

INTERACÇÃO NÃO LINEAR DE GRUPOS DE ONDAS CURTAS

L. Gil.^{1,3*}, M. Graça Neves² E. Didier^{1,2,3}

1: Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa
Campus de Caparica 2829-516, Monte de Caparica, Portugal
e-mail: lmg@fct.unl.pt

2: Departamento de Hidráulica e Ambiente, Núcleo de Portos e Estruturas Marítimas
Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC)
Av. do Brasil 101, 1700-066 Lisboa, Portugal
e-mail: gneves@lnec.pt

3: Marine and Environmental Technology Center (MARETEC)
Departamento de Engenharia Mecânica, Instituto Superior Técnico
Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal
e-mail: deric@fct.unl.pt, edidier@lnec.pt

Palavras-chave: RANS VOF, efeitos não lineares, interacção ressonante.

Resumo. *Neste trabalho testa-se a capacidade do código numérico COBRAS-UC, baseado na equação RANS e utilizando uma técnica VOF, na simulação dos efeitos não lineares resultantes da interacção de dois grupos de ondas. O caso de teste consiste na propagação, em sentidos opostos (interacção fraca) de dois grupos de ondas em condições de água profunda. Estudos analíticos, experimentais e numéricos anteriores permitiram identificar a variação da velocidade de fase como a única consequência da interacção não linear. A comparação de anteriores resultados com os obtidos no âmbito deste trabalho permitem concluir sobre a precisão e potencialidades do código COBRAS-UC na simulação de fenómenos não lineares exigentes do ponto numérico.*

1. INTRODUÇÃO

A utilização de modelos baseados nas equações de Navier-Stokes na simulação de escoamentos com superfície livre é relativamente recente. Este facto foi essencialmente motivado pela elevada capacidade de cálculo exigida e pela dificuldade de detecção da superfície livre e consequente determinação do domínio de cálculo. A evolução dos meios computacionais, o desenvolvimento e adopção da técnica de identificação Volume of Fluid (VOF) permitiram que no final da década de oitenta tenham surgido os primeiros códigos

capazes de simular situações com interesse na prática da hidrodinâmica. As primeiras aplicações surgem na área da engenharia naval e envolvem escoamentos sobre cascos de navios com características permanentes e efeitos viscosos.

A simulação de fenómenos envolvendo turbulência obriga à adopção das equações de Navier-Stokes-Reynolds (RANS) e a modelos de turbulência. O domínio de aplicação de códigos baseados nas equações RANS inclui à partida todos os efeitos não lineares típicos da hidrodinâmica marítima. Na prática estes modelos são utilizados essencialmente em estudos de interacção onda estrutura: galgamento em estruturas de protecção costeira e portuária, estudos de forças sobre estruturas impermeáveis ou porosas e estudos de propagação de agitação sobre meios de geometria complexa. Evidentemente que os domínios de cálculo, envolvidos nos tipos de estudos anteriormente citados, têm dimensões reduzidas correspondendo apenas à vizinhança da estrutura em estudo. Não obstante, em algumas aplicações, é necessário propagar a onda desde zonas onde se tenha informação (por exemplo dados de agitação provenientes de bóias) ou sobre fundos com fortes variações de profundidade. Assim, embora não seja a propagação de ondas o objectivo principal dos códigos baseados nas equações RANS, estes devem ter capacidade para a simular. Evidentemente que em grandes domínios é recomendável acoplá-los com modelos apropriados para a propagação baseados nas equações de Boussinesq ou de declive suave.

Neste trabalho pretende-se testar o código COBRAS-UC no caso da simulação de efeitos não lineares típicos da propagação, geração harmónica e interacção ressonante. O caso de teste consiste na propagação, em sentidos opostos (interacção fraca) de dois grupos de ondas em condições de água profunda. Esta situação é extremamente exigente pois requer uma simulação fina da interacção não linear que tem como consequência uma variação da velocidade de fase. Consequentemente, de forma indirecta, está-se a exigir que a simulação da relação de dispersão seja também muito precisa.

2. INTERACÇÃO DE ONDAS EM CONDIÇÕES DE PROFUNDIDADE GRANDE E INTERMÉDIA

Do ponto de vista analítico, a teoria linear não pode prever, pela sua própria natureza, nenhuma interacção entre ondas que durante a sua propagação se interceptem, dado que sendo cada grupo de ondas solução do problema linear a sua soma também o será. Porém, se nas condições de superfície livre forem tidos em conta os termos não lineares, é então possível determinar as características da interacção.

O interesse por este tipo de fenómenos foi motivado pelo estudo do desenvolvimento do espectro da ondulação marítima durante a sua propagação. No início dos anos sessenta do século passado, na sequência do aparecimento de teorias de geração das ondas pelo vento, Philips [1] introduziu o conceito de interacção ressonante. Esta teoria prevê a interacção entre tríades e quartetos de ondas e explica a geração e transferência de energia entre componentes harmónicas. As características da interacção são fortemente dependentes da dispersão local, assim:

- Para condições de grande profundidade, $kh \gg O(1)$, em que os efeitos dispersivos são máximos, as interacções ressonantes produzem-se entre quartetos de ondas que verifiquem simultaneamente:

$$w_1 \pm w_2 \pm w_3 \pm w_4 = 0 \text{ e } k_1 \pm k_2 \pm k_3 \pm k_4 = 0 \quad (1)$$

e a relação de dispersão:

$$c = \sqrt{\frac{g}{k}} \quad (2)$$

As variáveis w , k , c e h representam respectivamente, a frequência angular, o número de onda, a celeridade e a profundidade.

