

## **Modelos de partículas para simulação de ensaios deformabilidade diferida do betão considerando explicitamente a mesoestrutura**

**Carlos Serra<sup>1</sup>**

**Nuno Monteiro  
Azevedo<sup>1</sup>**

**António Lopes  
Batista<sup>1</sup>**

**Noemi Schlar<sup>1</sup>**

### **Resumo**

Os modelos de partículas têm vindo a ser utilizados no estudo do comportamento de materiais quase-frágeis, em particular do betão. Este tipo de modelos permite a consideração da distribuição, quantidade e forma dos agregados no interior de um determinado provete de betão e a obtenção da resposta estrutural para diferentes condições de ensaio (compressão, tração, corte, curta duração, longa duração, entre outros).

Esta comunicação apresenta os principais desenvolvimentos dos modelos de partículas, baseados no método dos elementos discretos, para a previsão do comportamento de provetes de betão em ensaios de determinação do módulo de elasticidade e da função de fluência à compressão. Dado que o modelo permite a consideração explícita dos agregados, é possível analisar a interação entre os diferentes componentes e estudar a influência das suas propriedades no desenvolvimento da deformabilidade e da resistência do betão.

Os resultados do estudo mostram que, uma vez calibradas as diferentes propriedades dos contactos entre as partículas de argamassa, de agregado e da interface pasta de cimento-agregado, o modelo de partículas permite a simulação da resposta macroscópica do provete de betão para solicitações impostas em ensaios correntes.

**Palavras-chave:** Método dos elementos discretos, modelos de partículas, comportamento viscoelástico com endurecimento, Mesoestrutura do betão

---

<sup>1</sup> Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Departamento de Barragens de Betão, Lisboa, Portugal; e-mail: [cserra@lnec.pt](mailto:cserra@lnec.pt), [nazevedo@lnec.pt](mailto:nazevedo@lnec.pt), [a.l.batista@lnec.pt](mailto:a.l.batista@lnec.pt), [nschlar@lnec.pt](mailto:nschlar@lnec.pt)

## 1. INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento do betão tem evoluído no sentido de incorporar os comportamentos do material a diferentes escalas, nano-escala, micro-escala, meso-escala e macro-escala [1]. O efeito da mesoestrutura, incluindo as interações entre os seus componentes tem particular importância no desenvolvimento das propriedades mecânicas e em processos de deterioração [2–4].

O método dos elementos discretos (MED) aplicado a modelos de partículas tem vindo a ser utilizado neste tipo de estudos numa vez que permite a representação da formação e propagação de fissuração generalizada e de fendilhação localizada [5]. Os primeiros desenvolvimentos do MED foram dedicados ao estudo de maciços rochosos diaclasados [6], considerando o movimento e interação de blocos de rocha. Posteriormente, foram propostos modelos de partículas em duas dimensões para o estudo de materiais granulares [7] e para o estudo de materiais coesivos, como a rocha [8, 9] ou o betão [5, 10]. Alguns trabalhos focados na modelação do betão utilizando o MED e, em particular os modelos de partículas, têm vindo a estabelecer metodologias para compreender melhor e prever o comportamento do betão, no entanto não existem ainda soluções adequadas para o estudo do comportamento diferido a longo prazo.

O estudo do comportamento do betão e do desenvolvimento das propriedades mecânicas nas primeiras idades deverá incluir um modelo viscoelástico com endurecimento nas interações de contacto entre partículas que representam o material cimentício. Por outro lado, análises de longa duração para estudos específicos de deterioração requerem modelos de contacto que representem o comportamento do betão ao longo do tempo.

Neste trabalho apresenta-se a modelação do comportamento instantâneo e diferido do betão através de modelos de partículas tendo como base os parâmetros do contacto representativos do comportamento da argamassa de ligação dos agregados grossos, dos próprios agregados grossos e da interface de ligação entre estes dois materiais. Os resultados experimentais de argamassa e de betão utilizados para a calibração do modelo consideraram o estudo realizado por Ward *et al.* em 1969 [11]. Os parâmetros do contacto relativos ao comportamento da interface foram obtidos por ajuste, por forma a melhor representar o comportamento macroscópico do betão.

## 2. FORMULAÇÃO

### 2.1. Método dos elementos discretos aplicados a modelos de partículas

O método dos elementos discretos (MED) pode ser descrito como um método numérico para a resolução de sistemas estruturais compostos por elementos individuais, blocos ou partículas, que interagem entre si nos pontos de contacto. Cada elemento, considerado um corpo rígido, é regido por uma lei de movimento e cada contacto entre dois elementos é governado por uma determinada lei de interação. Na formulação do método dos elementos discretos aplicado a modelos bidimensionais de partículas rígidas, os elementos individuais são partículas circulares rígidas definidas pela sua posição no espaço,  $\mathbf{x}$ , e pelo seu raio,  $R$ .

