# GERAÇÃO E PROPAGAÇÃO DE VIBRAÇÕES PRODUZIDAS PELA PASSAGEM DE COMBOIOS DE ALTA-VELOCIDADE

João Manso, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal, jmanso@lnec.pt

João Marcelino, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal, marcelino@lnec.pt

## **RESUMO**

Para estudar a geração e propagação de vibrações, devidas ao tráfego de alta-velocidade, concebeu-se um modelo bidimensional mediante a adopção de determinadas hipóteses. A contabilização do amortecimento geométrico não é tido em conta de forma correcta por estes modelos, logo, sugere-se que a amplitude das ondas de superfície seja corrigida por um determinado factor.

As irregularidades da linha e as cargas do comboio são, de entre as possíveis, as principais fontes de excitação. Assim, foram consideradas no modelo, tanto as principais características do comboio, como a geometria da linha.

Na análise dos resultados obtidos recorreu-se a espectros de um terço de bandas de oitava uma vez que traz muitas vantagens e, entre elas, destaca-se a variação de largura de bandas com a frequência.

## Introdução

Neste trabalho estudou-se o problema das vibrações devidas à passagem de comboios, sendo a geração de vibrações o primeiro tema abordado. Nele consideram-se tanto as cargas axiais do comboio, como as irregularidades da linha férrea.

O tema que foi estudado seguidamente coincidiu com a propagação das referidas vibrações, desde a fonte de excitação até uma dada distância. Esse estudo consistiu em identificar as várias ondas presentes no solo, caracterizando-as em termos de direcção e velocidade de propagação e tipo de amortecimento.

Optou-se ainda por construir um modelo numérico bidimensional, em que os resultados são apresentados e comparados através de várias análises.

# Geração de vibrações

De acordo com Hall, L. (2002), existem inúmeros factores que influenciam as características das vibrações, produzidas pela passagem de comboios de alta-velocidade. Normalmente a gama

de frequências localiza-se entre 0 a 2000 Hz (Quadro 1), tal como se pode verificar no trabalho de Nielsen, J. (2008), e a excitação tem origem em:

- ondas de corte obtidas pela resposta da estrutura ferroviária;
- vibrações oriundas da interface rodacarril;
- descontinuidade do carril;
- diferenças entre as fundações, suporte.

Quadro 1: Frequências geradas por diferentes fontes de vibração

Fontes de vibração	Frequências
Balastro e fundação	0,7 a 5 Hz
Bogie	5 a 20 Hz
Roda	20 a 100 Hz
Interface roda-carril	0,1 a 1 KHz

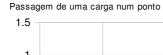
# Cargas axiais

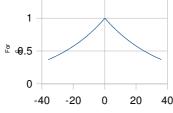
Tendo em conta a velocidade do comboio é possível obter dois tipos distintos de resposta, uma a baixas velocidades e outra a velocidades mais elevadas. O primeiro caso designa-se normalmente por análise quasi-estática e significa que as vibrações são apenas devidas às cargas axiais do comboio. Contudo, à medida que a velocidade aumenta, as cargas dinâmicas tendem a assumir um papel mais relevante que as estáticas (Sheng, X. et al. (2003)). Para diferenciar o tipo de resposta é necessário ter em conta um valor de referência que, de acordo com Kenney (1954) e considerando o exemplo da viga de Winkler sem amortecimento, pode ser obtido através de:

$$v_{cr} = \sqrt[4]{\frac{4kEI}{m^2}}$$
 Eq. 1

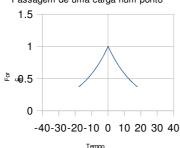
Em que *k* representa a rigidez equivalente da fundação da viga de Winkler, *EI* representa a rigidez de flexão da viga e *m* representa a massa da viga por unidade de comprimento.

Para velocidades iguais à crítica ocorre um fenómeno de ressonância, produzindo deformações infinitas na viga de Winkler. Contudo, para velocidades inferiores à crítica, a acção tende a ser simétrica, variando a sua largura consoante o valor da velocidade, Figura 1.





