

## ANÁLISE PROBABILÍSTICA DO COMPORTAMENTO DIFERIDO DE PONTES DE BETÃO

**Luís Oliveira Santos\***, **Francisco Virtuoso\*\*** e **João Almeida Fernandes\*\*\***

\* Investigador Auxiliar  
Laboratório Nacional de Engenharia Civil  
Av. Brasil, 101  
1700-066 Lisboa  
e-mail: Luis.OSantos@lnec.pt

\*\* Professor Associado  
Instituto Superior Técnico  
Av. Rovisco Pais, 1  
1049-001 Lisboa  
e-mail: fvirtuoso@civil.ist.utl.pt

\*\*\* Investigador Coordenador  
Laboratório Nacional de Engenharia Civil  
Av. Brasil, 101  
1700-066 Lisboa  
e-mail: Almeida.Fernandes@lnec.pt

**Palavras-chave:** Comportamento diferido, Pontes de betão, Observação de pontes, Análise probabilística, Método de Monte Carlo, Fluência.

**Resumo.** *Apresenta-se o procedimento utilizado para realizar a análise probabilística do comportamento diferido de pontes de betão através do método de Monte Carlo, considerando como variáveis aleatórias o módulo de elasticidade, a retracção e a fluência do betão utilizado nessas obras, previamente caracterizadas de forma experimental. Este procedimento foi aplicado a quatro pontes cujo comportamento estrutural é observado pelo LNEC. Alguns dos valores observados, correspondentes às variações consideradas mais relevantes, são comparados com os valores calculados.*

## 1. INTRODUÇÃO

Os efeitos diferidos devidos ao comportamento reológico dos materiais assumem uma importância crescentemente reconhecida no comportamento de estruturas de betão, nomeadamente quando se trata de estruturas pré-esforçadas construídas com complexas histórias de betonagem e de carga.

A incidência desses efeitos é particularmente importante na verificação da segurança em serviço das estruturas, manifestando-se através do aumento das deformações ao longo do tempo e da redistribuição de tensões e de esforços, incluindo as perdas diferidas de pré-esforço.

A retracção e fluência do betão são fenómenos de difícil previsão devido à sua complexidade e à impossibilidade de uma correcta estimativa dos factores que os condicionam. Embora sejam fenómenos que ocorrem à escala microscópica, a sua caracterização, sob o ponto de vista da análise dos seus efeitos no comportamento das estruturas, é efectuada a nível macroscópico, pelo que a definição das suas características se baseia nas propriedades médias dos materiais dos diversos elementos estruturais.

A evolução destas propriedades está associada a uma incerteza que não se reflecte na natureza determinística dos modelos de previsão correntemente utilizados. Tornam-se assim evidentes as vantagens do estudo do comportamento diferido das pontes de betão ser efectuado com base numa abordagem probabilística das propriedades do betão, à semelhança do que sucede relativamente a outras variáveis, como por exemplo, os valores das resistências dos materiais.

Apresenta-se neste trabalho o procedimento desenvolvido para realizar a análise probabilística do comportamento diferido de pontes de betão, permitindo a utilização dos valores provenientes da caracterização *in situ* dos fenómenos cuja variabilidade se pretende considerar: o módulo de elasticidade, a retracção e a fluência do betão. Após uma breve descrição do modelo de análise desenvolvido e da forma como foi implementada a análise probabilística, apresentam-se alguns dos principais resultados obtidos através da análise das pontes de S. João, Guadiana, Freixo e Miguel Torga, que são comparados com os valores observados.

## 2. MODELAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO BETÃO

A modelação do comportamento dos materiais foi efectuada de acordo com os modelos do MC90 [4], que serviram de base ao EC2 [5], tanto no que se refere ao aço como ao betão. Relativamente ao aço há que distinguir entre o aço das armaduras passivas e o aço de pré-esforço, este sujeito a fenómenos de relaxação. O comportamento diferido do betão inclui a retracção, a fluência e a maturação, que se reflecte na evolução da resistência e do módulo de elasticidade.

O modelo numérico utilizado para a análise do efeito da fluência foi a aproximação da função de fluência através de um número finito de termos numa série de Dirichlet [3], técnica de utilização geral aplicável a qualquer modelo de curva de fluência. Foram utilizados os cinco primeiros termos da série, tendo-se determinado por via numérica os respectivos coeficientes.

### 3. MODELAÇÃO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL

O modelo de análise desenvolvido permite a análise de modelos tridimensionais, recorrendo a elementos finitos de peças lineares para simular os pilares e o tabuleiro.

O elemento finito de barra implementado é definido por três nós, dois localizados nas extremidades do elemento e o terceiro no seu interior, permitindo desta forma uma melhor aproximação na análise de barras com secção variável através da utilização de funções de forma do segundo grau para os deslocamentos axiais e a utilização de polinómios do 4º grau para os deslocamentos transversais. Estes elementos pressupõem válida a hipótese de Bernoulli e consideram a influência das armaduras passivas e dos cabos de pré-esforço aderente. Esta influência repercute-se não só na rigidez dos elementos, mas também nas restrições que as armaduras impõem às deformações resultantes da retracção e da fluência do betão.

