

## **Calibração de coeficientes parciais de segurança**



**Luciano Jacinto<sup>1</sup>**



**Luís O. Santos<sup>2</sup>**



**Luís C. Neves<sup>3</sup>**

### **RESUMO**

A possibilidade de ajustar coeficientes parciais de segurança tem manifesto interesse no âmbito da segurança de estruturas existentes. Os coeficientes de segurança especificados na regulamentação para estruturas novas aplicam-se a populações relativamente vastas de estruturas, podendo não refletir corretamente os níveis de incerteza reais numa estrutura particular existente. Se, durante a avaliação de uma estrutura existente, estiver disponível informação relevante a respeito de uma dada variável básica do problema de segurança, deve-se ponderar a possibilidade de ajustar o coeficiente de segurança dessa variável concreta.

O Eurocódigo 0 refere na Cláusula C.3 que a maioria dos coeficientes propostos nos Eurocódigos foram estabelecidos “com base na experiência da prática tradicional”, isto é, foram estabelecidos com base numa prática anterior bem sucedida, essencialmente de forma empírica. No entanto, a mesma Cláusula prevê que os coeficientes parciais de segurança possam ser calibrados recorrendo a ferramentas probabilísticas.

Propõe-se na presente comunicação tratar do problema da calibração dos coeficientes parciais de segurança recorrendo a ferramentas probabilísticas, com especial ênfase na calibração baseada nos coeficientes de sensibilidade FORM. Conforme veremos, o coeficiente parcial de segurança de uma dada variável depende fundamentalmente de 4 fatores: (1) modelo probabilístico usado para descrever a incerteza nessa variável, (2) coeficiente de variação da variável, (2) importância da variável no Estado Limite em consideração (traduzida no respetivo coeficiente de sensibilidade FORM), e (3) índice de fiabilidade pretendido.

**Palavras-chave:** Segurança Estrutural; Coeficientes parciais de segurança; Estruturas existentes; Calibração; FORM.

---

<sup>1</sup>Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Departamento de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal. ljacinto@dec.isel.ipl.pt

<sup>2</sup>Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Departamento de Estruturas, NOE, Lisboa, Portugal. luis.osantos@lnec.pt

<sup>3</sup>University of Nottingham, Department of Civil Engineering, Nottingham, UK. luis.neves@nottingham.ac.uk

## 1. INTRODUÇÃO

A calibração de coeficientes parciais de segurança pode ser realizada de forma mais ou menos empírica, com base numa prática anterior bem-sucedida. Com efeito, se os coeficientes usados anteriormente conduziram a estruturas fiáveis e económicas, não há razão para alterar substancialmente tais coeficientes. Foi esta a metodologia principal empregue na preparação dos Eurocódigos Estruturais [1].

No entanto, a calibração também pode ser realizada recorrendo a metodologias probabilísticas. Estas metodologias têm muito interesse no âmbito da segurança de estruturas existentes. Como é sabido, o aumento dos níveis de segurança de uma estrutura existente é extremamente oneroso, pelo que a segurança deve ser avaliada da forma mais rigorosa possível. Os coeficientes de segurança propostos nos regulamentos para estruturas novas, como é o caso da atual geração de Eurocódigos Estruturais, visam populações relativamente vastas de estruturas, procurando cobrir um número significativo de tipologias estruturais, sujeitas a diferentes situações de projeto. A conveniência em obter um número reduzido de coeficientes parciais de segurança (por razões de simplicidade de aplicação dos regulamentos), introduz compreensivelmente um certo grau de conservadorismo. Assim, estes coeficientes podem não traduzir a incerteza efetivamente presente numa estrutura particular existente. A possibilidade de ajustá-los tem, por conseguinte, bastante interesse no âmbito das avaliações estruturais.