A lei do movimento, dada pela segunda lei de Newton, define a equação diferencial da cinemática dos elementos. A lei de interação ou lei força-deslocamento determina as forças de interação entre partículas no ponto de contacto em função do seu deslocamento relativo. As forças desequilibradas de cada elemento num dado instante são utilizadas para definir as novas velocidades e posições e, por sua vez, novos deslocamentos relativos e novas forças de interação. A lei força-deslocamento ou lei das forças define o comportamento de cada um dos contactos entre partículas. Assim que um contacto,  $C$ , é detetado, os deslocamentos incrementais relativos originam forças de contacto incrementais que são transferidas para o centro da partícula,  $\phi$ .

As forças de contacto incrementais normais e tangenciais,  $\Delta F_n^{[c]}$  e  $\Delta F_s^{[c]}$ , são obtidas a partir de uma lei constitutiva de contacto e da rigidez normal e tangencial,  $k_n$  e  $k_s$ ,

$$\Delta F_n^{[c]} = -k_n \Delta x_n^{[c]}, \quad \Delta F_s^{[c]} = -k_s \Delta x_s^{[c]} \quad (1)$$

A força de contacto,  $F^{[c]}$ , transmitida a cada uma das partículas, é obtida pela soma vetorial das componentes normal e tangencial. A soma das contribuições de todos os contactos de uma determinada partícula resulta nas forças e momentos internos dessa partícula num dado instante,  $F^{[\phi]}_{t+1}$  e  $M^{[\phi]}_{3,t+1}$ .

A segunda lei de Newton, incluindo as forças de amortecimento, define a resposta de uma partícula face às forças e momentos aplicados ( $c$  é o coeficiente de amortecimento),

$$\mathbf{F}(t) = m \ddot{\mathbf{x}}(t), \quad M_3(t) = I \dot{\omega}_3(t) \quad (2)$$

em que  $F(t)$  e  $M_3(t)$  são as forças e momentos totais aplicados no centro de uma partícula no instante  $t$ ,  $m$  e  $I$  são a massa e a inércia da partícula e  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$  e  $\dot{\omega}_3(t)$  são a aceleração linear e angular, respetivamente. A inércia é dada por  $\beta m R^2$ , onde  $\beta$  é igual a 1/2 para discos. A utilização de métodos explícitos de integração numérica implica um limite máximo para o passo de cálculo para que a solução seja exata e para que o algoritmo seja estável [12]. Esse limite máximo, o passo de cálculo crítico,  $\Delta t_{crit}$ , relaciona-se com a máxima frequência do sistema estrutural, que pode ser estimado a partir do teorema de Gerschgorin [13], sendo dado pela expressão,

$$\Delta t_{crit} \approx \min \left\{ 2 \sqrt{\frac{m_i}{\sum_{j=1}^n |k_{ij}|}} \right\} \quad (3)$$

onde  $i$  e  $j$  são os graus de liberdade correspondentes às linhas e colunas da matriz de rigidez,  $n$  é o número máximo de graus de liberdade,  $\sum_{j=1}^n |k_{ij}|$  é a soma absoluta da rigidez de cada uma das linhas da matriz de rigidez e  $m_i$  é a massa de partícula com o grau de liberdade  $i$ .

Para ultrapassar as limitações do passo de cálculo utilizam-se massas escaladas na resolução dos sistemas. Este procedimento consiste em encontrar um sistema equivalente onde as propriedades mássicas são calculadas de forma a maximizar a razão entre as frequências mínima e máxima. Por outro lado, de forma a obter um amortecimento numérico em toda a gama de frequências e, deste modo, atingir a solução estática do sistema face às solicitações exteriores, é usual utilizar-se o método da relaxação dinâmica [13, 14].

## 2.2. Esquema numérico para análise a longo prazo considerando o comportamento viscoelástico com endurecimento

As aplicações do método dos elementos discretos à modelação do comportamento do betão têm-se focado na previsão das propriedades instantâneas. A incorporação do comportamento viscoelástico com endurecimento para análises a longo prazo, utilizando a formulação descrita anteriormente, tem um grande custo computacional dadas as restrições relacionadas com a estabilidade numérica dos esquemas de integração explícitos que implicam um incremento de tempo muito pequeno. Para a simulação do comportamento diferido do betão ao longo do tempo, o custo computacional pode ser assim bastante elevado para sistemas complexos.

