

Simulação numérica da propagação de ondas regulares sobre um baixo esférico

Liliana Pinheiro¹, Conceição J.E.M. Fortes¹ e Paulo R.F. Teixeira²

¹Laboratório Nacional de Engenharia Civil, NPE/DHA, Av. do Brasil, 101, 1700-066 Lisboa, Portugal
e-mail: lpinheiro@lnec.pt, jfortes@lnec.pt <http://www.dha.lnec.pt/npe/portugues/actividade.html>

²Universidade Federal do Rio Grande, Escola de Engenharia, Av. Itália, km8, Campus Carreiros, 96201-900 Rio Grande, RS, Brasil e-mail: paloteixeira@furg.br, web: <http://www.furg.br>

Sumário

Nesta comunicação são aplicados dois modelos numéricos baseados em equações do tipo Boussinesq, BOUSSiiw (Pinheiro [1]) e COULWAVE (Lynett e Liu [2]), na simulação da propagação de ondas regulares sobre um baixo esférico localizado no fundo de profundidade constante (Chawla [3]). A propagação de ondas ao longo desta topografia envolve diversos fenómenos físicos como, por exemplo, a refração, a difracção, o emolamento, a dispersão não-linear. Por isso, constitui um óptimo teste para a validação e comparação dos modelos aqui apresentados. Recorrendo a parâmetros estatísticos, é efectuada primeiramente uma análise de sensibilidade dos resultados numéricos em relação à discretização espacial do domínio de cálculo e determinam-se os tempos de processamento correspondentes. Para o modelo COULWAVE, avalia-se também a influência do número de camadas verticais e do número de Courant. Finalmente, a análise das alturas significativas e dos espectros dos resultados numéricos e experimentais permite inferir sobre as potencialidades e limitações de cada modelo.

Palavras-chave: Propagação de ondas regulares, Modelação numérica, Modelos de Boussinesq, Métodos de diferenças finitas, Métodos dos elementos finitos, COULWAVE, BOUSSiiw

1 Introdução

Os modelos baseados nas equações estendidas de Boussinesq permitem uma descrição razoável da evolução das ondas em zonas de profundidade variável, onde os efeitos da refração, difracção e efeitos não-lineares afectam a propagação das ondas. Um exemplo deste tipo de modelos são o BOUSSiiw (*BOUSSinesq model with Internal Irregular Wave generation*, Pinheiro [1], e o COULWAVE, Lynett e Liu [2], ambos baseados em equações do tipo Boussinesq mas utilizando aproximações diferentes na sua dedução e na resolução numérica.

BOUSSiiw resolve as equações de Boussinesq estendidas deduzidas por Nwogu [4], válidas desde águas de profundidade intermédia a águas pouco profundas. Para a integração na vertical, foi admitido um perfil de velocidades tipo a uma profundidade pré-definida. O modelo permite simular a propagação não linear e dispersiva de ondas regulares ou irregulares tendo em conta alguns dos fenómenos mais importantes presentes nas regiões costeiras. O modelo usa o pacote SPRINT, Berzins *et al.* [5], para a integração temporal e o método de Galerkin com uma malha não estruturada de elementos finitos para a discretização espacial. Por seu lado, o modelo COULWAVE é um modelo de diferenças finitas que resolve as equações completamente não-lineares e dispersivas de Boussinesq. Para obtenção dessas equações, Lynett e Liu utilizaram o conceito de “*multi-layer*” (multi-camada) em que a coluna de água é dividida em várias camadas. A precisão do modelo assim desenvolvido depende do número de camadas que se considera permitindo a sua utilização em águas muito profundas.

Face ao modelo BOUSSiiw, COULWAVE permite simular um leque maior de fenómenos intervenientes na transformação da onda tais como a refração devida às correntes, espraiamento (*run-up*) e dissipação de energia por rebentação da onda. No entanto, o modelo BOUSSiiw, apresenta um maior potencial na aplicação a zonas portuárias ou confinadas com fronteiras irregulares pois a malha de elementos finitos e a consideração de diversos coeficientes de reflexão ao longo da fronteira permite uma simulação mais adequada da reflexão das ondas do que o que acontece com o modelo COULWAVE. Com efeito, COULWAVE não considera condições de reflexão parcial.

É, no entanto, de salientar que o modelo BOUSSiiw ainda se encontra numa fase de validação, pelo que a sua aplicação a casos de estudo para os quais existam resultados experimentais e/ou resultados de modelos

numéricos mais aperfeiçoados é de extremo interesse. Neste âmbito, para analisar o desempenho do modelo BOUSSiww, decidiu-se aplicá-lo ao caso de teste de simulação da propagação de ondas (regulares) sobre um baio circular num fundo de profundidade constante. Trata-se de um caso de teste bastante complexo, dado que intervêm um conjunto de fenómenos que alteram significativamente as características da onda. Este caso foi estudado em modelo físico por Chawla [3], pelo que existem resultados experimentais disponíveis para a verificação do modelo. O modelo COULWAVE também será aplicado de modo a se comparar o desempenho do modelo BOUSSiww face a outro modelo numérico mais aperfeiçoado.

Nas próximas secções, apresentar-se-ão sucintamente as características gerais dos modelos BOUSSiww e COULWAVE. De seguida, serão descritas as condições dos ensaios em modelo físico e em modelo numérico admitidas bem como os parâmetros estatísticos admitidos para efectuar a comparação de resultados numéricos e experimentais. Proceder-se depois ao cálculo dos tempos de processamento e dos erros em relação aos resultados experimentais: a) para diferentes tamanhos da malha, em ambos os modelos; b) para diferente número de camadas verticais e do número de Courant, no caso do COULWAVE. Depois de discutir a comparação dos resultados numéricos e experimentais são apresentadas as principais conclusões obtidas neste trabalho.

