# GNSS NA MONITORIZAÇÃO EM TEMPO REAL DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE GRANDES OBRAS



José Nuno Lima
Investigador
LNEC
Lisboa
jnplima@Inec.pt

#### **SUMÁRIO**

Desde 2016 que se monitorizam os deslocamentos horizontais de grandes barragens de betão em Portugal com estações GNSS em permanência, recorrendo-se a soluções de muito baixa frequência, uma vez que estes deslocamentos são de pequena amplitude e muito lentos. Por outro lado, tendo sido o GNSS criado na sua essência como um sistema de navegação, este está preparado para medir (posicionar) com frequências de amostragem até 100 Hz. Estas frequências de amostragem elevadas permitem medir a resposta dinâmica das grandes obras, desde que as amplitudes das vibrações sejam mensuráveis pelo GNSS. Neste artigo, aplicam-se filtros digitais e métodos estocásticos de inferência Bayesiana como ferramentas na monitorização com o GNSS do comportamento estrutural de grandes obras em tempo real, quer na sua resposta estática, quer na sua resposta dinâmica.

Palavras-chave: GNSS, monitorização, tempo-real, comportamento estrutural.

### 1. INTRODUÇÃO

A monitorização do comportamento estrutural de grandes obras de engenharia civil deve compreender as três seguintes componentes: a monitorização estrutural devido às forças externas, a monitorização da deformação da estrutura devido a fatores de longo período e a validação da integridade estrutural depois de um grande sismo (ou de um outro desastre de grandes proporções). Donde se conclui que pressupõe a realização da monitorização

dinâmica e da monitorização de longo período. Ou seja, deverá ser um sistema de observação contínua dos parâmetros do modelo estrutural utilizando dados em função do tempo. Os sinais destes dados provêm desde as vibrações até movimentos de longo período, quase estáticos, envolvendo técnicas de monitorização capacitadas para medir deslocamentos [1]. O desenvolvimento de um tal sistema é limitado por muitos fatores como, por exemplo, fiabilidade do sistema, armazenamento e sobrecarga dos dados, condições ambientais, prospeção dos dados, processamento dos dados e apresentação dos resultados.

Sistemas de monitorização com o GNSS (*Global Navigation Satellite System*) permitem medir deslocamentos de longo e de curto período. Comparando com as outras técnicas de monitorização, o GNSS apresenta as seguintes vantagens [2]:

- (a) Não necessita de intervisibildade entre pontos a observar;
- (b) Permite monitorizar em tempo real;
- (c) Não depende das condições meteorológicas;
- (d) Permite a monitorização dinâmica da deformação;
- (e) Permite a monitorização da deformação de longo período;
- (f) Beneficia do automatismo da gestão e do processamento das observações;
- (g) Não necessita de manutenção do hardware.

Devido a estas vantagens, este sistema de posicionamento tem sido muito utilizado na monitorização do comportamento estrutural de grandes obras de engenharia civil em todo o mundo.

O ano de 2016 foi um marco na monitorização geodésica de barragens portuguesas, devido ao facto de se ter iniciado um programa de monitorização com o GNSS em quatro das grandes barragens: a saber, e por ordem alfabética, a do Baixo Sabor, a do Cabril, a do Feiticeiro e a de Foz Tua.

Num estudo de longas séries temporais de observação com o GNSS numa base curta materializada no campus do LNEC mostra-se que aumentando a duração da sessão de observação vai decrescendo o nível de incerteza da medição de deslocamentos com o GNSS. Por exemplo, o nível de incerteza médio para sessões de observação de uma hora e de 24 horas é de 2 mm e de 0,4 mm, respetivamente [3]. Ou seja, as medições com o GNSS conseguem alcançar uma precisão submilimétrica, mas, para isso, precisam de várias horas de observação contínua. A precisão deste tipo de medições decresce com a diminuição do intervalo de observação, o que pode comprometer a eficácia do GNSS na medição das vibrações com amplitudes milimétricas. Contudo, a aplicação criteriosa de filtros às séries temporais GNSS ou a fusão das observações do GNSS com as observações doutros equipamentos (por exemplo, acelerómetros) melhora muito a prestação do GNSS na monitorização dinâmica.

A aplicação do GNSS na monitorização do comportamento estrutural de grandes barragens requer que a observação seja contínua e, consequentemente, que o seu processamento seja automático. Como os deslocamentos das grandes barragens são, em geral, da ordem de vários milímetros e com taxas de vários milímetros por ano é necessário utilizar um posicionamento relativo de elevada precisão para medir tais deslocamentos. Para isso, as antenas GNSS deverão ser instaladas em locais com o horizonte livre, donde se recomenda

que as antenas dos pontos objeto sejam instaladas no coroamento das barragens. Igualmente se recomenda que as antenas dos pontos de referência sejam instaladas em locais próximos da barragem, em zonas estáveis dos maciços rochosos e fora da zona de influência da barragem. A duração mínima da sessão de observação deverá ser de 1 hora com a aplicação de filtros do tipo *passa baixo*, para redução do ruído, como as médias móveis, conforme se apresentará no ponto 3 deste artigo.

