



LABORATÓRIO NACIONAL
DE ENGENHARIA CIVIL

A INCERTEZA DE MEDIÇÃO DOS DISTANCIÓMETROS ELETROMAGNÉTICOS USADOS NA OBSERVAÇÃO GEODÉSICA DE BARRAGENS DE BETÃO

Estudo realizado no âmbito do projeto MEGA do P2I/LNEC

Lisboa • março de 2015

I&D BARRAGENS DE BETÃO

RELATÓRIO 47/2015 – **DBB/NGA**

Título

**A INCERTEZA DE MEDIÇÃO DOS DISTANCIÓMETROS ELETROMAGNÉTICOS
USADOS NA OBSERVAÇÃO GEODÉSICA DE BARRAGENS DE BETÃO**

Autoria

DEPARTAMENTO DE BARRAGENS DE BETÃO

João Manuel Martins Casaca

Investigador-Coordenador, Chefe do Núcleo de Geodesia Aplicada

Maria João Henriques

Investigadora Principal, Núcleo de Geodesia Aplicada

Vasco Ribeiro Conde

Bolseiro de Experimentação, Núcleo de Geodesia Aplicada

Henrique Manuel Anjos Candeias

Técnico Superior, Núcleo de Geodesia Aplicada

Copyright © LABORATÓRIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL, I. P.

AV DO BRASIL 101 • 1700-066 LISBOA

e-mail: lnec@lnec.pt

www.lnec.pt

Relatório 47/2015

Proc. 0404/112/19619

A INCERTEZA DE MEDIÇÃO DOS DISTANCIÓMETROS ELETROMAGNÉTICOS USADOS NA OBSERVAÇÃO GEODÉSICA DE BARRAGENS DE BETÃO

Resumo

Este relatório apresenta uma metodologia para controlo dos erros instrumentais e avaliação da incerteza de medição dos distanciómetros eletromagnéticos (DEM) usados na observação geodésica de barragens de betão. A metodologia, que é baseada numa base de teste existente no *campus* do LNEC, é ilustrada com a análise de seis medições da base, entre 2010 e 2014, com os dois DEM utilizados pelo Núcleo de Geodesia Aplicada.

Palavras chave: constante aditiva, DEM, desvio padrão, teste de hipóteses,

MEASUREMENT UNCERTAINTY OF THE ELECTROMAGNETIC DISTANCEMETERS USED IN CONCRETE DAM GEODETIC SURVEYS

Abstract

The report presents a methodology to control the instrumental errors and to assess the measurement uncertainty of electromagnetic distance-meters (EDM) used in the geodetic survey of large concrete dams. The methodology, which is supported by a test baseline within the campus of the LNEC, is illustrated with the analysis of six measurements of the baseline carried out, between 2010 and 2014, with the two EDM currently used by the Applied Geodesy Division.

Keywords: additive constant, EDM, hypothesis testing, standard deviation.

Índice

1	Introdução	1
2	A medição eletromagnética de distâncias	3
2.1	Os DEM geodésicos e topográficos	3
2.2	Os erros instrumentais e ambientais	4
2.3	A modelação dos erros instrumentais	6
2.4	As bases de calibragem.....	7
2.5	Os métodos laboratoriais	8
2.6	O caso da observação geodésica de barragens	10
3	Ensaio na base de teste do LNEC	12
3.1	A base de teste do LNEC	12
3.2	O modelo diferencial	14
3.3	Os testes de hipóteses	17
3.4	Os resultados dos ensaios.....	19
3.5	O modelo diferencial reduzido	21
3.6	A comparação do modelo completo com o modelo reduzido.....	22
3.7	A incerteza de medição das variações das distâncias	23
4	A comparação de retrorrefletores e bases nivelantes	25
4.1	Medições na sala do comparador	25
4.2	O teste às diferenças entre variâncias	27
4.3	O teste às diferenças entre as médias	27
5	Conclusões.....	29
	Referências Bibliográficas	32

Índice de figuras

Figura 3.1 – O campus do LNEC e a localização dos pilares da base de teste	20
Figura 3.2 – Pilar de estacionamento (P3) da base de teste do LNEC. À direita, topo do pilar (P3) com a peça de centragem forçada do tipo Wild	21
Figura 4.1 – Prisma retrorreflector (PR), base nivelante (BN) e base de centragem (BC)	33

Índice de quadros

Quadro 2.1 – A incerteza instrumental de alguns DEM	14
Quadro 2.2 – Calibragem térmica do oscilador do Me3000	17
Quadro 2.3 – Limites do intervalo de calibragem dos erros cíclicos	18
Quadro 3.1 – Pontos estação (PE), pontos visados (PV) e distâncias aproximadas (S) da base de teste do LNEC	21
Quadro 3.2 – Épocas de medição da base com os DEM TC e TCA e respetivo código alfabético	22
Quadro 3.3 – Deslocamentos e variação da constante aditiva estimados a partir das variações das distâncias medidas com os DEM TC e TCA	27
Quadro 3.4 – Resultados do teste ao significado das constantes aditivas estimadas, em cada época, para cada um dos dois instrumentos	28
Quadro 3.5 – Resultados do teste à igualdade da precisão dos dois instrumentos, em cada comparação	28
Quadro 3.6 – Estimativas dos desvios padrão dos modelos completo e reduzido	29
Quadro 3.7 – Valores do critério de Schwarz (CS)	31
Quadro 3.8 – Estimativas Bayesianas e frequencistas do desvio padrão do modelo completo e do modelo reduzido para os DEM TC e TCA	32
Quadro 4.1 – Distâncias observadas nos dois ensaios dos prismas retrorrefletores e das bases nivelantes	34
Quadro 4.2 – Somas dos quadrados dos desvios (SQD), variâncias de máxima verosimilhança e corrigidas (Var) e desvios padrão (DP) correspondentes	34

1 | Introdução

1.1 Os distanciômetros eletromagnéticos (DEM), que foram adaptados aos métodos operativos da Geodesia e da Topografia na segunda metade do século XX, vieram substituir vantajosamente uma plêiade de métodos e instrumentos ótico-mecânicos anteriormente usados na medição de distâncias. No que diz respeito à Geodesia aplicada à monitorização dos deslocamentos de grandes barragens de betão e alvenaria, os DEM vieram substituir as fitas e fios de invar usados na planimetria dos sistemas de observação geodésica de muitas obras.

O Núcleo de Geodesia Aplicada (NGA) do Departamento de Barragens de Betão (DBB) do LNEC, que dispunha inicialmente de numeroso equipamento para medição de distâncias com fitas de invar, adquiriu o seu primeiro DEM (o modelo Me3000 da marca Kern) na década de 1970. Tratava-se de um DEM com uma incerteza de medição geodésica caracterizada por um desvio padrão de 0,2 mm mais uma parte por milhão (0,2 mm + 1 ppm), que substituiu a medição de distâncias com fitas de invar nos sistemas de observação geodésica. Atualmente, o NGA opera com dois taqueómetros eletrónicos (teodolitos eletrónicos com DEM integrados) que medem distâncias com um desvio padrão de 1 mm + 1 ppm, sendo que já existem no mercado taqueómetros cujo DEM é caracterizado por um desvio padrão de 0,6 mm + 1 ppm.

Fenómenos como a “deriva” da frequência dos osciladores, que acompanha o seu “envelhecimento”, ou a “anisotropia” das propriedades da atmosfera terrestre, que introduz curvatura e torção na trajetória e altera a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas, introduzem erros “sistemáticos”, por vezes muito significativos, nas distâncias medidas com os DEM. Para medir distâncias por métodos eletromagnéticos com exatidão, torna-se necessário aplicar dois tipos de correções às distâncias observadas: as correções “instrumentais” e as correções “ambientais”. As correções instrumentais resultam de procedimentos de calibragem dos instrumentos (aliás, do equipamento) de medição (Henriques, 2002). As correções ambientais resultam da medição de parâmetros atmosféricos (temperatura, pressão e humidade) durante as operações de medição das distâncias (Casaca, 2000).