O Anexo E da Norma ISO 2394:2015 [2] descreve e exemplifica um método probabilístico geral de calibração de coeficientes parciais de segurança. Este método é descrito detalhadamente em [3]. Trata-se de um método genérico, com interesse sobretudo para as entidades responsáveis pela redação de Normas e Regulamentos. Do ponto de vista do engenheiro que aplica os regulamentos têm interesse metodologias mais simples, como a que recorre aos chamados *coeficientes de sensibilidade* FORM<sup>4</sup>, mencionados na NP EN1990, vulgo Eurocódigo 0 [1]. Nesta comunicação descreve-se e exemplifica-se o uso desta metodologia no âmbito das estruturas existentes.

## 2. CALIBRAÇÃO COM BASE NOS COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE FORM

### 2.1 Descrição da metodologia

Considere-se uma variável básica  $X$  de um determinado Estado Limite (EL), por exemplo a sobrecarga numa laje ou a resistência do aço das armaduras passivas. Seja  $F_X(x)$  a respetiva Função Distribuição Cumulativa (FDC) e  $X_d$  o valor de dimensionamento de  $X$ . De acordo com o método FORM,  $X_d$  pode ser expresso por:

$$X_d = F_X^{-1}(\Phi(-\alpha_X\beta)) \quad (1)$$

onde  $F_X^{-1}(\cdot)$  representa a inversa de  $F_X(\cdot)$ ,  $\Phi(\cdot)$  representa a FDC normal reduzida,  $\alpha_X$  o coeficiente de sensibilidade FORM da variável  $X$  e  $\beta$  o índice de fiabilidade correspondente ao EL em apreço.

O coeficiente de sensibilidade  $\alpha_X$  mede a contribuição da variável  $X$  para a incerteza na margem de segurança relativa ao EL em apreço [4]. Quanto maior for  $\alpha_X$ , maior a contribuição de  $X$  na incerteza da margem de segurança. Para um EL com  $n$  variáveis básicas ( $X_1, \dots, X_n$ ), os  $\alpha_i$  obedecem às seguintes propriedades:

$$-1 \leq \alpha_i \leq 1 \quad (2)$$

---

<sup>4</sup> FORM (*First Order Reliability Method*) refere-se a um formato simplificado de fiabilidade (formato de nível 2) proposto por Hasofer e Lind [3] e posteriormente desenvolvido por outros autores. Embora se trate de um método simplificado, as estimativas do índice de fiabilidade a que conduz são em geral consideradas como boas.

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \quad (3)$$

O coeficiente de sensibilidade de uma variável particular varia de EL para EL. No entanto, é possível identificar certos valores típicos desses coeficientes. O Eurocódigo 0 (EC0) recomenda os valores indicados no Quadro 1.

Quadro 1. Valores típicos dos coeficientes de sensibilidade FORM,  $\alpha$ , recomendados no EC0 [1]

Variável básica		$\alpha$
Ação dominante (para o EL em apreço)		-0.70
Restantes ações (ações acompanhantes)	0.40(-0.70)	-0.28
Resistência dominante (para o EL em apreço)		0.80
Restantes resistências	0.40(0.80)	0.32

Note-se que os valores de  $\alpha$  recomendados pelo EC0 são em geral conservativos. Por exemplo, suponha-se um EL com apenas 2 variáveis básicas, uma referente a ação e outra referente a resistência. Naturalmente a primeira é a ação dominante e a segunda é a resistência dominante. Recorrendo aos valores constantes no Quadro 1, verifica-se que  $(-0.70)^2 + 0.80^2 = 1.13$ , e portanto superior à unidade, podendo assim concluir-se que os valores -0.70 e 0.80 são conservativos quando usados em conjunto.