2 Os modelos numéricos

2.1 O modelo BOUSSiww

BOUSSiww resolve as equações de Boussinesq estendidas deduzidas por Nwogu [4], válidas desde águas de profundidade intermédia a águas pouco profundas, e é um modelo indicado para a propagação de ondas não lineares e dispersivas pois permite reproduzir alguns dos processos mais importantes presentes em regiões costeiras de média a baixa profundidade: a difracção, a refracção, a reflexão, o empolamento, as interações não-lineares entre ondas. Para a integração na vertical, foi admitido um perfil de velocidades tipo integrado numa profundidade pré-definida. O modelo usa o pacote SPRINT, Berzins *et al.*[5], para a integração temporal e o método de Galerkin com uma malha não estruturada de elementos finitos para a discretização espacial. As malhas de elementos finitos são geradas com o gerador automático GMALHA, Pinheiro *et al.* [6], especialmente criado para modelos de propagação de ondas marítimas. Para uma dada zona costeira, GMALHA gera, a partir da fronteira e da batimetria dessa zona, uma malha optimizada (uniformidade dos elementos, ângulos internos e valências dos nós), sujeita a um refinamento local condicionado pelo número de pontos por comprimento de onda. A malha é renumerada de modo a minimizar a largura de banda das matrizes, o que é de grande vantagem para o método de resolução de equações.

Para a geração das ondas (regulares e irregulares) no domínio encontra-se implementada uma condição de geração no interior do domínio por intermédio de uma função fonte, segundo o procedimento de Wei *et al.* [7]. Esta condição permite não só a geração das ondas mas também que as ondas reflectidas nas fronteiras físicas do domínio e que se propagam na direcção da fonte, possam ser absorvidas evitando a sua permanência no domínio e consequente adulteração das características das ondas.

Este modelo foi desenvolvido para aplicações a uma e duas dimensões (em planta), permitindo obter resultados da elevação da superfície livre e da velocidade horizontal (representativa) em cada ponto do domínio de aplicação.

2.2 O Modelo COULWAVE

O modelo COULWAVE, Lynett e Liu [2], é um modelo de diferenças finitas para a propagação de ondas fortemente não-lineares (a razão entre a amplitude da onda e a profundidade pode ser da ordem até 1) e dispersivas, em zonas de profundidade variável. As equações do modelo, do tipo de Boussinesq, são deduzidas a partir da integração em profundidade das equações de continuidade e movimento, utilizando o conceito de camadas múltiplas (*multi-layer*). Em cada camada, admite-se um dado perfil de velocidades. Com estes perfis de velocidade que coincidem na fronteira entre camadas, é deduzido um conjunto de equações que permite estender a aplicabilidade do modelo a águas muito profundas e apresentar características lineares até $kh \sim 8$ e um comportamento não-linear de 2ª ordem até $kh \sim 6$.

A resolução das equações referidas é semelhante à formulação apresentada por Wei *et al.* [7] utilizando um esquema predictor-corrector de Adams-Bashforth. O esquema de diferenças finitas consiste num esquema explícito de Adams-Bashforth de 3ª ordem no tempo para o passo predictor e implícito de 4ª ordem no tempo para o passo corrector. Para as derivadas espaciais de primeira ordem são utilizadas diferenças finitas centrais com uma precisão de 4ª ordem. As derivadas espaciais e temporais de ordem superior são efectuadas com uma precisão de 2ª ordem, através de esquemas centrados de três pontos. O modelo é formalmente preciso até Δt^4 em tempo de Δx^4 em espaço.

Para as fronteiras exteriores, dois tipos de condições são aplicadas: reflexão total e radiação. No primeiro caso utiliza-se a metodologia de Wei *et al.* [7] enquanto que para a radiação ou condição de fronteira aberta, um esquema de fronteira absorvente (sponge layers), de acordo com Kirby *et al.* [8] é usado.

Lynett e Liu [2] e [9] introduziram termos adicionais nas equações de modo a ter em conta o atrito de fundo, a rebentação de ondas, a geração de ondas no interior do domínio. Os dados de entrada do modelo COULWAVE encontram-se explicados em Lynett e Liu [2] e alguns dos resultados fornecidos pelo modelo constam das séries temporais e espaciais da elevação da superfície livre e velocidades horizontais nos pontos do domínio definidos pelo utilizador.

3 Aplicação numérica

Neste trabalho são apresentadas simulações numéricas da propagação de ondas sobre um baixio esférico, estudado por Chawla [3], efectuadas com os modelos COULWAVE e BOUSSiiw. Chawla estudou alguns casos da propagação de ondas monocromáticas e irregulares sobre um baixio de sector de esfera através de modelação física e numérica, utilizando no último caso os modelos parabólicos de refração-difracção.

Na Figura 1 define-se a geometria dos casos de teste e a localização das secções onde foram efectuadas medições. As dimensões do tanque são de 20x18.2 m e as profundidades máxima e mínima são 0.45 m e 0.08 m, respectivamente. O centro do baixio está localizado nas coordenadas $x=5.0$ m e $y=8.98$ m, resultando em uma profundidade mínima no topo de 0.08 m. O baixio consiste em parte de uma esfera, de raio igual a 9.1 m, seccionado pelo fundo plano de profundidade 0.45 m, de tal forma que a circunferência de intersecção do fundo com a esfera é dada pela equação:

$$(x-7)^2 + (y-8.98)^2 = 2.57^2. \quad (1)$$

A equação que descreve a batimetria dentro do limite dessa circunferência fica

$$z = -9.18 + \sqrt{8.98^2 - (x-7)^2 - (y-8.98)^2}, \quad (2)$$

sendo que as coordenadas apresentadas nas equações (1) e (2) estão em metros e a coordenada z tem origem na superfície livre em repouso.

Os casos estudados neste trabalho correspondem aos testes 1, 2 e 3 propostos por Chawla [3]. Na Tabela 1 indicam-se as características das ondas e os parâmetros kh para a onda fundamental e para a 2ª e 3ª harmónicas. Observa-se que, mesmo para o teste 2, que apresenta uma maior altura de onda, não se verifica o fenómeno da rebentação. Os parâmetros kh indicam que os modelos podem representar os fenómenos de transformação das ondas, embora as segundas harmónicas apresentem valores elevados para os modelos do tipo Boussinesq, principalmente nos casos 1 e 2.

Tabela 1 – Características das ondas geradas.

Teste	H(m)	T(s)	L(m)	kh ⁽¹⁾	kh ⁽²⁾	kh ⁽³⁾
1	0.0195	0.75	0.875	3.21	12.85	51.41
2	0.04	0.75	0.875	3.21	12.85	51.41
3	0.0233	1	1.490	1.90	7.25	16.63

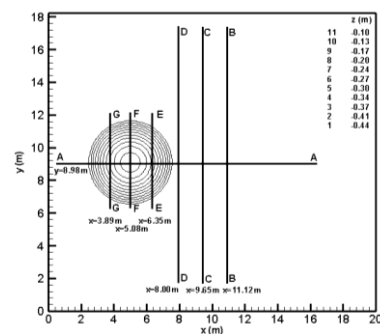


Figura 1 - Configuração geométrica do tanque.