Foi igualmente implementado um elemento de tirante, na formulação do qual foi considerada a não linearidade geométrica resultante do efeito do seu peso próprio, e um elemento para simular o comportamento dos cabos de pré-esforço exterior. No âmbito dos estados limites de utilização, como neste trabalho, a modelação do pré-esforço exterior é efectuada através de elementos lineares rigidamente ligados à estrutura, considerando-se que o atrito impede o deslocamento dos cabos nos desviadores [7].

A metodologia desenvolvida considera os efeitos diferidos dos materiais, nomeadamente a maturação, a retracção e a fluência do betão e a relaxação dos aços de pré-esforço. Tendo em conta os níveis de deslocamentos e de deformações, este procedimento é perfeitamente justificável na generalidade das pontes de betão, nomeadamente na análise do seu comportamento em serviço.

Finalmente, é considerada a modelação evolutiva da estrutura, incluindo não só o comportamento diferido dos materiais, mas também a sequência construtiva, implicando a inclusão ou exclusão de elementos ou de apoios.

### 4. CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO DO BETÃO

A caracterização experimental da evolução da tensão de rotura e do módulo de elasticidade é efectuada através de ensaios laboratoriais, realizados em diversas idades do betão.

A determinação *in situ* da retracção e da fluência é efectuada através de pares de provetes betonados em simultâneo com a estrutura e que ficam sujeitos às mesmas condições ambientais. Nos provetes compensadores termo-higrométricos, que não ficam sujeitos a qualquer tensão, medem-se as extensões devidas às variações de temperatura e à retracção. Nos compensadores de fluência é aplicada uma tensão de compressão constante, considerando-se que as deformações devidas à tensão aplicada – deformações instantânea e de fluência – correspondem à diferença entre as deformações medidas nos dois provetes. Estes provetes são, em geral, colocados sobre o tabuleiro e no interior das secções em caixão.

No conjunto das quatro pontes cujo comportamento foi objecto de análise neste trabalho, foram realizados ensaios para a determinação do módulo de elasticidade em 69 provetes, tendo sido executados para a caracterização da retracção e da fluência, respectivamente, 101 e

39 provetes. Na Tabela 1 indicam-se os provetes utilizados em cada uma das pontes analisadas.

Ponte	Mód. Elasticidade		Retracção				Fluência			
	Secções	Provetes	Secções	Prv. ext.	Prv. int.	Prv. lab	Secções	Prv. ext	Prv. int.	Prv. Lab
S. João	7	22	6	–	15	–	6	–	15	–
Guadiana	4	10	4	7	6	–	2	4	3	–
Freixo	8	22	8	8	12	–	4	–	8	–
M. Torga	5	15	5	32	15	6	2	3	3	3
TOTAL	24	69	23	47	48	6	14	7	29	3

Tabela 1 – Instrumentação utilizada para a caracterização do betão das pontes analisadas

O tratamento dos valores experimentais foi efectuado através da utilização de regressões não lineares aos valores experimentais, minimizando a soma dos quadrados das diferenças entre os valores observados e estimados através das expressões algébricas propostas no MC90 [3]. Para este efeito introduziram-se dois coeficientes, um para afectar o valor da retracção a tempo infinito, C1, e outro destinado a corrigir o seu desenvolvimento no tempo, C2, passando a extensão de retracção a ser obtida através das seguintes expressões:

$$\varepsilon_{cs}(t-t_s) = \varepsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t-t_s) \quad (1)$$

$$\varepsilon_{cs0} = C_1 \cdot \varepsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{RH} \quad (2)$$

$$\beta_s(t-t_s) = \left( \frac{t-t_s}{0,035 h_0^2 + (t-t_s)} \right)^{0,5C_2} \quad (3)$$

Pelas mesmas razões, introduziram-se os parâmetros C3 e C4 no modelo de fluência do MC90, de tal forma que o coeficiente de fluência passa a ser obtido através das seguintes expressões:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \cdot \beta_c(t-t_0) \quad (4)$$

$$\phi_0 = C_3 \cdot \phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (5)$$

$$\beta_c(t-t_0) = \left( \frac{(t-t_0)}{\beta_H + (t-t_0)} \right)^{0,3C_4} \quad (6)$$

A descrição detalhada da forma como é efectuada a caracterização da variabilidade do comportamento diferido do betão a partir dos resultados experimentais foi apresentada em trabalhos anteriores [8] [9].

## 5. ANÁLISE PROBABILÍSTICA

A implementação dos modelos probabilísticos na análise do comportamento diferido de estruturas de betão, sendo efectuada de formas diversas, tem sido maioritariamente realizada através do método de Monte Carlo [10] ou de métodos derivados, recorrendo a técnicas de redução de variância, como a técnica de amostragem estratificada, de que é exemplo o hipercubo latino [1][2].

O método de Monte Carlo consiste na simulação das variáveis aleatórias básicas, na avaliação da resposta estrutural correspondente a cada grupo de variáveis básicas geradas e no tratamento dessas respostas como amostra do universo das respostas. É um processo intuitivo cujo principal inconveniente é a necessidade de realizar um elevado número de cálculos.

A escolha do método de Monte Carlo deveu-se ao rigor dos resultados que permite obter, ao seu carácter intuitivo e à facilidade da sua implementação. O facto de se pretender caracterizar uma zona relativamente central da função densidade de probabilidade (intervalo de 90%), ao contrário do que sucede, por exemplo, em problemas de fiabilidade estrutural em que se procuram valores extremos, correspondentes a probabilidades de rotura da ordem ou inferiores a  $10^{-5}$ , permite que o número de cálculos necessários não seja demasiado elevado.