Passagem de uma carga num ponto



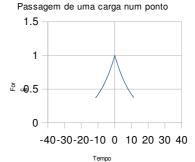


Figura 1. Cargas para velocidades inferiores à velocidade crítica: a) 100 km/h, b) 200 km/h, c) 314 km/h

Segundo uma proposta de Marcelino, J. (2005) e tendo em conta a deformação da fundação aquando da passagem de uma carga, é razoável admitir que, para velocidades inferiores à crítica e sem amortecimento, as cargas quasi-estáticas, debaixo de cada eixo, podem ser determinadas através da seguinte expressão:

$$F(s) = \frac{F_e}{2L} e^{-|\frac{s}{L}|} (\cos(|\frac{s}{L}|) + \sin(|\frac{s}{L}|)) \qquad Eq. \ 2$$

Em que F(s) representa a distribuição de cargas devido a um eixo, para um dado referencial,  $F_e$  representa a carga axial, L representa o comprimento característico e s representa o valor do referencial em movimento, com origem na posição do eixo.

É possível mudar de referencial bastando para isso ter em conta relação:

$$s = \frac{1}{L}(x - v_0 t)$$
 Eq. 3

Em que x representa o referencial estático,  $v_0$  representa a velocidade do comboio e t representa o tempo.

Finalmente, para obter o comprimento característico recorre-se à seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{1}{L} = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$$
 Eq. 4

Sabendo as várias distribuições das cargas, para cada eixo do comboio, basta somar cada uma de modo a perfazer a totalidade do comboio:

$$F = \sum_{i=1}^{i=n} F_i$$
 Eq. 5

# Irregularidades

Tal como se referiu, existem vários mecanismos de excitação referentes a vibrações produzidas pela passagem de comboios de alta-velocidade. As irregularidades das rodas e dos carris são uns dos mais relevantes, além das cargas do comboio, Gupta, S. et al. (2007) e Esveld, C. (2001). É possível impor, em forma de deslocamentos, tais acções no modelo numérico, usando um método linear dependente do comprimento de onda,  $\lambda$ .

Para obter o carregamento, devido às irregularidades, é necessário considerar a força de contacto entre os carris e as rodas do comboio, em função da frequência,  $\hat{g}(\omega)$ :

$$[K^{\nu}(\omega) + K^{tr}(\omega)] \hat{g}(\omega) = \hat{u}_{w/r}(\omega)$$
 Eq. 6

Em que  $\hat{u}_{\omega}$  /r representa a irregularidade roda/carril,  $K_{\nu}(\omega)$  representa a matriz de rigidez do veículo e  $K_{tr}(\omega)$  representa a matriz de rigidez da fundação. A rugosidade da via,  $\hat{u}_{w/r}(y)$ , pode ser modelada recorrendo a um espectro de densidade de potência,  $\hat{G}'_{w/r}(n_y)$ , que, por sua vez, pode ser escrito em função do número de onda cíclico,  $n_y = f/v = 1/\lambda_v$ .

$$G'_{w/r}(n_y) = \frac{A' n_{y2}^2 (n_y^2 + n_{y1}^2)}{n_y^4 (n_y^2 + n_{y2}^2)}$$
 Eq. 7

Calculando o quociente entre a Eq. 7 e  $2\pi$ , obtém-se o espectro em função do número de onda,  $k_y$ :

$$G_{w/r}(k_y) = \frac{G'_{w/r}(n_y)}{2\pi}$$
 Eq. 8

A Federal Railroad Administration (FRA) definiu 6 classes de linha, numa classificação crescente com a qualidade da linha (Quadro 2), em que a constante A' depende da classe da via férrea. Porém, tanto  $n_{y1}$  como  $n_{y2}$ , são independentes da classe considerada e podem ser consideradas constantes e iguais a 0,0233 ciclos/m e 0,1312 ciclos/m, respectivamente.

Quadro 2: Constante de rugosidade referente a cada classe de via férrea

Classe de via	6	5	4	3	2	1
A' [10 <sup>-7</sup> m/ciclo]	1.06	1.69	2.96	5.29	9.52	16.72

Definindo o espectro  $G_{w/r}(k_y)$  para um intervalo  $[k_{yl}, k_{y2}]$ , dependente das frequências relevantes para o estudo e a velocidade do comboio, dividido em N intervalos com largura  $\Delta k_y$  e centro no número de onda  $n_y$ , é possível gerar um perfil artificial,  $u_{w/r}(y)$ . Este perfil é obtido pela soma de funções co-seno com ângulos de fase,  $\theta_i$ , criados aleatoriamente num intervalo  $[0, 2\pi]$ , através de:

$$u_{w/r}(y) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cos(k_{yi} y - \theta_i)$$
 Eq. 9

Em que os parâmetros  $\alpha_i$  são obtidos impondo que a área abaixo do espectro de potência,  $G_{w/r}(k_y)$ , para cada intervalo  $\Delta k_{yi}$ , com centro em  $k_{yi}$ , seja igual à raiz quadrada do perfil artificial,  $\alpha$ :

$$\alpha_i = \sqrt{2G_{w/r}(k_{vi}\Delta k_{v})}$$
 Eq. 10

Alterando as posições do perfil artificial,  $u_{w/r}(y)$  pelos instantes em que ocorrem,  $u_{w/r}(t)$ , é possível realizar uma análise no tempo (Figura 2).