As interacções ressonantes envolvem quartetos de ondas e resultam em transferências de energia, que são pequenas à escala de um comprimento de onda mas que são responsáveis pela evolução espectral para propagações que envolvam distâncias de ordem superior.

- Para condições de profundidade intermédia, $kh \approx O(1)$, o meio é moderadamente dispersivo correspondendo-lhe a equação:

$$c = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kh)} \quad (3)$$

As interacções responsáveis pela transferência de energia entre componentes espectrais ocorrem entre tríades de ondas numa escala da ordem dos comprimentos de onda [2].

Determinadas as condições de existência de interacções ressonantes [1] o cálculo explícito das ondas assim geradas foi obtido por aplicação de um método de perturbações aplicado directamente sobre as condições de superfície livre [3].

Os anteriores desenvolvimentos analíticos foram comprovados experimentalmente utilizando tanques de ondas equipados com batedores que geravam ondas propagando-se em direcções perpendiculares, [4] e [5].

Os resultados analíticos foram obtidos para interacções de ondas que se propagam em qualquer direcção, sendo assim possível obter o resultado particular correspondente a duas ondas que se propagam na mesma direcção e em sentidos opostos (interacção fraca). Os pormenores matemáticos podem ser consultados em [6]. Estes autores obtiveram:

$$\Delta c_c = -a_1^2 \sigma_1 k_1 \quad (4)$$

$$\Delta c_l = -a_c^2 \sigma_c k_1 \quad (5)$$

onde os índices l e c correspondem respectivamente às ondas de menor e maior número de onda, designadas por onda longa e onda curta e o símbolo σ representa a frequência angular. Estes resultados permitem retirar as seguintes conclusões:

- Em consequência da interacção, ambas as ondas sofrem uma redução na sua velocidade de fase.

- A redução da velocidade de fase da onda curta é independente das suas próprias características, dependendo apenas das da onda longa (equação 4).

- A redução da velocidade de fase da onda longa depende de características das duas ondas, sendo no entanto independente da sua própria amplitude (equação 5).

- O único efeito da interacção de duas ondas bidimensionais propagando-se em sentidos opostos é a alteração da sua velocidade de fase; não são geradas ondas com frequência diferente.

Neste trabalho é abordado o caso particular em que as ondas são iguais: esta situação é idêntica à reflexão da onda numa parede vertical (desde que os efeitos dissipativos sejam nulos). As equações (4) e (5) tomam então uma forma única:

$$\Delta c = -a^2 \sigma k \quad (6)$$

que combinada com a relação de dispersão em condição de grande profundidade permite obter:

$$\Delta c = -\frac{a^2}{g} \sigma^3 = -a^2 \sqrt{g} k^{\frac{3}{2}}. \quad (7)$$

3. TÉCNICA DE ANÁLISE - ESTIMADORES DA VELOCIDADE DE FASE

A medição directa da velocidade de fase a partir da deformada de superfície livre obtida na zona de interacção dos dois grupos de ondas é, na prática, impossível. Nesta secção apresenta-se um método utilizado para estimar a variação da velocidade de fase baseado numa técnica indirecta.

A estimação da variação da velocidade de fase que ocorre durante a interacção apoia-se na realização sequencial de ensaios de referência e de interacção. No ensaio de referência gera-se apenas um grupo de ondas que se propaga sem interagir. Seguidamente procede-se ao ensaio de interacção, gerando dois grupos de ondas que interagem na zona média do canal. Na figura 1 representa-se a evolução no canal da frente e da ré de cada grupo de ondas, identificando-se ainda a zona onde ocorre a interacção.

Cada grupo de ondas, após a interacção, apresenta um atraso espacial, χ , relativamente ao respectivo ensaio de referência. Este atraso é evidentemente consequência da variação da velocidade de fase Δc , que ocorreu durante a interacção. Denotando por θ o tempo de interacção, a variação da velocidade de fase e o atraso espacial relacionam-se da seguinte forma:

$$\chi = \Delta c \theta. \quad (8)$$

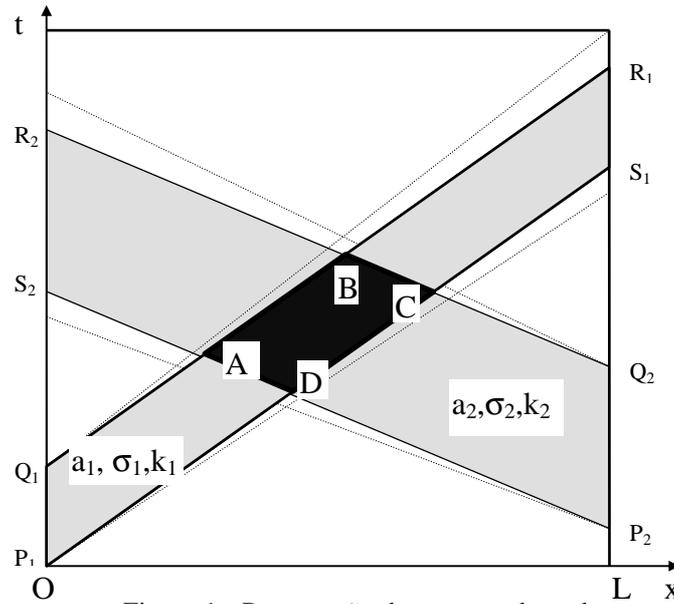


Figura 1 - Propagação dos grupos de ondas.
 (—) posição da frente e ré dos grupos de ondas monocromáticos.
 (---) posição da frente e ré dos grupos de ondas (com efeito dispersivo).
 A-B-C-D zona de interacção.