Nas próximas secções, apresentam-se os parâmetros usados nos modelos, as análises de sensibilidade dos modelos (para o teste 3), os resultados numéricos para todos os testes e as comparações entre os resultados numéricos e os experimentais. Com ambos os modelos numéricos, todos os cálculos foram efectuados numa estação de trabalho LINUX CORVUS com quatro processadores AMD Opteron™ 265 de 2GHz e com 8GB de memória RAM.

3.1 Parâmetros estatísticos de análise de sensibilidade dos modelos

Para a comparação de resultados numéricos dos modelos BOUSSiiw e COULWAVE com resultados experimentais, são considerados, nesta comunicação, três parâmetros estatísticos.

São eles o índice de concordância, ic [10], o erro médio quadrático ($RMSE$) e o erro médio absoluto ($bias$), dados pelas equações:

$$ic = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - x_i|^2}{\sum_{i=1}^n (|y_i - \bar{x}| + |x_i - \bar{x}|)^2}, \quad rmse = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2}{n}}, \quad bias = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - x_i)}{n} \quad (3)$$

onde x_i são os valores experimentais (referência), y_i são os valores dos modelos numéricos, \bar{x} é a média do valor experimental e n é o número de pontos. O índice de concordância varia de zero a um, sendo que quanto maior é o valor, maior é a concordância dos valores numéricos com os experimentais.

Nesta comunicação, tomaram-se as alturas ao longo da secção longitudinal (A-A) do domínio para efectuar as análises de sensibilidade dos resultados, porque ao longo dessa secção ocorrem os fenómenos mais importantes na propagação da onda.

3.2 Análise de sensibilidade

3.2.1 Modelo BOUSSiiv

Nesta secção é feita uma análise de sensibilidade para o modelo BOUSSiiv, comparando-se as soluções numéricas obtidas para diferentes tamanhos de malhas para os testes 2 e 3. O domínio de cálculo e a batimetria considerados nos cálculos efectuados com o modelo BOUSSiiv são os indicados na Figura 2. Na Figura 2b ilustra-se a localização das zonas absorventes e da zona de geração das ondas. A zona de geração da onda localiza-se na ordenada $y = 3$ m e tem uma largura de 0.89 m. Em todas as fronteiras do domínio consideraram-se condições de fronteira de reflexão total e colocaram-se duas zonas absorventes (*sponge layers*) no início e no fim do domínio. As zonas absorventes têm uma largura de 1.78 m.

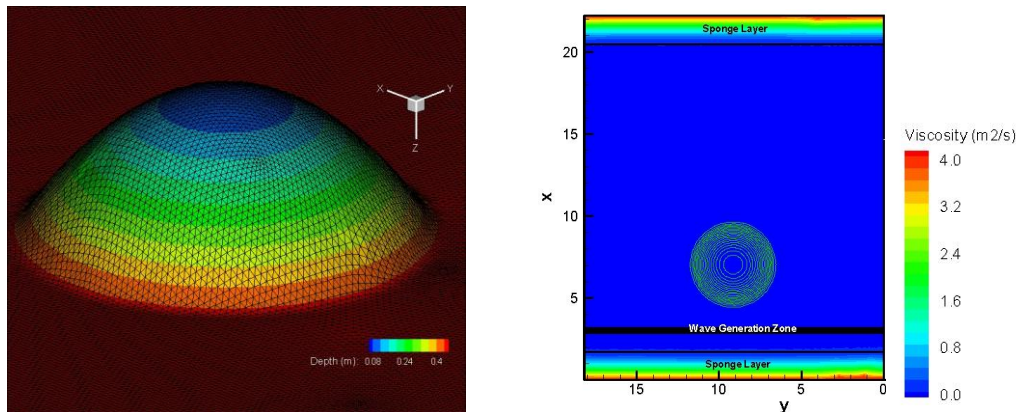


Figura 2. a) Perspectiva 3D da malha C sobre o baioio. b) Linha de geração das ondas e das zonas absorventes.

A Tabela 2 apresenta as características das malhas utilizadas para a análise de sensibilidade dos testes 2 e 3. Foram geradas 5 malhas distintas desde cerca de 18 000 pontos até cerca de 300 000 pontos, o que corresponde a uma média de 5 a 21 pontos por comprimento de onda (λ) para um período de $T = 0.75$ s. As larguras de banda variam entre 187 e 744. Quanto à qualidade das malhas, entre 86% e 99.96% dos elementos são considerados óptimos (isto é, os seus nós têm uma valência óptima de 6).

Tabela 2 – Modelo BOUSSiiv. Características das malhas de elementos finitos

Malha	Nº pontos	Nº elementos	Largura de banda	Nº médio pontos/ λ		Nº mínimo pontos/ λ	
				T=0.75s	T=1.00s	T=0.75s	T=1.00s
A	18169	35840	187	5	11	3	7
B	31204	61910	290	7	16	3	7
C	72140	143286	376	10	24	6	14
D	144207	287388	709	16	37	8	18
E	287614	573242	744	21	48	11	25

O passo de tempo utilizado foi de 0.01s, sendo que o tempo total de simulação para todos os casos foi de 40 s. A partir das séries de elevação da superfície livre numéricas e experimentais, foram calculados os valores da altura de onda significativa (HS). Procedeu-se, depois, à determinação dos valores do índice de agitação significativa (relação entre a altura de onda significativa num ponto do domínio e a altura de onda incidente).

Os gráficos da Figura 3 mostram os índices de agitação significativa obtidos na secção A-A para todas as malhas, para os testes 2 e 3. A Figura 4 mostra uma comparação dos parâmetros estatísticos, ic , $RMSE$ e $bias$, que caracterizam as diferenças em relação aos resultados experimentais, e o tempo de processamento ($tcpu$) obtidos pelas diferentes malhas.