A simulação do comportamento estrutural inicia-se pela escolha e caracterização das variáveis aleatórias básicas que, no presente caso, são o módulo de elasticidade, a retracção e a fluência do betão. Refira-se que a resposta probabilística de uma estrutura é afectada por outras variáveis que, embora tendo uma natureza aleatória, dado o âmbito do trabalho foram consideradas determinísticas.

A análise estrutural foi efectuada através da realização de sucessivos cálculos determinísticos, cada um com um conjunto de variáveis aleatórias geradas de acordo com as suas distribuições de probabilidades. Em cada cálculo determinístico associou-se a cada barra um conjunto de valores do módulo de elasticidade, da retracção e da fluência do betão cujas características foram geradas por um processo de simulação, sendo consideradas independentes entre si. Por outro lado, as propriedades dos materiais de cada barra foram consideradas independentes em relação às das restantes barras, o que se justifica pelo facto de, geralmente, a cada barra corresponder uma aduela, executada através duma só betonagem, diferente das betonagens das aduelas adjacentes.

O tratamento estatístico da amostra constituída pelos resultados dos diversos cálculos da resposta da estrutura permite obter o valor médio da evolução das diversas grandezas bem como a respectiva variabilidade.

Uma questão relevante na utilização do Método de Monte Carlo prende-se com a qualidade dos parâmetros estatísticos estimados, fortemente dependente do número de simulações efectuadas, que pode ser avaliada recorrendo ao conceito de intervalo de confiança. O intervalo de confiança de uma determinada grandeza corresponde ao intervalo de valores que essa grandeza pode assumir, associado a uma determinada probabilidade de ocorrência. Para uma distribuição normal, o intervalo de confiança da média para um nível de confiança  $1-\alpha$  é obtido através da seguinte expressão:

$$\langle \mu \rangle_{1-\alpha} = \left[ \bar{x} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \right] \quad (7)$$

Nesta expressão  $\bar{x}$ ,  $s$  e  $n$  representam a média, o desvio padrão e a dimensão da amostra, e  $t_{\alpha/2, n-1}$  é o valor do argumento da distribuição  $t$  de Student para uma probabilidade de excedência de  $\alpha/2$  e  $n-1$  graus de liberdade.

De forma análoga pode ser definido um intervalo de confiança para a variância, tendo-se:

$$\langle \sigma^2 \rangle_{1-\alpha} = \left[ \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2, n-1}}; \frac{(n-1)s^2}{\chi_{(1-\alpha/2), n-1}} \right] \quad (8)$$

Nesta expressão  $\chi_{\alpha/2, n-1}$  e  $\chi_{(1-\alpha/2), n-1}$  são os valores do argumento da distribuição de Qui-quadrado para as probabilidades de excedência consideradas e  $n-1$  graus de liberdade.

As análises probabilísticas efectuadas incluíram, pelo menos, a execução de 100 cálculos determinísticos o que proporciona, para níveis de confiança de 95%, os seguintes intervalos de confiança para a média e a variância:

$$\langle \mu \rangle_{0,95} = [\bar{x} - 0,20 s; \bar{x} + 0,20 s] \quad (9)$$

$$\langle \sigma^2 \rangle_{0,95} = [0,80 s^2; 1,27 s^2] \quad (10)$$

Na Figura 1 ilustra-se a evolução dos valores da média e do desvio padrão do deslocamento vertical na secção de meio vão do tramo central ao fim de 10 anos em serviço da ponte de S. João em função do número de cálculos realizados.

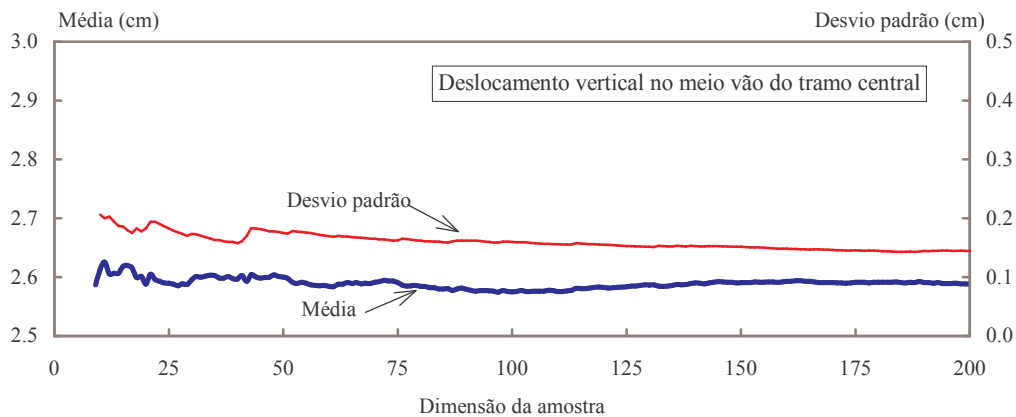


Figura 1 – Evolução da média e do desvio padrão em função do número de cálculos (Ponte de S. João após 10 anos em serviço)

## 6. RESULTADOS DAS ANÁLISES EFECTUADAS

Entre o elevado volume de resultados obtidos apresentam-se de seguida apenas alguns exemplos, tendo em vista ilustrar os procedimentos acima expostos. Para este efeito, em cada gráfico de resultados estão representados, para além dos valores experimentais, a curva média e as curvas correspondentes aos quantilhos de 5% e 95% provenientes da análise probabilística. Estas duas curvas definem, para cada grandeza, um intervalo com uma probabilidade de ocorrência de 90%, que, por uma questão de simplicidade de expressão, será referido como *Intervalo de 90%*.