Baseado em Feng *et al.* [15], propõe-se um esquema numérico que considera dois tempos, um relativo ao passo de cálculo do método dos elementos discretos,  $\Delta t$ , em geral muito pequeno, e outro relativo ao tempo de maturação real do material,  $T$ , que pode ser discretizado nos incrementos necessários ao cálculo. Para o instante inicial real,  $T_I$ , a primeira parte do esquema numérico recorre ao método dos

elementos discretos, utilizando o método da relaxação dinâmica e as massas escaladas ( $\Delta t=1$ ) para convergir para a solução estática que equilibra as forças ou velocidades aplicadas (comportamento instantâneo). A solução numérica é dada por uma lei constitutiva incremental quasi-elástica (considerando que a tensão varia linearmente num determinado intervalo de tempo,  $(t_i, t_{i+1})$ ,  $\sigma(t_{i+1})=\sigma(t_i)+\Delta\sigma$ ),

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E''} + \Delta\varepsilon'' \quad (4)$$

em que,

$$\frac{1}{E''} = q_1 + \frac{A_0}{v(t^*)} + \frac{1}{v(t^*)} \sum_{\mu=1}^N \left( \frac{1-\lambda_\mu}{A_\mu} \right) \quad (5)$$

$$\Delta\varepsilon'' = \frac{\Delta\gamma''}{v(t^*)} + \frac{q_4\sigma(t^*)\Delta t}{t^*} \quad (6)$$

O instante de cálculo,  $t^*=t'+[(t_{i+1}-t')(t_i-t')^{1/2}]$ , representa o instante médio entre os passos de cálculo definido em escala logarítmica. A função  $v(t)$  que traduz o endurecimento do material é dada em função do tempo, pelas variáveis empíricas,  $\lambda_0$ ,  $m$  e  $\alpha$ .

$$\frac{1}{v(t)} = \left( \frac{\lambda_0}{t} \right)^m + \alpha \quad (7)$$

De acordo com a teoria da solidificação, o modelo reológico do material ligante que se forma em cada instante é uma cadeia de Kelvin sem endurecimento, que origina uma função de fluência microscópica,  $\Phi(t, t')$ , que pode ser aproximada por uma série de Dirichlet,

$$\Phi(t-t') = A_0 + \sum_{\mu}^N A_\mu \left( 1 - e^{-(t-t')/\tau_\mu} \right) \quad (8)$$

onde  $\tau_\mu$  e  $A_\mu$  são o tempo de retardação e o módulo de elasticidade relativo ao elemento  $\mu$  da cadeia de Kelvin. A determinação dos parâmetros relativos à função de fluência do modelo B3 está descrita em [16, 17].

Assim que a convergência é obtida, o tempo real é incrementado em  $\Delta T$  (correspondente ao tempo físico de maturação do betão) e as forças incrementais relativas à deformação diferida do betão são adicionadas a cada um dos contactos, originando um estado desequilibrado. As forças incrementais são obtidas a partir da lei constitutiva incremental quasi-elástica, definida anteriormente. A partir desse desequilíbrio o sistema passa novamente para o cálculo da solução estática que equilibra as forças internas através do método da relaxação dinâmica e da relação constitutiva incremental quasi-elástica (Eq. (4)).

Estudos anteriores demonstram que os resultados obtidos com o esquema numérico proposto são coincidentes com as soluções dadas pelo MED utilizando o modelo constitutivo viscoelástico com endurecimento no contacto entre partículas e o passo de cálculo  $\Delta t$  [18].

### 3. ANÁLISE DO COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO COM ENDURECIMENTO CONSIDERANDO A MESOESTRUTURA DO BETÃO

#### 3.1. Deformabilidade diferida do betão e modelo B3

A extensão total,  $\varepsilon(t, t')$ , devida a uma tensão aplicada,  $\sigma(t')$ , no instante  $t'$ , é obtida pela soma da extensão instantânea  $\varepsilon_i(t')$ , a extensão de fluência,  $\varepsilon_c(t, t')$ , e as extensões devidas à retração e às variações térmicas,  $\varepsilon_{sh}(t)$  e  $\varepsilon_T(t)$ . Tomando as duas últimas extensões como independentes da tensão, a função de fluência é definida como a soma da extensão instantânea unitária (igual ao inverso do módulo de elasticidade,  $E(t')$ ) e a extensão de fluência,  $C(t, t')$ .

$$\varepsilon(t, t') = J(t, t') \sigma(t') \quad (9)$$

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + C(t, t') \quad (10)$$

Decorrente da teoria da solidificação [19, 20], o modelo B3, proposto por Bažant and Baweja [21, 22], descreve a função de fluência como a soma de uma parcela elástica,  $q_1$ , uma parcela relativa à fluência básica,  $C_0(t, t')$ , e uma parcela relativa à fluência de secagem,  $C_d(t, t', t_0)$  (Eq. (11)). Este modelo, recomendado pelo comité técnico da RILEM TC-107 [23] e baseado na teoria da solidificação [20, 24], apresenta a vantagem de os seus parâmetros terem sido ajustados a diversos resultados compilados ao longo de décadas [25],

$$J(t, t_0) = q_1 + C_0(t, t') + C_d(t, t', t_0) \quad (11)$$

Neste trabalho, considerar-se-à apenas a fluência básica, podendo desprezar-se a contribuição da fluência de secagem. A parcela  $C_0(t, t')$  pode ser obtida a partir da expressão,

$$C_0(t, t') = q_2 Q(t, t') + q_3 \ln [1 + (t - t')^n] + q_4 \ln \left( \frac{t}{t'} \right) \quad (12)$$