1.2 Terminou recentemente a construção de várias grandes barragens de betão, cujos sistemas de observação geodésica têm uma componente planimétrica baseada quer em poligonais no interior de galerias de visita, quer em pequenas redes de triangulação-trilateração instaladas nas encostas a jusante da barragem e, nalguns casos, também a medição de convergências das margens da albufeira, igualmente dependentes da medição de distâncias. Sendo previsível que venham a estar envolvidas nestas observações diferentes equipas geodésicas, com diferentes instrumentos de medição, torna-se indispensável que os vários DEM a utilizar nas campanhas de observação sejam controlados, tendo em vista garantir a estabilidade dos erros instrumentais e, caso se mostre necessário, permitir a obtenção de correções às suas medições que permitam a sua intermutabilidade.

O objetivo central do trabalho consiste na determinação das incertezas de medição (desvios padrão) dos dois DEM atualmente usados no NGA tendo em vista a sua utilização no planeamento e controlo da qualidade, bem como à determinação de pesos para o ajustamento combinado de ângulos e dis-

tâncias dos sistemas de observação geodésica de grandes barragens de betão e alvenaria, caso em que as grandezas de interesse são variações de distâncias entre duas épocas de observação e não as distâncias propriamente ditas. Esta abordagem diferencial permite atenuar ou mesmo eliminar o efeito de erros sistemáticos e obter diretamente deslocamentos (Casaca, 2001).

Este trabalho encontra-se organizado em três partes independentes: i) uma síntese descritiva dos erros instrumentais que afetam os DEM e apresentação dos métodos usados na sua calibragem, na segunda secção; ii) uma descrição e análise de ensaios dos dois DEM atualmente usados pelo NGA, na base de teste do LNEC, onde são deduzidas incertezas de medição da variação de distâncias, na terceira secção; iii) a descrição de ensaios levados a cabo na “sala do comparador”, para “comparar” diferentes bases nivelantes e prismas retrorrefletores, na quarta secção.

2 | A medição eletromagnética de distâncias

2.1 Os DEM geodésicos e topográficos

2.1.1. O funcionamento dos DEM integrados nos taqueómetros em aplicações geodésicas e topográficas baseia-se na emissão, retrorreflexão e receção de uma onda EM, de comprimento situado, geralmente, na banda espectral infravermelha próxima, designada por onda portadora. Dado que a portadora tem um comprimento de onda (CdO) muito pequeno, geralmente na banda do infravermelho próximo (c. 0,8 μm), é-lhe sobreposto um sinal, por modulação da frequência, da amplitude, ou da direção de polarização, com um CdO de alguns metros. A onda composta resultante é designada por onda de medição.

Para a medição da distância (S) entre dois pontos intervisíveis da superfície terrestre, o taqueómetro com o emissor-recetor do DEM é estacionado num dos extremos da distância a medir e um retrorrefletor, no outro extremo. A distância é medida pelo método da fase de modulação. A onda de medição percorre uma distância 2S entre os dispositivos de emissão e de receção do DEM. A distância 2S é dada pela soma de um número inteiro (k) de CdO de modulação (Λ), com uma fração (α) de um CdO:

$$2S = (k + \alpha)\Lambda \quad (2.01)$$

O DEM determina a diferença de fase de modulação (Φ) entre a onda emitida e a onda recebida, a qual permite, por sua vez, deduzir o valor da fração (α) de CdO por:

$$\alpha = \frac{\Phi}{2\pi} \quad (2.02)$$

A distância entre os pontos fica determinada, a menos do número inteiro de comprimentos de onda (k), que é designado por ambiguidade de ciclo:

$$S = \left(k + \frac{\Phi}{2\pi} \right) \frac{\Lambda}{2} \quad (2.03)$$

A ambiguidade de ciclo (k) pode ser determinada por vários métodos. Um dos métodos utilizados consiste na variação do CdO de modulação inicial (Λ), de modo a formar um sistema de equações lineares cuja resolução, em ordem à ambiguidade de ciclo (k), é levada a cabo num microprocessador integrado no DEM. O processo de medição é automático e muito rápido. A distância medida (S) é exibida no mostrador do DEM e pode ser registada numa memória auxiliar em tempo quase-real.

2.1.2. O CdO (Λ) e a frequência (f) de modulação da onda de medição de um DEM relacionam-se por:

$$c = n \Lambda f \approx 299792458 \text{ m s}^{-1} \quad (2.04)$$

onde c é a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no vácuo e n é o índice de refração de grupo da onda de medição, dado pelo quociente:

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.05)$$

onde v é a velocidade de propagação da onda de medição num meio transmissor homogéneo.

A distância (S) pode ser expressa em função da frequência de modulação por:

$$S = \left(k + \frac{\Phi}{2\pi} \right) \frac{c}{2nf} + \varepsilon \quad (2.06)$$

onde (ε) é uma constante aditiva que traduz diversas excentricidades geométricas e físicas do DEM, tais como a não coincidência do seu centro eletrónico com o centro ótico do teodolito, a não coincidência do centro ótico do retrorefletor com a vertical do ponto visado etc.

2.2 Os erros instrumentais e ambientais

2.2.1 Os erros que afetam uma distância (S) medida com um DEM podem ser avaliados mediante a diferenciação de S (2.06) em ordem à fase (Φ), à frequência de modulação (f) e ao índice de refração (n), que conduz à expressão:

$$dS = \frac{\Lambda}{4\pi} d\Phi - \frac{S}{f} df - \frac{S}{n} dn + d\varepsilon \quad (2.07)$$

A relação anterior (2.07) permite avaliar o efeito dos erros: i) $d\Phi$, cometidos na medição da diferença de fase de modulação; ii) df , devidos à deriva da frequência de modulação no oscilador do DEM; iii) dn , cometidos na avaliação do índice de refração (Casaca, 2004); iv) $d\varepsilon$, cometidos na avaliação da constante aditiva do DEM.

De acordo com Rüeger (1996), os principais erros sistemáticos podem ser classificados em quatro grupos: i) os erros de índice que são constantes; ii) os erros cíclicos que se repetem periodicamente ao longo de cada meio CdO de modulação; iii) os erros de escala, que são proporcionais à distância que está a ser medida; iv) os erros não lineares, que variam não linearmente com a distância.

Os erros de índice ($d\varepsilon$) são devidos essencialmente à incorreta avaliação da constante aditiva. Os retrorefletores são construídos com excentricidades semelhantes de modo a permitir a sua permutação arbitrária. A constante aditiva, que pode ascender a alguns centímetros, é determinada pelo construtor e corrigida internamente no DEM. Permanece um erro residual, o erro de índice, que pode variar com o retrorefletor utilizado ou com a orientação deste durante a medição (distâncias inclinadas

podem ser especialmente afetadas). Podem-se verificar variações do erro de índice ao longo do tempo ou com reparações e afinações do DEM.

Os erros cíclicos são devidos essencialmente à medição da diferença de fase. Alguns erros cíclicos são originados pela contaminação eletrónica entre os circuitos de emissão e receção do DEM e têm uma distribuição sinusoidal ao longo de cada meio CdO de modulação. Outros erros cíclicos, como os devidos a erros sistemáticos na medição da diferença de fase, podem ter um tipo diferente de distribuição ao longo de cada meio CdO (linear, por exemplo). Os construtores procuram determinar os erros cíclicos e corrigir o seu efeito internamente no DEM. Os erros cíclicos podem variar com o tempo, com a intensidade do sinal recebido (que por sua vez, varia com a distância) e com as intervenções de manutenção ou reparação efetuadas no DEM.

Os erros de escala são erros proporcionais à distância a medir e podem ser devidos à variação da frequência (df) de modulação do oscilador do DEM ou à incorreta avaliação do índice de refração da onda de medição (Casaca, 2004). A variação da frequência do oscilador pode ser devida: i) à variação da temperatura do oscilador, nomeadamente, entre o momento em que é ligado o DEM e o momento em que a temperatura de operação estabiliza (efeito do aquecimento) ou entre diferentes condições ambientais de operação; ii) à deriva da frequência, isto é, a variação da frequência a médio e longo prazo causada pelo “envelhecimento” do oscilador.