Se a variável  $X$  referir-se a uma ação, então, como sabemos,  $X_d = \gamma_f X_k$ , onde  $\gamma_f$  representa o coeficiente parcial de segurança dessa ação e  $X_k$  o respetivo valor característico (em geral correspondente ao quantil 0.95). O coeficiente  $\gamma_f$  é assim dado por:

$$\gamma_f = \frac{X_d}{X_k} = \frac{F_X^{-1}(\Phi(-\alpha_X \beta))}{F_X^{-1}(0.95)} \quad (4)$$

Se a variável  $X$  se referir a uma propriedade de material (resistência), então  $X_d = X_k / \gamma_m$ , onde  $X_k$  representa o valor característico de  $X$  (em geral o quantil 0.05) e  $\gamma_m$  o respetivo coeficiente parcial de segurança. O coeficiente  $\gamma_m$  é assim dado por:

$$\gamma_m = \frac{X_k}{X_d} = \frac{F_X^{-1}(0.05)}{F_X^{-1}(\Phi(-\alpha_X \beta))} \quad (5)$$

O índice de fiabilidade  $\beta$ , diretamente relacionado com a probabilidade de rotura ( $p_f$ ) pela expressão  $p_f = \Phi(-\beta)$ , traduz a fiabilidade pretendida para o EL em consideração. Neste contexto é oportuno recordar os valores mínimos do índice de fiabilidade recomendados pelo EC0, que se reproduzem no Quadro 2, para cada uma das classes de fiabilidade previstas nessa Norma.

Quadro 2. Valores mínimos do índice de fiabilidade  $\beta$  recomendados pelo EC0 — EL últimos

Classe de fiabilidade	Consequências	Período de referência	
		1 ano	50 anos
RC3	Elevadas	5.2	4.3
RC2	Médias	4.7	3.8
RC1	Baixas	4.2	3.3

Conforme se observa no Quadro 2, os valores recomendados para o índice de fiabilidade são apresentados para dois períodos de referência, 1 e 50 anos. Note-se que os índices para esses dois períodos correspondem ao mesmo nível de fiabilidade [5]. Por exemplo, uma estrutura que tem uma

fiabilidade de 3.8 em 50 anos possui uma fiabilidade anual de 4.7. A coluna “50 anos” deve ser encarada como fiabilidade mínima para a vida útil de projeto da estrutura, independentemente de ser ou não 50 anos. Quando a vida útil de projeto é de 50 anos, então a fiabilidade anual é a indicada na coluna “1 ano”. Para clarificar melhor este aspeto, considere-se o seguinte exemplo. Suponha-se que se pretende avaliar a segurança de uma estrutura pertencente à classe RC2 para uma vida útil de 100 anos. Essa estrutura deverá assim possuir uma fiabilidade de 3.8 em 100 anos, a que corresponde uma fiabilidade anual de:

$$\beta_1 = \Phi^{-1} \left( (\Phi(3.8))^{1/100} \right) = 4.82 \approx 4.8 \quad (6)$$

Este valor é superior à fiabilidade anual para uma estrutura com vida útil de projeto de 50 anos, o que faz todo o sentido. De facto, é lógico exigir uma fiabilidade anual superior a uma estrutura que tenha de estar em serviço por mais tempo.

Convém ainda chamar à atenção para o facto dos coeficientes parciais de segurança obtidos pelas Equações (4) e (5) traduzirem apenas a incerteza da própria variável básica em consideração, expressa na FDC  $F_X(x)$  e portanto não podem ser diretamente comparados com os coeficientes de segurança especificados nos regulamentos, pois estes refletem também a incerteza nos modelos de transformação empregues na verificação da segurança<sup>5</sup>. Para ter em conta a incerteza nestes modelos, os coeficientes  $\gamma_f$  e  $\gamma_m$ , conforme dados pelas Equações (4) e (5), respetivamente, devem ser corrigidos como se esquematiza na Figura 1 [1].