Cada parcela está relacionada com um comportamento físico do betão, sendo a primeira relativa à viscoelasticidade com endurecimento, a segunda relativa à viscoelasticidade sem envelhecimento e a terceira parcela relativa à viscosidade que se desenvolve ao longo do tempo.  $Q(t, t')$  pode ser aproximado pelas expressões desenvolvidas por Bažant e Baweja [21], com um erro inferior a 1% para  $n=0,1$  e  $m=0,5$ .

#### 3.2. Resultados dos ensaios de argamassa, agregado e betão e ajuste ao modelo B3

Neste trabalho apresenta-se a modelação dos ensaios de fluência de provetes selados de argamassa e de betão de Ward *et al.* [11] através de modelos de partículas. A selagem dos provetes evita a troca de água entre o provete e o exterior, daí que seja estudada apenas a fluência básica. A idade de carregamento dos ensaios foi de 7 dias e a tensão aplicada foi cerca de 30 % da resistência à compressão do betão. Os provetes eram cilíndricos com 76 mm de diâmetro e 228 mm de altura. Através de um processo de otimização baseado em algoritmos genéticos foi possível obter os parâmetros do modelo B3 que melhor se ajustavam aos resultados de ensaios de fluência da argamassa e do betão [18]. O Quadro 1 apresenta os valores obtidos e o valor do coeficiente de determinação ajustado.

Quadro 1. Parâmetros do modelo B3 da argamassa M6 e do betão C4 dos ensaios de Ward *et al.* [11]

Material	$q_1 (1 \times 10^{-6} / \text{MPa})$	$q_2 (1 \times 10^{-6} / \text{MPa})$	$q_3 (1 \times 10^{-6} / \text{MPa})$	$q_4 (1 \times 10^{-6} / \text{MPa})$	$R^2_{adj}$
Argamassa M6	66,6	108,1	44,2	14,3	0,93
Betão C4	9,0	23,7	46,6	5,1	0,86

### 3.3. Calibração dos parâmetros de contacto viscoelástico e modelação do comportamento dos componentes do betão

As propriedades mecânicas do material são determinadas pelas relações constitutivas do contacto entre partículas e do arranjo e interação das partículas num sistema estrutural. Uma particularidade do MED é a necessidade de calibrar os parâmetros de contacto de forma a que reproduzam o comportamento macroscópico de cada um dos componentes do betão [26]. As propriedades macroscópicas em análise são o módulo de elasticidade,  $E(t)$ , o coeficiente de Poisson,  $\nu$ , e a evolução das extensões de fluência ao longo do tempo para diferentes idades de carregamento,  $J(t, t')$ . O Quadro 2 apresenta os valores dos parâmetros de contacto da argamassa e dos agregados utilizados na modelação do betão.

Quadro 2. Parâmetros de contacto da argamassa e dos agregados utilizados na modelação do betão

Material	$t'$	$\alpha_s^{opt}$	$\alpha_n^{opt}$
Argamassa M6	7	0,329	0,775
	28	0,317	0,770
	90	0,319	0,766
	365	0,318	0,764
Agregado	-	0,449	0,764

### 3.4. Modelação do comportamento viscoelástico com endurecimento do betão considerando o efeito da zona de interface entre o agregado e a pasta de cimento

As principais variáveis para a análise a longo prazo do betão utilizando modelos de partículas são a dimensão do provete, as condições de fronteira, a máxima dimensão das partículas, o arranjo das partículas no interior do provete, o arranjo dos agregados grossos no interior do betão e as propriedades de cada tipo de contacto. A máxima dimensão das partículas foi definida como um quinto da dimensão do menor agregado grosso representado no modelo ( $R_{max}=0,48$  mm). O tipo de modelos de partículas utilizado recorre a um grande número de partículas com dimensões reduzidas para representar detalhadamente a mesoestrutura do betão. Outra particularidade deste tipo de modelos é a representação e definição de cada tipo de contacto, dependendo da interação entre partículas de diferentes materiais. Existem três tipos de contactos: ARG-ARG; ARG-AGR (ITZ); e AGR-AGR. ARG e AGR representam, respetivamente, as partículas de argamassa e as partículas de agregado (Fig. 1).