Para estabelecer uma comparação com os limites deste intervalo de 90% definido pela análise probabilística, efectuaram-se dois cálculos determinísticos: um proporcionando uma baixa deformação, executado com os valores da retracção e da fluência correspondentes ao quantilho de 5% associados aos valores relativos ao quantilho de 95% do módulo de elasticidade; o outro propiciando elevadas deformações, efectuado com os valores da retracção e da fluência referentes ao quantilho de 95% e os valores do módulo de elasticidade respeitantes ao quantilho de 5%. As curvas obtidas através destes dois cálculos foram incluídas nos gráficos em que são apresentadas as diversas grandezas, verificando-se que, como seria de esperar, constituem majorantes do intervalo de 90% acima referido.

Nos diversos gráficos foi ainda incluída uma curva resultante da aplicação directa dos modelos de retracção e de fluência do EC2, utilizando o valor médio do módulo de elasticidade.

Na Figura 2 apresenta-se a evolução das extensões nas lajes superior e inferior da secção S5, localizada a 22 m do eixo do pilar PE1. Nesta figura, em que se distingue claramente a fase final da construção (até Junho de 1991) da fase de serviço da obra, ressalta a pequena variabilidade que se verifica nestes deslocamentos.

Entre as várias grandezas medidas nas diversas secções instrumentadas na ponte Internacional do Guadiana (Figura 3) apresentam-se na Figura 4, as rotações numa secção localizada a um quarto do vão central. Nesta figura ressalta a pequena variabilidade das rotações, verificando-se ainda que os valores de cálculo exibem uma concordância razoável com os valores experimentais, medidos a partir do final da construção com clinómetros de bolha de ar.

A evolução da abertura das juntas de dilatação permite uma avaliação global de alguns dos efeitos do comportamento diferido de uma ponte, pese embora os valores da abertura das juntas serem afectados de forma muito significativa pelas variações de temperatura sazonais. Na Figura 5 representa-se a evolução da abertura da junta norte da ponte do Freixo. Nesse gráfico, para além das curvas anteriormente apresentadas, incluiu-se uma curva sinusoidal de período anual cuja amplitude em torno da curva média foi determinada através duma regressão não linear às diferenças entre os valores observados e a referida curva média. Torna-se assim evidente a origem sazonal das variações dos valores medidos em torno da evolução média.

Apresentam-se na Figura 7 as extensões, medidas através de vários extensómetros de corda vibrante (C5.1 a C5.9), na secção S5, próxima do meio vão do tramo de 180 m da ponte Miguel Torga, sobre o rio Douro, na Régua, podendo constatar-se uma significativa variabilidade nas extensões. Na Figura 8 apresentam-se os valores das tensões da secção referida anteriormente, constatando-se a sua reduzida variabilidade face à variabilidade das extensões.