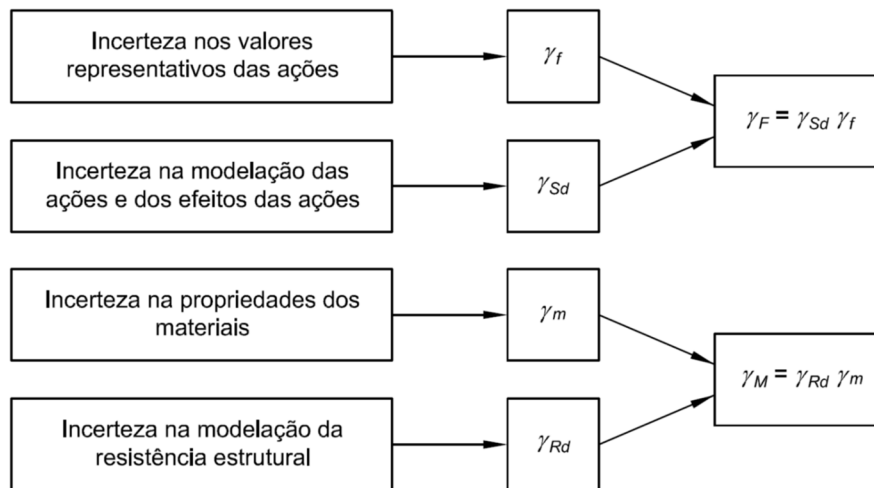


Figura 1. Relação entre coeficientes parciais de segurança (adaptado da Fig. C.3 do EC0 [1]).

Conforme se observa, o coeficiente  $\gamma_{Sd}$  pretende traduzir a incerteza nos modelos de ações e nos modelos estruturais, e o coeficiente  $\gamma_{Rd}$  pretende traduzir a incerteza nos modelos de resistência. O coeficiente  $\gamma_F = \gamma_{Sd}\gamma_f$  pretende assim traduzir todas as incertezas relevantes do lado das ações e o coeficiente  $\gamma_M = \gamma_{Rd}\gamma_m$  pretende traduzir todas as incertezas relevantes do lado das resistências. Relativamente ao coeficiente  $\gamma_{Sd}$ , o EC0 recomenda valores variando entre 1.05 e 1.15, dependendo da confiança que se tem nos modelos de ações e modelos estruturais. (Ver Quadro A1.2(B) do EC0.) Relativamente ao coeficiente  $\gamma_{Rd}$ , não há nenhuma indicação.

<sup>5</sup> Por modelos de transformação entende-se os modelos usados na verificação da segurança aos Estados Limites. Tem-se essencialmente 3 tipos de modelos: (1) modelos que transformam variáveis básicas em ações (por exemplo o modelo que transforma velocidade do vento em pressão numa superfície); (2) modelos que transformam ações em efeitos de ações (momentos fletores, deslocamentos, etc.), também chamados modelos estruturais ou de cálculo, e (3) modelos que transformam variáveis básicas em resistências correspondentes aos efeitos das ações.

## 2.2 Expressões para os coeficientes parciais de segurança

Apresenta-se de seguida um conjunto de expressões para os coeficientes  $\gamma_f$  e  $\gamma_m$ , obtidas das Equações (4) e (5). As expressões foram deduzidas a partir das inversas dos modelos probabilísticos mais comuns na área da fiabilidade estrutural: modelo Normal, modelo Lognormal e modelo Gumbel. Relativamente a este último apresenta-se apenas a expressão para  $\gamma_f$  pois o modelo Gumbel, também conhecido como distribuição de máximos do tipo I, é usado apenas na modelação de ações.

Nas expressões que seguem,  $V$  representa o coeficiente de variação da variável básica.

### Modelo Normal

Ações

$$\gamma_f = \frac{1 - \alpha\beta V}{1 + 1.645V} \quad (7)$$

Resistências

$$\gamma_m = \frac{1 - 1.645V}{1 - \alpha\beta V} \quad (8)$$

### Modelo Lognormal

Ações

$$\gamma_f = \exp\left(\sqrt{\ln(1 + V^2)}(-\alpha\beta - 1.645)\right) \quad (9)$$

Resistências

$$\gamma_m = \exp\left(\sqrt{\ln(1 + V^2)}(\alpha\beta - 1.645)\right) \quad (10)$$

### Modelo Gumbel

Ações

$$\gamma_f = \frac{1 - 0.78 V(0.58 + \ln(-\ln \Phi(-\alpha\beta)))}{1 + 1.867 V} \quad (11)$$

Das expressões acima fica evidente que os coeficientes parciais de segurança dependem fundamentalmente de 4 fatores:

1. Modelo probabilístico usado para descrever a incerteza na variável básica em consideração.
2. Coeficiente de variação da variável.
3. Contribuição da variável para a incerteza da margem de segurança relativa ao EL em consideração, traduzida no coeficiente de sensibilidade  $\alpha$ .
4. Índice de fiabilidade pretendido.