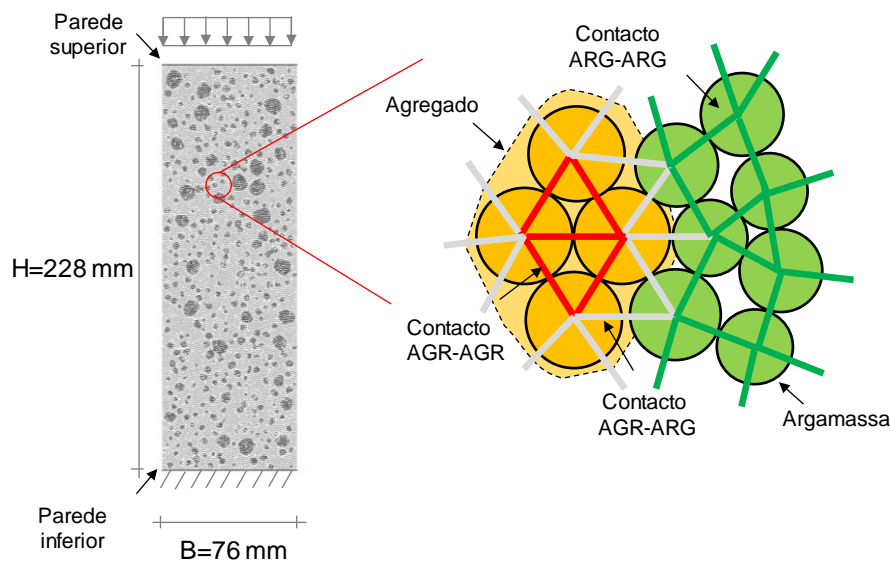


Figura 1. Representação detalhada do modelo de partículas com a definição de cada tipo de partícula e de contacto.

O modelo de partículas inclui duas paredes rígidas, uma no topo e outra na base do provete para a correta definição das condições de fronteira do provete nos ensaios. O provete não apresenta confinamento

lateral. A análise inclui 5 assembleias de partículas geradas aleatoriamente tendo como base os volumes unitários de cada componente, nomeadamente o volume de agregados grossos com dimensão de 2,4 a 4,75 mm, agregados grossos com dimensão de 4,75 a 10 mm e argamassa, apresentados no Quadro 3. A interface é representada pelos contactos existentes entre partículas de argamassa e de agregado. No Quadro 3, para além dos volumes unitários do betão, apresentam-se também o número médio de partículas no modelo correspondente a cada material.

Quadro 3. Distribuição dos volumes unitários do betão e os correspondentes número médio de partículas utilizados nas 5 gerações aleatórias

<i>Tipo de componente</i>	<i>Volume unitário</i>	<i>Número médio de partículas</i>
Agregados grossos com diâmetros entre 2,4 e 4,75 mm	0,236	12269
Agregados grossos com diâmetros entre 4,75 e 10 mm	0,119	
Argamassa	0,645	23133

A determinação dos parâmetros de contacto da interface entre a argamassa e os agregados foi obtida por um procedimento de otimização que minimizou os desvios entre os resultados experimentais do betão e a resposta macroscópica do modelo de partículas [18]. Simplificadamente, os valores dos parâmetros viscoelásticos relativos à interface,  $q_{i,ITZ}$ , foram considerados proporcionais aos valores dos parâmetros viscoelásticos da argamassa,  $q_{i,arg}$ , através do coeficiente  $KITZ_{qi}$ .

O Quadro 4 apresenta os valores dos coeficientes relativos à interface, determinados para a modelação do betão. Os valores obtidos permitem verificar que a interface apresenta propriedades de deformabilidade distintas da argamassa, sendo mais deformável e com maior desenvolvimento das extensões diferidas ao longo do tempo, especialmente para idades de carregamento mais avançadas (valores de  $KITZ_{qi}^{opt}$  superiores à unidade).

Quadro 4. Coeficientes correspondentes ao comportamento da interface

<i>Material</i>	<i>t'</i>	$KITZ_{q1}^{opt}$	$KITZ_{q2}^{opt}$	$KITZ_{q3}^{opt}$	$KITZ_{q4}^{opt}$
Interface	7	2,2	0,9	0,6	0,6
argamassa-	28	2,9	2,1	1,1	0,2
agregado	90	3,5	2,0	2,1	0,1
	365	3,0	2,2	2,8	1,2

O modelo de betão foi sujeito a ensaios numéricos a várias idades de carregamento para a determinação do módulo de elasticidade, do coeficiente de *Poisson* e da função de fluência. As Figs. 2 e 3 mostram o bom ajuste entre os resultados do modelo de partículas de betão e as expressões dada pelas equações (11) e (12) com os parâmetros ajustados aos resultados experimentais (Quadro 1). O Quadro 5 apresenta os resultados médios obtidos do modelo de partículas do betão para cada idade de carregamento. O módulo de elasticidade instantâneo é dado pelo módulo de elasticidade efetivo,  $E_{eff}(t, t')$ , para uma duração do ensaios  $t-t'=0,01$  dias e os restantes valores de  $E_{eff}(t, t')$  são representativos do comportamento diferido.