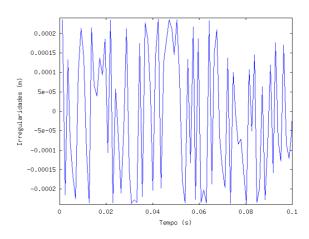


Figura 2. Valores de rugosidade da via férrea utilizados na análise

# Propagação de vibrações

A passagem de um comboio por um local produz vibrações na estrutura ferroviária e, indirectamente, na sua fundação, propagando-se para grandes distâncias da fonte. Para melhor compreender este comportamento deve tentar perceber-se que ondas estão presentes e as suas características. Existem dois grupos de ondas principais:

- ondas volumétricas;
- ondas superficiais.

As primeiras tendem a propagar-se em qualquer superficialmente, direcção, tanto como profundidade, porém as segundas apenas o fazem superficialmente. Devido ao facto dos materiais geológicos serem mais rígidos para tensões de compressão, em cada ponto da superfície, as primeiras a chegar a um local são as ondas de compressão, seguidas pelas de corte e finalmente pelas ondas de Rayleigh. Contudo, considera-se que as vibrações devido à passagem de comboios de alta-velocidade estão confinadas numa pequena área, quando comparada com o comprimento das ondas de corte. Assim, são as ondas de Rayleigh que absorvem a maior parte da energia gerada Heckl, M. (1996).

# Ondas volumétricas

As partículas de ondas P (ondas de compressão) propagam-se na mesma direcção das ondas com uma velocidade igual a:

$$v_P^2 = \frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}$$
 Eq. 11

Em que  $v_p$  representa a velocidade das ondas P, E representa o módulo de Young,  $\rho$  representa o peso volúmico e v representa o coeficiente de Poisson.

Por outro lado existem as ondas S, também conhecidas como ondas de corte, e em que as suas partículas se movem transversalmente à direcção de propagação das ondas com uma velocidade igual a:

$$v_s^2 = \frac{G}{g}$$
 Eq. 12

Em que  $v_s$  representa a velocidade das ondas S e G representa o módulo de distorção. Tendo em

consideração a relação existente entre o módulo de distorção e o módulo de Young:

$$G = \frac{E}{2(1+v)}$$
 Eq. 13

É possível obter o quociente entre as duas velocidades volumétricas:

$$\frac{v_P}{v_S} = \sqrt{2(\frac{1-v}{1-2v})}$$
 Eq. 14

# Ondas de superfície

As ondas de superfície têm origem na interacção entre ondas volumétricas, a superfície do solo e as suas camadas superioras. Elas dividem-se em dois tipos diferentes:: Rayleigh e Love.

As primeiras propagam-se com uma frente de onda de forma cilíndrica e, em termos de energia, são as mais importantes. Por outro lado, existem as ondas Love que têm origem próximo da superfície, quando a camada superior apresenta uma baixa velocidade de propagação. Assim, a velocidade das ondas Love varia desde velocidades em semiespaços de baixas frequências,  $v_{S2}$ , até velocidades de corte em semi-espaços de altas frequências,  $v_{SI}$ .

$$\tan\left(2\pi f\sqrt{\frac{1}{v_{SI}^{2}} - \frac{1}{v_{L}^{2}}}\right) = \frac{v_{S2}^{2}\rho_{2}\sqrt{\frac{1}{v_{L}^{2}} - \frac{1}{v_{S2}^{2}}}}{v_{SI}^{2}\rho_{1}\sqrt{\frac{1}{v_{SI}^{2}} - \frac{1}{v_{L}^{2}}}} Eq. 15$$

#### Amortecimento

Para melhor compreender a propagação de vibrações a diferentes distâncias da fonte é necessário estudar o amortecimento das ondas. Este pode ser de dois tipos: geométrico e material, Kim, D. (2000).

## Amortecimento geométrico

Este tipo de amortecimento é bastante

importante uma vez que está presente, tanto nas ondas volumétricas, como de superfície.

