

# A COMPARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÕES ANTERIORES ALTERNATIVAS EM MODELOS BAYESIANOS



João Casaca

Investigador-coordenador  
LNEC  
Lisboa  
[icasaca@lnec.pt](mailto:icasaca@lnec.pt)



José Piteira Gomes

Investigador Auxiliar  
LNEC  
Lisboa  
[pgomes@lnec.pt](mailto:pgomes@lnec.pt)

## SUMÁRIO

A comunicação apresenta um critério numérico Bayesiano – o factor de Bayes – para comparar o mérito relativo de distribuições anteriores alternativas, com base nas correspondentes distribuições preditivas anteriores. A metodologia é aplicada a um problema do âmbito da engenharia de estruturas: a análise de ensaios para a determinação da tensão de rotura à compressão, de provetes extraídos de uma grande barragem de betão.

**Palavras-chave:** eliciação, factor de Bayes, hiper-parâmetro.

## RESUMO ALARGADO

Um dos aspectos mais distintivos da metodologia de inferência estatística Bayesiana é a necessidade da adopção de uma distribuição probabilística, dita anterior (*a priori*), que represente adequadamente a informação prévia, na posse de um decisor, sobre uma dada experiência que pretende levar a cabo.

Quando o decisor possui informação anterior relevante, deve usar uma distribuição anterior informativa, de preferência, uma distribuição anterior da família das distribuições conjugadas da distribuição da amostra. Tendo optado pela família das distribuições anteriores conjugadas, o decisor é confrontado com a escolha dos parâmetros da função densidade de probabilidade (FDP) anterior, mais adequados à representação da informação anterior, tarefa de-

signada por eliciação paramétrica. Os parâmetros da FDP anterior, para se distinguirem dos parâmetros da distribuição da amostra, são designados por hiper-parâmetros.

Entre os vários métodos alternativos de eliciação paramétrica, o método empírico, que preconiza a utilização de estimativas dos hiper-parâmetros obtidas pela aplicação de métodos frequentistas a amostras resultantes de experiências anteriores à experiência actual, é o método mais expedito de eliciação paramétrica.

Existem diversas situações práticas, em que o decisor é confrontado com duas hipóteses sobre os hiper-parâmetros ( $\lambda$ ) da FDP anterior  $h(\theta|\lambda)$ , designadas, convencionalmente, por hipótese nula ( $H_0 \equiv (\lambda = \lambda_0)$ ) e por hipótese alternativa ( $H_A \equiv (\lambda = \lambda_A)$ ). Admitamos que o decisor atribui *a priori* as probabilidades  $\pi_0$  e  $\pi_A = 1 - \pi_0$ , respectivamente, à hipótese nula e à hipótese alternativa. Para decidir entre  $H_0$  e  $H_A$ , os Bayesianos recomendam uma regra de decisão baseada no “factor de Bayes” de  $H_0$  contra  $H_A$ , dado pelo quociente de duas razões:

$$FB_{0A} = \frac{P(H_0 | x)}{P(H_A | x)} \div \frac{\pi_0}{\pi_A} = \frac{p(x | H_0)}{p(x | H_A)} \quad (1)$$

onde  $x$  simboliza a amostra,  $P(H_0|x)$  é a probabilidade da hipótese nula ( $H_0$ ), condicionada pela amostra ( $x$ ),  $p(x|H_0)$  é a FDP preditiva anterior da amostra ( $x$ ) condicionada pela hipótese nula ( $H_0$ ), etc. Note-se que, em geral, o decisor não possui informação anterior sobre  $H_0$  e  $H_A$ , pelo que deve tomar  $\pi_0 = \pi_A = 1/2$ , o que reduz o factor de Bayes à razão das probabilidades posteriores da hipótese nula e da hipótese alternativa. Esta razão define as chamadas “possibilidades” (*odds*) da hipótese nula contra a hipótese alternativa.

O factor de Bayes permite estabelecer a seguinte regra de decisão da hipótese nula ( $H_0$ ) contra a hipótese alternativa ( $H_A$ ):

- i) Se o factor de Bayes for superior a um, o decisor deve aceitar a hipótese nula ( $H_0$ ) e optar pelos hiper-parâmetros  $\lambda_0$ ;
- ii) Se o factor de Bayes for inferior a um, o decisor deve aceitar a hipótese alternativa ( $H_A$ ) e optar pelos hiper-parâmetros  $\lambda_A$ .

A comunicação inclui um caso de estudo do âmbito da engenharia de estruturas, baseado na análise de ensaios para a determinação da tensão de rotura à compressão de provetes extraídos de uma grande barragem de betão.

A predição da resistência do betão é uma questão da maior importância em engenharia de estruturas, para o estabelecimento de novas composições, para o controlo da qualidade, para o estudo da evolução de processos de deterioração, etc. O factor de Bayes pode ser utilizado para comparar o desempenho de diferentes modelos preditivos das propriedades mecânicas do betão, construídos com informação sobre a sua composição, por exemplo, modelos baseados em redes neuronais e modelos baseados em equações de regressão linear múltipla.