De referir também que em todas as expressões se se fizer  $V = 0$  (que significa a não existência de incerteza na variável básica) obtém-se  $\gamma = 1.0$ , o que é coerente com o significado intuitivo dos coeficientes parciais de segurança.

O Quadro 3, que se apresenta de seguida, mostra os valores dos coeficientes de segurança para ações, considerando diferentes modelos probabilísticos, diferentes coeficientes de variação e diferentes índices de fiabilidade. De igual modo, o Quadro 4 mostra valores dos coeficientes de segurança para resistências, obtidos de forma análoga.

Quadro 3. Coeficientes de segurança para ações,  $\gamma_f$  ( $\alpha = -0.70$ )

Modelo	$V$	Classe de consequências		
		Baixas ( $\beta = 3.3$ )	Médias ( $\beta = 3.8$ )	Altas ( $\beta = 4.3$ )
Normal	0.05	1.03	1.05	1.06
	0.10	1.06	1.09	1.12
	0.15	1.08	1.12	1.16
	0.20	1.10	1.15	1.21
	0.25	1.12	1.18	1.24
	0.30	1.13	1.20	1.27
Lognormal	0.05	1.03	1.05	1.07
	0.10	1.07	1.11	1.15
	0.15	1.10	1.16	1.23
	0.20	1.14	1.22	1.31
	0.25	1.18	1.28	1.40
	0.30	1.22	1.35	1.49
Gumbel	0.05	1.06	1.09	1.13
	0.10	1.10	1.17	1.24
	0.15	1.14	1.23	1.34
	0.20	1.18	1.29	1.42
	0.25	1.21	1.34	1.49
	0.30	1.24	1.39	1.55

Quadro 4. Coeficientes de segurança para resistências,  $\gamma_m$  ( $\alpha = 0.80$ )

Modelo	$V$	Classe de consequências		
		Baixas ( $\beta = 3.3$ )	Médias ( $\beta = 3.8$ )	Altas ( $\beta = 4.3$ )
Normal	0.05	1.06	1.08	1.11
	0.10	1.14	1.20	1.27
	0.15	1.25	1.38	1.56
	0.20	1.42	1.71	2.15
	0.25	1.73	2.45	4.21
Lognormal	0.05	1.05	1.07	1.09
	0.10	1.10	1.15	1.20
	0.15	1.16	1.23	1.31
	0.20	1.22	1.32	1.43
	0.25	1.28	1.41	1.56
	0.30	1.34	1.51	1.69

No caso dos coeficientes para resistências,  $\gamma_m$  (Quadro 4), relativos ao modelo Normal, considerou-se um coeficiente de variação máximo de 0.25. Acima deste valor não é aconselhável modelar resistências com o modelo Normal, pois a probabilidade de obter valores negativos começa a não ser desprezável.

Uma leitura atenta dos Quadros 3 e 4 permite tirar as seguintes conclusões:

1. A escolha do tipo de modelo probabilístico usado para descrever a incerteza nas variáveis básicas influencia bastante os coeficientes parciais de segurança obtidos. Esta influência é tanto mais significativa quanto maior for o coeficiente de variação.
2. Relativamente às ações, dos modelos probabilísticos usados, o modelo de Gumbel é o que conduz a coeficientes de segurança superiores. É por isso o modelo mais conservativo de todos eles.
3. Relativamente às resistências, o Modelo Normal fornece coeficientes de segurança superiores ao modelo Lognormal, o que não é de estranhar atendendo a que a cauda inferior do modelo Normal é mais pesada do que a cada esquerda do modelo Lognormal. Para modelar resistências, o modelo Normal é assim mais conservativo que o modelo Lognormal.