Lamb, H. (1904) estudou o amortecimento de ondas num meio elástico e concluiu que, para um caso de um meio elástico sem amortecimento material, a diminuição da amplitude das ondas era igual a:

$$v = v_1 \left(\frac{r_1}{r}\right)^m$$
 Eq. 16

Em que v representa a velocidade máxima da partícula a uma dada distância, r, da fonte,  $v_I$  representa a velocidade máxima a uma dada distância,  $r_I$ , da fonte e m representa o valor de uma constante definida na Quadro 3.

Quadro 3: Valores de *m* para vários tipos de ondas e acções aplicadas na superfície de um meio elástico semi-infinito, adaptado de Hall, L. (2002)

Local de propagação	Tipo de fonte	Tipo de onda	m
Superfície	Pontual	Volumétrica	2
Superfície	Pontual	Superfície	0,5
Interior	Pontual	Volumétrica	1
Superfície	Em linha	Volumétrica	1
Superfície	Em linha	Superfície	0
Interior	Em linha	Volumétrica	0,5

#### Amortecimento material

O amortecimento material define-se por  $e^{[-\alpha(r-r_1)]}$ , logo, aplicando a Eq. 17, é possível obter o amortecimento material e geométrico do solo, de acordo com o trabalho de Bornitz, G. (1931).

$$v = v_1 \left(\frac{r_1}{r}\right)^m e^{[-\alpha(r-r_1)]}$$
 Eq. 17

Em que  $\alpha$  representa o coeficiente de atenuação,

referente à fricção entre as partículas. Tendo em conta o tipo de solo e frequência de vibração é possível obter o referido coeficiente através da seguinte relação, de acordo com Barkan, D. (1962):

$$\alpha_i = \frac{2\pi f \xi}{v_i}$$
 Eq. 18

Em que  $\xi$  representa o coeficiente de amortecimento do material, f representa a frequência e  $v_i$  representa a velocidade de propagação da onda, para um dado tipo de solo, i.

Modelo bidimensional de elementos finitos

Comparação dos resultados numéricos com resultados in situ

Neste trabalho utilizou-se um modelo numérico bidimensional, contudo, o fenómeno de propagação de vibrações é tridimensional. Assim, tomaram-se algumas medidas para melhorar os resultados obtidos.

Quando se recorre a modelos bidimensionais existem alguns *pros* e *contras* que convém ter em atenção. Esta modelação representa apenas vias férreas infinitas, o que apenas é verdade em troços rectos. Logo, não é possível modelar a componente da passagem das travessas, uma vez que se trata de um meio contínuo, em vez de um meio discreto.

Outra desvantagem prende-se com o carregamento porque as cargas axiais de um comboio são pontuais, mas num modelo bidimensional essas cargas são carregamentos infinitos em linha.

Para comparar os resultados obtidos com a realidade foram consideradas umas medições realizadas na Bélgica com um comboio Thalys HST, circulando a uma velocidade de 314 km/h, de acordo com o trabalho realizado por Degrande, G. et al (2001). Este ensaio consistiu em dispor vários acelerómetros, num total de 14, numa direcção perpendicular à via, a diferentes distância, Figura 3.

A geometria e as características do local onde se realizou o ensaio foram tidas em conta no modelo numérico, porém, em vez dos 14 pontos referentes a cada um dos acelómetros, foram apenas utilizados 12, devido às dimensões do modelo utilizado. Os 2

pontos em falta, em relação ao ensaio, tratam-se dos dois pontos mais afastados da fonte de excitação.

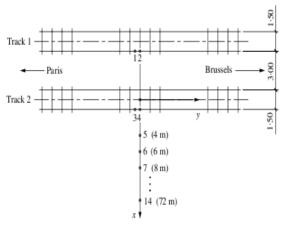


Figura 3. Localização dos acelerómetros utilizados no ensaio realizado na Bélgica por Degrande, G. et al (2001)

Tal como já foi referido, o carregamento aplicado no modelo divide-se em duas parcelas: uma referente às cargas axiais do comboio Thalys HST e outra referente às irregularidades da via férrea. No caso das irregularidades, em vez de serem impostos deslocamentos no modelo, aplicaram-se forças equivalentes. Assim, a carga aplicada ao modelo consistiu na soma das cargas axiais com as irregularidades da via.