Finda a interacção, nas zonas A,B,S2,R2 e B,C,R1,S1 da figura 1 o grupo de ondas propaga-se de novo isoladamente, pelo que o atraso espacial χ e o atraso temporal τ são relacionáveis através da velocidade de fase da onda isolada:

$$\chi = c\tau = \frac{\sigma}{k} \tau. \quad (9)$$

a variação da velocidade de fase pode, então, ser calculada por:

$$\Delta c = c \frac{\tau}{\theta} = \frac{\sigma\tau}{k\theta}. \quad (10)$$

A utilização desta última expressão pressupõe, no entanto, a estimação de τ , c e θ .

A comparação das duas deformadas de superfície livre (relativas aos ensaios de referência e de interacção) obtidas através de uma sonda colocada nas zonas A,B,S2,R2 ou B,C,R1,S1 permite determinar o atraso τ . Para tal determina-se o valor da diferença de fase (que corresponde ao atraso) que maximiza a função de correlação cruzada dos sinais [7].

A velocidade de fase das ondas no interior do grupo pode ser estimada medindo o tempo que uma crista leva a percorrer uma distância predefinida. A detecção da crista apresenta alguma dificuldade devido à presença de ondas secundárias sobrepostas ao sinal principal, o que é susceptível de introduzir um erro de medição. A velocidade de fase

pode alternativamente ser calculada analiticamente pela teoria linear, em [7] justifica-se esta escolha.

Se a dispersão do grupo de ondas não for considerada, o tempo de interacção corresponde ao tempo que uma crista, deslocando-se aproximadamente à velocidade de fase c , leva a atravessar o grupo de ondas que se desloca, em sentido contrário, à velocidade de grupo c_g . Utilizando a notação da figura 2, obtêm-se os tempos de interacção da onda 1 com a onda 2 e vice-versa:

$$\theta_{1 \rightarrow 2} = \frac{c_{g2} n_{o2} T_2}{c_1 + c_{g2}}. \quad (11)$$

$$\theta_{2 \rightarrow 1} = \frac{c_{g1} n_{o1} T_1}{c_2 + c_{g1}}. \quad (12)$$

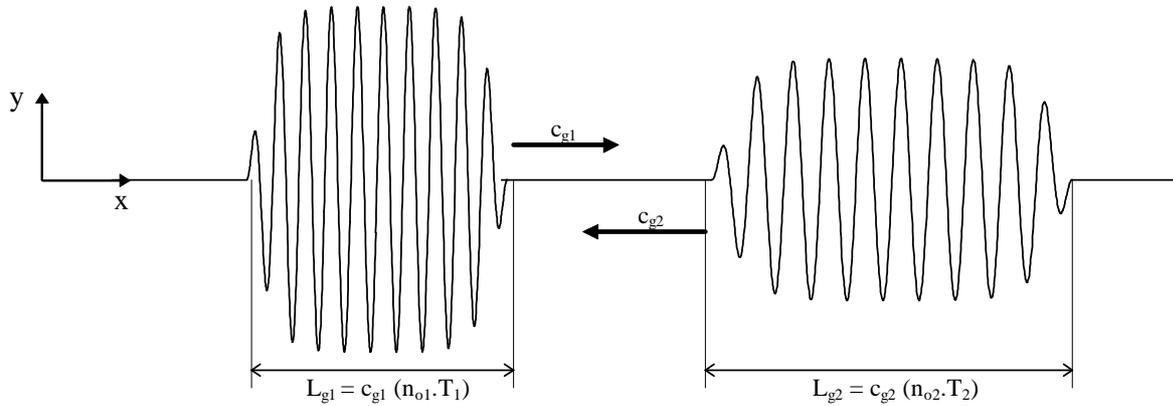


Figura 2 – Interação de dois grupos de ondas, notação.

L_{g1} e L_{g2} são os comprimentos de cada grupo de ondas,

c_{g1} e c_{g2} são as velocidades de grupo,

n_{o1} e n_{o2} o número de movimentos oscilatórios efectuados na geração do grupo1,

T_1 e T_2 os respectivos períodos,

c_1 e c_2 as velocidades de fase das ondas de cada grupo propagando-se isoladamente.

O método de estimação da variação da velocidade de fase que acaba de ser apresentado tem como pressuposto que o grupo de ondas não sofre nenhuma dispersão. Em [7] propõe-se e testa-se um estimador que corrige o efeito dispersivo no entanto, conclui-se ser desprezável o erro cometido face a outras aproximações.

Para comparar os resultados obtidos por via numérica com os resultados analíticos é ainda necessário estimar a amplitude da onda. As expressões (4) a (7), correspondentes à variação da velocidade de fase que ocorre durante a interacção de duas ondas de Stokes, não podem ser aplicadas directamente ao caso de dois grupos de ondas finitos como os utilizados nas simulações numéricas. Desta forma é necessário definir uma amplitude

equivalente para o grupo de ondas. Os grupos de ondas são gerados por imposição de um número finito de movimentos de um batedor (código CANAL) ou do correspondente perfil de velocidades (código COBRAS-UC). A amplitude equivalente de um grupo gerado a partir de n_0 movimentos oscilatórios é definida como:

$$a_{eq} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \eta^2(t) dt}{\int_0^{n_0 T} \sin^2(\sigma t) dt}}. \quad (13)$$

O símbolo η representa a deformada de superfície livre correspondente ao grupo de ondas e obtida através de uma sonda.