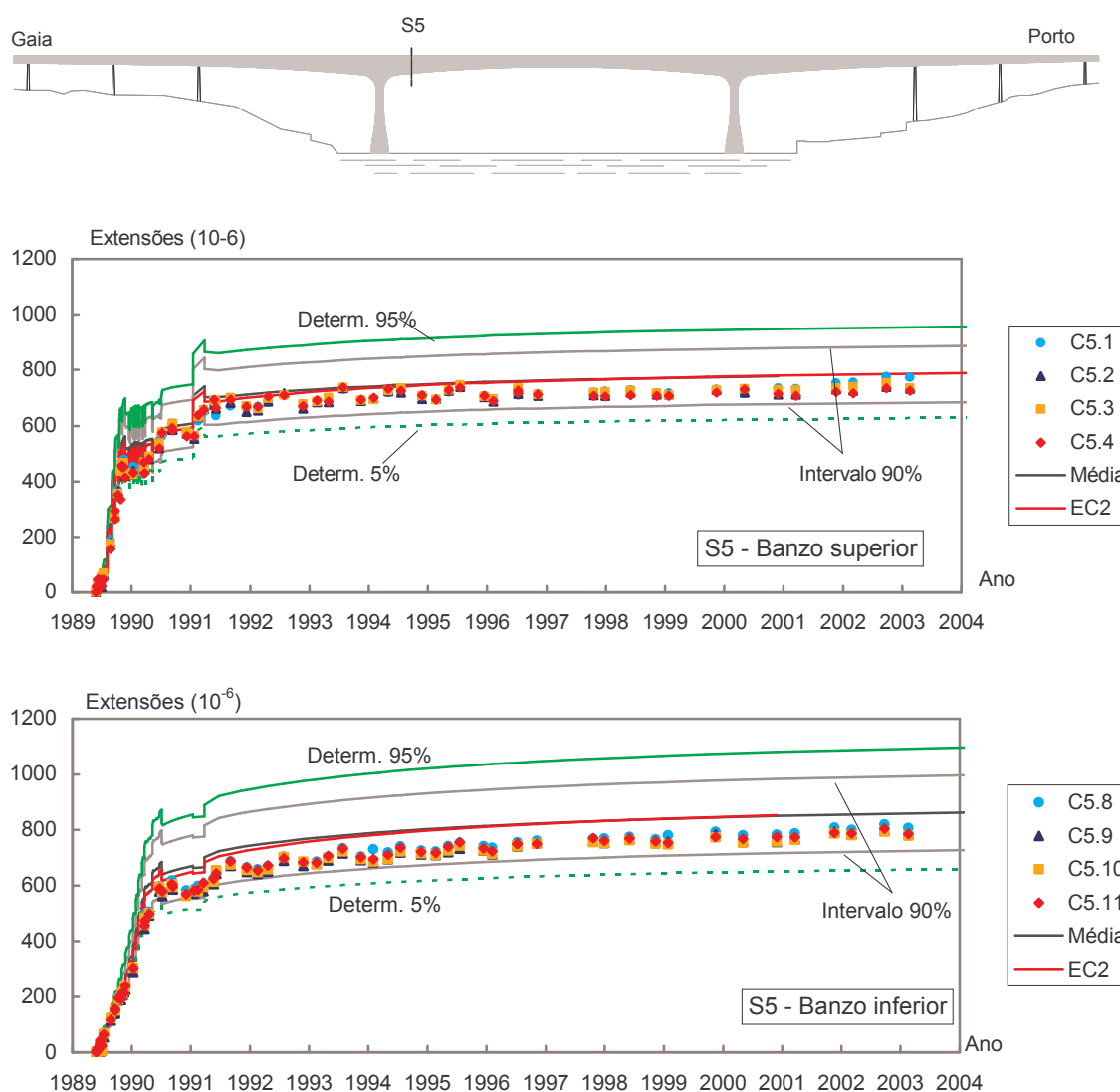


Figura 2 – Ponte de S. João: extensões na laje superior e nas almas na secção S5

Nos diversos gráficos apresentados incluíram-se duas curvas provenientes de dois cálculos determinísticos efectuados com características do betão, um dos quais propiciava baixa deformabilidade e, o outro, elevada deformabilidade. Estas curvas, pelas características dos dados utilizados, definem um intervalo que contém o intervalo de 90% obtido por via probabilística. Para aferir a utilidade destes cálculos determinísticos importa, pois, estabelecer uma comparação entre os resultados obtidos por estas duas vias. Esta comparação é estabelecida na Tabela 2, onde se apresenta a relação entre as amplitudes dos intervalos definidos por via determinística e probabilística, nas diferentes grandezas estudadas, nas diversas pontes e após 10 anos em serviço.



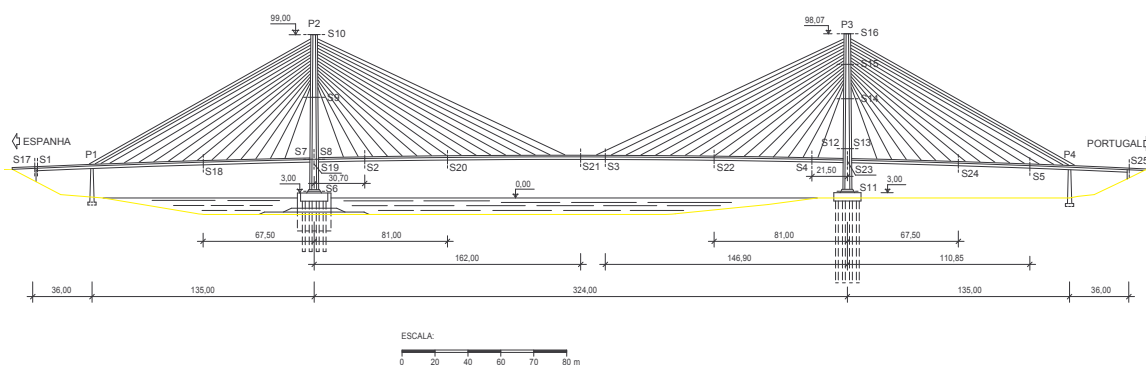


Figura 3 – Ponte do Guadiana: localização das secções instrumentadas

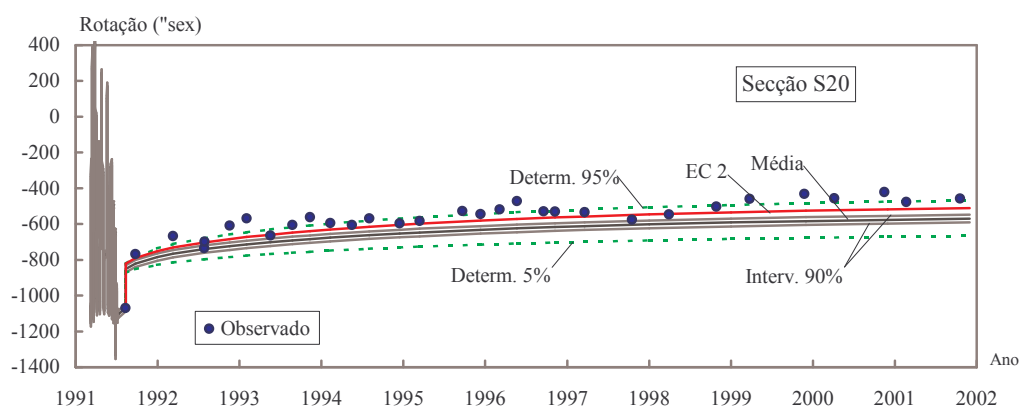


Figura 4 – Ponte do Guadiana: evolução da rotação no tabuleiro (secção a ¼ do vão central)