Os erros não lineares são erros sistemáticos que variam não linearmente com a distância e são geralmente devidos a heterogeneidades na fase, nos díodos do emissor e do recetor. De acordo com Rüeger (1996), os erros não lineares, que podem ser modelados por um polinómio não linear, são especialmente significativos em distâncias curtas até 20m.

Os erros de índice, os erros cíclicos, os erros de escala devidos à frequência e os erros não lineares são designados por erros instrumentais, os erros de escala devidos ao índice de refração são designados por erros ambientais (Casaca, 2004).

2.2.2 Os fabricantes caracterizam a incerteza de medição instrumental de um DEM com um desvio padrão dado por uma soma da forma:

$$\sigma_0(\text{mm}) + \sigma_E(\text{ppm}) \quad (2.08)$$

onde a primeira parcela é um desvio padrão que traduz a dispersão causada pelos erros de índice e pelos erros cíclicos e a segunda parcela é um desvio padrão que caracteriza a dispersão causada pelos erros de escala e pelos erros não lineares, em partes por milhão (ppm).

A parcela σ_0 contempla, cumulativamente, a constante aditiva integrada no DEM, a compatibilidade dos retrorrefletores recomendados pelo fabricante e as componentes acidentais e sistemáticas dos erros cíclicos associados à medição da fase. A parcela variável com a distância (σ_E) contempla a variação da frequência do oscilador, resultante da variação da temperatura ambiente, entre limites especificados, geralmente entre (-20°C) e (+50°C) e as heterogeneidades da fase entre o emissor e o recetor, que originam os erros não lineares.

A componente instrumental da incerteza de um DEM permite inferir que, se o DEM estiver em perfeitas condições de operacionalidade, os intervalos de erro (instrumentais), para o nível de confiança de 96%, de uma distância S (em km), são definidos pelas semi-amplitudes correspondentes a dois desvios padrão (em mm):

$$2\sigma = 2(\sigma_0 + S\sigma_E)\text{mm} \quad (2.09)$$

No Quadro 2.1, apresentam-se as incertezas instrumentais (σ) de quatro DEM, que são ou já foram usados pelo NGA. Nas colunas (100 m) e (1000 m) são apresentados os valores das semi-amplitudes de intervalos de erro, para o nível de confiança de 96%, para as distâncias referidas. A semi-amplitude do intervalo de erro instrumental do DEM Me3000, para uma distância de cem metros, permitia considerar que a probabilidade de que o módulo do erro instrumental, cometido na medição de uma distância de cem metros, fosse inferior a 0,6 mm, era igual a 0,96 etc.

Quadro 2.1 – A incerteza instrumental de alguns DEM

DEM	DP (σ)	100m	1000m
Me3000	0,2 mm + 1 ppm	0,6 mm	2,4 mm
DM504	3 mm + 2 ppm	6,4 mm	10 mm
DI2002, TC2003, TCA2003	1 mm + 1 ppm	2,2 mm	4 mm

Deve notar-se que a componente da incerteza de medição devida aos erros ambientais não se encontra incluída na incerteza instrumental fornecida pelo construtor. A incerteza ambiental pode, em circunstâncias desfavoráveis, ultrapassar muito a incerteza instrumental e deve ser tida em conta na definição dos métodos operativos a adotar em cada aplicação: no caso da observação geodésica de barragens, a contribuição da incerteza ambiental para a incerteza total pode tornar-se crítica.

2.3 A modelação dos erros instrumentais

O utilizador comum de um DEM, embora não tenha capacidade para corrigir a grande maioria dos erros instrumentais, deve submeter, periodicamente, o DEM a testes que permitam verificar se estes erros se encontram dentro dos limites declarados pelo construtor. De acordo com Rüeger (1996), uma verificação instrumental desejável, a proceder pelo utilizador, deve incidir sobre o erro de índice, sobre os erros cíclicos de período igual a meio CdO de modulação, sobre o erro de escala e sobre os erros não lineares.

Rüeger (1996) propõe um modelo para os erros instrumentais, que pode ser expresso por uma relação entre as distâncias observadas (S_o) e as distâncias exatas (S), numa forma simplificada, por:

$$S = S_o + \alpha_0 + \alpha_1 S_o + \dots + \alpha_n (S_o)^n + \beta_1 \cos(\omega S_o) + \beta_2 \sin(\omega S_o) + \beta_3 \cos(2\omega S_o) + \beta_4 \sin(2\omega S_o) + \dots \quad (2.10)$$

com:

$$\text{i) } \omega = \frac{2\pi}{U}; \quad \text{ii) } U = \frac{\Lambda}{2} \quad (2.11)$$

onde o meio CdO de modulação (U) é designado por unidade de comprimento do DEM e onde os coeficientes α traduzem os erros de índice, de escala e não lineares e os coeficientes β traduzem os erros cíclicos. Os coeficientes α e β (desconhecidos) são parâmetros característicos de um dado DEM durante um certo período de tempo. A calibragem de um DEM consiste na determinação (estimação) dos coeficientes α e β , com vista à correção dos valores observados.

Na realidade, a calibragem permite obter somente estimativas dos coeficientes α e β também afetadas por erros de observação. Deste modo, as distâncias corrigidas com as estimativas dos coeficientes estão, tal como as distâncias observadas, afetadas por erros de observação supostamente de menor dispersão e de valor esperado nulo. Muitas vezes, os valores observados das grandezas já corrigidos dos erros sistemáticos são igualmente designados por valores observados.

A calibragem de um DEM deve ser realizada periodicamente (semestralmente ou anualmente). De acordo com Rüeger (1996), o utilizador comum deve preocupar-se apenas com o controlo dos coeficientes que correspondem aos erros de índice, de escala e aos erros cíclicos de primeira ordem, utilizando, para tal, um modelo muito simplificado, da forma:

$$S = S_0 + \alpha_0 + \alpha_1 S_0 + \beta_1 \cos(\omega S_0) + \beta_2 \sin(\omega S_0) \quad (2.12)$$

A calibragem permite: i) avaliar se o DEM opera de acordo com a incerteza instrumental fornecida pelo construtor; ii) proceder à correção instrumental das distâncias medidas com o DEM. Existem duas formas para determinar os coeficientes desconhecidos: a utilização de bases de calibragem para DEM e os métodos laboratoriais.

2.4 As bases de calibragem

As bases de calibragem para DEM são constituídas por diversas estações, materializadas por pilares de betão com boa fundação, isolamento térmico e centragem forçada, situadas em terreno plano, num mesmo alinhamento. O número de estações de uma base de calibragem deve permitir medir um número redundante de distâncias relativamente ao número de parâmetros a determinar.

O número de distâncias independentes, numa base com n estações, é dado pelas combinações de n dois a dois:

$$C_2^n = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2} \quad (2.13)$$

Duas estações permitem medir uma única distância; três estações permitem medir três distâncias; quatro estações permitem medir seis distâncias; cinco estações permitem medir dez distâncias; seis estações permitem medir quinze distâncias etc.

As estações de uma base de calibragem devem permitir combinar distâncias curtas, para a determinação dos coeficientes dos erros de índice, com distâncias compridas, para a determinação dos coeficientes de escala. Para determinar os parâmetros dos erros cíclicos, dado que:

$$S = kU + \alpha U \left(U = \frac{\Lambda}{2} \right) \quad (2.14)$$

é necessário que as distâncias entre as estações cubram a unidade de comprimento do DEM (U). Uma base de calibragem preparada para determinar erros cíclicos serve somente para calibrar DEM que usem o mesmo CdO de modulação.