4. CÓDIGOS NUMÉRICOS

Nesta comunicação utilizam-se dois códigos numéricos de concepção distinta:

- O código CANAL, inviscido, apoiado num método de elementos de contorno (B.E.M.) que resolve as equações de Euler.
- O código COBRAS-UC, viscoso, baseado num método de volumes finitos que resolve as equação RANS utilizando uma técnica VOF de captura da superfície livre.

4.1. Código CANAL

O código numérico CANAL foi inicialmente escrito por Clément [8]. Na sua versão original o domínio de cálculo corresponde a um canal bidimensional de fundo horizontal, equipado com um batedor plano vertical do tipo pistão em cada extremidade, figura 3. Estes batedores podem funcionar como geradores ou absorvedores dinâmicos de onda. Na zona próxima das extremidades do canal existe uma praia de absorção numérica que, em conjunto com a absorção dinâmica, permite evitar as reflexões e assim simular uma zona finita de um canal infinito.

A versão base deste programa foi alterada: a geração de ondas pode agora também ser efectuada utilizando singularidades do tipo dipolo rotativo colocadas no interior do domínio de cálculo [9].

Na concepção do modelo numérico, o fluido supõe-se incompressível e inviscido. Ignoram-se os efeitos da tensão superficial e admite-se o escoamento como irrotacional e plano. O problema é assim tratado no quadro da teoria dos escoamentos potenciais bidimensionais.

A pressão sobre a superfície livre é suposta constante e nula, estando o fluido em repouso no instante inicial.

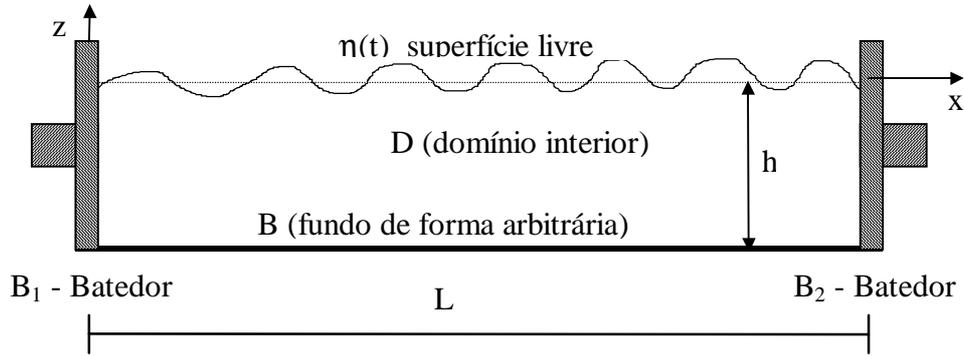


Figura 3 – Domínio de cálculo.

As variáveis espaciais \$(x,z)\$ e temporal \$(t)\$ são adimensionalizadas utilizando respectivamente a profundidade, \$h\$, e \$(h/g)^{1/2}\$. As equações que descrevem este problema inicial de valores fronteira escrevem-se, utilizando notação complexa e letras maiúsculas para identificar as variáveis adimensionais:

$$\nabla^2 \Phi(Z,T) = 0, \text{ para } Z \in D \quad (14)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{n}}(Z,T) = \frac{\partial X_b}{\partial T} \cdot \bar{n} \text{ para } Z \in B_1 \cup B_2 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{n}}(Z,T) = 0, \text{ para } Z \in B \quad (16)$$

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right)^2 \right] + Z \frac{\partial \Phi}{\partial T} = 0, \text{ para } Z \in \eta \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{DX}{DT} &= \frac{\partial \Phi}{\partial X} \\ \frac{DZ}{DT} &= \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \end{aligned}, \text{ para } Z \in \eta \cup D \quad (18)$$

O símbolo \$\Phi\$ representa a função potencial, \$X_b\$ denota a lei do movimento dos batentes e \$\bar{n}\$ a normal exterior.

O anterior sistema de equações é resolvido por um método misto de Euler-Lagrange. Em cada passo de tempo, a actualização da geometria do domínio fluido é assegurada pela integração das condições de superfície livre (equações (17) e 18)), utilizando-se um método de Runge Kutta de quarta ordem. A velocidade tangencial, necessária à resolução das condições de superfície livre, é calculada por um método de interpolação ponderado em arctang.

Desta forma, em cada passo de tempo resolve-se no “novo” domínio fluido um

problema de valores fronteira misto, com uma condição de Dirichelet na superfície livre e uma condição de Neumann sobre os batedores. O problema atrás descrito é resolvido por um método do tipo B.E.M., (Boundary Element Method), empregando fontes e dipolos normais linearmente distribuídos sobre a fronteira, previamente discretizada em segmentos.

O código CANAL resolve, assim, numericamente o sistema de equações adimensionais acima apresentado sem efectuar outras aproximações para além das que decorrem da necessária discretização do domínio de cálculo.

As simulações são obrigatoriamente iniciadas a partir do estado de repouso. No final de uma simulação ficam assim acessíveis, em cada passo de tempo, as variáveis adimensionais:

- Posição (X,Y) dos nós de toda a fronteira;
- Densidade de singularidades em todos os segmentos da fronteira.