Já na monitorização do comportamento estrutural de outras grandes obras, como pontes e edifícios, com o GNSS também é importante que a observação seja contínua, mas a frequência das soluções tem de ser mais elevada de modo a observar a resposta dinâmica e deslocamentos de curto período.

### 2. SISTEMAS DE MONITORIZAÇÃO DE BARRAGENS COM O GNSS

Neste ponto apresentam-se resumidamente os sistemas de monitorização GNSS instalados em quatro grandes barragens portuguesas.

#### 2.1 Barragem do Baixo Sabor

A barragem do Baixo Sabor está localizada no nordeste de Portugal, na parte jusante do rio Sabor, afluente da margem direita do Rio Douro. Esta barragem de dupla curvatura, com uma altura máxima acima da fundação de 123 m, tem um desenvolvimento em planta de 505 m de comprimento. Nesta barragem foram instaladas quatro estações GNSS: três das quais foram instaladas no coroamento da barragem, nos blocos 10-11 (FP2M), 16-17 (FP3M) e 23-24 (FP4M, cf. Figura 1) e a quarta instalada na margem direita, para funcionar como estação de referência (REFM).



Figura 1. Localização das estações GNSS na barragem do Baixo Sabor: FP2M, FP3M e FP4M no coroamento da barragem.

A estação GNSS de referência (REFM) da barragem foi instalada na margem direita, no topo dum pilar com 4 m de altura de betão armado. O recetor GNSS desta estação foi instalado no interior de um armário técnico na base deste pilar.

#### 2.2 Barragem do Cabril

A barragem do Cabril está localizada na região centro de Portugal, no rio Zêzere, que pertence à bacia do Rio Tejo. Esta barragem de dupla curvatura com 132 m de altura tem um desenvolvimento em planta de 290 m de comprimento. Nesta barragem foram instaladas duas estações GNSS: a primeira foi instalada no coroamento da barragem, no bloco K-L, e a segunda instalada na margem esquerda, para funcionar como estação de referência (Figura 2).



Figura 2. Localização das estações GNSS na barragem do Cabril: estação de referência, na margem esquerda, e estação objeto no coroamento da barragem.

A antena da estação GNSS de referência está instalada na margem esquerda, no topo dum poste elétrico duma antiga linha de média tensão, truncado para ficar com cerca de 6 m de altura. O recetor GNSS desta estação está instalado num armário técnico, no interior do abrigo de um pilar geodésico, próximo do poste da antiga linha de média tensão.

#### 2.3 Barragem do Feiticeiro

A barragem do Feiticeiro está localizada na região do nordeste de Portugal, próxima da foz do rio Sabor, afluente da margem direita do rio Douro. Esta barragem é uma estrutura de gravidade de betão, com uma altura máxima acima da fundação de 45 m e um coroamento com desenvolvimento retilíneo em planta com 315 m de comprimento.

Para o sistema de monitorização com GNSS da barragem foram instaladas quatro estações: três localizadas no coroamento da barragem, nos blocos 06-07 (FP1J), 11-12 (FP2J) e 16-17 (FP3J), e a quarta localizada na margem direita, para servir como estação de referência (REFJ, cf. Figura 3).

A antena da estação GNSS de referência foi instalada na margem direita, no topo dum pilar com 3 m de altura com sólidas fundações e proteção térmica. O recetor GNSS da estação de referência foi acondicionado no interior dum armário técnico, na base do pilar.



Figura 3. Localização das estações GNSS na barragem do Feiticeiro: FP1J, FP2J e FP3J, no coroamento da barragem, e REFJ, como estação de referência, na margem direita.

#### 2.4 Barragem de Foz Tua

A barragem de Foz Tua está localizada na região norte de Portugal, no rio Tua, importante afluente da margem direita do rio Douro. Esta barragem é de dupla curvatura, com uma altura máxima acima da fundação de 108 m e um coroamento com desenvolvimento em planta com 275 m de comprimento.

O sistema de monitorização GNSS da barragem consiste de duas estações GNSS permanentes: a primeira localizada no coroamento da barragem, no bloco E2E1, e a segunda localizada na margem direita a servir como estação de referência (Figura 4).



Figura 4. Localização das estações GNSS na barragem de Foz Tua: a estação objeto, no coroamento da barragem, e a estação de referência, na margem direita.