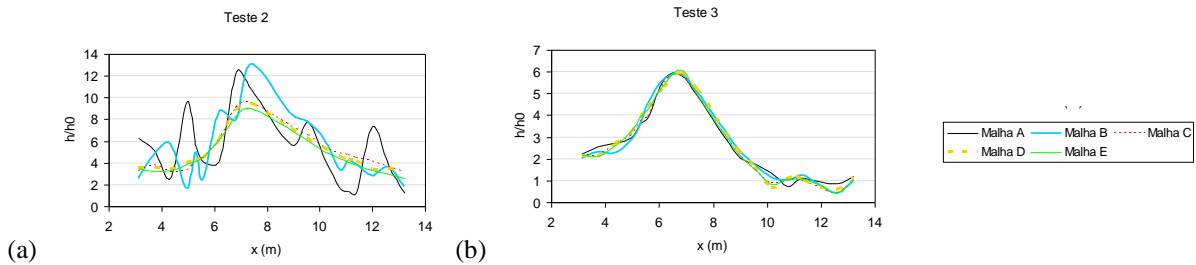


Figura 3 – Modelo BOUSSiiw. Índices de agitação para as malhas nos testes (a) 2 e 3 (b).

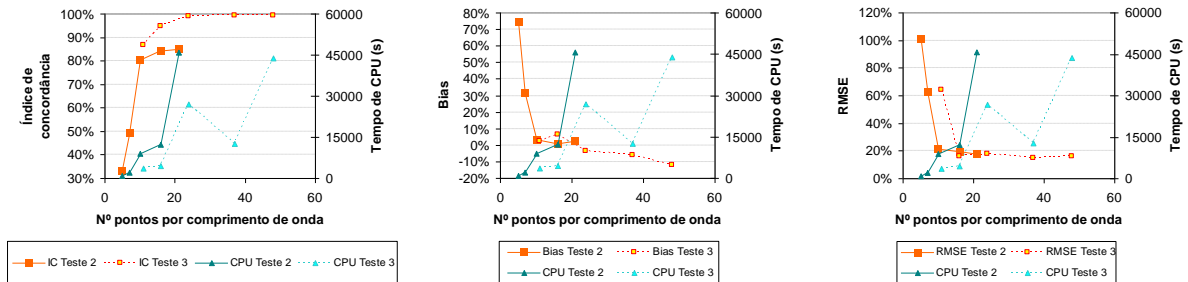


Figura 4 – Modelo BOUSSiiw. Parâmetros estatísticos vs tempo de CPU para os testes 2 e 3.

No teste 3, observa-se que, a partir da malha C, as diferenças nos resultados numéricas são pouco significativas o que é comprovado pelos parâmetros estatísticos apresentados na Tabela 3.

No teste 2, mais exigente que o teste 3 (maior não linearidade) apenas a partir da malha D é que os resultados são considerados satisfatórios, pelo que se pode concluir que o modelo BOUSSiiw requer um mínimo de 6 e em média 10 pontos por comprimento de onda para se obter resultados credíveis. No entanto, só a partir de um mínimo de 8 e em média 16 pontos por comprimento de onda é que os resultados são mais precisos (Malha D). Considerando o menor tempo de processamento necessário para obter uma precisão razoável de resultados, conclui-se que pode-se usar as condições da malha D para simular os outros testes.

3.2.2 Modelo COULWAVE

Nesta secção, é feita uma análise de sensibilidade dos resultados do modelo COULWAVE à variação do número de camadas verticais, ao tamanho da malha computacional e ao número de Courant. Foi escolhido o caso de teste 3 pois era o que estava associado a um tempo de cálculo significativamente inferior. São analisados os resultados de altura da onda na secção A-A e os parâmetros estatísticos (*ic*, *RMSE* e *bias*) e o tempo de CPU (*cpu*).

O domínio computacional do modelo COULWAVE é bidimensional, com 20x9.1m. Com efeito, dadas as características simétricas do exemplo em questão em relação ao centro do baio, apenas se considerou metade do domínio de cálculo da Figura 1, para diminuir o esforço computacional envolvido. A discretização da batimetria foi fornecida com um espaçamento de $dx=0.05$ m. O próprio modelo gera uma malha de diferenças finitas com base num número mínimo de pontos por comprimento de onda dado pelo utilizador. A função fonte (geração de ondas) foi colocada na posição $x=4$ m e foram impostas as condições de agitação de ondas regulares sinusoidais indicados na Tabela 1. Colocaram-se duas zonas absorventes nos extremos do domínio com um comprimento de onda. Foi considerado o atrito com o fundo. Para os restantes parâmetros do COULWAVE adoptaram-se os valores sugeridos pelo manual, Lynett e Liu [2]. O tempo total de cálculo foi de 50 s.

Primeiramente, foi feita a análise de sensibilidade em relação ao número de camadas verticais. Testaram-se 1, 2 e 3 e 4 camadas. Em todos os casos, foi utilizado um número de Courant igual a 0.2 e 30 pontos por comprimento de onda. Verificou-se que para 3 e 4 camadas o modelo numérico não convergia. Na Figura 5a apresentam-se os índices de agitação, obtidos para a secção A-A para uma e duas camadas. A Tabela 3 mostra uma comparação dos parâmetros estatísticos *ic*, *RMSE* e *bias*, com respeito aos resultados experimentais, e o tempo de processamento (*cpu*) obtidos usando uma e duas camadas.

Nota-se que o uso de duas camadas, neste caso, não alterou consideravelmente os resultados em relação aos obtidos com uma camada. Esta constatação está mostrada tando no gráfico da Figura 5a, quanto nos três parâmetros estatísticos apresentados na Tabela 3. A razão dessas respostas, possivelmente, seja pelos bons resultados obtidos pelo COULWAVE já com uma camada, uma vez que o parâmetro kh para este teste está ainda na sua validade (ver Tabela 1). Além dos bons resultados obtidos com o uso de uma camada, o custo computacional mais baixo, mostrado na Tabela 3, permite concluir esta condição para simular os testes 1 e 2.

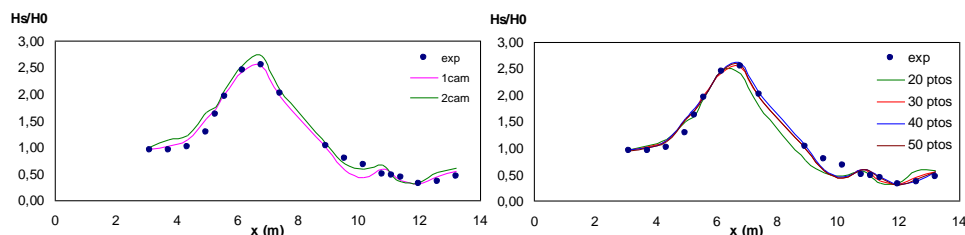


Figura 5 – Modelo COULWAVE. Índice de agitação no teste 3 para diferentes (a) camadas e (b) N. Pontos /Lo.