A utilização de rotinas numéricas simples, do tipo “sonda numérica” permite obter a deformada de superfície livre num dado ponto do canal a partir das posições da superfície livre calculadas em cada passo de tempo. As densidades de singularidades permitem calcular as componentes da velocidade e a pressão em qualquer ponto do domínio fluido.

4.2. Código COBRAS-UC

O modelo COBRAS-UC é baseado no modelo RIPLLE, originalmente desenvolvido pela NASA, e modificado na Universidade de Cornell, dando origem ao modelo COBRAS (COrnell BReaking waves And Structures), especificamente para tratar dos fenómenos da rebentação e ter em conta as estruturas porosas [10]. Finalmente o modelo foi melhorado na Universidade de Cantábria no que respeita à optimização de cálculo e aos sistemas de entrada e saída do modelo, dando origem ao modelo COBRAS-UC.

COBRAS-UC é um modelo numérico bidimensional (x,z) que resolve as equações completas de Reynolds (RANS), ao que se incorporou um modelo não linear de turbulência, k-ε, tridimensional. Este modelo de turbulência permite ter em conta as características de escoamento que ocorrem no processo de rebentação e no escoamento através de meios porosos.

Para o escoamento em meios porosos inclui-se um modelo de dissipação de energia não linear, que corresponde a uma variação das equações RANS e que se obtém a partir de uma integração num volume de controlo no meio poroso, considerando-se assim o meio poroso como um meio contínuo. Implementou-se ainda um modelo k- ε no interior do meio poroso.

O modelo incorpora um método de captura superfície livre do tipo “Volume of Fluid” (VOF). Desta forma, a superfície livre pode comportar-se de maneira arbitrária, o que permite que existam zonas desconexas, formação de gotas, etc. Os métodos utilizados para resolver as equações são os métodos interactivos de diferenças finitas, melhorando assim a precisão dos resultados.

O modelo COBRAS-UC permite simular a maioria dos fenómenos que ocorrem na

interacção onda-estrutura, nomeadamente reflexão, transmissão, galgamento e rebentação, considerando o escoamento, quer no meio fluido, quer no meio poroso. O modelo reproduz com bastante precisão os registos de superfície livre e de pressão, tanto dentro como fora da zona de rebentação, permitindo simular estruturas com configurações complexas e domínios da ordem de quinze vezes o comprimento de onda.

A eficiência computacional do modelo é função essencialmente das dimensões da malha. No entanto, a precisão dos resultados exige, na maioria dos casos, uma reduzida dimensão da malha, o que acarreta tempos de cálculo elevados.

Para a execução de um caso, é gerada uma malha formada por elementos rectangulares, cuja dimensão pode variar de forma não linear, podendo formar uma malha fina na zona de interesse do estudo e uma malha grosseira onde não seja necessário um cálculo tão preciso.

Os obstáculos e zonas de diferentes porosidades são definidos através de funções contínuas. Para o cálculo do escoamento no meio poroso é necessário definir as propriedades do meio, tais como a porosidade e o tamanho dos elementos que o compõe e uma série de parâmetros adicionais que dependem do escoamento e que precisam de ser calibrados.

5. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Nas secções seguintes descrevem-se as simulações numéricas da interacção de ondas efectuadas com os códigos CANAL e COBRAS-UC.

Os domínios de cálculo têm dimensões que permitem a geração e a propagação em sentidos opostos de grupos de ondas compostos por 8 ondas. Os dois grupos de ondas são idênticos e constituídos por ondas com período de 5s. A profundidade é constante, $h=25\text{m}$. Para estas condições a teoria linear permite estimar o comprimento de onda:

$L=39,03\text{ m}$. A onda propaga-se então em condição de água profunda, pois $\frac{h}{L} = \frac{25}{39} = 0,64$,

e corresponde-lhe uma celeridade $c=7,8\text{m/s}$ e uma velocidade de grupo $c_g=3,9\text{m/s}$. O comprimento escolhido para o domínio de cálculo foi de 704m .

Na figura 4 representa-se a previsão linear da evolução da frente e ré de cada grupo de ondas bem como a suas reflexões nas extremidades do canal. Na mesma figura identifica-se ainda a zona onde deve ser adquirida a deformada da superfície (evitando que as reflexões se sobreponham às ondas geradas) por forma a determinar o atraso τ , necessário à estimação da variação da velocidade de fase. Com este propósito, foram colocadas 6 sondas respectivamente nas posições 504, 514, 524, 534, 544 e 554m. Foram ainda colocadas sondas nas posições 50 e 100m para controlar a qualidade da onda gerada.