#### 3. AS MÉDIAS MÓVEIS COMO FILTRO LINEAR

Considere-se a combinação linear dos termos de uma série temporal x<sub>0</sub>, x<sub>1</sub>, ..., x<sub>n</sub>:

$$y_k = \sum_{j=-q}^r w_j x_{k+j} \ (k = q+1, ..., n-r)$$
 (1)

onde os coeficientes  $w_j$  são os pesos e são em número m (= q+r+1). Diz-se que esta combinação linear é de ordem m. Se q = r e  $w_j$  =  $w_{-j}$  o filtro diz-se que é simétrico. Se a soma dos pesos é igual a 1, o filtro é designado por média móvel pesada. Se os pesos são todos iguais e a soma deles for igual a 1, o filtro é designado por média móvel simples [4].

A aplicação de um filtro a uma série temporal  $x_0$ ,  $x_1$ , ...,  $x_n$ , designada por série temporal de entrada, vai originar uma nova série temporal  $y_0$ ,  $y_1$ , ...,  $y_n$ , designada por série temporal de saída. As caraterísticas espectrais da série temporal de saída relacionam-se com as caraterísticas espectrais da série temporal de entrada através da função de transferência do filtro. A função de transferência é uma função complexa com argumentos do domínio da frequência. O módulo da função de transferência é designado por ganho do filtro [5].

Se o ganho do filtro, para uma determinada frequência angular  $\omega$ , for maior do que 1 o filtro amplia a série temporal de entrada na frequência  $\omega$ . Por outro lado, se o ganho do filtro, para a frequência angular  $\omega$ , for menor do que 1, o filtro reduz a série temporal de entrada nessa frequência.

Além disso, a variação na amplitude do filtro pode também introduzir um desfasamento (atraso) na série temporal de saída em função da frequência. Se bem que os filtros simétricos não introduzam desfasamentos significativos, os filtros assimétricos, pelo contrário, podem introduzir desfasamentos consideráveis.

#### 4. AS ELIPSES CREDÍVEIS PREDITIVAS POSTERIORES

Foi desenvolvido um procedimento bayesiano para análise preditiva dos deslocamentos medidos por GNSS. Este procedimento é baseado nas elipses preditivas posteriores que assumem haver uma estabilidade temporal no ponto objeto num determinado período de tempo. Estas elipses são calculadas com um conjunto inicial de observações. Este procedimento foi aplicado na barragem do Feiticeiro para deteção de erros [6] e que se dará conta no ponto 6 deste artigo.

#### 4.1 A função densidade de probabilidade preditiva posterior

Seja  $(X_1, ..., X_n)$  uma amostra aleatória, num espaço de dimensão m, de vetores de variáveis aleatórias normais, estocasticamente independentes e identicamente distribuídas (iid), com o vetor da esperança matemática (i) e a matriz de variâncias (ii)

$$i) E(X_i) = \mu(m, 1), ii) V(X_i) = \sum (m, m), (i = 1, ..., n)$$
 (2)

A estatística suficiente [7] da amostra são o vetor da média (i) e a matriz da dispersão (ii)

$$i) \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i, \quad ii) S = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^T (x_i - \bar{x})$$
(3)

onde  $(x_1, ..., x_n)$  é uma observação da amostra aleatória  $(X_1, ..., X_n)$ .

A função densidade de probabilidade (FDP) preditiva posterior de uma nova observação representada por  $z = \mathbf{x}_{n+1}$ , atendendo à estatística suficiente definida por (3), é

$$\pi(Z|\bar{x},S) = \int_{\Omega} \int_{\mathcal{R}^m} f(Z|\mu,\Sigma)\rho(\mu,\Sigma|\bar{x},S)d\mu d\Sigma$$
(4)

sendo  $f(\bullet)$  FDP multi-normal de ordem m,  $\rho(\bullet)$  a FDP posterior conjunta de parâmetros  $(\mu, \Sigma)$  e o domínio da integração  $\Omega$  é o espaço simétrico positivo definido pelas matrizes de ordem m.

A FDP anterior conjunta de Laplace  $h(\mu, \Sigma)$  = constante pode ser vista como o limite de uma sucessão de intervalos uniformes da própria FDP anterior conjunta. A FDP anterior conjunta de Laplace é estritamente não-informativa e, também, invariante nas transformações semelhantes. A FDP anterior de Laplace é adequada a situações onde não são requeridas transformações de variáveis para além das transformações semelhantes (mudança de unidades nas medições).