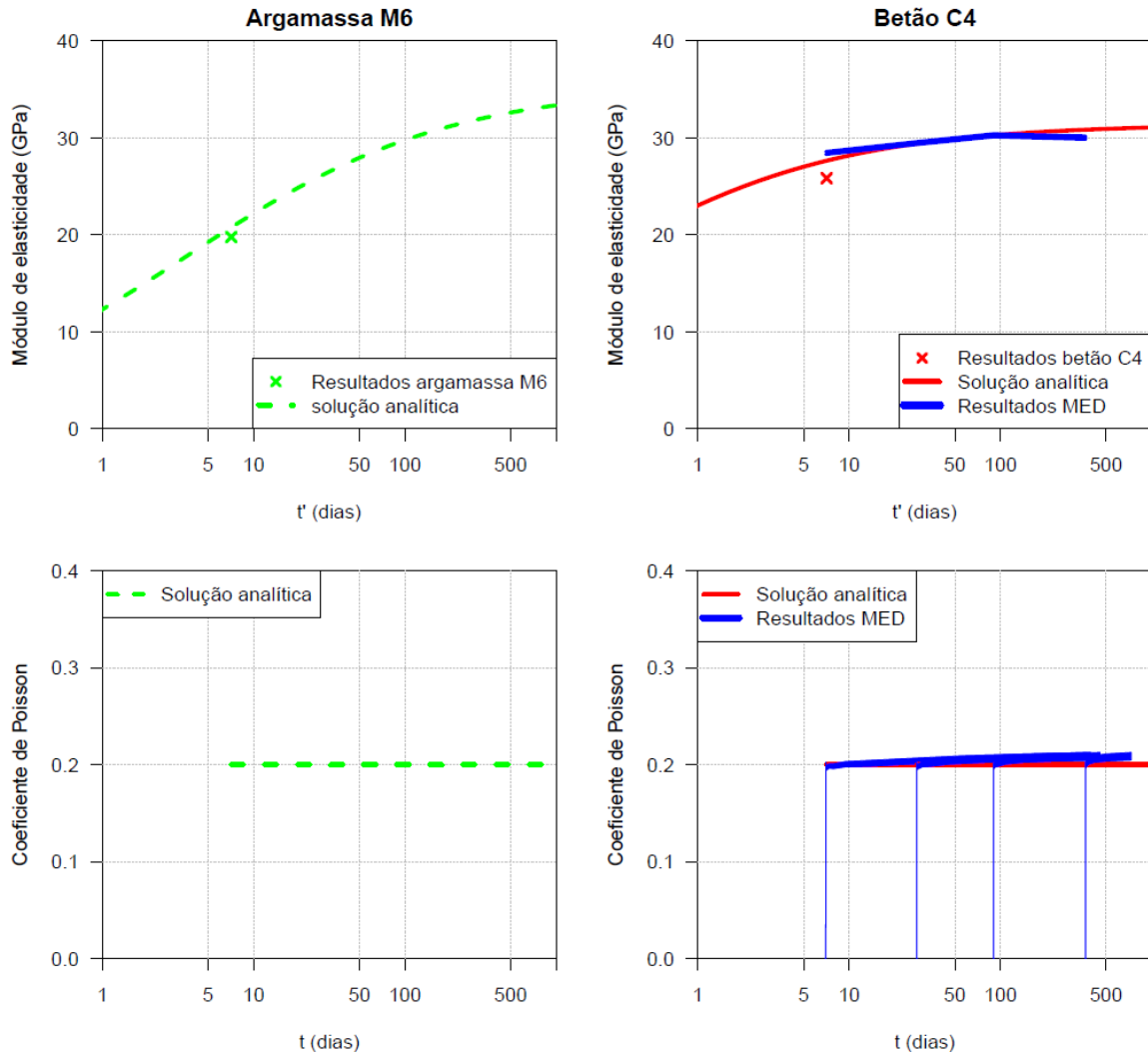


Figura 2. Resultados de módulo de elasticidade e coeficiente de *Poisson* do betão C4 utilizando o modelo de partículas e comparação com os valores das respectivas soluções analíticas e resultados experimentais.

