

Modelação Numérica da Fratura em Barragens Gravidade. Técnicas de Injeção de Modos de Deformação



I.F. Dias

Bolseiro Pós-Doc
LNEC
Lisboa
ivomdias@hotmail.com



J.V. Lemos

Investigador
LNEC
Lisboa
vlemos@lnec.pt

SUMÁRIO

Os processos de fratura, que penetram de forma profunda no corpo de uma barragem de betão, podem afetar seriamente a sua segurança estrutural. Devido ao potencial catastrófico associado à rotura de grandes barragens, é fundamental dispor de modelos numéricos capazes de prever realisticamente o eventual desenvolvimento de fissuras bem como a resistência estrutural última associada aos mecanismos de colapso estrutural.

Neste trabalho estuda-se o problema de propagação de fraturas (por tração) em barragens de betão do tipo gravidade usando algumas técnicas numéricas desenvolvidas e propostas recentemente: “crack-path field and strain injection techniques” [1-3], associadas a um modelo constitutivo do tipo Rankine [4].

O exemplo numérico apresentado na parte final do trabalho (barragem de Koyna) evidencia as vantagens e potencialidades da metodologia.

Palavras-chave: Barragens de betão, fratura, formulações mistas, descontinuidades fortes, cálculos à rotura.

1. INTRODUÇÃO

Tem vindo a ser feito recentemente, por diversos autores, um grande esforço no sentido de desenvolver e aperfeiçoar novos métodos numéricos que melhorem as análises estruturais até à rotura [5-8]. Apesar do grande potencial que estas novas metodologias apresentam, até ao momento, a sua maior parte foi unicamente explorada e validada através de aplicações académicas. Neste trabalho explora-se o uso das novas técnicas de injeção de modos de deformação (“strain injection techniques”), e avalia-se o seu potencial de aplicação a problemas reais de engenharia civil, como é o caso de barragens de betão do tipo gravidade. O trabalho aborda cuidadosamente aspetos relacionados com a independência da malha de elementos finitos (“mesh bias” e “stress locking”), robustez e custo computacional, que são aspetos fundamentais na modelação numérica da fratura.

Este novo método foi desenvolvido no âmbito do método dos elementos finitos e utiliza modelos constitutivos do continuum equipados com leis de enfraquecimento. Consiste numa metodologia para introduzir (injetar), nos elementos finitos atravessados pelas fissuras, modos de deformação específicos (constantes e descontínuos) com objetivo de melhorar o seu desempenho para modelar processos de fratura. A informação para injetar os modos de deformação descontínuos (posição da fissura dentro do elemento finito) é obtida através de uma técnica auxiliar local denominada “crack-path field technique” [1]. A metodologia goza dos benefícios (independência da malha, baixo custo computacional) que apresentam os chamados “intra-elemental methods” E-FEM [9] e X-FEM [10] (métodos que capturam a fratura no interior do elemento finito), com a vantagem de não recorrer a algoritmos globais de captura e gestão de descontinuidades, que são invasivos do ponto de vista da programação.

2. TÉCNICAS DE INJEÇÃO DE MODOS DE DEFORMAÇÃO

Injeção de modos de deformação refere-se a uma técnica numérica, de carácter geral, que consiste em introduzir, numa dada parte do domínio e durante determinadas etapas da simulação numérica, modos de deformação específicos com o objetivo de melhorar o desempenho numérico das formulações clássicas de elementos finitos.

Um dos pontos fundamentais desta técnica consiste na divisão do domínio em dois subdomínios disjuntos¹: o “domínio de injeção”, $\mathcal{B}_{inj}(t)$, que corresponde à parte do corpo onde são introduzidos os modos de deformação e a parte remanescente, $\mathcal{B} \setminus \mathcal{B}_{inj}$, na qual não é realizado nenhum melhoramento (ver Figura 1).

¹ tal que $\mathcal{B}_{inj}(t) \cap \mathcal{B} \setminus \mathcal{B}_{inj} = \emptyset$ e $\mathcal{B} \equiv \mathcal{B}_{inj}(t) \cup \mathcal{B} \setminus \mathcal{B}_{inj}$:

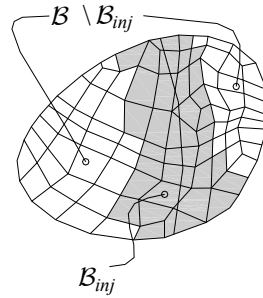


Figura 1 Domínio B^h discretizado em elementos finitos de tamanho h .

Considerando uma discretização por elementos finitos e tendo em conta a anterior divisão do domínio, a equação variacional do problema mecânico (equivalente ao princípio dos trabalhos virtuais) pode escrever-se da seguinte forma:

$$\underbrace{\int_{B \setminus B_{inj}} \nabla^s \eta^h : \dot{\Sigma}(\nabla^s \dot{u}^h) dB}_{\text{Standard term}} + \underbrace{\sum_{\forall B^{(e)} \subset B_{inj}(t)} \int_{B^{(e)}} \nabla^s \eta^h : \dot{\Sigma}(\dot{\epsilon}_{inj}^{(e)}) dB}_{\text{Strain injection term}} = W^{ext}(\eta, \mathbf{b}, \mathbf{t}^*) \quad \forall \eta^h \quad (1)$$

onde o trabalho produzido pelas forças internas se encontra representado através do soma de dois termos. O primeiro termo (“standard term”) corresponde à parte do domínio, $B \setminus B_{inj}$, onde não é realizado qualquer melhoramento, sendo portanto as extensões calculadas diretamente do gradiente simétrico, ∇^s , do campo de deslocamentos, u (equação de compatibilidade), como é usual para o caso de formulações de elementos finitos em deslocamentos. O segundo termo (“strain injection term”) corresponde à parte do domínio onde os modos de deformação melhorados, $\dot{\epsilon}_{inj}^{(e)}(\mathbf{x}, t)$, são injetados na equação constitutiva, $\dot{\Sigma}$, daqueles elementos que pertencem ao domínio de injeção. Para este caso, as extensões já não resultam diretamente da equação de compatibilidade devendo, portanto, ser adicionada uma nova equação ao sistema que defina o modo de deformação, $\dot{\epsilon}_{inj}^{(e)}(\mathbf{x}, t)$, a injectar (secção 2.1.1 e 2.1.2).

Finalmente, $W^{ext}(\eta, \mathbf{b}, \mathbf{t}^*)$ corresponde ao trabalho das forças externas, onde $\mathbf{t}^*(\mathbf{x}, t)$ e $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$ são vetores de tensão e forças mássicas respetivamente.

2.1 Modos de deformação melhorados para o estudo de fratura

Uma dos aspectos fundamentais na modelação numérica de propagação de fissuras é a independência dos resultados obtidos relativamente à discretização de elementos finitos adotada. Na bibliografia estão documentados dois tipos de dependência da malha de elementos finitos² associados às formulações clássicas de elementos finitos³ [2, 3, 11-13]:

² A dependência dos resultados na malha de elementos finitos está relacionada com a falta de unicidade das equações de equilíbrio mecânico quando se usam modelos constitutivos com enfraquecimento.