(a) Tabela 3 – Modelo COULWAVE. Parâmetros estatísticos para o teste 3 para 1 ou 2 camadas verticais.

N ^o cam.	<i>ic</i>	<i>bias</i>	<i>RMSE</i>	<i>tcpu</i> (s)
1	0.995	0.0221	0.119	3h 24min
2	0.991	0.1027	0.158	7h 11min

Para determinar o número de pontos por comprimento de onda adequado para este teste usando uma única camada na vertical, é feita uma série de simulações com 20, 30, 40 e 50 pontos por comprimento e comparados os resultados e tempo de processamento. A Figura 5b apresenta os índices de agitação significativa para os quatro casos e são comparados com os valores experimentais ao longo da seção A-A. Também, a Tabela 4 mostra os parâmetros estatísticos de cada situação. Observa-se que melhora consideravelmente os resultados aumentando o número de pontos de 20 para 30. A partir de 30 pontos por comprimento de onda, os resultados são muito semelhantes entre si, concluindo-se que, neste caso, 30 pontos são suficientes para discretizar adequadamente o domínio.

Tabela 4 – Modelo COULWAVE. Teste 3. Parâmetros estatísticos para diferentes N. pontos /Lo.

N ^o ptos/comp	<i>ic</i>	<i>bias</i>	<i>RMSE</i>	<i>tcpu</i>
20	0.993	-0.012	0.149	1h 11min
30	0.995	0.022	0.119	3h 24min
40	0.995	0.038	0.115	7h
50	0.995	0.025	0.118	19h

Finalmente, analisaram-se os resultados do modelo numérico à variação do número de Courant. Considerando 30 pontos por comprimento de onda, simularam-se valores de número de Courant desde 0.1 a 0.5. A Tabela 5 mostra os parâmetros estatísticos de cada situação. Observa-se que não existe grande influência do número de Courant nos resultados do modelo excepto em termos do tempo de processamento, que diminui significativamente com o aumento daquele parâmetro. Neste caso um número de Courant de 0.5 é suficiente. Das análises efectuadas, verificou-se que para este teste um número de pontos por comprimento de onda de 30 associado a um número de Courant de 0.5 é suficiente. Como este caso não é o mais não linear, decidiu-se nos outros testes considerar também 30 pontos mas associado a 0.2.

Tabela 5 – Modelo COULWAVE. Parâmetros estatísticos para o teste 3 para diferentes números de Courant.

N ^o Courant	<i>bias</i>	<i>RMSE</i>	<i>ic</i>	<i>tcpu</i>
0.1	0.0219	0.1186	0.9929	6h 27 min
0.2	0.0221	0.1191	0.9928	3h 17 min
0.3	0.0221	0.1188	0.9929	2h 40 min
0.4	0.0222	0.1189	0.9929	2h 06 min
0.5	0.0225	0.1191	0.9928	1h 30 min
0.6	0.0227	0.1190	0.9929	1h 19 min

4 Apresentação e análise de resultados

Uma vez estabelecidos no anterior capítulo os melhores parâmetros a considerar nos cálculos dos modelos BOUSSiiw e COULWAVE, são apresentadas a seguir as comparações dos resultados dos modelos numéricos com os experimentais para os três testes. São usados os parâmetros estatísticos *ic*, *bias* e *RMSE* para quantificar as diferenças das alturas de onda significativas para todas as secções. São apresentados também os espectros de energia obtidos pelos modelos numéricos para três sondas localizadas na secção A-A.

4.1 Altura de onda significativa

Na Figura 6, Figura 8 e Figura 10 apresentam-se as alturas significativas obtidas pelos modelos BOUSSiiw e COULWAVE e os valores experimentais nas secções A-A a G-G, para os testes 1, 2 e 3, respectivamente. Os parâmetros estatísticos de comparação entre os modelos para os três testes estão indicados nas Figura 7, Figura 9 e Figura 11.

Em termos gerais, e para todos os testes, os modelos numéricos conseguem reproduzir bastante bem o andamento e a ordem de grandeza dos resultados experimentais. Com efeito, ambos os modelos numéricos conseguem simular o empolamento da onda na zona do baixio e após este, e depois o decréscimo da altura da onda, como se pode constatar na secção A-A. Verifica-se também nas outras secções um acompanhamento bastante razoável dos valores numéricos aos valores experimentais, embora existam maiores diferenças na zona após o baixio. Apesar dos modelos numéricos envolvidos terem formulações diferentes, onde o COULWAVE é totalmente não-linear e dispersivo ao contrário de BOUSSiiw que é fracamente não-linear, os resultados obtidos por ambos modelos são muito semelhantes. De notar que as secções B-B, C-C, D-D estão a jusante do baixio, logo, são locais onde a onda apresenta uma não-linearidade maior. Nessas secções, os modelos apresentam os piores índices. Nas secções F-F e G-G verifica-se que o índice de concordância tem valores mais baixos o que pode ser devido ao baixo número de pontos de medição.

Especificamente, no que se refere ao teste 1, (ver Figura 6 e Figura 7), na maioria das secções, os modelos tem tendência a subestimar as alturas de onda. O gráfico do parâmetro *bias* mostra claramente esta tendência. Apenas na secção F-F e G-G é que o modelo COULWAVE sobrestimou os resultados mais significativamente. O *RMSE* é baixo nas secções E-E a G-G mas atinge valores bastante elevados na secção B-B. Os resultados, tanto para o COULWAVE como para o BOUSSiiw, têm um índice de concordância acima de 0.7, com excepção da secção B-B, C-C (só BOUSSiiw), G-G.

Da análise do teste 2 (Figura 8 e Figura 9), pode observar-se que ambos os modelos conseguiram reproduzir bem as alturas de onda em todas as secções, mas claramente o modelo COULWAVE tem uma maior concordância com os resultados experimentais. Tal pode ser confirmado com base no *RMSE* e no índice de concordância. Em relação ao *bias*, os modelos apresentam um comportamento diferente consoante a secção. Nas secções BB CC e DD o modelo COULWAVE subestima os valores enquanto que o modelo BOUSSiiw sobrestima. Nas restantes secções acontece o inverso. Na secção A-A ambos os modelos subestimam os valores experimentais. O *RMSE* é inferior ao do teste 1 e nunca ultrapassa os 0.4. O índice de concordância é sempre superior a 0.7 em todas as secções para ambos os modelos com excepção da secção B-B para o modelo BOUSSiiw e G-G para o modelo COULWAVE.