No âmbito das FDP anteriores conjuntas de Laplace dos parâmetros, a FDP preditiva posterior de uma nova observação (4) pode ser re-parameterizada e expressa na forma FDP da distribuição multivariada de *t* de Student

$$\pi(Z|\nu,\lambda,C) \propto \left(1 + \frac{(z-\lambda)^T C^{-1}(z-\lambda)}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+m}{2}} \tag{5}$$

sendo (i) os graus de liberdade, (ii) o vetor da média e (iii) a matriz dispersão

*i*) 
$$v = n - 2m - 1$$

$$ii) E(z) = \lambda = \bar{x}$$

$$iii) C = \frac{n+1}{n} S \tag{6}$$

A distribuição multivariada de *t* de Sudent tem uma FDP simétrica e, consequentemente, a sua moda (argumento de densidade máxima) coincide com o vetor esperança (6.ii).

#### 4.2 A construção das elipses credíveis preditivas posteriores

O hiper-elipsóide credível preditivo é um hiper-elipsóide contido no domínio da FDP das preditivas posteriores ( $\mathcal{R}^m$ ) em que as observações futuras (z) se encontram dentro duma certa probabilidade prescrita (1– $\alpha$ ), geralmente tomada como 0,90 ou 0,95. A quantidade 100x(1– $\alpha$ ) % é designada por nível de credibilidade do hiper-elipsóide.

Dum modo geral, o hiper-elipsóide credível escolhido é o hiper-elipsóide credível de densidade máxima preditiva posterior (DMPP), que é centrado em (6.ii) da FDP preditiva posterior (5) e que é o elipsóide credível com volume mínimo para um determinado nível de credibilidade (no caso de m = 3).

A construção do hiper-elipsóide credível de densidade máxima preditiva posterior (DMPP) baseia-se nas propriedades da distribuição multi-variada de *t* de Student [8]: como a FDP (5) pertencer à família de formas quadráticas aleatórias de *t* de Student

$$\frac{(z-\bar{x})^T C^{-1}(z-\bar{x})}{m} \epsilon F(m,\nu) \tag{7}$$

que pertence à família das distribuições F de Fisher-Snedecor [9], com m e v (6.i) graus de liberdade. A matriz C em (7) é definida por (6.iii).

Seja  $q(1-\alpha)$  o quantil de probabilidade  $(1-\alpha)$  da distribuição F, com m e v graus de liberdade, então para o novo vetor observado (z)

$$P\left[\underbrace{(z-\bar{x})^T C^{-1}(z-\bar{x})}_{A}\right] = (1-\alpha) \tag{8}$$

A região definida por A da expressão (8) é o hiper-elipsóide credível de densidade máxima preditiva posterior (DMPP) para o nível de credibilidade  $100x(1-\alpha)\%$ . O tamanho e a orientação do hiper-elipsóide são definidos pelos vetores próprios e pelos valores próprios da matriz de dispersão C. A probabilidade de um novo vetor observado (z) cair no interior do hiper-elipsóide é  $(1-\alpha)$ .

No estudo de aplicação deste artigo (ponto 6), a dimensão do espaço da amostra é m = 2. O tamanho mínimo da amostra requerida é n = 24, o que faz com que os graus de liberdade sejam v = n - 2m - 1 = 19. Tomando o nível de credibilidade de 95%, o quantil correspondente da distribuição F, com m = 2 e v = 19 graus de liberdade, é q(0,95) = 3,52.

## 5. ANÁLISE DOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS OBSERVADOS COM O GNSS

A incerteza estimada para as soluções horárias das componentes horizontais é cerca de cinco vezes maior do que a incerteza estimada para as soluções diárias das mesmas componentes. Contudo, as séries temporais das soluções horárias têm uma maior resolução temporal do que as das soluções diárias. A aplicação das médias móveis simétricas às séries temporais das soluções horárias permite reduzir significativamente a incerteza sem prejuízo da resolução temporal. As médias móveis funcionam como filtros do tipo *passa baixo* e são muito fáceis de serem implementadas nas séries temporais.

A Figura 5 mostra os resultados da aplicação das médias móveis simétricas de ordem 25 às séries temporais dos deslocamentos horários observados, nas componentes horizontais, na estação FP2J da barragem do Feiticeiro. A linha laranja representa os deslocamentos observados pelo GNSS (soluções horárias), no sentido margem direita para a margem esquerda. A linha azul-claro representa os deslocamentos observados pelo GNSS (soluções horárias), no sentido jusante – montante. A linha vermelha representa as médias móveis de ordem 25 dos deslocamentos observados pelo GNSS (soluções horárias), no sentido margem direita – margem esquerda. A linha azul-escuro representa as médias móveis de ordem 25 dos deslocamentos observados pelo GNSS (soluções horárias), no sentido jusante – montante. Como se pode ver na Figura 5, a suavização das soluções horárias obtidas pela aplicação das médias móveis permite diminuir a incerteza sem perda da resolução temporal.