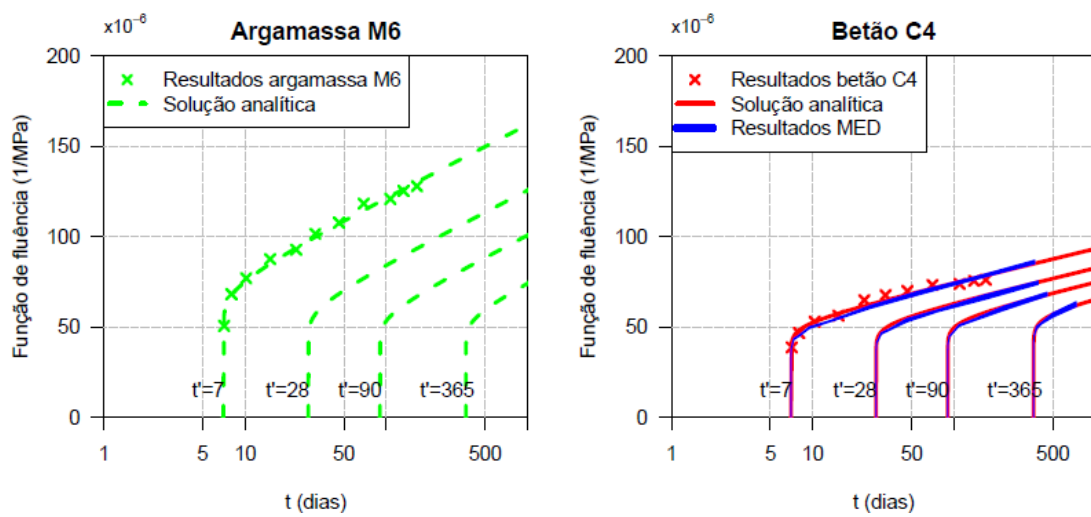


Figura 3. Resultados de função de fluência do betão C4 utilizando o modelo de partículas e comparação com os valores das respectivas soluções analíticas e resultados experimentais.



Quadro 5. Resultados do betão utilizando os modelos de partículas

$t'$ [dias]	$t-t'$ [dias]	$E_{eff}^{Analítico}(t,t')$ [GPa]	$\nu^{Analítico}$	$E_{eff}^{DEM}(t,t')$ [GPa]	$\nu^{DEM}(t,t')$
7	0,01	27,6	0,20	28,4	0,20
	4,3	18,5		18,7	0,20
	15,8	16,3		16,4	0,20
	47,3	14,5		14,3	0,20
	132,7	13,0		12,7	0,21
	365,0	11,8		11,5	0,21
28	0,01	29,4	0,20	29,5	0,20
	4,3	20,4		20,6	0,20
	15,8	18,5		19,0	0,20
	47,3	16,6		17,0	0,20
	132,7	14,9		15,1	0,20
	365,0	13,4		13,5	0,20
90	0,01	30,3	0,20	30,3	0,19
	4,3	21,3		21,4	0,19
	15,8	19,6		20,3	0,19
	47,3	18,0		18,5	0,19
	132,7	16,4		16,4	0,19
	365,0	14,7		14,9	0,19
365	0,01	30,9	0,20	30,1	0,19
	4,3	21,8		21,4	0,18
	15,8	20,2		20,6	0,18
	47,3	18,9		18,9	0,19
	132,7	17,6		17,8	0,19
	365,0	16,2		16,4	0,19

#### 4. CONCLUSÕES

Nesta comunicação apresentam-se a formulação e a validação de um esquema numérico para a modelação dos comportamentos instantâneo e diferido do betão utilizando modelos de partículas, considerando resultados em várias idades de carregamento. O esquema numérico permite a separação do tempo de cálculo, constringido pelas condições do método dos elementos discretos (MED), e o tempo real. Esta separação dos tempos permite reduções significativas de tempo de cálculo total, possibilitando a sua aplicação a análises a longo prazo.

A validação do modelo e do esquema numérico foi conseguida através da comparação dos resultados dos ensaios de argamassa e de betão de Ward *et al.*, obtidos em 1969, com os resultados dos modelos de partículas. A solução analítica foi obtida a partir de um ajuste dos resultados dos ensaios de fluência ao modelo B3. Os macro parâmetros obtidos foram diretamente utilizados na definição do comportamento viscoelástico com endurecimento no contacto entre partículas, tendo como base a teoria da solidificação.

Numa primeira fase calibraram-se os parâmetros de contacto viscoelástico da argamassa e da interface argamassa-agregado e os parâmetros elásticos do agregado. Na modelação do comportamento do betão considerando a mesoestrutura utilizaram-se os parâmetros de contacto dos componentes para a validação do modelo de partículas e para a previsão do comportamento diferido em várias idades de carregamento. A obtenção dos parâmetros de contacto da interface argamassa-agregado, através da comparação entre os resultados do MED e os resultados experimentais, permitiu determinar a magnitude das deformações diferidas deste material e perceber a sua influência no comportamento macroscópico do betão.

Este tipo de modelos poderá ser utilizado como uma ferramenta de previsão do comportamento diferido, bem como incorporado em modelos complexos de previsão da deterioração do betão a longo prazo onde as interações entre a argamassa e o agregado são relevantes.