- “mesh bias dependence” – refere-se à tendência das bandas de localização calculadas seguirem, de forma espúria, o alinhamento da malha de elementos finitos. Esta dependência pode levar à formação de mecanismos de rotura irrealistas.
- “stress locking effect” – refere-se à tendência dos elementos da banda de localização, transferirem, de forma espúria, tensões para os elementos vizinhos, o que conduz usualmente, a bandas de localização que contêm vários elementos na direção perpendicular à fissura. Este efeito observa-se quando os elementos finitos são intersectados pela fissura de forma arbitrária e anula-se quando a fissura se propaga paralelamente aos lados dos elementos finitos. O principal inconveniente deste efeito é a ocorrência de uma sobre dissipação de energia o que conduz à sobre avaliação da capacidade resistente da estrutura, que não é do lado da segurança.

No contexto na modelação numérica da fratura, os modos de deformação a injetar têm como objetivo o de melhorar o desempenho das formulações clássicas de elementos finitos para modelar os fenómenos de localização de deformações, eliminando as dependências espúrias da malha de elementos finitos anteriormente mencionadas. Em [1] foram propostos dois modos de deformação para elementos quadrilaterais: o modo de deformação constante e o modo de deformação descontínuo.

2.1.1 Modo de deformação constante

O modo de deformação constante, “Constant Strain Mode” (CSM), consiste em assumir um campo de extensões constante no interior do elemento finito. A sua formalização numérica pode ser desenvolvida através de uma formulação mista em deslocamentos e extensões, $u_1 / \varepsilon_{inj}^0$, restringida ao domínio de injeção. Para tal, a equação de compatibilidade é imposta de forma fraca apenas naqueles elementos que pertencem ao domínio de injeção:

$$\int_{B^{(e)}} \boldsymbol{\mu}^{(e)} : (\dot{\varepsilon}_{inj}^{(e)} - \nabla^s \dot{\mathbf{u}}^h(\mathbf{x})) dB = 0 \quad \forall \boldsymbol{\mu}^e \quad \forall B^{(e)} \subset \mathcal{B}_{inj}(t) \quad (2)$$

Tendo em conta que a função de teste, $\boldsymbol{\mu}^{(e)}$, e a extensão, $\dot{\varepsilon}_{inj}^{(e)}$, são constantes no interior do elemento finito, a equação (2) pode ser resolvida a nível elementar⁴:

$$\dot{\varepsilon}_{CSM}^{(e)} \equiv \dot{\varepsilon}_{inj}^{(e)} = \frac{\int_{B^{(e)}} \nabla^s \dot{\mathbf{u}}^h(\mathbf{x}) dB}{meas(B^{(e)})} = \overline{\nabla^s \dot{\mathbf{u}}^h}^{(e)} \quad \forall B^{(e)} \subset \mathcal{B}_{inj}(t) \quad (3)$$

O principal objetivo desta injeção é melhorar a flexibilidade daqueles elementos que têm a possibilidade de vir a desenvolver localização de deformações, melhorando a sua

³ Neste trabalho, o termo “formulações clássicas de elementos finitos para o estudo de fratura” refere-se às formulações que estudam estes fenómenos, como consequência da concentração de deformações em bandas estreitas (tipicamente coincidentes com o tamanho do elemento finito). Esta concentração (localização) decorre, naturalmente, devido ao uso de modelos constitutivos com enfraquecimento (“smeared approach”, modelos de dano, plasticidade, etc).

⁴ A notação $\overline{(\cdot)}^{(e)}$ refere-se à média espacial de (\cdot) no elemento (e) .

capacidade de propagação e evitando deste modo que os resultados obtidos sejam dependentes da direcionalidade da malha de elementos finitos.

2.1.2 Modo de deformação descontínuo

O modo de deformação descontínuo - “Discontinuous Displacement Mode” (DDM) consiste em enriquecer os modos de deformação dos elementos finitos usando a “cinemática” das descontinuidades fortes [9] (resumida no Quadro 1) de modo a que o comportamento mecânico da fissura possa ser adequadamente capturado dentro do elemento finito sem transmissão espúria de tensões aos elementos vizinhos (“stress locking phenomena”).

Quadro 1 “Cinemática” das descontinuidades fortes [9].

Campo de extensões melhorado:

$$\dot{\epsilon} = \underbrace{\nabla^S \dot{\mathbf{u}} - (\nabla \varphi \otimes \llbracket \dot{\mathbf{u}} \rrbracket)^S}_{\hat{\epsilon} \text{ (regular)}} + \delta_S (\mathbf{n} \otimes \llbracket \dot{\mathbf{u}} \rrbracket)^S \quad (4)$$

S - Superfície de fratura
 \mathbf{n} -Vetor unitário orthogonal a S (pointing to B^+),
 $\llbracket \dot{\mathbf{u}} \rrbracket$ - Salto do campo de deslocamentos ($\llbracket \dot{\mathbf{u}} \rrbracket = \dot{\mathbf{u}}|_{\mathbf{x} \in (\partial B^+ \cap S)} - \dot{\mathbf{u}}|_{\mathbf{x} \in (\partial B^- \cap S)}$)
 δ_S Distribuição delta de Dirac.
 $\varphi(\mathbf{x})$ - Função continua que cumpre: $\varphi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \forall \mathbf{x} \in (B \setminus B_M)^- \\ 1 & \forall \mathbf{x} \in (B \setminus B_M)^+ \end{cases}$

Com inspiração na cinemática das descontinuidades fortes o modo de deformação descontínuo pode ser escrito como a soma de uma parte regular, $\hat{\epsilon}^{(e)}$, com outra que apresenta singularidade ao longo da superfície de fratura, $\delta_S^{k,(e)}(\llbracket \dot{\mathbf{u}} \rrbracket^{(e)} \otimes \mathbf{n}^{(e)})^S$ ⁵:

$$\dot{\epsilon}_{DDM}^{(e)} \equiv \dot{\epsilon}_{inj}^{(e)} = \hat{\epsilon}^{(e)} + \delta_S^{k,(e)}(\llbracket \dot{\mathbf{u}} \rrbracket^{(e)} \otimes \mathbf{n}^{(e)})^S \quad \forall B^{(e)} \subset B_{inj}(t) \quad (5)$$

A equação anterior introduz duas novas variáveis independentes, $\bar{\epsilon}$ e $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$, no problema mecânico. Seguindo o mesmo procedimento desenvolvido para o modo de deformação constante, pode ser desenvolvida uma formulação mista de três campos, $\hat{\mathbf{u}}/\bar{\epsilon}/\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$, restringida ao domínio de injeção. Esta formulação requer duas equações adicionais. Uma

⁵ $\delta_S^{k,(e)}$ Delta de Dirac regularizada num comprimento k .