A maior porção dos deslocamentos observados (Figura 6) é devida à variação térmica anual (até 7 mm) na direção jusante – montante. A Figura 6 mostra, também, a correlação entre os deslocamentos observados no sentido jusante – montante e a temperatura média semanal do ar. A escala das ordenadas mostra haver uma correspondência de 1 mm por cada 5º C. O desfasamento temporal entre os deslocamentos observados no sentido jusante –

montante e a temperatura média semanal do ar, da ordem dos 15 dias, pode ser explicada pela inércia térmica da barragem.

Para a comparação entre os deslocamentos observados pelo GNSS em FP2J e os deslocamentos observados pela base do coordinómetro do fio de prumo em FP2 deve-se ter em conta a distância entre os dois instrumentos (cerca de 10 m). Contudo, é possível comparar as tendências dos deslocamentos medidos na direção jusante – montante pelas duas técnicas referidas (Figura 7). As tendências mostram que ambas apresentam deslocamentos para montante, simultaneamente, nos períodos mais quentes e, apesar das diferenças de cota entre os dois instrumentos, os deslocamentos medidos pelas duas técnicas apresentam amplitudes muito semelhantes. Ambos recuperam para jusante, simultaneamente, nos períodos mais frios.

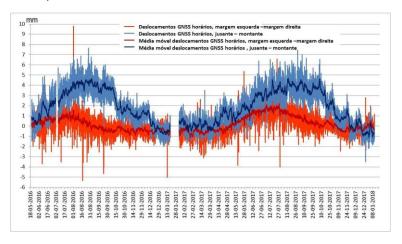


Figura 5. Resultados da aplicação das médias móveis de ordem 25 às séries temporais dos deslocamentos observados pelo GNSS, nas componentes horizontais, na estação FP2J da barragem do Feiticeiro.

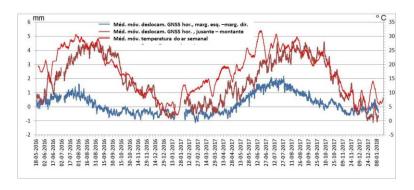


Figura 6. A correlação entre a temperatura e os deslocamentos observados pelo GNSS, nas componentes horizontais, na estação FP2J da barragem do Feiticeiro. A linha azul são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido margem direita – margem esquerda; a linha castanha são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido jusante – montante; a linha vermelha é a média móvel semanal da temperatura do ar

Na barragem do Baixo Sabor a comparação dos deslocamentos observados pelo GNSS em FP3M com os deslocamentos observados na base do coordinómetro do fio de prumo FP3 mostra que há uma boa concordância (Figura 8). A maior parcela do deslocamento observado, na direção radial, é devido à variação térmica anual conforme se pode ver na

Figura 9. Na barragem do Cabril não há fios de prumo instalados na consola central, apenas foram instalados em blocos mais próximos dos encontros. A validação dos deslocamentos observados pelo GNSS na consola central foi conseguida através de um modelo numérico 3D com elementos finitos, validado previamente com os deslocamentos observados pelos fios de prumo instalados em blocos mais próximos dos encontros [10]. Na Figura 10 é possível ver a correlação entre os deslocamentos observados pelo GNSS, no sentido radial (jusante – montante), e a média móvel semanal da temperatura do ar. A escala das ordenadas mostra haver uma correspondência de 1 mm por cada 1º C. O desfasamento temporal entre os deslocamentos radiais e a média móvel semanal da temperatura do ar, da ordem dos 15 dias, pode ser explicada pela inércia térmica da barragem.

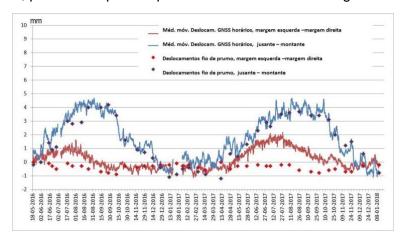


Figura 7. A comparação entre os deslocamentos observados pelo fio de prumo, na base de coordinómetro de FP2, e os deslocamentos observados pelo GNSS, nas componentes horizontais, na estação FP2J da barragem do Feiticeiro. A linha castanha são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido margem direita – margem esquerda; a linha azul são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido jusante – montante; os losangos vermelhos são os deslocamentos observados pelo fio de prumo, no sentido margem esquerda – margem direita; os losangos azuis são os deslocamentos observados pelo fio de prumo, no sentido jusante – montante

Durante o primeiro enchimento da barragem de Foz Tua foi possível monitorizar os deslocamentos desta barragem com as observações GNSS diárias. Os deslocamentos observados pelo GNSS (a antena estava instalada no bloco E1E2, à cota 176,8 m) foram comparados com os deslocamentos observados pelo fio de prumo mais próximo (FP3-17, com a base de coordinómetro instalada no bloco E1D1, à cota 167 m). Conforme se pode verificar na Figura 11, os resultados da comparação mostram uma boa concordância entre as duas técnicas.