Da análise do teste 3 (Figuras 10 e 11), o BOUSSiiw apresenta uma tendência de sobre-estimação de alturas significativas para todas as secções, destacando-se a secção A-A. O gráfico do parâmetro *bias* mostra claramente esta tendência. Os resultados, tanto para o COULWAVE como para o BOUSSiiw, têm um índice de concordância acima de 0.9, com excepção da secção G-G, transversal à direcção da onda e na parte frontal do baixio, onde os índices foram muito baixos. O maior *RMSE*, atingido pelos dois modelos, ocorreu na secção D-D, não excede 0.25, logo a jusante do baixio, onde se espera uma transformação considerável da onda. Possivelmente, isto se deve a dificuldade dos modelos de representar as harmónicas mais elevadas presentes nessa região. . Claramente se verifica que ambos os modelos conseguiram reproduzir com maior precisão o teste 3 do que o teste 2 e principalmente o teste 1. Note-se que o teste 3 é o menos não linear dos testes aqui simulados. Verificou-se também que o modelo COULWAVE apresenta melhores resultados do que BOUSSiiw, mas a diferença não é assim tão significativa atendendo a que aos resultados experimentais também está associada uma margem de erro. Este aspecto tem de ser ponderado em conjunto com o tempo de processamento o qual para COULWAVE é significativamente superior ao de BOUSSiiw.

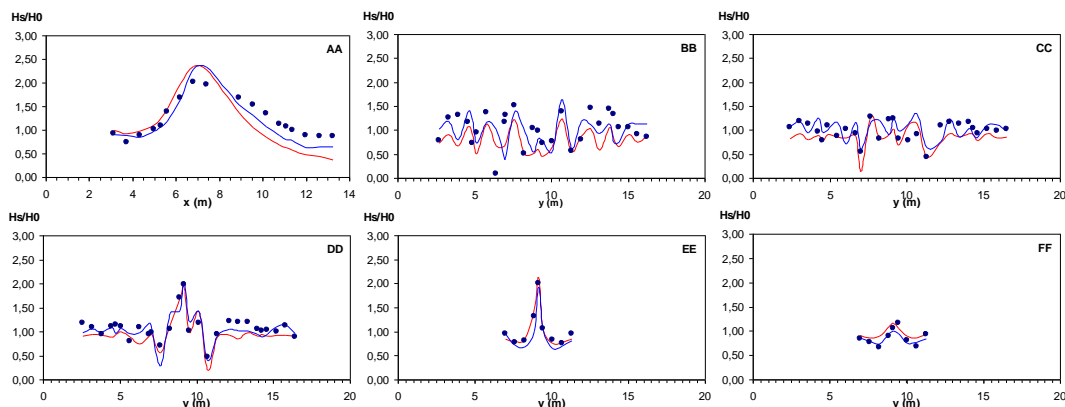


Figura 6 – Teste 1. Secção A-A a G-G. Índices de agitação. Valores experimentais (pontos a preto) e numéricos do BOUSSiiw (azul), COULWAVE (vermelho).

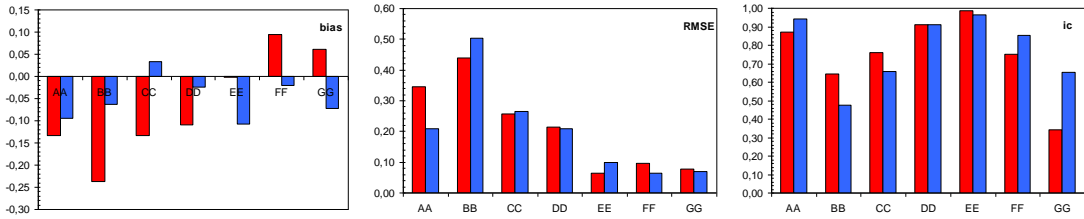


Figura 7 – Teste 1. Secção A-A a F-F. Parâmetros estatísticos dos modelos numéricos BOUSSiww (azul), COULWAVE (vermelho). (a) *bias*, (b) *RMSE*, (c) *ic*.

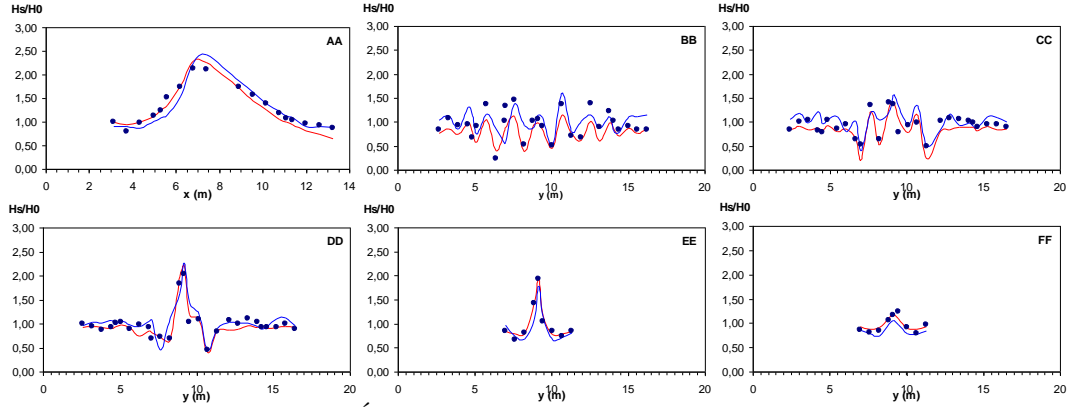


Figura 8 – Teste 2. Secção A-A a F-F. Índices de agitação. Valores experimentais (pontos a preto) e numéricos do BOUSSiww (azul), COULWAVE (vermelho).

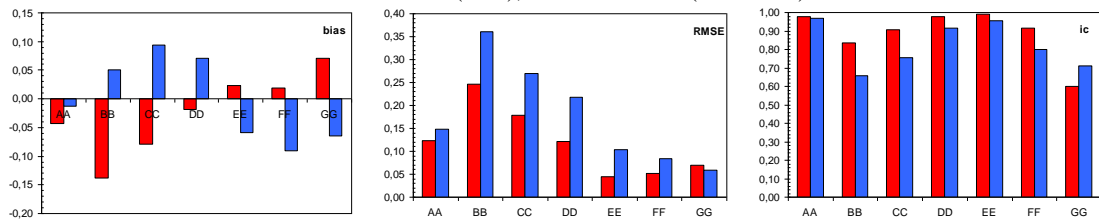


Figura 9 – Teste 2. Secção A-A a G-G. Parâmetros estatísticos para os modelos BOUSSiww (azul), COULWAVE (vermelho). (a) *bias*, (b) *RMSE*, (c) *ic*.