#### REFERÊNCIAS

- [1] Jennings H, Bullard J (2011) From electrons to infrastructure: Engineering concrete from the bottom

- up. *Cem Concr Res* 44. doi: 10.1016/j.cemconres.2011.03.025
- [2] Alnaggar M.; Cusatis G.; Luzio G. Di (2013). Lattice Discrete Particle Modeling (LDPM) of Alkali Silica Reaction (ASR) deterioration of concrete structures. *Cem Concr Compos* 41:45–59 . doi: 10.1016/j.cemconcomp.2013.04.015
- [3] Giorla A. B.; Scrivener K. L.; Dunant C. F. (2015). Influence of visco-elasticity on the stress development induced by alkali–silica reaction. *Cem Concr Res* 70:1–8. doi: 10.1016/j.cemconres.2014.09.006
- [4] Pan Y.; Prado A.; Porras R. (2017). Lattice modeling of early-age behavior of structural concrete. *Materials (Basel)* 10:231. doi: 10.3390/ma10030231
- [5] Monteiro Azevedo N. (2003). A rigid particle discrete element model for the fracture analysis of plain and reinforced concrete. Heriot-Watt University
- [6] Cundall P. A. (1971). A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems. International Society for Rock Mechanics (ed) Proceedings of the international symposium on rock fracture. Nancy, pp. 129–136
- [7] Cundall P. A.; Strack O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique* 29:47–65. doi: 10.1680/geot.1979.29.1.47
- [8] Zubelewicz A.; Mróz Z. (1983). Numerical simulation of rock burst processes treated as problems of dynamic instability. *Rock Mech Rock Eng* 16:253–274. doi: 10.1007/BF01042360
- [9] Plesha M. E. (1983). On the modeling of rocks with microstructure. 24th U.S. Symposium on Rock Mechanics. American Rock Mechanics Association, Station, Texas
- [10] Cusatis G. (2001). Tridimensional random particle model for concrete. Politecnico di Milano, Milano
- [11] Ward M.; Neville A.; Singh S. (1969). Creep of air-entrained concrete. *Mag Concr Res* 21:205–210. doi: 10.1680/macrc.1969.21.69.205
- [12] Belytschko T.; Hughes T. J. R. (1983). Computational methods for transient analysis. *Mechanics and Mathematical Methods*. Belytschko T.; Hughes T. J. R. (eds). North Holland, p. 536
- [13] Underwood P. (1983). Dynamic Relaxation. *Computational Methods for Transient Analysis*. Elsevier Science Publishers B.V., Oxford, United Kingdom, pp. 245–265
- [14] Petrinic N. (1996). Aspects of discrete element modelling involving facet-to-facet contact detection and interaction. University of Wales. Swansea
- [15] Chuhan Z.; Pekau O. A.; Feng J.; Guanglun W. (1997). Application of distinct element method in dynamic analysis of high rock slopes and blocky structures. *Soil Dyn Earthq Eng* 16:385–394. doi: 10.1016/S0267-7261(97)00012-2
- [16] Bažant Z. P.; Cusatis G.; Cedolin L. (2004). Temperature effect on concrete creep modeled by microprestress-solidification theory. *J Eng Mech* 130:691. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2004)130:6(691)
- [17] Bažant Z. P.; Xi Y. (1995). Continuous retardation spectrum for solidification theory of concrete creep. *J Eng Mech* 121:281–288
- [18] Serra C.; Monteiro Azevedo N.; Batista A. L.; Schlar N. (2018). Discrete element method for modeling the long-term aging viscoelastic behavior of concrete considering its mesostructure. *J Eng Mech* 144: doi: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001434
- [19] Bažant Z. P.; Prasannan S. (1988). Solidification theory for aging creep. *Cem Concr Res* 18:923–932
- [20] Bažant Z. P.; Prasannan S. (1989). Solidification theory for concrete creep. I: Formulation. *J Eng Mech* 115:1691–1703. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1989)115:8(1691)
- [21] Bažant Z. P.; Baweja S. (1995). Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures - model B3. *Mater Struct* 28:357–365
- [22] Bažant Z. P.; Baweja S. (2000). Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures - model B3. Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage - Structural Design Effects. Al-Manaseer A (ed). American Concrete Institute, Michigan, Michigan, pp 1–83
- [23] RILEM TC 107 (1995). Guidelines for characterizing concrete creep and shrinkage in structural design codes or recommendations. *Mater Struct* 28:52–55
- [24] Bažant Z. P.; Prasannan S. (1989). Solidification theory for concrete creep. II: Verification and application. *J Eng Mech* 115:1704–1725. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1989)115:8(1704)
- [25] Bažant Z. P.; Li G. (2008). Comprehensive database on concrete creep and shrinkage. Evanston
- [26] Serra C.; Monteiro Azevedo N.; Batista A. L. (2016). Representação do comportamento viscoelástico com endurecimento com modelos detalhados de partículas: calibração dos parâmetros das leis constitutivas. Encontro Nacional Betão Estrutural - BE2016. Coimbra