As distâncias entre as estações de uma base de calibragem devem ser medidas previamente com métodos de precisão superior (fitas de invar, interferómetros, DEM de precisão) ao DEM que se pretende calibrar. No caso de DEM usados na monitorização de deslocamentos em grandes barragens a base pode ser medida apenas com o DEM que se pretende controlar. Neste último caso, a comparação das medições levadas a cabo ao longo do tempo permite avaliar a estabilidade e eventualmente corrigir os erros de índice e de escala do DEM, o que é suficiente para garantir a qualidade dos deslocamentos.

2.5 Os métodos laboratoriais

2.5.1 Os métodos laboratoriais são, geralmente, utilizados para estimar os erros de índice, cíclicos e de escala. Os erros de escala podem ser estimados em laboratório por medição da frequência de modulação do DEM com um frequencímetro. Os erros cíclicos e de índice podem ser estimados em laboratório, medindo várias distâncias curtas (no interior de uma sala), movendo o retrorefletor sobre um “carril” graduado, ao longo de meio CdO de modulação.

A medição da frequência do oscilador de um DEM com um frequencímetro é uma operação relativamente complexa que normalmente é efetuada pelos fabricantes ou por laboratórios acreditados, que disponham de equipamento adequado. Para a medição da frequência, torna-se necessário que o DEM apresente uma saída adequada, o que nem sempre acontece. Alguns fabricantes fornecem sensores externos, adaptáveis ao DEM, com ligação ao frequencímetro. O frequencímetro, que deve permitir medir frequências até 50 MHz, para cobrir a grande maioria dos DEM existentes no mercado, com uma resolução suficiente, também deve ser calibrado periodicamente.

A precisão de um frequencímetro, necessária para determinar o erro de escala de um DEM, pode ser deduzida da relação diferencial:

$$dS = -\frac{S}{f} df \quad (2.15)$$

O erro linear (dS), resultante de um desvio (df) na frequência nominal de modulação (f) do DEM, é proporcional à distância (trata-se de um erro de escala) e inversamente proporcional à frequência de modulação do DEM. A relação entre a distância medida (So) e a distância corrigida do erro de escala (S) é, conseqüentemente, dada por:

$$S = S_0 - dS \approx \left(1 + \frac{1}{f} df\right) S_0 = \alpha_1 S_0 \quad (2.16)$$

2.5.2 Consideremos, a título de exemplo, o “desaparecido” DEM Mekometer Me3000 com um CdO de modulação de 6 m, correspondente a uma frequência de modulação nominal de 50 MHz, numa atmosfera laboratorial homogênea à temperatura de 12° C, pressão total de 760 mmHg e pressão parcial de vapor de água de 8 mmHg (atmosfera de referência do DEM). Nestas condições, um desvio de 100 Hz na frequência de modulação teria um efeito de 2 ppm na distância, o que permitia ao DEM medir distâncias, até cem metros, com um erro de escala inferior a 0,2 mm.

A frequência depende, no entanto, da temperatura a que se encontra o oscilador, que pode variar significativamente durante o período de “aquecimento”. Nos laboratórios acreditados, o oscilador do DEM é mantido, durante os ensaios, numa estufa com temperatura regulável, para o estabelecimento de curvas térmicas da frequência.

No Quadro 2.2, apresentam-se os resultados de um ensaio do oscilador do DEM Me3000, efetuado numa estufa, com a temperatura: i) a subir de 20° C a 41° C; ii) a descer de 41° C para -10° C; iii) a subir de -10° C para 20° C. A frequência de modulação nominal do Me3000 era $f = 499,5103$ MHz, a 20° C e a 760 mmHg.

Quadro 2.2 – Calibragem térmica do oscilador do Me3000.

T	df	E	T	df	E
+20° C	-1,0 kHz	-2 ppm	-01° C	0	0
+31° C	-1,5 kHz	-3 ppm	-10° C	+1,5 kHz	+3 ppm
+41° C	-1,0 kHz	-2 ppm	-02° C	0	0
+33° C	-2,5 kHz	-5 ppm	+01° C	+0,5 kHz	+1 ppm
+21° C	-1,5 kHz	-3 ppm	+20° C	-0,5 kHz	-1 ppm
+09° C	-1,0 kHz	-2 ppm			

As colunas df do Quadro 2.2 apresentam os desvios da frequência efetiva do oscilador, à temperatura T, relativamente à sua frequência nominal ($f = 499,5103$ MHz). As colunas E do Quadro 2.2 apresentam os erros de escala resultantes do desvio da frequência, em partes por milhão (ppm). As diferenças entre os valores de df e E, medidos com a temperatura a subir e a descer, ilustram o fenómeno da histerese.

2.5.3 A determinação de correções aos erros de índice e cíclicos pode ser realizada, em laboratório, a partir da medição de distâncias curtas, escolhidas em função do CdO de modulação, onde o efeito dos erros de escala instrumentais e ambientais é atenuado.

A construção de um perfil de aço (com secção em H), de comprimento U, com centragem forçada para o retrorefletor, nas diversas posições escolhidas (extremidades, um quarto, metade e três quartos, por exemplo), permite tornar o ensaio mais simples: basta fixar o perfil no alinhamento do DEM, à distância escolhida.

De acordo com Rüeger (1996), dado que os erros não lineares são, geralmente, mais acentuados nas distâncias muito curtas, até aos primeiros 20 m, as distâncias a medir deverão distribuir-se uniformemente num intervalo fechado $[nU, (n+1)U]$, cujo extremo inferior é o múltiplo (n) da unidade de comprimento (U) do DEM e cujo extremo superior é o múltiplo seguinte (n+1), simbolicamente:

$$i) 20m \leq nU \quad ii) (n+1)U \leq 35m \quad (2.17)$$

No Quadro 2.3, são considerados DEM com diversas unidades de comprimento (U) e apresentados, a título de exemplo, diversos limites inferiores (nU) e superiores ((n+1)U) possíveis para o intervalo de calibragem dos erros cíclicos.

Quadro 2.3 – Limites do intervalo de calibragem dos erros cíclicos.

U	3 m	3 m	5 m	5 m	10 m
nU	21 m	30 m	25 m	30 m	20 m
(n+1)U	24 m	33 m	30 m	35 m	30 m

O procedimento operativo a seguir para calibrar um DEM deve ser o seguinte: i) o DEM é estacionado num pilar com centragem forçada e o retrorefletor é estacionado sucessivamente à distância (nU), a várias distâncias intermédias entre (nU) e ((n+1)U), por exemplo, a um quarto, metade e três quartos entre (nU) e ((n+1)U), e finalmente à distância ((n+1)U) (as cinco distâncias anteriores são supostamente conhecidas); ii) após a ambientação do DEM e a medição da temperatura, pressão e humidade atmosféricas da sala de ensaio, são medidas as cinco distâncias referidas; iii) as distâncias medidas com o DEM (So) são comparadas com os valores conhecidos (S), por intermédio do modelo de erro instrumental:

$$S - S_0 = \alpha_0 + \beta_1 \cos(\omega S_0) + \beta_2 \sin(\omega S_0) \quad (\omega = 2\pi/U) \quad (2.18)$$

que permite a determinação de estimativas do erro de índice e dos quatro parâmetros (β) dos erros cíclicos, por resolução de um sistema redundante de cinco equações a três incógnitas.

2.6 O caso da observação geodésica de barragens

2.6.1. Na monitorização de deslocamentos de grandes barragens de betão, pretende-se medir as variações de distâncias entre duas épocas de observação e não os seus valores absolutos. Os erros instrumentais que permaneçam constantes ao longo do tempo são eliminados ao diferenciar as distâncias. Neste caso, é importante apenas controlar as variações temporais dos erros instrumentais. Por outro lado, as distâncias envolvidas são da ordem de poucas centenas de metros, na sua grande

maioria inferiores a 300 m. Nestas condições, os erros de escala instrumentais ($\sigma_E = 1$ ppm) tornam-se menos importantes e o desvio padrão do erro instrumental ($1,0 \text{ mm} < \sigma \leq 1,3 \text{ mm}$) pode ser aproximado pela sua componente independente da distância (σ_0).