Figura 8. A comparação entre os deslocamentos observados pelo fio de prumo, na base de coordinómetro de FP3, e os deslocamentos observados pelo GNSS, nas componentes horizontais, na estação FP3M da barragem do Baixo Sabor. A linha castanha são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido tangencial; a linha azul são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido radial; os losangos vermelhos são os deslocamentos observados pelo fio de prumo, no sentido tangencial; os losangos azuis são os deslocamentos observados pelo fio de prumo, no sentido radial.

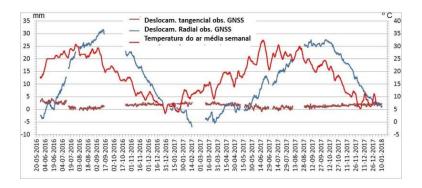


Figura 9. A correlação entre a temperatura do ar (média semanal) e os deslocamentos observados pelo GNSS, nas componentes horizontais, na estação FP3M da barragem do Baixo Sabor. A linha castanha são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido tangencial; a linha azul são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido radial; a linha vermelha é a média móvel semanal da temperatura do ar.

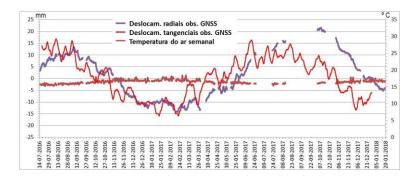


Figura 10. A correlação entre a temperatura do ar (média semanal) e os deslocamentos observados pelo GNSS, nas componentes horizontais, na estação da consola central da barragem do Cabril. A linha castanha são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido tangencial; a linha azul são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido radial; a linha vermelha é a média móvel semanal da temperatura do ar.



Figura 11. A comparação entre os deslocamentos observados pelo fio de prumo e os deslocamentos observados pelo GNSS, nas componentes horizontais, na estação da consola central da barragem de Foz Tua. A linha vermelha são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido tangencial; a linha azul-escuro são as médias móveis dos deslocamentos observados pelo GNSS no sentido radial; a linha castanha são os deslocamentos observados pelo fio de prumo, no sentido tangencial; a linha azul-claro são os deslocamentos observados pelo fio de prumo, no sentido radial.

A partir das soluções GNSS horárias observadas em cada ponto objeto, nas componentes radial e tangencial, subtraíram-se as respetivas médias móveis de ordem 25 tendo-se obtido as dispersões das soluções horárias sem os respetivos deslocamentos nesses mesmos pontos. O raio do círculo que circunscreve 95% da dispersão dessas soluções é uma estimativa da incerteza dos deslocamentos observados em cada ponto objeto. Para se obter a estimativa da incerteza da média móvel de ordem 25 das soluções horárias basta dividir a incerteza das soluções horárias pela raiz quadrada da ordem (ou seja, 5), pela aplicação da lei da propagação das variâncias.

Conforme já foi referido, a antena GNSS da estação de referência na barragem do Cabril está instalada no topo de um poste de uma linha desativada de média tensão, o que deverá ser afetada por inclinações sub-diárias térmicas, induzidas pela expansão térmica da face exposta à radiação solar, que são visíveis na série temporal das observações GNSS horárias.

O Quadro 1 mostra a incerteza estimada dos deslocamentos medidos com o GNSS em cada ponto objeto, das quatro grandes barragens, para as soluções horárias e diárias. A distância à estação de referência entende-se por comprimento da base definida pela estação de referência e o ponto objeto no centro do coroamento da barragem.

Quadro 1. Estimativa das incertezas dos deslocamentos medidos pelo GNSS

Barragem	Distância à estação de referência	Incerteza das soluções horárias	Incerteza das soluções diárias
Baixo Sabor	645 m	4 mm	0,8 mm
Cabril	240 m	6 mm	0,6 mm
Feiticeiro	360 m	2 mm	0,4 mm
Foz Tua	242 m	-	0,4 mm

# 6. APLICAÇÃO DAS ELIPSES PREDITIVAS POSTERIORES PARA A DETEÇÃO DE ERROS

#### 6.1 Aplicação a uma das estações GNSS da barragem do Feiticeiro

No ponto 4 descreve-se o procedimento bayesiano para análise preditiva dos deslocamentos medidos por GNSS que aqui se aplica à barragem do Feiticeiro. Este procedimento é baseado nas elipses preditivas posteriores que assumem haver uma estabilidade temporal no ponto objeto num determinado período de tempo. Estas elipses são calculadas com um conjunto inicial de observações.