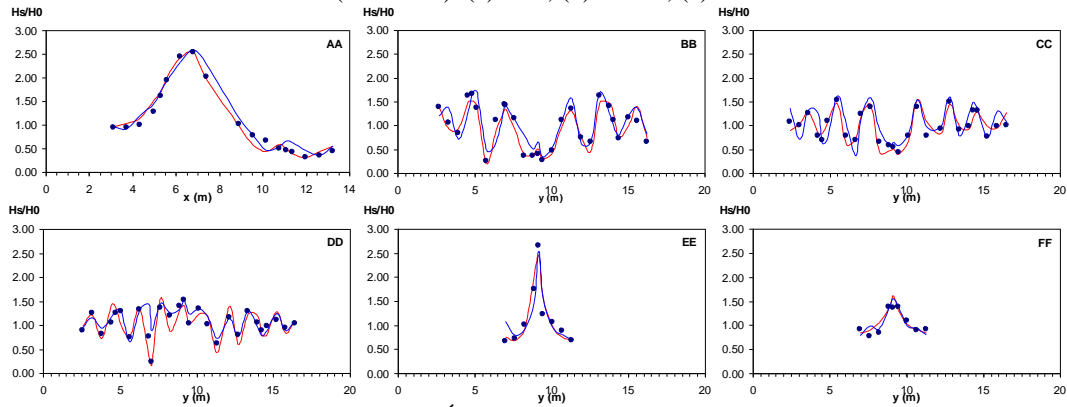


Figura 10 – Teste 3. Secção A-A a F-F. Índices de agitação. Valores experimentais (pontos a preto) e numéricos do BOUSSiww (azul), COULWAVE (vermelho).

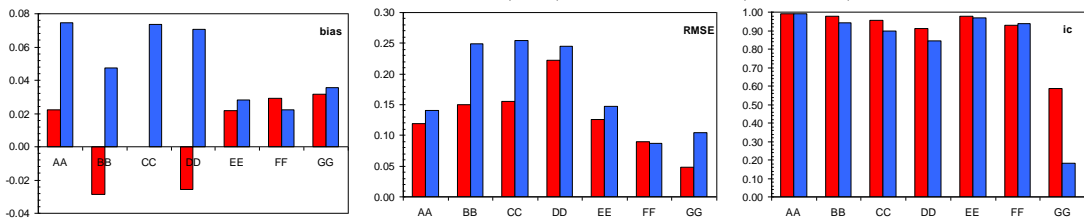


Figura 11 – Teste 3. Secção A-A a G-G. Parâmetros estatísticos para os modelos numéricos BOUSSiww (azul), COULWAVE (vermelho). (a) *bias*, (b) *RMSE*, (c) *ic*.

4.2 Espectros de energia

Nesta secção são analisados os espectros de energia obtidos pelos modelos em três sondas localizadas na secção longitudinal A-A para os três testes analisados (Figura 12 a Figura 14). Elas estão nas posições $x = 3.12$ m, 7.42 m e 8.915 m, denominadas de sondas 1, 9 e 10, respectivamente. A sonda 1 está a montante do baixio, enquanto que as outras duas localizam-se a jusante do mesmo.

Observa-se que os espectros obtidos pelos dois modelos apresentam as harmónicas nas frequências esperadas e são muito semelhantes entre si. Para todos os casos a harmónica mais alta presente significativamente é a 2^a, identificada com maior intensidade na sonda 9. Isto se justifica porque esta sonda está mais próxima do baixio e a jusante, onde se espera uma não-linearidade maior. O teste 2 mostrou a presença de harmónicas mais altas com maior intensidade, que pode-se explicar pelas características da onda incidente, onde a altura é a maior dos casos ($H = 0.04$ m) e pelo período menor que o do teste 3. Uma vez que ambos os modelos são baseados em equações de Boussinesq, eles estão limitados a valores de kh relativamente baixos. Portanto é difícil que os modelos consigam simular as terceiras harmónicas pois estas têm valores de kh da ordem de 16 a 50, ver Tabela 1.

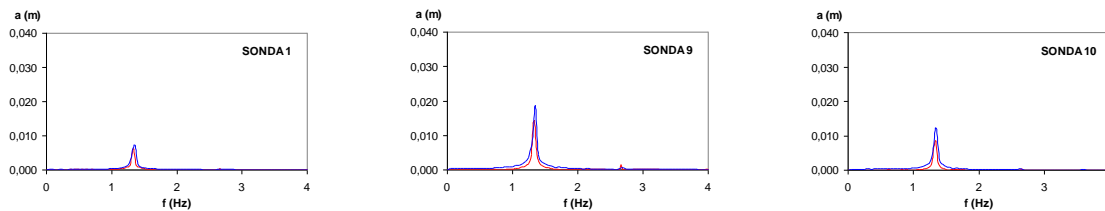


Figura 12 – Espectros de energia obtidos pelos modelos COULWAVE e BOUSSiiw para o teste1

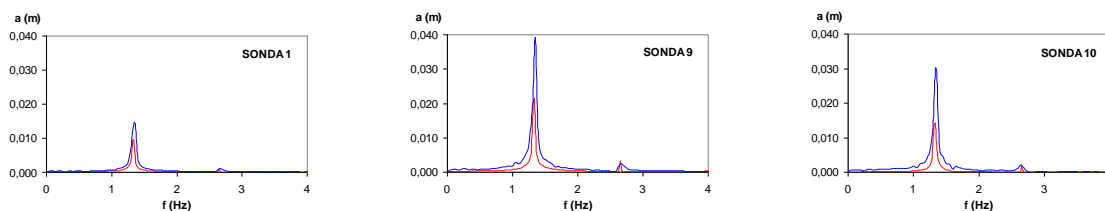


Figura 13 – Espectros de energia obtidos pelos modelos COULWAVE e BOUSSiiw para o teste2