A norma ISO 17123-4 (ISO, 2011) preconiza um controlo expedito dos DEM baseado na medição de um conjunto redundante de distâncias numa base de calibragem. Segundo a norma, as distâncias devem ser ajustadas de acordo com um modelo linear muito simples, do qual resultam estimativas de uma constante aditiva (c) e do desvio padrão de uma distância (s). A norma também preconiza a utilização de testes estatísticos de hipóteses sobre a constante aditiva (c) e o desvio padrão (s) estimados. Entre os testes estatísticos de hipóteses referidos na norma, salientamos:

- i) o teste baseado na distribuição t de Student (Dougherty, 1990), para decidir se o valor estimado para a constante aditiva (c) deve, ou não, ser considerado significativamente diferente de zero;
- ii) o teste baseado na distribuição qui-quadrado central (Dougherty, 1990), para decidir se a incerteza de medição de uma distância com o DEM (s) é compatível com a incerteza de medição (σ) indicada pelo fabricante;
- iii) o teste baseado na distribuição de Fisher-Snedecor (Dougherty, 1990), para decidir se as incertezas de medição de dois DEM são, ou não, significativamente diferentes.

2.6.2. Neste relatório, apresenta-se um modelo diferencial, inspirado no modelo linear da norma, onde são ajustadas as variações das distâncias, entre os pilares da base, entre duas épocas. Como produto do ajustamento, resultam as componentes (na direção do alinhamento) dos deslocamentos dos pilares da base, a variação da constante aditiva (dc) do DEM entre as duas épocas e um desvio padrão empírico do modelo (s) que caracteriza cumulativamente os erros epistémicos do modelo e a incerteza de medição do DEM.

Os testes estatísticos de hipóteses t , qui-quadrado e F preconizados na norma ISO podem ser igualmente aplicados ao modelo diferencial:

- i) o teste baseado na distribuição t de Student, para decidir se o valor estimado para a variação da constante aditiva (dc) deve, ou não, ser considerado significativo;
- ii) o teste baseado na distribuição qui-quadrado central, para decidir se a incerteza de medição da variação de uma distância (desvio padrão) com o DEM é compatível com a incerteza de medição (desvio padrão) indicado pelo fabricante (neste estudo não vai ser aplicado pois os desvios padrão estimados são muito inferiores aos indicados pelo fabricante);
- iii) o teste baseado na distribuição de Fisher-Snedecor, para decidir se as incertezas de medição das variações de distâncias (desvios padrão) de dois DEM são, ou não, significativamente diferentes.

A metodologia proposta permite controlar a variação temporal da constante aditiva (dc) de um DEM e, se for caso disso, aplicar medidas corretivas. Idealmente, um DEM que vá ser utilizado na observação geodésica de uma barragem deve ser sujeito a um ensaio antes de cada campanha de observação da barragem. Na prática, um ensaio semestral ou mesmo anual poderá ser suficiente.

3 | Ensaio na base de teste do LNEC

3.1 A base de teste do LNEC

A base para teste de DEM situada no *campus* do LNEC é composta por cinco pilares de estacionamento (Figura 3.2) dispostos num alinhamento retilíneo, num terreno aproximadamente plano e horizontal (Figura 3.1). Os pilares extremos (P1 e P5) distam de 275 m e têm um desnível cerca de 0,5 m. Os pilares são protegidos da incidência direta dos raios solares por manilhas exteriores e têm chumbadas, no topo, peças de centragem forçada do tipo Wild (Figura 3.2).



Figura 3.1 – O campus do LNEC e a localização dos pilares da base de teste.

O número e a localização dos pilares da base tiveram em linha de conta a aplicação dos DEM que aí deveriam ser testados: a monitorização de deslocamentos nas grandes barragens de betão e alvenaria portuguesas, atividade que requer incertezas de medição submilimétricas. Quanto ao comprimento da base (c. 275 m), sendo o maior possível no *campus* do LNEC, é adequado ao teste dos DEM, pois a grande maioria das distâncias medidas nos sistemas de observação geodésica das grandes barragens de betão e alvenaria portuguesas é inferior a 300 m.

A base foi construída em 2007 mas, no início de 2008, foi necessário alterar ligeiramente a posição do pilar de estacionamento P2, cuja posição foi novamente afetada pela queda de duas árvores, no inverno de

2010. Devido a estas perturbações, serão considerados nesta secção apenas os ensaios posteriores a 2010.



Figura 3.2 – Pilar de estacionamento (P3) da base de teste do LNEC (à esquerda). Topo do pilar (P3) com a peça de centragem forçada do tipo Wild (à direita).

Para o teste de um DEM, o instrumento deve ser estacionado sequencialmente nos quatro primeiros pilares enquanto o retrorrefletor é estacionado nos quatro pilares seguintes, de acordo com o esquema apresentado no Quadro 3.1, onde também são listadas as distâncias aproximadas (S) entre os pilares. Em cada estacionamento é medida a distância para o retrorrefletor nas posições direta e inversa do taqueómetro. Durante as medições devem ser registadas as temperaturas e pressões atmosféricas para proceder às correspondentes correções.

Quadro 3.1 – Pontos estação (PE), pontos visados (PV) e distâncias aproximadas (S) da base de teste do LNEC.

PE	PV	S	PE	PV	S	PE	PV	S
P1	P2	25 m	P2	P3	75 m	P3	P4	125 m
	P3	100 m		P4	200 m		P5	175 m
	P4	225 m		P5	250 m	P4	P5	50 m
	P5	275 m						

Nesta secção vão ser analisados os resultados de ensaios dos DEM dos taqueómetros eletrónicos Leica TC2003 e Leica TCA2003 que, atualmente, o LNEC utiliza na observação geodésica de barragens de betão. Foram consideradas as medições da base LNEC realizadas, desde 2010, com os dois distanciómetros nas seis épocas referidas no Quadro 3.2.

Quadro 3.2 – Épocas de medição da base com os DEM TC e TCA e respetivo código alfabético.

Época	Código	Época	Código
2010/04/28	A	2014/03/13	D
2011/01/12	B	2014/04/09	E
2012/06/20	C	2014/06/05	F

Em cada uma das seis épocas referidas no Quadro 3.2, os DEM do taqueómetro eletrónico TC2003 e do taqueómetro eletrónico motorizado TCA2003, adiante designados por TC e TCA, respetivamente, foram usados sucessivamente na medição das dez distâncias independentes entre os cinco pilares da base de calibragem, de acordo com o programa apresentado no Quadro 3.1.

3.2 O modelo diferencial

3.2.1 A análise da evolução temporal das distâncias medidas com os DEM TC e TCA na base LNEC, nas seis épocas de medição referidas no Quadro 3.2, revelou indícios de que os pilares de estacionamento não seriam posicionalmente estáveis e sofreriam deslocamentos ao longo do tempo.

Para analisar a evolução temporal das distâncias medidas com os DEM, tendo em atenção os deslocamentos sofridos pelos pilares de estacionamento entre duas épocas, foi adotado um modelo linear diferencial expresso pelo sistema de onze equações lineares:

$$\left\{ \begin{array}{l} dS_{12} = dx_2 - dx_1 + dc \\ dS_{13} = dx_3 - dx_1 + dc \\ dS_{14} = dx_4 - dx_1 + dc \\ dS_{15} = dx_5 - dx_1 + dc \\ dS_{23} = dx_3 - dx_2 + dc \\ dS_{24} = dx_4 - dx_2 + dc \\ dS_{25} = dx_5 - dx_2 + dc \\ dS_{34} = dx_4 - dx_3 + dc \\ dS_{35} = dx_5 - dx_3 + dc \\ dS_{45} = dx_5 - dx_4 + dc \\ 0 = dx_1 \end{array} \right. \quad (3.01)$$

onde os termos independentes das primeiras dez equações (dS_{ij}) são as variações das distâncias observadas (após redução ao horizonte e correção atmosférica) entre duas épocas, as cinco incógnitas (dx_1, dx_2, dx_3, dx_4 e dx_5) são os deslocamentos sofridos pelos pilares de estacionamento entre as duas épocas e a incógnita dc é a variação da constante aditiva do DEM entre as duas épocas de

observação. A última equação ($0 = dx_1$) é uma condição destinada a tornar determinado o sistema constituído somente pelas primeiras equações (Casaca, 2013).