das equações resulta de impor de forma fraca a igualdade entre a parte regular do campo de extensões melhorado da equação (4) e a parte regular do modo de injeção (equação (5)):

$$\int_{B^{(e)}} \boldsymbol{\mu}^{(e)} : [\dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{(e)} - \underbrace{(\nabla^S \dot{\boldsymbol{u}}^h - (\nabla \varphi^h \otimes \llbracket \dot{\boldsymbol{u}} \rrbracket^{(e)})^S)}_{\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}_I^{(e)}}] dB = 0 \quad \forall B^{(e)} \subset \mathcal{B}_{inj}(t) \quad \forall \boldsymbol{\mu}^{(e)} \quad (6)$$

Na equação anterior a incógnita $\dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{(e)}$ pode ser resolvida ao nível elementar, tal como foi feito para a injeção do modo de deformação constante:

$$\Rightarrow \quad \dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{(e)} = \overline{\nabla^S \dot{\boldsymbol{u}}^h}^{(e)} - \overline{(\nabla \varphi^h)^{(e)} \otimes \llbracket \dot{\boldsymbol{u}} \rrbracket^{(e)}}^S \quad \forall B^{(e)} \subset \mathcal{B}_{inj}(t) \quad (7)$$

Substituindo a expressão anterior na equação (5), obtém-se⁶:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{DDM}^{(e)} = \overline{\nabla^S \dot{\boldsymbol{u}}^h}^{(e)} - \overline{(\nabla \varphi^h)^{(e)} \otimes \llbracket \dot{\boldsymbol{u}} \rrbracket^{(e)}}^S + \delta_{\mathcal{S}}^{k_s(e)} (\llbracket \dot{\boldsymbol{u}} \rrbracket^{(e)} \otimes \mathbf{n}^{(e)})^S \quad \forall B^{(e)} \subset \mathcal{B}_{inj}(t) \quad (8)$$

2.2 Domínios de injeção

Depois de definidos os modos de injeção, as questões subsequentes são **onde e quando** estes modos devem ser injetados de forma a melhorarem efetivamente o desempenho das formulações numéricas de elementos finitos para simular localização de deformações.

A resposta a estas perguntas é dada através da definição apropriada dos domínios de injeção, definição esta que deve ter por base critérios mecânicos consistentes. A análise de bifurcação descontínua qualifica um estado de tensão/deformação como compatível com o desenvolvimento de descontinuidades no campo de deslocamentos [14, 15].

Desta forma, são exigidas duas condições, a ser cumpridas no baricentro do elemento finito, $\mathbf{x}_C^{(e)}$, para que este seja considerado como parte do domínio de injeção:

$$\mathcal{B}_{inj}(t) := \left\{ \bigcup_e B^{(e)}; \quad \underbrace{t \geq t_B(\mathbf{x}_C^{(e)})}_1; \quad \underbrace{\dot{\alpha}(\mathbf{x}_C^{(e)}, t) > 0}_2 \right\} \quad (9)$$

1. A condição de bifurcação descontínua tenha sido verificada para algum instante de tempo ($t \geq t_B(\mathbf{x}_C^{(e)})$)⁷
2. Os elementos devem estar em carga no instante de tempo atual ($\dot{\alpha}(\mathbf{x}_C^{(e)}, t) > 0$)⁸, uma vez que os processos de descarga são elásticos e não conduzem a localização de deformações.

⁶ Com a eliminação da variável $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ ao nível elementar a formulação fica reduzida a uma formulação de dois campos, $\dot{\boldsymbol{u}} / \llbracket \boldsymbol{u} \rrbracket$. Para resolver o salto do campo de deslocamentos é imposta a continuidade dos vetores tensão na superfície de descontinuidade, $\llbracket \llbracket \dot{\boldsymbol{\sigma}} \rrbracket_{\mathcal{S}}^{+, (e)} \cdot \mathbf{n}^{(e)} \rrbracket_{\mathcal{S}^{(e)}} = 0$, tal como é usual fazer quando se simulam descontinuidades fortes (Strong Discontinuity Approach [9]).

⁷ t é o instante de tempo atual e t_B é o instante em que foi verificada a condição de bifurcação.

⁸ $\dot{\alpha}$ é a variável interna do tipo deformação. Esta variável aumenta sempre para processos de carga.

O domínio de injeção é a parte do corpo onde podem ser realizadas diversas injeções (isto é, com condições que são comuns a todas as possíveis injeções). Na secção anterior, foram propostos dois modos de deformação: CSM e DDM (modo constante e descontínuo). Desta forma, é necessária a definição de dois subdomínios de \mathcal{B}_{inj} : o domínio de localização, \mathcal{B}_{loc} , e o domínio da descontinuidade, \mathcal{B}_{dis} , onde cada um destes modos será respetivamente usado, tal que: $\mathcal{B}_{inj}(t) = \mathcal{B}_{loc}(t) \cup \mathcal{B}_{dis}(t)$.

2.2.1 Domínio da descontinuidade $\mathcal{B}_{dis}(t)$ - DDM

Este domínio, no qual é injectado o modo de deformação descontínuo (DDM), inclui os elementos que desenvolvem descontinuidades. As condições que o definem são duas:

$$\mathcal{B}_{dis}(t) := \left\{ \underbrace{\bigcup_e \mathcal{B}^{(e)} \in \mathcal{B}_{inj}(t)}_1 ; \underbrace{q(\mathbf{x}_C^{(e)}, t) \leq q_{dis}(\mathbf{x}_C^{(e)}) = \bar{\gamma} q_{bif}(\mathbf{x}_C^{(e)})}_{1} ; \underbrace{\mathcal{B}^{(e)} \cap \Gamma_t \neq \emptyset}_2 \right\} \quad (10)$$

1. O baricentro do elemento deve ter atingido “um determinado grau de enfraquecimento”:

$$q(\mathbf{x}_C^{(e)}, t) \leq q_{dis}(\mathbf{x}_C^{(e)}) = \bar{\gamma} q_{bif}(\mathbf{x}_C^{(e)})$$

O grau de enfraquecimento é medido em termos da variável interna do tipo tensão, $q(\mathbf{x}_C^{(e)}, t)$. Na equação anterior, $q_{dis}(\mathbf{x}_C^{(e)}) = \bar{\gamma} q_{bif}(\mathbf{x}_C^{(e)})$ é o limite para o qual se considera “um grau de enfraquecimento suficiente”. Este limite é definido em função do valor da variável interna no instante de bifurcação, $q_{bif}(\mathbf{x}_C^{(e)})$, multiplicado por um parâmetro, $\bar{\gamma}$, próximo da unidade, tipicamente: $\bar{\gamma} \in [0.9, 1.0]$ ⁹.

Esta condição tem como objetivo garantir, que o elemento não apenas bifurcou mas que está efetivamente a desenvolver um processo de localização de deformações.