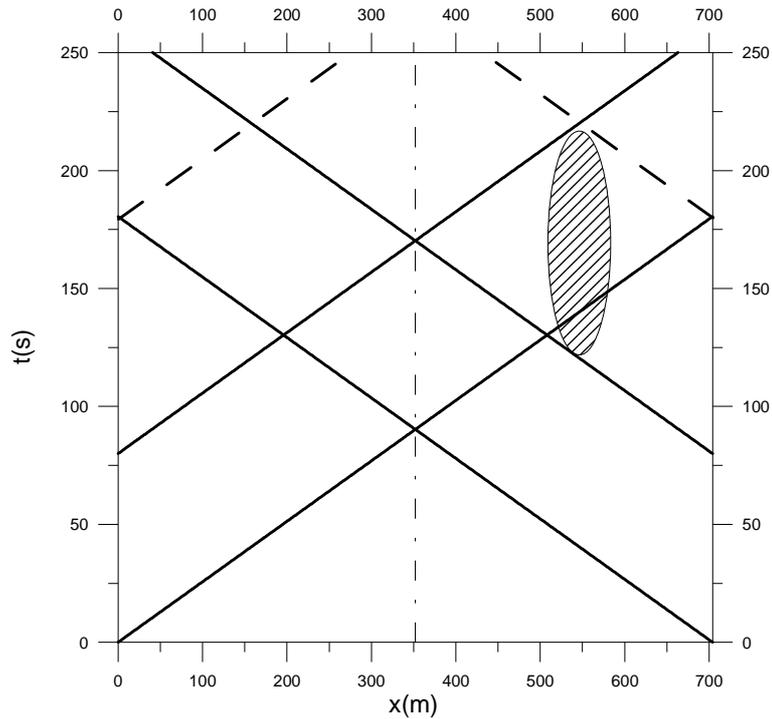


Figura 4 – Previsão linear da propagação dos grupos de ondas.
 (—) posição da frente e ré dos grupos de ondas monocromáticos.
 (- - -) reflexão na extremidade do canal.

(- · -) plano de simetria (coincidente com o plano médio).
 ▨ previsão da zona onde deve ser adquirida a deformada da superfície.

A utilização do código CANAL implica a adimensionalização das grandezas espaciais e temporais respectivamente por h e $(h/g)^{1/2}$. No entanto optou-se por apresentar apenas os respectivos valores dimensionais pois a comparação com o código COBRAS-UC fica assim facilitada.

As simulações efectuadas com o código CANAL utilizaram como domínio de cálculo um canal com 704m de comprimento e profundidade constante de 25m. As ondas são geradas através de dois batedores posicionados nas extremidades do canal.

No ensaio de referência impõe-se apenas a um batedor um movimento sinusoidal iniciado e terminado por uma lei em tangente hiperbólica:

$$x_b = a_b \tanh(t) \sin(\sigma t) \tanh\left(\frac{2\pi n_o}{\sigma} - t\right) \quad \text{com } 0 \leq t \leq \frac{2\pi n_o}{\sigma}. \quad (19)$$

No ensaio de interacção aplica-se esta lei simultaneamente aos dois batedores.

Os ensaios de referência e de interacção efectuados com o código COBRAS-UC utilizam domínios de cálculo diferentes. Assim, nos ensaios de referência utilizou-se um canal com 704m de comprimento e 30m de altura (25m de profundidade e 5m para

detecção da elevação da superfície livre). Os ensaios de interacção foram efectuados recorrendo a um canal com metade do comprimento (352 m) que terminam numa parede vertical e totalmente reflectora. Como ilustrado na figura 4, esta situação é equivalente a um ensaio de interacção efectuado com o canal completo pois todo o escoamento é simétrico relativamente ao plano médio. Não obstante tal modificação do domínio resultar numa considerável redução do tempo de cálculo, não foi este o motivo deste procedimento. O código COBRAS-UC utiliza uma técnica de geração de ondas através de funções-fonte ou simulação de um batedor, a onda pode apenas ser gerada numa direcção o que inviabiliza a realização de ensaios de interacção idênticos aos realizados com o código CANAL. No entanto, a colocação das sondas em posições que correspondam a iguais zonas de interacção e a igual distância percorrida pelas ondas permite obter resultados idênticos. Assim nos ensaios de interacção realizados com o COBRAS-UC as sondas foram colocadas nas posições: 150,160,170,180,190 e 200. A malha de cálculo utilizada tem um número total de células de 881x151 para o domínio de menor dimensão e de 1761x151 para o domínio de maior dimensão.

No quadro 1 resumem-se os parâmetros mais relevantes utilizados nas simulações numéricas.

	Passo de Tempo	Discretização espacial	Tempo de cálculo
CANAL	0.05s	500 segmentos na S.L	6,5h
COBRAS-UC	[0.018,0.025]s	$\Delta x=0.4$ m, $\Delta y=0.2$ m.	8 h

Tabela 1. Parâmetros numéricos mais relevantes utilizados nas simulações numéricas.

No caso do código CANAL utilizou-se um passo de tempo fixo, o código COBRAS-UC ajusta o passo de tempo recorrendo ao número de Courant.

Realizou-se uma série de ensaios numéricos mantendo o período da onda e alterando a sua amplitude eficaz. Como exemplo dos resultados, apresentam-se na figura 5 as deformadas de superfície livre relativas aos ensaios de referência e de interacção de grupos de ondas com período $T=5$ s, criadas através de 16 ciclos de geração. Estes resultados foram obtidos com o código COBRAS-UC utilizando os domínios de cálculo com 704m (ensaio de referência) e 352m (ensaio de interacção). As deformadas de superfície livre relativas aos ensaios de referência e de interacção foram obtidas através de sondas posicionadas respectivamente em $x=534$ m e $x=170$ m.

Na figura 5 assinala-se ainda a frente do grupo de ondas que se propaga após reflexão na extremidade do canal; esta onda não se deve sobrepor à onda original pois na prática impossibilita a determinação do atraso. São também identificadas as zonas dos sinais que correspondem respectivamente ao grupo de ondas sem interacção e após a interacção. Na figura 6 compara-se apenas a zona de interesse das deformadas de superfície livre, sendo identificável o atraso τ que é calculado por maximização da correlação cruzada dos dois sinais.