O sistema de equações (3.01) pode ser escrito na forma matricial $Ax = y$, onde x é o vetor coluna cujos seis elementos são as incógnitas ($dx_1, dx_2, dx_3, dx_4, dx_5$ e dc), y é o vetor coluna cujos primeiros dez elementos são as variações (dS_{ij}) observadas e o décimo primeiro elemento é zero e, finalmente, A é a matriz retangular com seis colunas de onze elementos iguais aos coeficientes das equações (3.01) cujos elementos são iguais a zero, um ou menos um, de acordo com:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} . \quad (3.02)$$

Sem a inclusão da última linha, a matriz A apresentaria uma deficiência de característica que foi colmatada com a última linha, correspondente à condição ($0 = dx_1$). A solução dos mínimos quadrados da equação vetorial linear ($Ax = y$) é:

$$\bar{x} = (A^T A)^{-1} A^T y \quad (3.03)$$

onde a matriz simétrica definida positiva $A^T A$ (constante para a base teste do LNEC) é dada por:

$$A^T A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 & -1 & -1 & -4 \\ -1 & 4 & -1 & -1 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 4 & 4 \\ -4 & -2 & 0 & 2 & 4 & 10 \end{bmatrix} \quad (3.04)$$

e a sua inversa (também constante para a base) é dada por:

$$(A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 0,00 \\ 1,00 & 1,48 & 1,36 & 1,44 & 1,52 & -0,20 \\ 1,00 & 1,36 & 1,72 & 1,68 & 1,84 & -0,40 \\ 1,00 & 1,44 & 1,68 & 2,12 & 2,16 & -0,60 \\ 1,00 & 1,52 & 1,84 & 2,16 & 2,68 & -0,80 \\ 0,00 & -0,20 & -0,40 & -0,60 & -0,80 & 0,50 \end{bmatrix} \quad (3.05)$$

O vetor dos mínimos quadrados (3.03) é assim designado porque minimiza a norma $(v^T v)^{1/2}$ do vetor dos resíduos $(v = y - Ax)$ da equação vetorial $(Ax = y)$, isto é:

$$(y - A\bar{x})^T (y - A\bar{x}) \leq (y - Ax)^T (y - Ax) \quad \forall x \in \mathbb{R}^n \quad (3.06)$$

3.2.2. Admitamos que o modelo diferencial adotado é um modelo de Gauss-Markov $Ax = y + \varepsilon$, onde $\varepsilon(m,1)$ é um vetor ruído que segue uma distribuição Gaussiana homocedástica, isto é, o vetor ruído é caracterizado por uma esperança matemática nula ($E(\varepsilon) = 0$) e por uma matriz de variância:

$$V(\varepsilon) = \sigma^2 I(m,m) \quad (3.07)$$

onde σ^2 é um fator de variância desconhecido (a variância do modelo) que caracteriza os erros epistémicos (adequação do modelo) e a dispersão dos erros de observação. Neste caso, a forma quadrática aleatória:

$$\frac{1}{\sigma^2} (y - A\bar{x})^T (y - A\bar{x}) = \frac{v^T v}{\sigma^2} \quad (3.08)$$

segue uma distribuição qui-quadrado central com $(v = m - n + 1 = 5)$ graus de liberdade, simbolicamente:

$$\frac{v^T v}{\sigma^2} \in \chi^2(v = 5) \quad (3.09)$$

No modelo de Gauss-Markov, o vetor das soluções é um vetor aleatório normal cujo vetor esperado (i) e matriz de variância (ii) verificam:

$$i) E(\bar{x}) = AE(y); \quad ii) V(\bar{x}) = \sigma^2 (A^T A)^{-1} \quad (3.10)$$

A estimativa dos mínimos quadrados da variação da constante aditiva (dc) distribui-se como uma variável aleatória Gaussiana de valor esperado $E(dc)$ e variância $V(dc)$ dada por:

$$V(dc) = \sigma^2 \underbrace{[(A^T A)^{-1}]_{55}}_{=1/2} = \frac{\sigma^2}{2} \quad (3.11)$$

O facto de a distribuição da estimativa da variação da constante aditiva ser Gaussiana com variância (3.11) permite várias inferências estatísticas sobre o seu valor esperado $E(dc)$, em particular, a construção de intervalos de confiança ou o teste de hipóteses sobre o valor esperado.

3.2.3 A chamada variância empírica do modelo, com a correção de excentricidade de Bessel, é dada por:

$$s^2 = \frac{v^T v}{v} = \frac{v^T v}{5} \quad (3.12)$$

A variância empírica corrigida do modelo (s^2) pode ser usada para estimar a variância do modelo (σ^2), sendo que esta, em caso de erros epistémicos pouco significativos (boa adequação do modelo), pode

ser usada para caracterizar a dispersão das variações de uma distância medidas com o DEM. Por outro lado, a boa adequação do modelo pode ser caracterizada pelo coeficiente de correlação múltipla R^2 .

A variância empírica corrigida do modelo (s^2), que é um estimador cêntrico da variância do modelo (σ^2), relaciona-se com uma distribuição qui-quadrado central por intermédio de:

$$\left(v \frac{s^2}{\sigma^2} = \frac{v^T v}{\sigma^2} \right) \in \chi^2(v) \quad (3.13)$$

onde, no caso da base de teste do LNEC, os graus de liberdade são $v = 5$. A deficiência de característica da matriz $A^T A$ (igual a um) leva a que a variância empírica s^2 esteja associada a uma distribuição qui-quadrado com $(v = 10 - 6 + 1)$ graus de liberdade.

3.3 Os testes de hipóteses

3.3.1 De acordo com Dougherty (1990), dadas uma variável aleatória normal reduzida (U) e uma variável aleatória qui-quadrado central com v graus de liberdade (Q), o quociente:

$$T = \frac{U}{\sqrt{(Q/v)}} \quad (3.14)$$

distribui-se como uma variável de Student, central com v graus de liberdade, simbolicamente: $T \in t(v)$.

Tomando a variável aleatória normal reduzida (U), derivada do estimador da constante aditiva:

$$U = \frac{(c - E(c))}{\sqrt{v(c)}} = \frac{\sqrt{2}(c - E(c))}{\sigma} \quad (3.15)$$

e recorrendo a (3.15), é possível concluir que o quociente:

$$T = \frac{U}{\sqrt{(vs^2/v\sigma^2)}} = \frac{\sqrt{2}(c - E(c))}{s} \quad (3.16)$$

se distribui como uma variável t de Student, central, com $v = 5$ graus de liberdade. Se o valor esperado da variação da constante aditiva for zero ($E(dc) = 0$), será possível escrever:

$$T = \sqrt{2} \frac{dc}{s} \in t(v = 5) \quad (3.17)$$

e usar a relação anterior (3.17) para testar se o valor estimado para a constante aditiva é ou não significativamente diferente de zero.

Consideremos os quantis de probabilidade 0,025 e 0,975 de uma distribuição t central com cinco graus de liberdade, dados respetivamente por $t_{0,025} = -2,57$ e $t_{0,975} = 2,57$. O intervalo $IA = [-1,82, +1,82]$, cujos limites são dados pelo quociente dos quantis de probabilidade pela raiz quadrada de dois constitui o in-

intervalo de aceitação para a definição de uma regra de decisão entre a hipótese nula ($H_0: E(dc) = 0$) e a hipótese alternativa ($H_A: E(dc) \neq 0$).

Com efeito, sob a hipótese nula, a probabilidade de o quociente (dc/s) se encontrar no interior do intervalo de aceitação ($IA = [-1,82, +1,82]$) é 0,95. Sob a hipótese alternativa, a probabilidade de o quociente (dc/s) se encontrar no interior do intervalo de aceitação, vai diminuindo com o crescimento do módulo do valor esperado $E(dc)$.