2. O elemento é atravessado pelo “caminho da fissura”, Γ_t :

$$\mathcal{B}^{(e)} \cap \Gamma_t \neq \emptyset$$

De forma a injetar o modo de deformação descontínua, é necessário conhecer antecipadamente o caminho da fissura. No contexto das técnicas de injeção esta informação é obtida através de uma técnica auxiliar (“Crack-Path Field technique” [1-3])

⁹Em geral, na vizinhança da ponta da fissura, os processos não lineares ocorrem de uma forma difusa. Em termos numéricos, este facto traduz-se em vários elementos, na frente da fissura, que estão em carga não-linear e que verificam a condição de bifurcação. Para a injeção da descontinuidade, é necessário dispor de informação “precisa” acerca da evolução do posicionamento da fissura, ou seja: quais destes elementos, que inicialmente bifurcam, é que efetivamente vão desenvolver descontinuidades. Esta é a razão pela qual, na definição do domínio de descontinuidade se requer “um grau de enfraquecimento suficiente”, o qual é controlado diretamente pelo parâmetro $\bar{\gamma}$. Este parâmetro define então, o “atraso” que decorre desde a bifurcação do elemento até à injeção do mesmo com um modo de descontinuidade. Pela experiência dos autores, $\bar{\gamma} = 0.95$ é um valor que estabelece um bom compromisso entre o possível erro (devido a “stress locking”) resultante de não injetar a descontinuidade imediatamente após a bifurcação e a robustez que se garante ao conhecer com precisão o caminho da fissura antes de injetar a descontinuidade.

2.2.2 Domínio de localização $\mathcal{B}_{loc}(t)$ - CSM

Este domínio, no qual é injectado um modo de deformação constante (CSM), inclui os elementos que bifurcaram e estão em carga, pertencendo ao domínio de injeção (9), mas que ainda não verificam as condições para pertencer ao domínio da descontinuidade:

$$\mathcal{B}_{loc}(t) = \mathcal{B}_{inj}(t) \setminus \mathcal{B}_{dis}(t) \quad (11)$$

Tipicamente, o conjunto de elemento que compõem este domínio, evolui muito rapidamente com o processo de carga. Parte dos elementos que inicialmente bifurcaram e que pertencem a este domínio, tendem numa fase posterior a descarregar elasticamente deixando o domínio de localização (e de injeção) enquanto outros continuam a desenvolver o processo de localização de deformações até verificar as condições em (10) passando nesse instante a pertencer ao domínio da descontinuidade.

Na Figura 2 pode visualizar-se um processo “típico” de carga e evolução dos domínios de injeção.

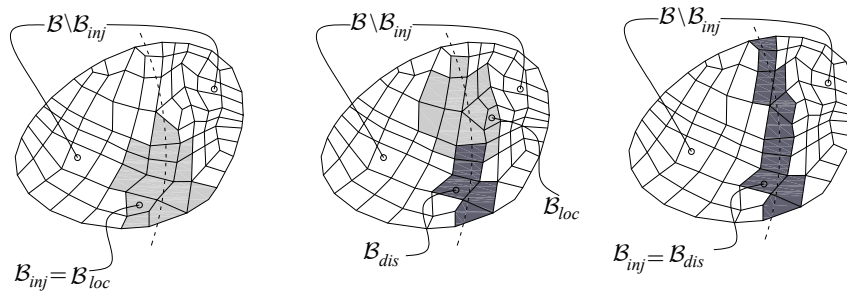


Figura 2 Evolução dos domínios de injeção durante o processo de carga.

2.3 Resumo

Definidos os modos e respetivos domínios de injeção, a equação (1) pode ser particularizada como:

$$\underbrace{\int_{\mathcal{B} \setminus \mathcal{B}_{inj}} \nabla^s \boldsymbol{\eta}^h : \dot{\boldsymbol{\Sigma}}(\nabla^s \mathbf{u}^h) d\mathcal{B}}_{\text{Standard term}} + \sum_{\forall \mathcal{B}^{(e)} \subset \mathcal{B}_{loc}(t)} \underbrace{\int_{\mathcal{B}^{(e)}} \nabla^s \boldsymbol{\eta}^h : \dot{\boldsymbol{\Sigma}}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{CSM}^{(e)}) d\mathcal{B}}_{\text{CSM injection}} + \sum_{\forall \mathcal{B}^{(e)} \subset \mathcal{B}_{dis}(t)} \underbrace{\int_{\mathcal{B}^{(e)}} \nabla^s \boldsymbol{\eta}^h : \dot{\boldsymbol{\Sigma}}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{DDM}^{(e)}) d\mathcal{B}}_{\text{DDM injection}} = +W^{ext}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\mathbf{b}}, \dot{\mathbf{t}}^*) \quad \forall \boldsymbol{\eta}^h \in \mathcal{V}_0^h \quad (12)$$

Onde os modos de deformação a injetar estão definidos pelas expressões (3) e (8) respetivamente.

Nota 1- Os modos de deformação propostos, ao serem descritos em forma incremental, permitem uma evolução suave ao longo do tempo dos campos de tensão e deformação de forma consistente com a evolução dos domínios de injeção. Esta é a razão fundamental

para o princípio dos trabalhos virtuais em (1) ter sido inicialmente formulado numa forma incremental (“em taxas”).

Nota 2- O principal objetivo deste trabalho, é analisar as potencialidades das novas técnicas de injeção para a modelação numérica de propagação de fraturas em barragens de betão. O resumo da formulação apresentado aqui, não sendo detalhado, tem como objetivo o de enquadrar o leitor com as principais ideias e conceitos relacionados com a nova técnica. Uma apresentação mais detalhada e rigorosa da formulação, bem como dos aspetos relacionados com a sua implementação num programa de elementos finitos, podem ser consultados em [1-3].

3. EXEMPLO NUMÉRICO

A barragem de Koyna na Índia é, um exemplo de uma barragem de betão do tipo gravidade que tem vindo a ser estudada por diversos autores [16-19] para modelação numérica de fratura, em condições estáticas, devido ao aumento da pressão hidrostática provocada pelo galgamento da barragem.

Para a modelação do comportamento do betão da barragem, foi usado um modelo constitutivo de plasticidade do tipo “Rankine” [2-4], que permite modelar a abertura da fratura em modo I (por tração). A geometria da barragem e as propriedades mecânicas usadas no modelo numérico encontram-se ilustradas na Figura 3. Em estudos anteriores, Gioia [16] determinou que a fissura que se desenvolve a partir do ponto B é a mais crítica em termos da resistência última da estrutura, por essa razão foi usada uma imperfeição inicial nesta zona.