Através de uma análise prévia, recorrendo aos resultados obtidos numericamente, concluiu-se que havia uma necessidade clara de aplicar alterações de forma a melhorar os resultados. Como se referiu no Quadro 3, para uma carga numa linha infinita não ocorre amortecimento geométrico para o caso de ondas de corte, o que não se verifica na realidade. No caso de uma carga pontual, o amortecimento é

proporcional a  $\frac{1}{\sqrt{(r)}}$  , em que r representa a

distância da fonte, assim, decidiu-se corrigir os valores numéricos de modo a serem proporcionais a

$$\frac{1}{\sqrt{(r)}}$$
 , como num modelo tridimensional.

Nas figuras seguintes mostra-se a comparação realizada entre os resultados numéricos corrigidos e os resultados *in situ*. Dentro dos 12 pontos existentes no modelo foram escolhidos 4 pontos de referência: dois deles localizavam-se na linha (ponto 1 e 3) e outros dois localizados na fundação, mais afastados da fonte para se perceber qual o efeito da

distância nos resultados (ponto 6 e 12).

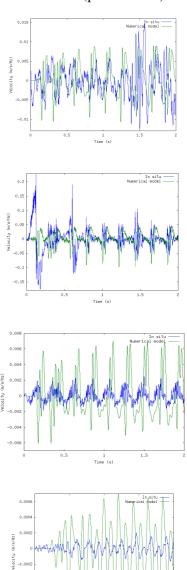


Figura 4. Comparação dos resultados das velocidades entre os resultados *in situ* e os valores numéricos corrigidos por  $\frac{1}{\sqrt{(r)}}$  . a) ponto 1; b) ponto 3; c) ponto 6; d) ponto 12.

Na Figura 4 observa-se uma concordância, entre os resultados numéricos e *in situ*, em termos de disposição ao longo do tempo. Para pontos próximos da linha, a sua amplitude é praticamente igual, mas ao afastar da fonte os resultados tendem a ser diferentes. Os resultados numéricos apresentam normalmente maiores valores que os resultados *in situ* (três a quatro vezes superiores em alguns casos), o que leva a crer que o amortecimento deve ser

maior na realidade.

Os resultados obtidos numericamente eram deslocamentos, por isso, para ser possível obter, tanto as velocidades, como as acelerações, foi necessário integra-los. Assim, recorreu-se a um filtro de média móvel de 100 pontos, dado ser o filtro mais fácil de utilizar e o melhor em termos de redução de ruído, enquanto mantém um bom nível de fiabilidade.

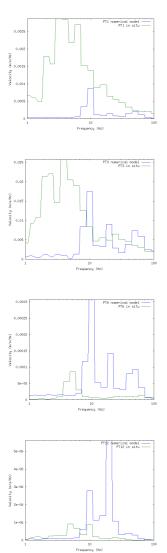


Figura 5. Análise de 1/3 de bandas de oitava dos resultados das velocidades obtidas numericamente, corrigidos por  $\frac{1}{\sqrt{(r)}}$ , e os resultados *in situ*. a) ponto 1; b) ponto 3; c) ponto 6; d) ponto 12.

Na Figura 5, utilizou-se uma análise de 1/3 de bandas de oitava, situação já adoptada por alguns autores com a mesma finalidade, nomeadamente, Ju, S. et al. (2004), Degrande, G. et al. (2006) e

Thompson, D. et al (2000).

Em primeiro lugar observa-se que, para baixas frequências, ocorre um maior amortecimento à medida que a distância à fonte aumenta. Considerando apenas os resultados numéricos, existe um máximo de 10 Hz que é superior ao máximo de 20 Hz, contudo, quando a distância à fonte aumenta o máximo de 20 Hz tende a aumentar, ultrapassando mesmo o de 10 Hz. É também possível observar que a maior diferença entre resultados se situa nas baixas frequências (para valores inferiores a 10 Hz). Essas diferenças tendem a reduzir-se e praticamente desaparecer quando a frequência toma valores superiores a 10 Hz. Uma vez mais, os resultados numéricos tendem a ter valores inferiores ou iguais, próximo da via, e tornam-se superiores, que os resultados in situ, quando a distância aumenta.

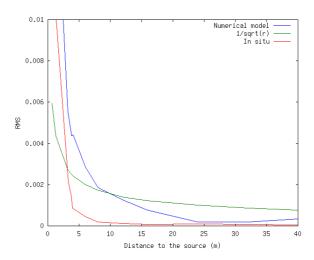


Figura 6. Valores RMS obtidos *in situ* versus valores RMS obtidos numericamente, corrigidos por

$$\frac{1}{\sqrt{(r)}}$$
, versus valores teóricos.