Foram escolhidas as medições duma base GNSS permanente da barragem do Feiticeiro para testar a metodologia proposta no ponto 4 [6]. Para isso, foram consideradas 4888 sessões de observação de duração de 1 hora, com começo em maio de 2016. A frequência de amostragem destas observações é de 1 Hz, utilizando recetores de dupla-frequência da Leica Geosystems com antenas do tipo *choke-ring*, também do mesmo fabricante. As observações de fase da portadora foram processadas pelo *software* comercial Spider da Leica Geosystems.

Tomando a primeira solução das 4888 posições relativas da base GNSS como referência, obtiveram-se de todas as outras variações da posição relativa, 4887 pares de coordenadas, nas componentes margem direita para a margem esquerda (*dx*) e jusante para montante (*dy*).

A escolha da amostra foi n = 24, e considerando só o caso planimétrico (m = 2), o que faz com que seja v = n - 2m - 1 = 19 graus de liberdade. Tomando o nível de credibilidade de 95%, o quantil correspondente para a distribuição F(m = 2, v = 19) é q(0.95) = 3,52.

Começa-se por considerar os primeiros 24 pares de variação, calcula-se, de seguida, o vetor médio (3.i) e a matriz da dispersão (3.ii) e, finalmente, calcula-se a elipse credível de densidade máxima preditiva posterior (DMPP) (8), para o nível de credibilidade de 95%. O novo vetor observação (z) foi testado como pertencente ao interior da elipse credível de densidade máxima preditiva posterior (DMPP) (8), para o nível de credibilidade de 95%. E assim, sucessivamente, para os restantes 4863 vetores observados.

A Figura 12 mostra um gráfico de barras com os valores distribuídos pelas classes das formas quadráticas aleatórias dadas por (7): 4644 (95%) observações estão no intervalo [0-1[; 163 (3%) estão no [1-2[; 35 (1%) estão no [2-3[; 12 (0%) estão no [3-4[; 3 (0%) estão no [4-5[; 2 (0%) estão no [5-6[; 1 (0%) estão no [6-7[; 0 (0%) estão no [7-8[; 0 (0%) estão no [8-9[; 1 (0%) estão no [9-10[ e 2 (0%) estão no [10-20[. Se o valor teste é menor ou igual a 1 o novo vetor observação (<math>z) cai no interior da elipse credível de densidade máxima preditiva posterior (DMPP) (8), para o nível de credibilidade de 95%.

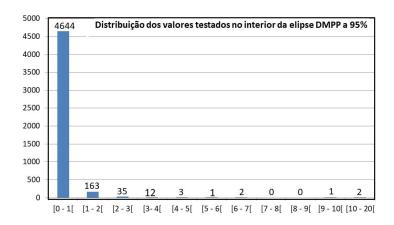


Figura 12. A distribuição dos valores testados no interior da elipse DMPP a 95%.

A Figura 13 mostra 4887 pares de variações (medições de deslocamentos), nas componentes da margem direita para a margem esquerda (dx) e de jusante para montante (dy). O par nulo (dx = 0, dy = 0) é claramente excêntrico em relação à média da amostra (dx = 0,1 mm, dy = 2,6 mm). O valor da média na componente de jusante para montante é explicado pelos deslocamentos (até 7 mm) da barragem nessa direção devido às variações da cota da albufeira e da temperatura. O desvio padrão das duas componentes (s(dx) = 0,82 mm e s(dy) = 1,44 mm) mostra que a incerteza das observações é milimétrica.

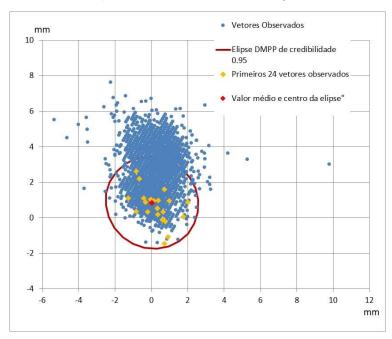


Figura 13. Deslocamentos observados e o respetivo teste para avaliar se o valor observado se encontra ou não no interior da elipse DMPP a 95%.

#### 6.2 Discussão dos resultados

Na prática, apenas a forma quadrática dos valores aleatórios (7) superiores a 3 (0,3%) são considerados como variações atípicas que poderão ser originadas por erros grosseiros de observação.

A Figura 14 mostra a forma quadrática dos valores aleatórios (7) de 4863 pares de soluções relativas aos primeiros 24 pares de solução (24 pares anteriores). Esta figura revela que os valores calculados através de (7) que sejam maiores do que 3 são casos isolados, nem são precedidos, nem são seguidos por outras grandes variações, o que leva a concluir que serão provavelmente originados por erros significativos de observação e não por reais deslocamentos da barragem.