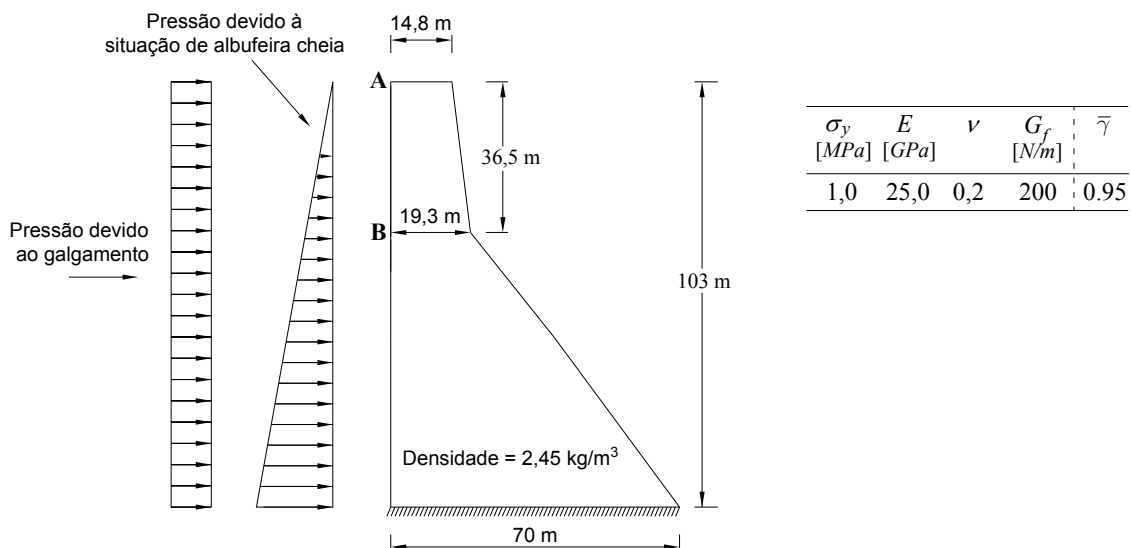


Figura 3 Ações, geometria da barragem e propriedades mecânicas.

Durante o processo de cálculo, a barragem foi inicialmente sujeita às cargas correspondes ao peso próprio e à pressão hidrostática. Numa segunda fase, com o objetivo de simular os

efeitos do galgamento da barragem devido a cheia, foi adicionada uma pressão hidrostática constante no paramento de montante. Em problemas de propagação de fratura, a robustez dos procedimentos numéricos é em geral uma questão da maior importância. Por esse motivo, durante o processo iterativo de “Newton Raphson”, o nível de carga correspondente à ação que simula o galgamento foi controlado de forma indireta usando técnicas de “arc-length” nas quais se controlou a abertura da fissura¹⁰. Pelas mesmas razões (robustez), para a integração da equação constitutiva, foi usado um esquema do tipo “IM-PLEX” ([20, 21]).

Para além da robustez dos procedimentos numéricos, outro aspecto fundamental na modelação numérica da fratura, é a dependência/independência dos resultados na malha de elementos finitos (“mesh bias dependesse” e “stress locking effect” - ver secção 2.1). Para avaliar a influência da malha de elementos finitos foram usadas duas malhas distintas: uma estruturada e outra não estruturada, que podem ser visualizadas na Figura 4:

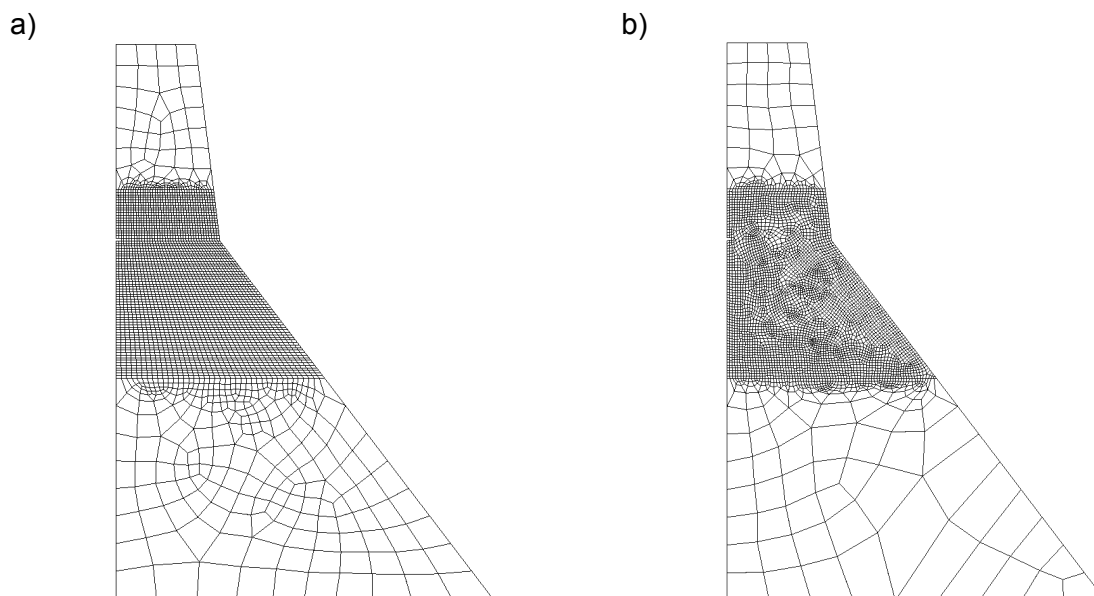


Figura 4 Malhas de elementos finitos utilizadas para os cálculos; a) Malha estruturada; b) Malha não estruturada.

A análise e comparação de resultados foi realizada em duas fases:

1. Inicialmente apresentam-se resultados obtidos com a formulação explorada neste trabalho (denominada, nesta secção de apresentação de resultados, como “formulação melhorada”) para as duas malhas de elementos finitos consideradas. A comparação dos resultados obtidos com ambas as malhas permite avaliar a influência da malha de elementos finitos na solução obtida, quer em termos de capacidade de resistência da barragem quer em termos da propagação da fissura.

¹⁰Procurou-se, usando técnicas de “arc length”, conferir ao procedimento numérico maior robustez. Note-se que estas técnicas permitem seguir caminhos de equilíbrio fisicamente instáveis evitando desta forma grandes saltos entre pontos de equilíbrio: “snap-throughs” (que podem aparecer quando se controla directamente o nível de carga), entre os quais a convergência é, em geral, muito difícil de conseguir.

- Na segunda parte, os resultados obtidos com a formulação melhorada são comparados com os resultados obtidos usando a formulação clássica de elementos finitos. Uma vez que, em ambos os casos, é utilizado o mesmo modelo constitutivo, as melhorias encontradas refletem exclusivamente melhorias ao nível da formulação de elementos finitos.

3.1 Influência da malha de elementos finitos

Na Figura 5 apresenta-se a evolução do deslocamento no ponto A (ver Figura 3) em função da altura da onda de galgamento para ambas as malhas de elementos finitos (ver Figura 4).