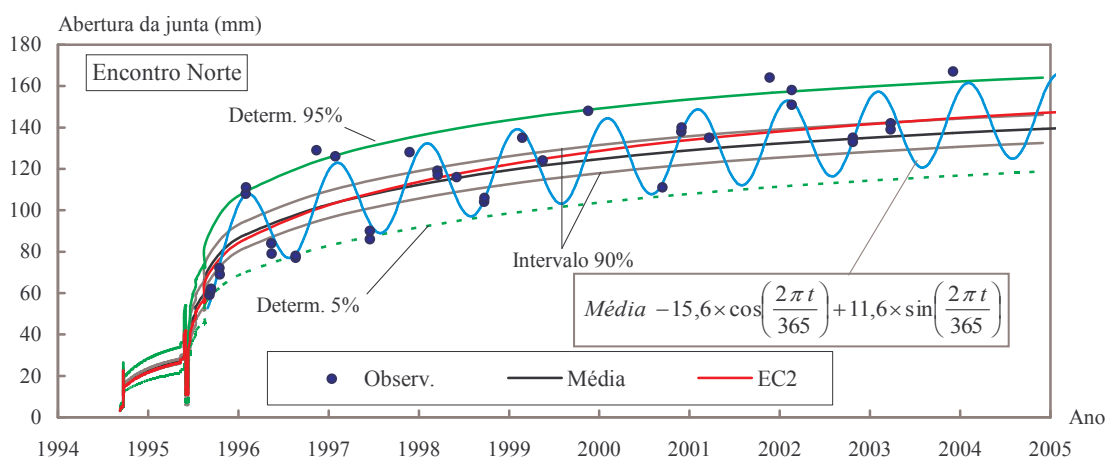


Figura 5 – Ponte do Freixo: evolução da abertura da junta de dilatação Norte

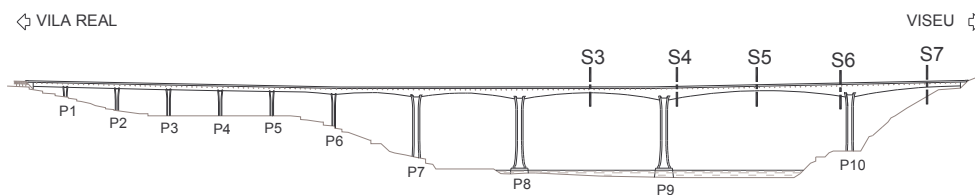


Figura 6 – Ponte Miguel Torga: localização das secções do tabuleiro instrumentadas