A regra de decisão entre a hipótese nula (H_0) e a hipótese alternativa (H_A) pode ser formulada do seguinte modo:

i) se o valor observado (dc/s) se situar no interior do intervalo de aceitação (IA), aceita-se a hipótese nula ($H_0: E(dc) = 0$);

ii) se o valor observado (dc/s) se situar fora do intervalo de aceitação (IA), aceita-se a hipótese alternativa ($H_A: E(dc) \neq 0$).

3.3.2 Se a base for medida com dois DEM diferentes, caracterizados pelas variâncias σ_1^2 e σ_2^2 , é possível usar a propriedade (3.13) para testar se as variâncias, ou equivalentemente os desvios padrão, dos DEM são ou não significativamente diferentes. Com efeito, como as variâncias empíricas têm o mesmo número de graus de liberdade ($\nu = 5$), o quociente:

$$\frac{s_1^2 \sigma_2^2}{s_2^2 \sigma_1^2} \in F(\nu, \nu) \quad (3.18)$$

distribui-se como uma variável de Fisher-Snedecor duplamente central com ($\nu = 5, \nu = 5$) graus de liberdade.

Consideremos o intervalo $IA = [0,14, 7,15]$, cujos limites são os quantis de probabilidade 0,025 e 0,975, respetivamente, de uma distribuição F central com ($\nu = 5, \nu = 5$) graus de liberdade, que designaremos por intervalo de aceitação. O intervalo de aceitação serve para construir uma regra de decisão entre a hipótese nula ($H_0: \sigma_1 = \sigma_2$) e a hipótese alternativa ($H_A: \sigma_1 \neq \sigma_2$).

Com efeito, sob a hipótese nula, a probabilidade de o quociente $(s_1/s_2)^2$ se encontrar no interior do intervalo de aceitação ($IA = [0,14, 7,15]$) é 0,95. Sob a hipótese alternativa, a probabilidade de o quociente $(s_1/s_2)^2$ se encontrar no interior do intervalo de aceitação ($IA = [0,14, 7,15]$), vai diminuindo com o crescimento da diferença entre os dois desvios padrão.

A regra de decisão entre a hipótese nula (H_0) e a hipótese alternativa (H_A) pode ser formulada do seguinte modo:

i) se o valor observado $(s_1/s_2)^2$ se situar no interior do intervalo de aceitação (IA), aceita-se a hipótese nula ($H_0: \sigma_1 = \sigma_2$);

ii) se o valor observado $(s_1/s_2)^2$ se situar fora do intervalo de aceitação (IA), aceita-se a hipótese alternativa ($H_A: \sigma_1 \neq \sigma_2$).

3.4 Os resultados dos ensaios

3.4.1 No Quadro 3.3 são apresentados, para os DEM TC e TCA, os deslocamentos (dx), relativos à época A, e a variação da constante aditiva (dc) estimados com o modelo diferencial expresso pelo sistema de equações (3.01). Em virtude da condição ($dx_1 = 0$) os deslocamentos do ponto 1 são sempre nulos e não são apresentados no quadro. Deve notar-se que os deslocamentos estimados para os restantes pontos são relativos ao ponto 1. Alguns deslocamentos apresentam magnitudes claramente superiores à incerteza de medição dos DEM.

Quadro 3.3 – Deslocamentos e variação da constante aditiva estimados a partir das variações das distâncias medidas com os DEM TC e TCA.

DEM	Épocas	B-A	C-A	D-A	E-A	F-A
TC	dx ₂ (mm)	-1,27	-3,80	-0,12	0,04	-0,60
	dx ₃ (mm)	0,54	2,65	2,09	2,07	2,00
	dx ₄ (mm)	0,56	1,57	2,28	2,03	2,31
	dx ₅ (mm)	0,58	0,18	2,16	1,00	1,61
	dc (mm)	0,18	-0,22	-0,23	-0,43	-0,39
	s (mm)	0,39	0,58	0,31	0,34	0,30
	R ²	0,92	0,98	0,97	0,96	0,97
TCA	dx ₂ (mm)	-0,90	-3,79	0,08	0,10	-0,46
	dx ₃ (mm)	1,17	3,05	2,34	2,41	2,27
	dx ₄ (mm)	1,34	1,66	2,86	2,76	3,12
	dx ₅ (mm)	1,33	0,32	2,78	2,00	2,76
	dc (mm)	0,21	0,16	0,48	0,31	0,54
	s (mm)	0,26	0,38	0,17	0,11	0,18
	R ²	0,97	0,99	0,99	0,99	0,99

O Quadro 3.3 também apresenta os valores do desvio padrão empírico de uma variação de distância (s) e do coeficiente de correlação múltipla (R^2) calculados nos cinco ajustamentos realizados para cada DEM. Note-se que:

- i) em todas os ajustamentos, o desvio padrão empírico (s) de uma distância do TCA é sempre menor do que o desvio padrão correspondente do TC;
- ii) todos os ajustamentos foram caracterizados por coeficientes de correlação múltipla (R^2) muito elevados, denotando um excelente ajustamento do modelo diferencial, nomeadamente, dos deslocamentos às variações das distâncias observadas com os dois DEM.

3.4.2 Para testar se o valor esperado $E(dc)$ é significativamente diferente de zero, devem ser usados a estatística de teste (dc/s), o intervalo de aceitação $IA = [-1,82,+1,82]$ e a regra de decisão introduzidos na subsecção 3.3.1. No Quadro 3.4 apresentam-se os valores da estatística (dc/s) resultantes dos dez ajustamentos realizados bem como as decisões correspondentes.

Quadro 3.4 – Resultados do teste ao significado das constantes aditivas estimadas, em cada época, para cada um dos dois instrumentos.

Épocas	TC		TCA	
	dc/s	Decisão	dc/s	Decisão
B – A	0,47	H0: E(dc) = 0	0,80	H0: E(dc) = 0
C – A	- 0,38	H0: E(dc) = 0	0,42	H0: E(dc) = 0
D – A	- 0,73	H0: E(dc) = 0	2,84	HA: E(dc) ≠ 0
E – A	- 1,25	HA: E(dc) = 0	2,77	HA: E(dc) ≠ 0
F – A	- 1,29	HA: E(dc) = 0	2,98	HA: E(dc) ≠ 0

A análise do Quadro 3.4 permite constatar que os valores esperados $E(dc)$ para as variações das constantes aditivas (dc) estimadas para o DEM TC não devem ser consideradas significativamente diferentes de zero. Pelo contrário, as três últimas das cinco variações das constantes aditivas (dc) estimadas para o DEM TCA têm um valor esperado $E(dc)$ que já deve ser considerado significativamente diferente de zero: parece ter havido uma alteração da constante aditiva do instrumento entre 2012 e 2014. Por outro lado, deve ter-se em atenção que para o valor mais elevado da estatística de teste (dc/s) das três últimas épocas de observação, além de um maior valor estimado para a variação da constante aditiva (dc), contribui o valor muito pequeno obtido para o desvio padrão empírico do modelo (s) (cf. Quadro 3.3).

3.4.3 No Quadro 3.5, apresenta-se a aplicação da regra de decisão, definida na subsecção 3.3.2, entre a hipótese nula ($H_0: \sigma_{TC} = \sigma_{TCA}$) e a hipótese alternativa ($H_A: \sigma_{TC} \neq \sigma_{TCA}$), isto é, entre a hipótese de as medições dos dois DEM serem da mesma precisão e a hipótese de não serem da mesma precisão. Para cada época e para cada DEM, apresenta-se o valor da estatística de teste $(s_{TC}/s_{TCA})^2$ e o resultado da regra de decisão (cf. subsecção 3.3.2), função de a estatística de teste se encontrar no interior ou no exterior do intervalo de aceitação ($IA = [0,14, 7,15]$).