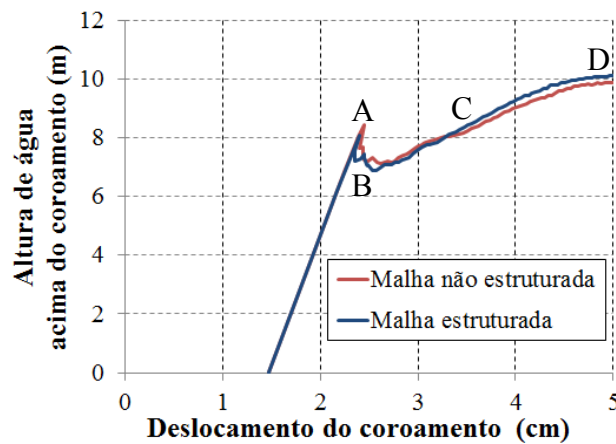


Figura 5 Deslocamento do coroamento em função da altura da onda de galgamento. Resultados obtidos com a formulação explorada neste trabalho (form. melhorada).

As curvas apresentadas na Figura 5 mostram diferenças mínimas entre si, sendo indicadoras de um comportamento estrutural muito semelhante. Para ambos os casos o Ponto A é um ponto limite (máximo local) a partir do qual a fissura avança consideravelmente, sem aumento de carga, até ao ponto C (“snap-through”). A partir deste ponto a fissura continua a propagar, mas com aumento de carga, até ao ponto D, a partir do qual não foi possível continuar o cálculo. Na figura Figura 6 pode apreciar-se o grau de desenvolvimento da fissura para os pontos representados nas curvas da Figura 5. Na Figura 7 ilustra-se a evolução dos domínios de injeção para dois instantes de cálculo e o “crack path” no instante final de cálculo.

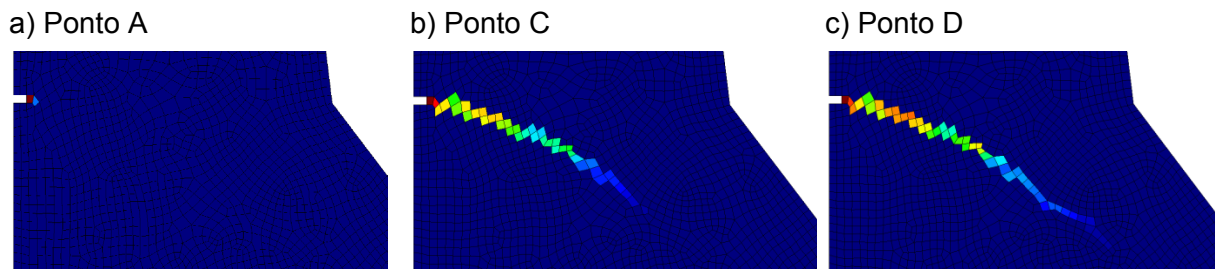


Figura 6 Variável interna do tipo deformação (deformação plástica equivalente) em três instantes de cálculo representados na Figura 5 (malha não estruturada).

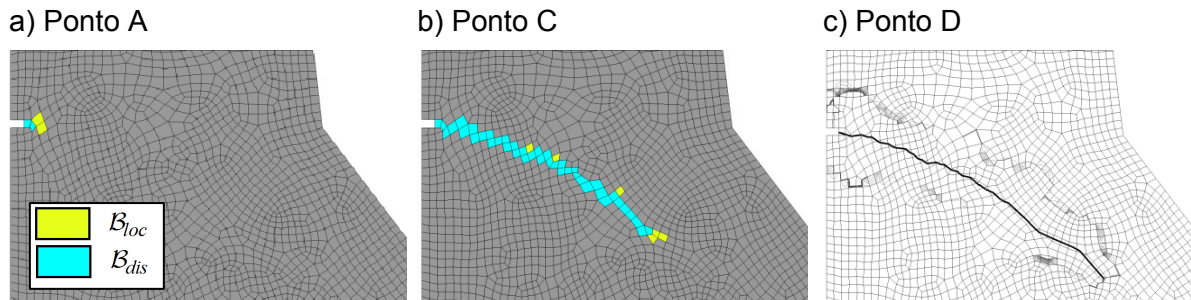


Figura 7 Domínio de injeção e “crack path” em três instantes de cálculo representados na Figura 5, (malha não estruturada).

Na Figura 8 é apresentada a distribuição da deformação plástica equivalente obtida para ambas as malhas de elementos finitos. A comparação dos dois resultados (ver sobreposição na Figura 8 c)) ilustra claramente que as soluções são muito próximas em termos da configuração da trajetória da fissura, o que indica que a direcionalidade da malha de elementos finitos não influencia os resultados obtidos. Na Figura 9 apresentam-se as configurações deformadas para ambas as malhas de elementos finitos.

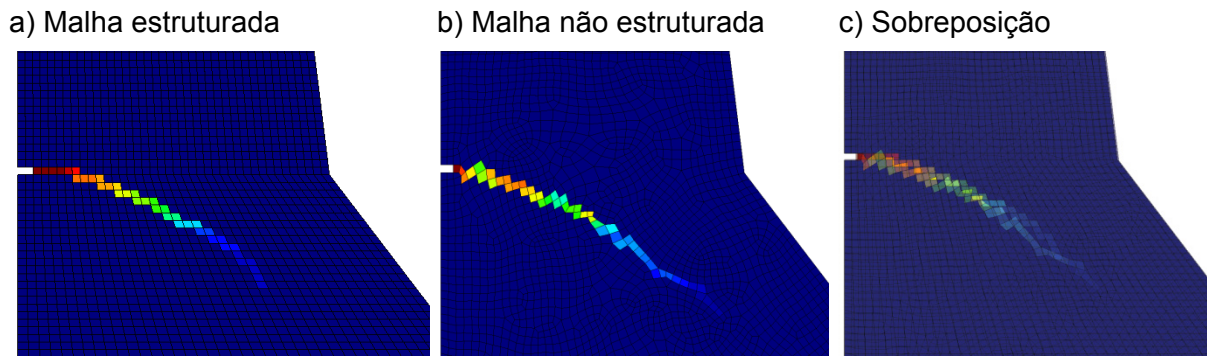


Figura 8 Variável interna do tipo deformação.

