos afastados da linha, mas essa diminuição não é proporcional ao ganho de rigidez.

REFERÊNCIAS

- Barkan, D. (1962). *Dynamic of Bases and Foundations*.
- Bornitz, G. (1931). *Über die Ausbreitung der von Groszkolbenmaschinen Erzeugten Bodenschwingen in die Tiefe*.
- Correia, A., Araújo, N., Martins, J., Cunha, J. (2006). International soil-railway track for high speed trains – Definição de caso de estudo de um trecho de via-férrea para simulação numérica. *Projecto POCI/ECM/61114/2004*. Universidade do Minho.
- Degrande, G., Schevenelsa, M., Chatterjee, P., Veldea, W., Hölscherb, P., Hopmanb, V., Wangc, A., Dadkahl, N. (2006). Vibrations due to a test train at variable speeds in a deep bored tunnel embedded in London clay. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 293, ed. 3-5, pp. 626-644.
- Degrande, G., Schillemans, L. (2001). Free field vibrations during the passage of a Thalys high-speed train at a variable speed. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 247, ed. 1, pp. 131-144.
- Esveld, C. (2001). *Modern Railway Track*.
- Gupta, S., Liu, W., Degrande, G., Lombaert G., Liu, W. (2007). Prediction of vibrations induced by underground railway traffic in Beijing. *Journal of sound and vibration*, vol. 310, ed. 3, pp. 608-630.
- Hall, L. (2002). Simulations and analyses of train-induced ground vibrations in finite element models. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 23, ed. 5, pp. 403-413.
- Heckl, M., Hauck, G., Wetschurck, R. (1996). Structure-borne Sound and Vibration from Rail Traffic. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 193, ed. 1, pp. 175–184.
- Holm, G., Andréasson, B., Bengtsson, P., Bodare, A., Eriksson, H. (2002). Mitigation of Track and Ground Vibrations by High Speed Trains at Ledsgard, Sweden. *Report 10*. Svensk Djupestabilisering, Swedish Deep Stabilization Research Centre.
- Hung, H., Yang, Y. (2001). A Review of Researches on Ground-Borne Vibrations with Emphasis on Those Induced by Trains. *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A)*, vol. 25, ed. 1, pp. 1-16.
- Ju, S., Lin, H. (2004). Analysis of train-induced vibrations and vibration reduction schemes above and below critical Rayleigh speeds by finite element method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 24, ed. 12, pp. 993-1002.
- Kenney (1954). Steady-state vibrations of a beam on elastic foundation for moving load. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 21, ed. 4, pp. 359-364.
- Kim, D., Lee, J. (2000). Propagation and attenuation characteristics of various ground vibrations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 19, ed. 2, pp. 115-126.
- Nielsen, J. (2008). High-frequency vertical wheel-rail contact forces. Validation of a prediction model by field testing. *Wear*, vol. 265, ed. 9-10, pp. 1465-1471.
- Sheng, X., Jones, C., Thompson D. (2003). A theoretical model for ground vibration from trains generated by vertical track irregularities. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 272, ed. 3-5, pp. 937-965.
- Thompson, D., Jones, C. (2000). A Review of the Modelling of Wheel Rail Noise Generation. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 231, ed. 3, pp. 519-536.