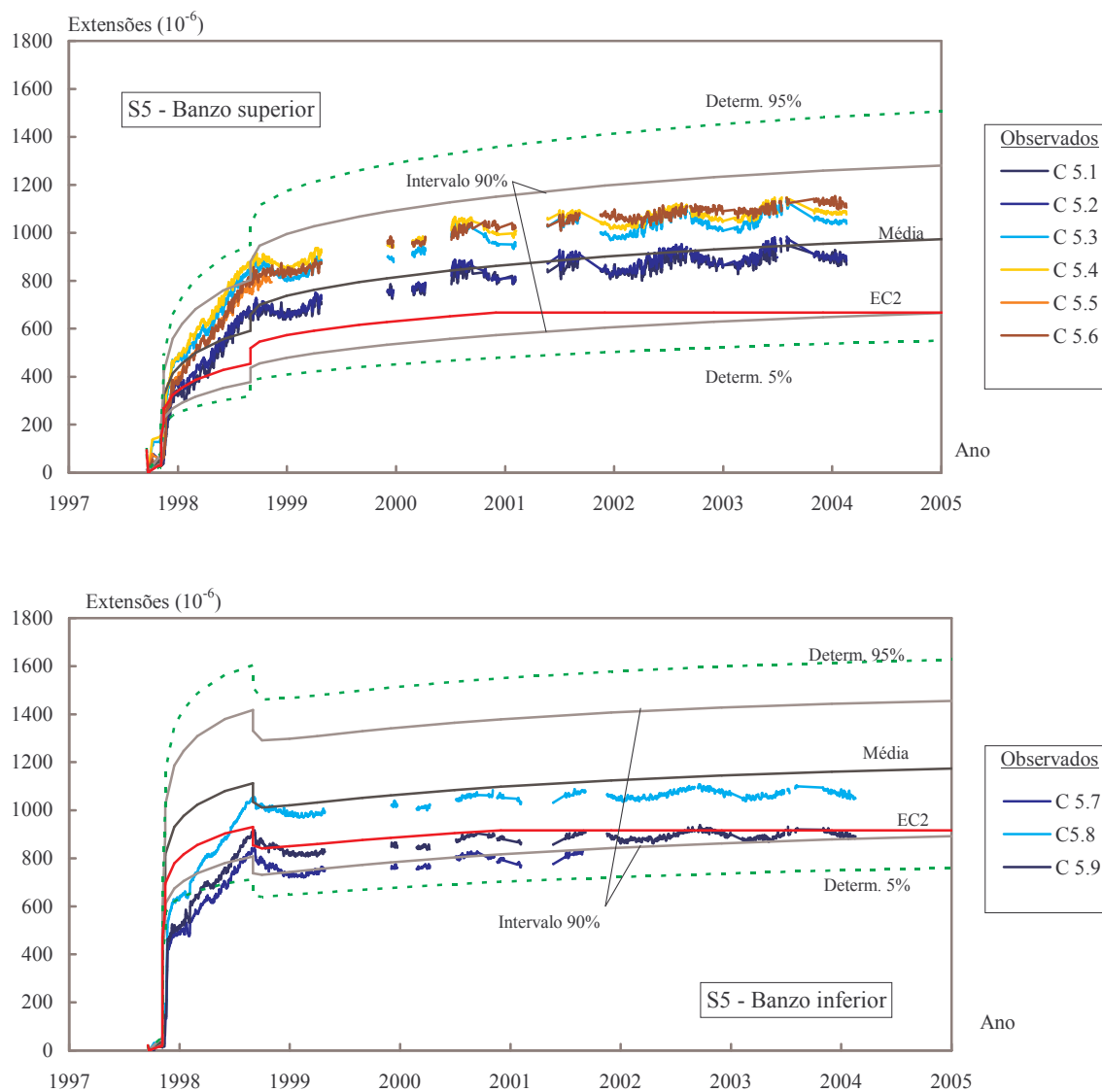


Figura 7 – Ponte Miguel Torga: evolução das extensões na secção S5 (1/2 vão)

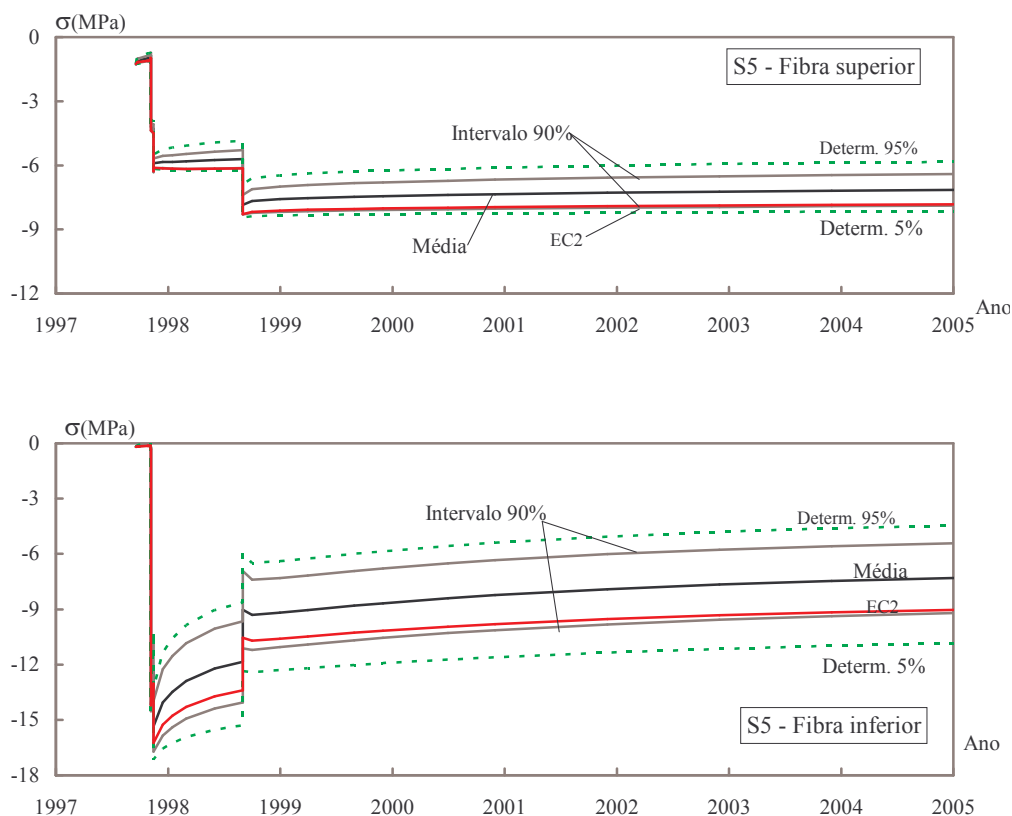


Figura 8 – Ponte Miguel Torga: evolução das tensões no betão da secção S5 (1/2 vão)

Grandeza	Secção	S. João	Guadiana	Freixo	Miguel Torga
Desloc. vertical	1/2 vão	2,5	16,1	1,1	5,0
Abert. de juntas	Encontro	9,4	6,1	9,4	8,6
Rotação	Topo pilar	5,0	3,8	2,0	3,7
Extensão superior	Apoio	1,6	1,6	1,5	1,8
Extensão inferior		1,6	1,7	1,6	1,8
Extensão superior	1/2 vão	1,6	1,9	1,4	1,6
Extensão inferior		1,3	1,9	1,5	1,6
Tensão superior	Apoio	1,7	2,3	1,6	1,8
Tensão inferior		1,7	1,1	1,0	1,8
Tensão superior	1/2 vão	1,1	2,0	2,0	1,0
Tensão inferior		2,1	2,0	1,3	1,9

Tabela 2 – Relação entre a amplitude dos intervalos de 90% definidos pelos cálculos determinísticos e probabilísticos (após 10 anos em serviço)

A análise probabilística efectuada permitiu constatar que, de uma forma geral, nas diversas pontes estudadas os deslocamentos lineares e angulares são pouco sensíveis à variabilidade do comportamento diferido do betão. Em contrapartida, nas extensões é visível o efeito dessa variabilidade, que se traduz em coeficientes de variação com valores próximos de 10%, tanto durante a construção como depois da entrada em serviço das pontes.