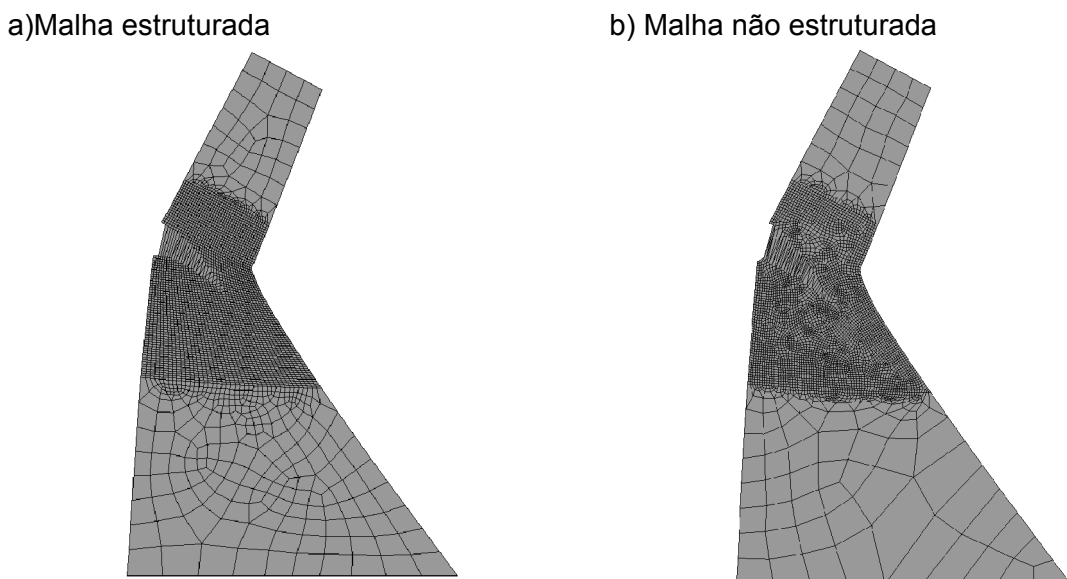
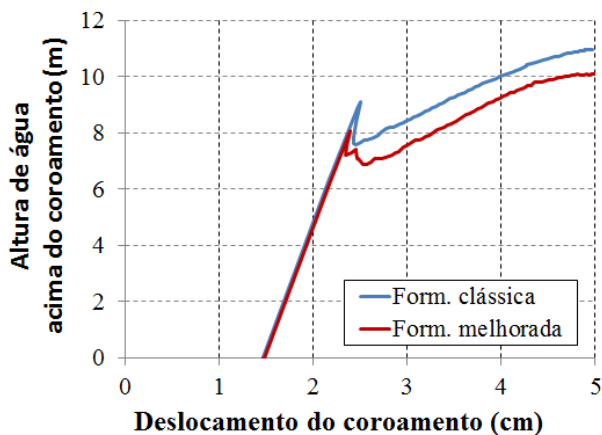


Figura 9 Deformada amplificada no instante final do cálculo

3.2 Comparação com a formulação clássica

Na Figura 10 apresentam-se as curvas de evolução do deslocamento no ponto A do coroamento (ver Figura 3) em função da altura da onda de galgamento.

a) Malha estruturada



b) Malha não estruturada

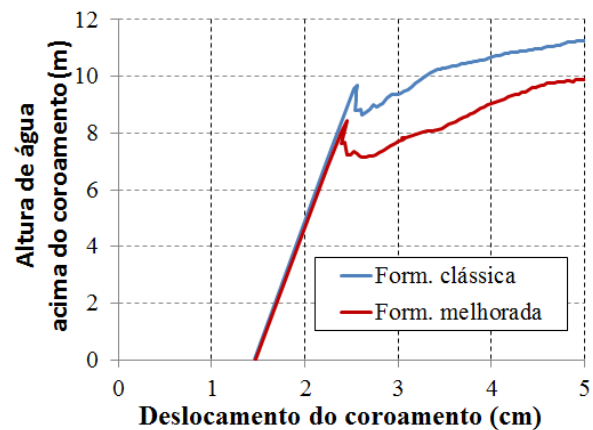


Figura 10 Evolução do deslocamento no ponto A do coroamento (ver Figura 3) em função da altura da onda de galgamento.

Verifica-se que as formulações clássicas sobrestimam a capacidade resistente da barragem o que se deve, essencialmente, ao fenómeno de bloqueio de tensões. Este efeito é superior para o caso da malha não estruturada o que é consistente com o facto de este fenómeno ser em geral mais gravoso para este tipo de malhas, para as quais existe uma maior probabilidade do elemento ser intersetado, pela fissura, de forma não paralela aos lados dos elementos.

O efeito do bloqueio de tensões, pode ser também identificado através da distribuição da deformação plástica equivalente, Figura 11. Com efeito, verifica-se, para os resultados obtidos com a formulação clássica, que os efeitos não lineares se espalham, de forma espúria, por vários elementos na direção perpendicular à fissura. Ao contrário, para a formulação melhorada, os efeitos não lineares encontram-se altamente concentrados numa única camada de elementos, o que indica que os elementos na vizinhança da fissura descarregam elasticamente, não existindo portanto, qualquer transferência espúria de tensões.

Os resultados apresentados nesta secção evidenciam as vantagens decorrentes do uso da formulação melhorada, verificando-se que esta efetivamente minimiza o fenómeno de bloqueios de tensões que é observável para as formulações clássicas.

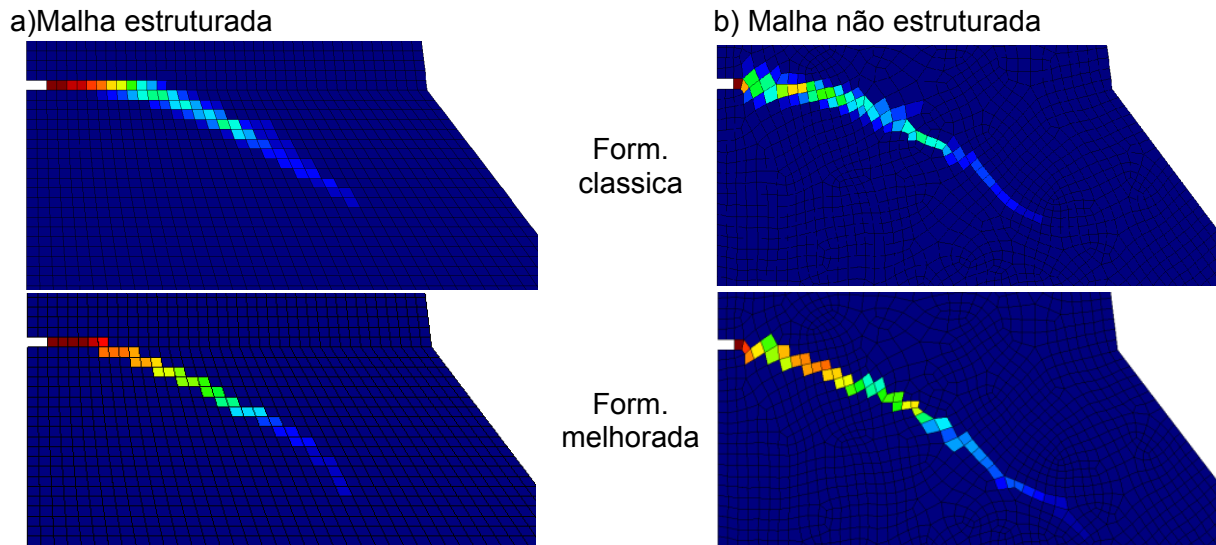


Figura 11 Variável interna do tipo deformação. Em cima, resultados obtidos com a formulação clássica. Em baixo, resultados obtidos com a formulação melhorada.