Para confirmar se a correcção aplicada aos valores numéricos surtiu o efeito desejado, na Figura 6 comparam-se os valores RMS (em relação à distância à fonte) dos resultados *in situ*, com os resultados numéricos. Além disso, comparam-se ainda esses valores com o valor teórico do amortecimento de ondas de Rayleigh, para uma

carga pontual, que é proporcional a 
$$\frac{1}{\sqrt{(r)}}$$
.

Os melhores resultados surgiram para distâncias à fonte inferiores a 5 m e superiores a 25 m, onde os valores são praticamente coincidentes.

A consideração adicional das irregularidades na geração de vibrações devido ao tráfego ferroviário tende a melhorar os resultados numéricos, uma vez que, tanto as irregularidades, como as cargas axiais, são as acções mais relevantes durante a passagem de um comboio.

Os modelos bidimensionais têm algumas limitações, especialmente em termos de geometrias e cargas aplicadas, contudo, são mais leves e simples de criar. Assim, neste trabalho mostrou-se que, fazendo algumas correcções nos resultados, obtêm-se os mesmos valores com um modelo mais simples que um tridimensional.

Os resultados numéricos são semelhantes para pontos próximos da fonte de excitação, porém, com o aumento da distância, a amplitude das vibrações *in situ* tendem a sofrer maior amortecimento que as que se obtêm numericamente.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barkan, D. (1962). "Dynamic of Bases and Foundations", McGraw-Hill.

Bornitz, G. (1931). "Über die Ausbreitung der von Groszkolbenmashinen Erzeugten Bodenschwingen in die Tiefe, Springler, Berlin, Germany.

Degrande, G., Schevenelsa, M., Chatterjeea, P., Veldea, W., Hölscherb, P., Hopmanb, V., Wangc, A., Dadkahd, N. (2006). "Vibrations due to a test train at variable speeds in a deep bored tunnel embedded in London clay ", Journal of Sound and Vibration, vol. 293, ed. 3-5, pp. 626-644.

Degrande, G., Schillemans, L. (2001). "Free field vibrations during the passage of a Thalys high-speed train at a variable speed", Journal of Sound and Vibration, vol. 247, ed. 1, pp. 131-144.

Esveld, C. (2001). ) - "Modern Railway Track", MRT-Productions.

Gupta, S., Liu, W., Degrande, G., Lombaert G., Liu, W. (2007). "Prediction of vibrations induced by underground railway traffic in Beijing", Journal of sound and vibration, vol. 310, ed. 3, pp. 608-630.

Hall, L. (2002) (2002). "Simulations and analyses of train-induced ground vibrations in finite element models", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol. 23, ed. 5, 403-413.

Heckl, M., Hauck, G., Wettschureck, R. (1996). "Structure-borne Sound and Vibration from Rail Traffic", Journal of Sound and Vibration, vol. 193, ed. 1, pp. 175-184.

Ju, S., Lin, H. (2004). "Analysis of train-induced vibrations and vibration reduction schemes above and below critical Rayleigh speeds by finite element method", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol. 24, ed. 12, pp. 993-1002.

Kenney (1954). "Steady-state vibrations of a beam on elastic foundation for moving load", Journal of Applied Mechanics, vol. 21, ed. 4, pp. 359-364.

Kim, D., Lee, J. (2000). "Propagation and attenuation characteristics of various ground vibrations", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol. 19, ed. 2, pp. 115-126.

Lamb, H. (1904). "On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid", Philosofical Transaction of the Royal Society, London, Serie A, vol. 203, pp. 1-42.

Marcelino, J. (2005). "Propagação e mitigação de vibrações de baixa frequência geradas por comboios de alta-velocidade", Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.

Nielsen, J. (2008). "High-frequency vertical wheel—rail contact forces. Validation of a prediction model by field testing", Wear, vol. 265, ed. 9-10, pp. 1465-1471.

Sheng, X., Jones, C., Thompson D. (2003). "A theoretical model for ground vibration from trains generated by vertical track irregularities", Journal of Sound and Vibration, vol. 272, ed. 3-5, pp. 937-965.

Thompson, D., Jones, C. (2000). A Review of the Modelling of Wheel Rail Noise Generation", Journal of Sound and Vibration, vol. 231, ed. 3, pp. 519-536.