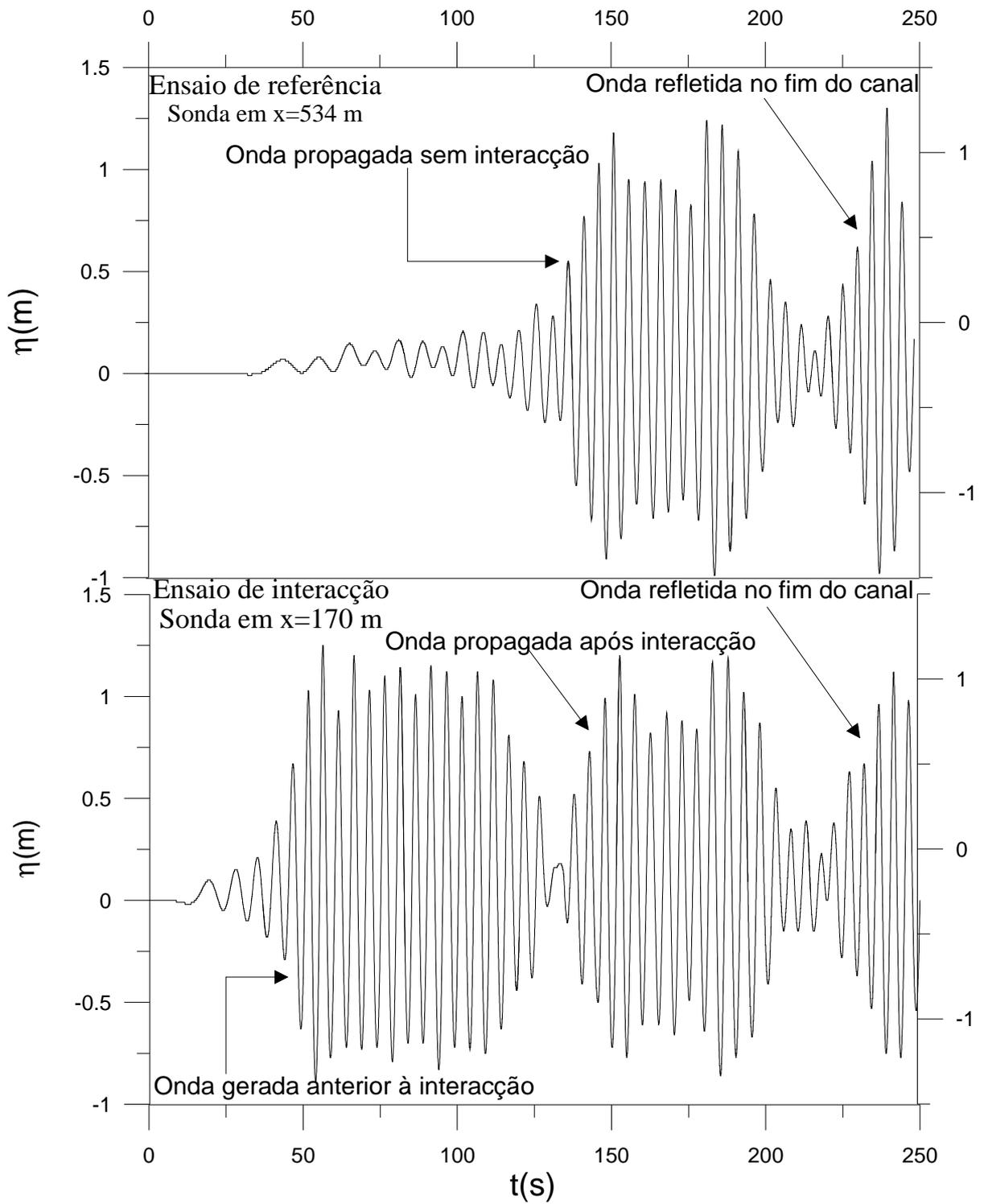


Figura 5 – Deformada de superfície livre, ensaio de interação e de referência.

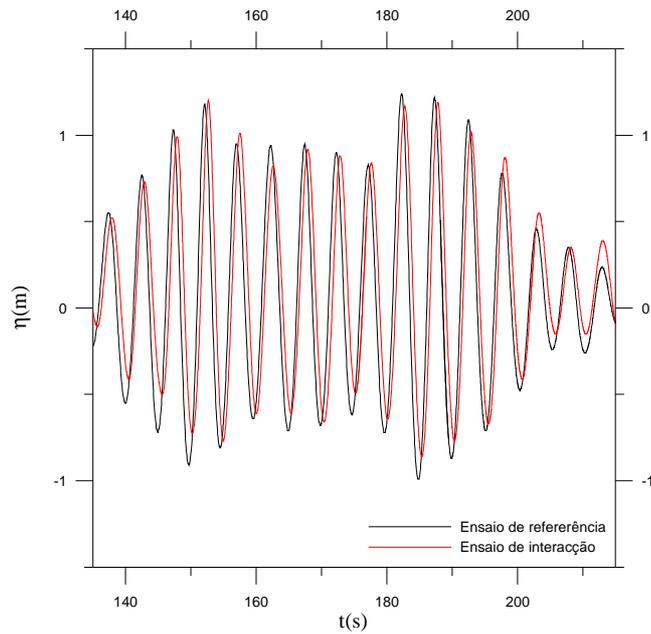


Figura 6 – Pormenor da deformada de superfície livre (atraso), ensaio de interação e de referência.

A variação da velocidade de fase, Δc , pode então ser calculada aplicando a expressão (10).

Na figura 7 apresentam-se a variação da velocidade de fase em função da amplitude eficaz do grupo de ondas, calculada de acordo com a expressão (13) para $n_0=16$.