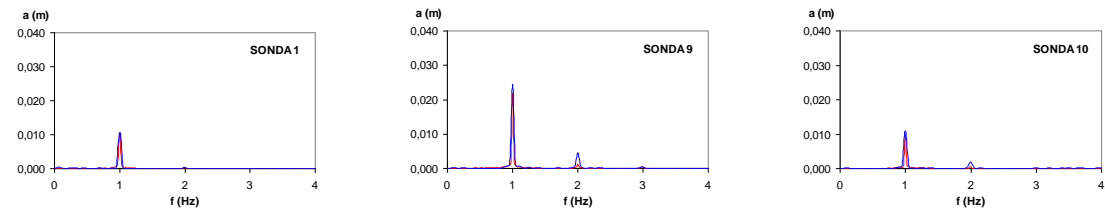


Figura 14 – Espectros de energia obtidos pelos modelos COULWAVE e BOUSSiiw para o teste3

5 Conclusões

Nesta comunicação, descreveu-se a aplicação dos modelos numéricos BOUSSiiw e COULWAVE na simulação de três testes de propagação de ondas sobre um baixio circular que se encontra num fundo de profundidade constante. Os valores dos índices de agitação dos modelos numéricos foram comparados com os resultados dos ensaios em modelo físico (Chawla [3]). Em cada modelo foram feitas análises de sensibilidade para determinar as discretizações espaciais mais adequadas para simular os problemas propostos assim como alguns parâmetros do modelo COULWAVE. Os parâmetros estatísticos erro médio absoluto (*bias*), erro médio quadrático (*RMSE*) e índice de concordância (*ic*) foram utilizados para quantificar essas comparações.

A análise de sensibilidade feita para o BOUSSiiw baseou-se na variação do tamanho da malha sobre o domínio. Após as simulações, definiu-se a malha que proporcionou o menor custo computacional com bons resultados. Para o COULWAVE, a análise de sensibilidade foi feita, primeiramente, pela variação do número de camadas verticais. Considerando que o uso de duas camadas verticais consome o dobro de tempo de CPU em acção ao uso de uma, e que os resultados obtidos com uma camada foram bastante bons, adoptou-se apenas uma camada vertical para as simulações. Também foram variadas as discretizações espaciais em termos de número de pontos por comprimento de onda, constatando-se que 30 pontos eram suficientes para modelar adequadamente os problemas. A influência do número de Courant nos resultados numéricos não é significativa e apenas se traduz num aumento significativo do tempo de cálculo, neste caso de teste.

No que se refere a modelagem dos três testes, os resultados mostraram que os modelos simulam de forma muito razoável a maioria das transformações das características das ondas ao longo da sua propagação. Verifica-se que, numa forma geral, os resultados dos modelos apresentam um andamento semelhante aos dos resultados experimentais. O modelo BOUSSIIW apresentou, de forma geral, muito bons resultados, embora seja introduzida uma difusão numérica artificial para controlar as oscilações numéricas. Para o teste 2 e 3 o modelo COUWLAVE apresentou melhores resultados mas as diferenças face a BOUSSIIW não são significativas. É de se destacar o baixo custo computacional do BOUSSIIW em relação ao COUWLAVE, mostrando o seu potencial no tratamento de problemas da engenharia portuária e costeira, cujas características envolvem largas áreas de estudo. Ambos os modelos apresentaram espectros nos quais as harmónicas aparecem nas frequências esperadas. De forma geral, o BOUSSIIW apresenta maior energia nas harmónicas em relação ao COUWLAVE e ambos captaram visivelmente até à segunda harmónica em todos os casos.

De modo a melhorar a precisão do modelo BOUSSIIW e o controle das oscilações espúrias, é objectivo de trabalho futuro a implementação de uma interpolação mista onde as velocidades são interpoladas quadraticamente e a superfície livre é interpolada linearmente (este esquema pode levar a melhoramentos significativos no controlo da ocorrência de oscilações numéricas). A inclusão da rebentação no modelo também constitui um desenvolvimento futuro do modelo BOUSSIIW para alargar as suas potencialidades de aplicação em casos reais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem também o financiamento da FCT através de PTDC/ECM/67411/2006 e PTDC/ECM/73145/2006 e o financiamento do projecto de pós-doutoramento CAPES: EPDE/CAPES/0857/08-4. Este trabalho insere-se no convénio LNEC-FURG.

REFERÊNCIAS

- [1] Pinheiro, L. (2007) Um método de elementos finitos para a discretização das equações de Boussinesq estendidas. Tese de mestrado. Engenharia Mecânica, IST.
- [2] Lynett P, Liu PL-F (2004) “Modelling wave generation, evolution and interaction with Depth-Integrated, Dispersive Wave equations. COUWLAVE Code Manual. Cornell Univ. Long Inter. Wave Modelling Package.
- [3] A. Chawla, *Wave transformation over a submerged shoal*. Tese de mestrado. Universidade de Delaware, 1995.
- [4] O. Nwogu, Alternative form of Boussinesq equations for near-shore wave propagation. *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 119(6), 618-638, 1993
- [5] Berzins M., Furzeland R.M., Scales L.E. (1985) A user’s manual for SPRINT -a versatile software package for solving systems of algebraic, ordinary and partial differential equations: Part 3 - advanced use of SPRINT. Technical Report TNER.85.058, Thornton Res. C, Chester.
- [6] Pinheiro, L., Fernandes, J.L.M., Fortes, C.J. E.M. (2007) Finite Element Mesh Generator with Local Density Conditioned to Bathymetry for Wave Propagation Models in Coastal Zones. Proc. of EUA4X@IAC 06, Roma Italy, October 2006. IMACS Series in Comp.and Applied Mathematics Vol.12, pp71-80, 2007
- [7] Wei, G., Kirby, J. T., Sinha, A., 1999, Generations of waves in Boussinesq models using a source function method, *Coastal Eng.*, 36(4), 271-299
- [8] Kirby, J.T.; Wei, G.; Chen, Q.; Kennedy, A. B.; Dalrymple, R. A. (1998) “FUNWAVE 1.0 – Fully Nonlinear Boussinesq Wave Model Documentation and User’s Manual”, Res. Rep. No.CACR 98-06.
- [9] Lynett P, Liu PL-F (2004) “A numerical study of submarine landslide generated waves and runup” Proceedings of the Royal Society of London A; 460:2637– 2669
- [10] Willmott, C.J., S.G. Ackleson, R.E. Davis, J.J. Feddema, K.M. Klink, D.R. Legates, J. O’Donnell e C.M. Rowe, 1985. Statistics for the evaluation and comparison of models. *Journal of Geophysical Research*, 90 (c5), p. 8995-9005