### 3. EXEMPLO

Apresenta-se de seguida um exemplo de aplicação relativamente académico, mas que ajuda a apreciar o interesse da metodologia descrita.

Suponha-se que se está a avaliar a segurança de uma ponte inserida numa linha de caminho-de-ferro usada essencialmente para o transporte de minério. Para caracterizar com maior rigor o peso dos vagões cheios de minério, procedeu-se à pesagem de vagões em circulação durante um certo período, tendo-se registado os pesos máximos diários. Observou-se que a amostra de máximos diários possui um coeficiente de variação de 0.30, tendo sido decidido modelar os máximos diários através de um modelo Gumbel. Vejamos como determinar um coeficiente parcial de segurança a aplicar ao peso dos vagões consistente com essa informação e com um índice de fiabilidade de 3.8 em 50 anos.

Em primeiro lugar é necessário determinar o coeficiente de variação dos máximos em 50 anos, para o que se pode utilizar a seguinte expressão (válida para o modelo Gumbel):

$$V_n = \frac{\pi}{\frac{\pi}{V_1} + \sqrt{6} \ln n}$$

Considerando  $V_1 = 0.30$  e  $n = 50$  anos, obtém-se  $V_{50} = 0.091$ . Por outro lado, segundo o EC0,  $\alpha = -0.70$  e  $\beta = 3.8$ . Recorrendo à Eq. (11) obtém-se  $\gamma_f = 1.156$ . Considerando  $\gamma_{Sd} = 1.15$ , obtém-se finalmente  $\gamma_F = 1.27$ . Este seria assim o coeficiente parcial de segurança a aplicar ao peso dos vagões, consistente com a informação disponível e com um índice de fiabilidade de 3.8 em 50 anos. Este valor é bastante inferior ao coeficiente tradicional de 1.50.

### 4. CONCLUSÕES

A possibilidade de se ajustar coeficientes parciais de segurança tem manifesto interesse no âmbito da segurança de estruturas existentes, permitindo uma avaliação mais rigorosa. Os coeficientes propostos nos regulamentos para estruturas novas são em geral conservativos, podendo em alguns casos revelar-se excessivos face aos níveis de incerteza efetivamente existentes e assim conduzir ao reforço desnecessário de estruturas, com todos os custos envolvidos.

Os coeficientes de sensibilidade FORM propostos no Eurocódigo 0 oferecem um método simples de calibração dos coeficientes parciais de segurança. Apresentaram-se expressões para esses coeficientes para os 3 modelos probabilísticos mais comuns em segurança estrutural. As expressões apresentadas mostram que os coeficientes parciais de segurança dependem fundamentalmente de:

1. Modelo probabilístico usado para descrever a incerteza na variável básica em consideração.
2. Coeficiente de variação da variável.
3. Coeficiente de sensibilidade FORM.

4. Índice de fiabilidade pretendido.

É possível encontrar na literatura da especialidade recomendações para os modelos probabilísticos mais adequados para as principais variáveis básicas dos problemas de segurança estrutural. Os coeficientes de variação podem ser obtidos por recolha de informação junto da estrutura em avaliação. Os coeficientes de sensibilidade e os índices de fiabilidade podem ser obtidos do próprio Eurocódigo 0.

**REFERÊNCIAS**

- [1] NP EN 1990, *Eurocódigo - Bases para o projeto de estruturas*, Caparica: IPQ, 2009.
- [2] ISO 2394, *General principles on reliability for structures*, Genève: International Organization for Standardization, 2015.
- [3] P. Thoft-Christensen & M. J. Baker, *Structural Reliability Theory and its Applications*, Springer-Verlag, 1982.
- [4] O. Ditlevsen & H. Madsen, *Structural Reliability Methods*, Wiley, 1996.
- [5] M. Holický, “Optimisation of the target reliability for temporary structures,” *Civil Engineering and Environmental Systems*, vol. 30, pp. 87-96, 2013.