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho explorou-se o potencial de aplicação das novas técnicas de injeção de modos de deformação (“strain injection techniques”) para a análise da propagação de fissuras em barragens de betão do tipo gravidade.

Os resultados apresentados evidenciam, de forma clara, as melhorias decorrentes do uso destas novas técnicas, e a sua independência relativamente à malha de elementos finitos, evitando-se, desta forma, os efeitos de “mesh bias dependence” e “stress locking” que podem levar à formação de mecanismos de rotura irrealistas ou à sobrestimação da capacidade resistente da estrutura contrária à segurança. No exemplo apresentado, verificou-se que o uso de uma formulação clássica conduz a uma sobrestimação da capacidade resistente da estrutura na ordem dos 20 %.

A metodologia apresenta diversas vantagens:

- Generalidade – no sentido em que a metodologia afeta exclusivamente a formulação de elementos finitos, podendo ser utilizada para qualquer modelo constitutivo do continuum equipado com enfraquecimento.
- Baixo custo computacional - a modelação da fissura é realizado no interior do elemento finito o que contrasta com outras metodologias (não locais [22-24], phase field [5, 25], etc) que usam vários elementos na banda de localização, o que obriga à utilização de malhas de elementos finitos extremamente finas. Refere-se ainda que todos os graus de liberdades adicionais (provenientes dos modos de deformação melhorados) são condensados ao nível elementar, o que mantém o custo computacional da metodologia na ordem das formulações clássicas de elementos finitos em deslocamentos.

- Independências dos resultados da malha de elementos finitos.
- Implementação numérica não invasiva. A metodologia, associada com a “crack-path-field technique”, prescinde de algoritmos captura de descontinuidades (“tracking”), usualmente usados com os métodos do tipo E-FEM [9] ou X-FEM [10], e que são invasivos do ponto de vista da programação. Eliminando-se a necessidade do uso destes algoritmos globais, a implementação é mais directa, e as alterações a realizar num código não linear de elementos finitos concentram-se, essencialmente, no nível do elemento finito.

Estas propriedades permitem aos autores pensar que as técnicas numéricas exploradas neste trabalho têm potencial para ser competitivas relativamente a outras metodologias [5-8] recentemente propostas no âmbito do método dos elementos finitos para modelação numérica de fratura. A extensão a 3D, atualmente em desenvolvimento, abrirá o campo de aplicação a barragens abóbada.

REFERÊNCIAS

- [1]. Oliver, J., Dias, I.F., and Huespe, A.E., Crack-path field and strain-injection techniques in computational modeling of propagating material failure. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2014. **274**(0): p. 289-348.
- [2]. Dias, I.F., *Crack Path Field and Strain Injection Techniques in Numerical Modeling of Propagating Material Failure*. 2012, Ph.D. Thesis. Universitat Politècnica de Catalunya: (BarcelonaTech/UPC), Barcelona, Spain.
- [3]. Dias, I.F., Oliver, J., and Huespe, A.E., *Strain Injection Techniques in Numerical Modeling of Propagating Material Failure*, in *Monograph CIMNE N°-134*. 2012, International Center for Numerical Methods in Engineering: Barcelona. <http://centrovnet.cimne.upc.edu/cvdata/cntr7/dtos/img/mdia/Downloads/M134.pdf>.
- [4]. Feenstra, P.H. and De Borst, R., A plasticity model and algorithm for mode-I cracking in concrete. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1995. **38**(15): p. 2509-2529.
- [5]. Miehe, C., Hofacker, M., and Welschinger, F., A phase field model for rate-independent crack propagation: Robust algorithmic implementation based on operator splits. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2010. **199**(45-48): p. 2765-2778.
- [6]. Chen, L., et al., Extended finite element method with edge-based strain smoothing (ESm-XFEM) for linear elastic crack growth. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2012. **209-212**: p. 250-265.
- [7]. Cervera, M., Chiumenti, M., and Codina, R., Mesh objective modeling of cracks using continuous linear strain and displacement interpolations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2011. **87**(10): p. 962-987.
- [8]. Linder, C. and Raina, A., A strong discontinuity approach on multiple levels to model solids at failure. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2013. **253**: p. 558-583.

- [9]. Oliver, J. and Huespe, A.E., Continuum approach to material failure in strong discontinuity settings. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004. **193**(30-32): p. 3195-3220.
- [10]. Belytschko, T., et al., Arbitrary discontinuities in finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001. **50**(4): p. 993-1013.
- [11]. Rots, J.G., *Computational Modeling of Concrete Fracture*. 1988, Delft University of Technology.
- [12]. de Borst, R., et al., Fundamental issues in finite element analyses of localization of deformation. *Engineering Computations*, 1993. **10**: p. 99-121.
- [13]. Cervera, M., et al., A Computational Model for Progressive Cracking in Large Dams Due to the Swelling of Concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 1990. **35**(1-3): p. 573-585.
- [14]. Rudnicki, J.W. and Rice, J.R., Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 1975. **23**(6): p. 371-394.
- [15]. Rice, J.R., *The Localization of Plastic Deformation*, in *Theoretical and Applied Mechanics*, W.T. Koiter, Editor. 1976, North-Holland Publ. Co. p. 207-220.
- [16]. Gioia, G., Bazant, Z.P., and Pohl, B.P., Is no-tension dam design always safe. *Dam Engineering*, 1992. **3**: p. 23-34.
- [17]. Bhattacharjee, S. and Léger, P., Application of NLFM Models to Predict Cracking in Concrete Gravity Dams. *Journal of Structural Engineering*, 1994. **120**(4): p. 1255-1271.
- [18]. Ghrib, F. and Tinawi, R., Nonlinear Behavior of Concrete Dams Using Damage Mechanics. *Journal of Engineering Mechanics*, 1995. **121**(4): p. 513-527.
- [19]. Jirásek, M. and Zimmermann, T., Rotating Crack Model with Transition to Scalar Damage. *Journal of Engineering Mechanics*, 1998. **124**(3): p. 277-284.
- [20]. Oliver, J., et al., Stability and robustness issues in numerical modeling of material failure with the strong discontinuity approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006. **195**(52): p. 7093-7114.
- [21]. Oliver, J., Huespe, A., and Cante, J., An implicit/explicit integration scheme to increase computability of non-linear material and contact/friction problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2008. **197**(21-24): p. 1865-1889.
- [22]. Iordache, M.-M. and Willam, K., Localized failure analysis in elastoplastic Cosserat continua. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 1998(151): p. 559-586.
- [23]. Pijaudier Cabot, G. and Bazant, Z., Nonlocal damage theory. *Journal Engineering Mechanics ASCE*, 1987. **113**: p. 1512-1533.
- [24]. de Borst, R. and Mühlhaus, H.-B., Gradient-dependent plasticity: Formulation and algorithmic aspects. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1992. **35**(3): p. 521-539.
- [25]. Miehe, C., Welschinger, F., and Hofacker, M., Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: Variational principles and multi-field FE implementations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2010. **83**(10): p. 1273-1311.