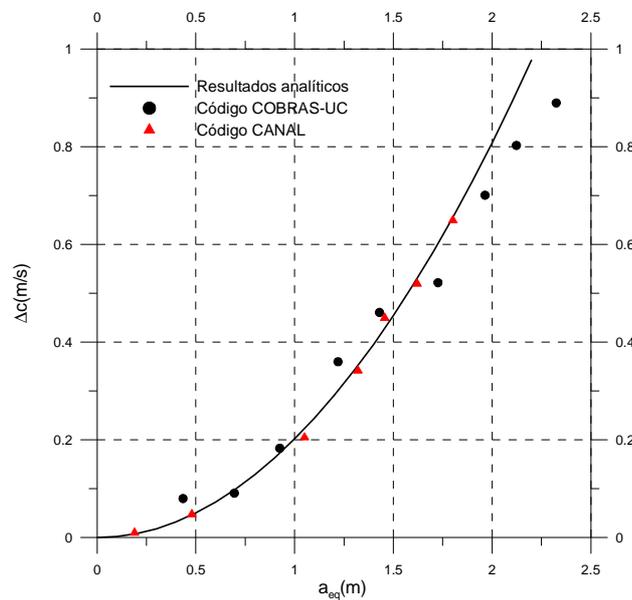


Figura 7 – Variação da velocidade de fase.

Concretizando a expressão (10) para o caso em estudo, obtêm-se:

$$\Delta c = 0,202 \times a^2 \quad (20)$$

Por interpolação polinomial dos resultados obtidos através dos códigos CANAL e COBRAS-UC obtêm-se respectivamente:

$$\Delta c = 0,190 \times a^2 \quad (21)$$

$$\Delta c = 0,164 \times a^2 \quad (22)$$

6. DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

A técnica de medição da variação da velocidade de fase que ocorre durante a interacção de grupos de ondas curtas que se propagam em sentidos opostos permitiu obter resultados coerentes com as previsões analíticas.

De acordo com a figura 7 e respectivas interpolações polinomiais, numa primeira abordagem pode-se concluir que o código CANAL foi mais preciso na simulação dos efeitos não lineares responsáveis pela variação da velocidade de fase. No entanto, esta conclusão está ferida de alguma incerteza. Na realidade o código CANAL não permitiu simular ondas com amplitude maior que 1,8 m, pois apoia-se na hipótese de escoamento irrotacional. O código COBRAS-UC permitiu evidentemente simular ondas até próximo do critério de rebentação de Michell (para águas profundas). Se forem retirados os resultados obtidos para amplitudes superiores às utilizadas nas simulações com o código CANAL (as três últimas da figura7), o coeficiente da equação (22) toma o valor de 0,183. Os resultados teóricos foram também obtidos para escoamento irrotacional. Parece assim que o aparente desvio entre resultados se deve essencialmente à presença de um escoamento rotacional não previsto na expressão teórica e que não pode ser simulado pelo código CANAL.

Por outro lado observou-se que as ondas geradas pelo código COBRAS-UC apresentavam maior nível de ruído que as geradas através do código CANAL. Tal facto tem evidentemente consequências na estimação do atraso e pode assim afectar a precisão com que é determinada a variação da velocidade de fase. Contudo, esta menor precisão não se fica a dever a uma menor capacidade de simulação dos efeitos não lineares por parte do código COBRAS-UC, mas sim e apenas a uma técnica de geração de ondas menos precisa.

O código COBRAS-UC demonstrou assim inequívoca potencialidade na simulação de efeitos não lineares exigentes típicos da propagação de ondas.

REFERÊNCIAS

- [1] O. M. Phillips, *On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude*, J.Fluid Mech., Vol. 9, pp. 193-217, (1960).
- [2] O. M. Phillips, *Wave Interactions*, Nonlinear waves, ISBN 0-8014-0740-0, Cornell University Press Chapter VII, (1977).
- [3] M.S. Longuet-Higgins, *Resonant interactions between two trains of gravity waves*, J.Fluid Mech., Vol. 12, pp. 321-332, (1962).
- [4] L. McGoldrick, O. Phillips, N. Huang e T. Hodgson, *Measurements of third-order resonant wave interactions*, J.Fluid Mech., Vol. 25, pp. 437-456 (1966).
- [5] M.S Longuet-Higgins e N. D.Smith, *An experiment on third-order resonant wave interactions*, J.Fluid Mech., Vol. 25, pp. 417-435 (1966).
- [6] M.S. Longuet-Higgins e O. M. Phillips, *Phase velocity effects in tertiary wave interactions*, J.Fluid Mech., Vol. 12, pp. 333-336 (1962).
- [7] L. Costa Gil, *Interacções onda onda num canal bidimensional (estudo experimental e numérico)*” Ph.D. Dissertation, Universidade Nova de Lisboa e Ecole Centrale de Nantes, (1999).
- [8] A. H. Clément, *Exemples de simulations d’écoulements instationnaires non-linéaires à surface libre par la méthode mixte Euler-Lagrang*, 3^{ième} Journées de l’Hydrodynamique, Grenoble, pp 69-83, (1991).
- [9] L. Gil, E. Didier e G. Chatry, *Estudo comparativo de dois métodos de geração numérica de grupos de ondas de gravidade*, V Congresso de Métodos Numéricos en Ingeniería SEMNI, Madrid, España, 171, pp. 1-14, (2002).
- [10] P. Lin, P.L. Liu, *A numerical study of breaking waves in the surf zone*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 359, pp. 239-264, (1998).