Efectuou-se também uma análise de sensibilidade que evidenciou a importância da variabilidade do módulo de elasticidade do betão no comportamento diferido das pontes durante a construção. Após a entrada em serviço, o contributo da variabilidade da retracção no comportamento das obras ganha uma importância acrescida. A contribuição da fluência na variabilidade da resposta da estrutura manifesta-se tanto durante a construção como após a sua entrada em serviço.

## 7. CONCLUSÕES

A presente comunicação teve como objectivo apresentar um procedimento utilizado para realizar a análise probabilística do comportamento diferido de pontes de betão considerando como variáveis aleatórias o módulo de elasticidade, a retracção e a fluência do betão utilizado nessas obras.

Os valores resultantes das análises efectuadas evidenciam uma razoável concordância com os valores observados em quatro pontes observadas pelo LNEC, tanto em relação a deslocamentos lineares e angulares como em relação a extensões, o que reflecte a validade dos modelos implementados.

Das análises efectuadas ressalta a importância decisiva que a fase construtiva tem na evolução dos estados de deformação ao longo da vida da obras, pelo que se torna necessário, em termos de observação, um acompanhamento detalhado desta fase, em particular durante operações cuja caracterização seja mais difícil, como, por exemplo, a imposição de deslocamentos antes da execução de secções de fecho.

A realização de cálculos determinísticos realizados definindo o betão através dos valores correspondentes aos quantilhos de 5% do módulo de elasticidade e de 95% da retracção e da fluência do betão (elevada deformabilidade) ou através dos valores correspondentes aos quantilhos de 95% do módulo de elasticidade e de 5% da retracção e da fluência do betão (baixa deformabilidade) permitiu verificar que os intervalos da resposta das estruturas definidos por estes cálculos têm sempre uma amplitude superior à dos intervalos definidos pelos cálculos probabilísticos. Verificou-se ainda que a relação entre essas amplitudes é, de uma forma geral, elevada no que diz respeito aos deslocamentos verticais, à abertura de juntas e às rotações, mas que, relativamente às extensões e às tensões no betão, essa relação apresenta valores compreendidos entre 1,0 e 2,3.

As grandes diferenças verificadas entre as relações respeitantes aos deslocamentos e as relações correspondentes às restantes grandezas pode prender-se com o carácter mais global dos deslocamentos, tanto lineares como angulares. Isto é, o valor dos deslocamentos resulta da integração das características de todo o tabuleiro enquanto que as restantes grandezas são mais dependentes das características locais, neste caso do betão, o que poderá explicar a pequena variabilidade verificada nos deslocamentos obtidos por via probabilística. Com

efeito, nestes cálculos foi gerado de forma aleatória, através do Método de Monte Carlo, um betão diferente para as diversas aduelas enquanto que nos cálculos determinísticos foi usado o mesmo betão para toda a estrutura. Por consequência a variabilidade das propriedades do betão introduzidas nos cálculos probabilísticos atenua-se de forma mais marcante nos deslocamentos, em virtude destes serem função das características do betão de todo o tabuleiro que conduz a uma menor variabilidade em torno do seu valor médio.

## REFERÊNCIAS

- [1] Z. P. Bazant, J.-K. Kim – “Segmental box girder: deflection probability updating”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 115, No 10, pp. 2528-2547 (1989).
- [2] Z. P. Bazant, K.-L. Liu – “Random creep and shrinkage in structures: sampling”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 111, No 5, pp. 1113-1134 (1985).
- [3] Z. P. Bazant, S. T. Wu – “Dirichlet Series Creep Functions for Aging Concrete”, *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 99, No EM2, pp 367-387 (1973).
- [4] CEB-FIP – *Model Code 1990 - Design code*. Thomas Telford (1991).
- [5] C. Floris, R. Marelli, L. Regondi – “Creep effects in concrete structures: a study of stochastic behavior”, *ACI Materials Journal*, Vol. 88, No 3, pp. 248-256 (1991).
- [6] EC2 – *Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão - Parte 1: Regras gerais e regras para edificios*, NP ENV 1992-1-1:1998, IPQ (1998).
- [7] Khanh T Nguyen– “Non-linear analysis of concrete beams with unbounded tendons”, *Computational Modelling of Concrete Structures*, pp. 749-755, Balkema, (1998).
- [8] L. Oliveira Santos, F. Virtuoso; J. Almeida Fernandes – “Caracterização da variabilidade do comportamento diferido do betão observado *in situ*”, *Betão Estrutural 2000*, FEUP, pp 551-560 (2000).
- [9] L. Oliveira Santos – *Observação e análise do comportamento diferido de pontes de betão*, Dissertação de doutoramento, IST (2001).
- [10] G. Singh – “Probabilistic deflection analysis on a microcomputer with reference to creep and shrinkage”, *Fourth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete: Mathematical Modeling*, Evanston, pp. 705-714 (1986).