Note-se que as primeiras 24 medições da base são utilizadas como referência para validar a estabilidade da base, i.e., a estabilidade da base é confrontada relativamente às primeiras 24 observações. No presente caso de estudo foram tomadas as primeiras 24 variações, mas outro valor poderia ter sido tomado.

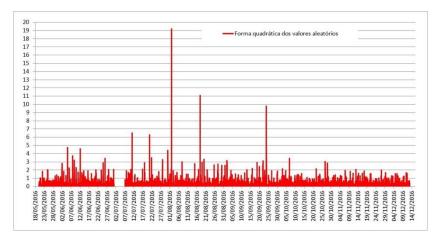


Figura 14. A forma quadrática dos valores aleatórios dados pela equação (7) de 4863 pares de soluções relativas aos primeiros 24 pares de solução.

#### 7. CONCLUSÃO

Os resultados da monitorização dos deslocamentos em barragens com o GNSS mostram que é possível atingir um elevado nível de precisão (submilimétrica) e elevado nível de concordância com os deslocamentos medidos pelos fios de prumo. O GNSS com software especializado para processamento contínuo das observações é uma forte alternativa aos sistemas de monitorização convencionais. Além disso, o equipamento GNSS é robusto sem necessidade de manutenção e de calibração. O GNSS está especialmente vocacionado para monitorização automática, ao contrário dos sistemas de monitorização convencionais que requerem recalibrações frequentes, pessoal especializado para a recolha de dados e de tempo para o processamento dos dados e dos resultados.

O hiper-elipsóide credível de densidade máxima preditiva posterior (DMPP), para o nível de credibilidade de 95% disponibiliza um critério para a decisão da estabilidade das variações de posição em relação a um conjunto inicial de observações. O cálculo deste critério é simples e tem bom fundamento probabilístico.

Neste caso de estudo mostra-se que apenas um pequeno número de observações (inferior a 1%) se encontra afetado por erros significativos e que poderão ser eliminados antes da aplicação dos filtros digitais à serie temporal das observações [11]. Dum modo geral, as

variações atípicas são devidas a erros significativos de observação e não devido a reais deslocamentos da barragem.

#### **AGRADECIMENTOS**

Agradece-se ao Grupo EDP, proprietário da barragem do Cabril e das barragens do Baixo Sabor, Feiticeiro e Foz Tua no período deste estudo, pela permissão da apresentação dos resultados da monitorização.

#### **REFERÊNCIAS**

- [1] Brownjohn, J.M. "Structural health monitoring of civil infrastructure" em *Phil. Trans. R. Soc. A* (2007), **365**, 589-622.
- [2] Shen, N.; Chen, L.; Liu, J.; Wang, L.; Tao, T.; Wu, D. e Chen, R. "A Review of Global Navigation Satellite System (GNSS)-based Dynamic Monitoring Technologies for Structural Health Monitoring". *Remote Sens.* 2019, 11, 1001.
- [3] Lima, J.N.; Casaca, J. "Monitoring dam displacements with GNSS: strategy, accuracy and benefits". *Dam World 2018*, Proceedings of Third International Dam World Conference, Foz do Iguaçu, Brazil, 2018.
- [4] Haykin, S. "Adaptive Filter Theory". Prentice Hall, New Jersey, USA, 2002.
- [5] Priestley, M. B. "Spectral Analysis and Time Series". Academic Press, London, UK, 1981.
- [6] Lima, J.N.; Casaca, J. "A Bayesian procedure for analysis of short permanent GNSS baselines". INGEO 7th International Conference on Engineering Surveying, LNEC, Lisboa, 18-20 de outubro de 2017.
- [7] Barnet, V. "Comparative Statistical Inference". John Willey & Sons, New York, USA, 1973.
- [8] Box, G.E.P. & Tiao, G.C. "Bayesian Inference in Statistical Analysis". John Willey & Sons, New York, USA, 1992.
- [9] Evans, M.; Hastings, N. e Peacock, B. "Statistical Distributions", 3<sup>rd</sup> ed. John Willey & Sons, New York, USA, 2000.
- [10] Rodrigues, M.; Oliveira, S.; Lima, J.N. & Proença, J. "Displacement monitoring in Cabril dam using GNSS". *Dam Engineering*, Vol. XXXI, Issue 3, 2021, 149 165.
- [11] Lima, J.N.; Casaca, J. "Smoothing GNSS Time Series with Asymmetric Simple Moving Averages". *Journal of Civil Engineering and Architecture*, Vol. 6, Nº 6, junho de 2012, 745 750.