Quadro 3.5 – Resultados do teste à igualdade da precisão dos dois instrumentos, em cada comparação.

Comparação	$(s_{TC}/s_{TCA})^2$	Decisão
B – A	2,25	H0: $\sigma_{TC} = \sigma_{TCA}$
C – A	2,33	H0: $\sigma_{TC} = \sigma_{TCA}$
D – A	3,32	H0: $\sigma_{TC} = \sigma_{TCA}$
E – A	9,55	HA: $\sigma_{TC} \neq \sigma_{TCA}$
F – A	2,78	H0: $\sigma_{TC} = \sigma_{TCA}$

A análise do Quadro 3.5 permite constatar que, de acordo com a regra de decisão do teste, em quatro das comparações da precisão dos dois DEM é aceite a hipótese nula e na restante (E–A) é rejeitada. Note-se que na comparação (E–A) o desvio padrão estimado para o TCA é invulgarmente

baixo (0,11 mm). O facto de a estatística de teste ter sempre valores superiores à unidade resulta do facto de os desvios padrão do TC serem todos superiores aos desvios padrão correspondentes do TCA. O DEM TCA parece apresentar uma precisão um pouco melhor do que o DEM TC.

3.5 O modelo diferencial reduzido

Uma vez que os módulos dos valores estimados para a variação da constante aditiva (dc) não são superiores a 0,54 mm (cf. Quadro 3.3), parece conveniente analisar o desempenho do modelo diferencial (3.01) sem a incógnita correspondente à variação da constante aditiva, a que chamaremos o modelo diferencial reduzido ou, simplesmente, o modelo reduzido.

O modelo reduzido é expresso por um sistema de equações lineares iguais às do sistema (3.01), sem a incógnita (dc), o que leva o número de graus de liberdade do modelo para $v = m - n + 1 = 6$. O ajustamento das variações das distâncias observadas, pelo método descrito na subsecção 3.2, fornece os desvios padrão empíricos do modelo reduzido (sem constante aditiva) que se apresentam no Quadro 3.6, juntamente com os desvios padrão empíricos do modelo completo, que inclui a variação da constante aditiva (dc). O quadro também apresenta os desvios padrão resultantes da composição das variâncias (raiz quadrada da média das variâncias) dos dois modelos, para os dois DEM.

Quadro 3.6 – Estimativas dos desvios padrão dos modelos completo e reduzido.

Época	TC		TCA	
	SMC	SMR	SMC	SMR
B – A	0,39 mm	0,37 mm	0,26 mm	0,27 mm
C – A	0,58 mm	0,54 mm	0,38 mm	0,36 mm
D – A	0,31 mm	0,32 mm	0,17 mm	0,32 mm
E – A	0,34 mm	0,40 mm	0,11 mm	0,20 mm
F – A	0,30 mm	0,36 mm	0,18 mm	0,35 mm
Composição	0,41 mm	0,40 mm	0,24 mm	0,31 mm

A comparação dos desvios padrão empíricos obtidos com o modelo completo (MC) e com o modelo reduzido (MR) permite constatar que não há diferenças significativas entre os dois modelos no que diz respeito ao desvio padrão. Em nove casos, o desvio padrão empírico do modelo completo é ligeiramente inferior ao do modelo reduzido e nos outros três casos apenas ligeiramente superior. Usando como critério o desvio padrão empírico, o modelo completo parece não ser claramente mais explicativo do que o modelo reduzido, ou seja, não parece que a variação da constante aditiva (dc) seja muito significativa na interpretação das variações medidas com os dois instrumentos e nas diferentes épocas de observação. Por outro lado, os valores do coeficiente de correlação múltipla R^2 são muito próximos da unidade, nos dois casos.

3.6 A comparação do modelo completo com o modelo reduzido

3.6.1 No caso do modelo de Gauss-Markov (Casaca, 2012), a expressão analítica da função de verossimilhança do vetor das observações (y) é:

$$L(\mu, \sigma^2 | A, y) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)^m}} \exp\left(-\frac{(y - A\mu)^T (y - A\mu)}{2\sigma^2}\right) \quad (3.19)$$

Os valores do vetor $\mu(n,1)$ e do escalar σ^2 que tornam máxima a função de verossimilhança são:

$$i) \mu = \bar{x} = (A^T A)^{-1} A^T y; \quad ii) \sigma^2 = \frac{1}{m} (y - A\bar{x})^T (y - A\bar{x}) = \frac{1}{m} v^T v \quad (3.20)$$

Substituindo (3.20.i) e (3.20.ii) em (3.19) resulta a seguinte relação entre o máximo da verossimilhança (ML) e o quadrado da norma do vetor dos resíduos ($v^T v$):

$$ML = \sqrt{\frac{m}{(2\pi v^T v)^m}} \exp\left(-\frac{m}{2}\right) \quad (3.21)$$

Nestas condições, o logaritmo natural do máximo da verossimilhança (LML) é dado por:

$$LML = \ln(ML) = \frac{m}{2} \ln(\ln(m) - \ln(2\pi v^T v) - 1) \quad (3.22)$$

3.6.2 Para comparar o desempenho do modelo completo com o desempenho do modelo reduzido, existem indicadores mais adequados do que o desvio padrão (s) ou o coeficiente de correlação múltipla (R^2), como é o caso do critério de Schwarz (1978), que penaliza o modelo com mais incógnitas (o modelo completo) que é, à partida, mais explicativo. No caso do modelo de Gauss-Markov, o critério de Schwarz (CS) é função do logaritmo natural do máximo da verossimilhança (LML):

$$CS = LML - \frac{n \ln(m)}{2} \quad (3.23)$$

De acordo com Schwarz (1978), o modelo com o maior valor de CS é o modelo que melhor se ajusta aos dados. Note-se que o valor de CS é geralmente negativo e, para o mesmo valor de m (número de equações de observação), diminui quando o número de incógnitas (n) aumenta.

No Quadro 3.7, apresentam-se os valores do critério de Schwarz (CS) calculados em cada um dos 24 ajustamentos realizados, com vista à comparação do modelo completo (MC) com o modelo reduzido (MR). Os valores do critério de Schwarz apontam no mesmo sentido do que os valores do desvio padrão empírico, embora sejam mais expressivos. O CS também dá indicações sobre a qualidade absoluta do ajustamento do modelo às observações: a comparação C-A é aquela em que os dois modelos (o completo e o reduzido) têm um pior desempenho, para os dois instrumentos.

Verifica-se que não há indícios fortes (desvio padrão empírico (s), coeficiente de correlação múltipla (R^2), critério de Schwarz (CS)) que aconselhem a privilegiar claramente um dos modelos (completo ou reduzido), sendo que ambos parecem ajustar-se bem às variações observadas para as distâncias. Assim sendo, tanto os desvios padrão empíricos do modelo completo como os do modelo reduzido

podem ser usados para caracterizar a incerteza de medição das variações das distâncias com os dois DEM.

Quadro 3.7 – Valores do critério de Schwarz (CS).

Épocas	TC		TCA	
	MC	MR	MC	MR
B – A	– 8,002	– 7,237	– 3,759	– 3,823
C – A	– 12,408	– 11,515	– 7,915	– 7,082
D – A	– 5,707	– 5,572	+ 1,080	– 5,658
E – A	– 6,705	– 8,224	+ 5,599	– 0,821
F – A	– 5,319	– 6,899	+ 0,330	– 6,748

3.7 A incerteza de medição das variações das distâncias

3.7.1 A incerteza de medição da variação de uma distância com o DEM TC pode ser caracterizada pelo desvio padrão empírico da composição do modelo completo (0,41 mm) ou do modelo reduzido (0,40 mm), conforme o Quadro 3.6. A incerteza de medição da variação de uma distância com o DEM TCA pode ser caracterizada pelo desvio padrão empírico da composição do modelo completo (0,21 mm) ou do modelo reduzido (0,31 mm), conforme o Quadro 3.6.

Embora o DEM TCA aparente uma incerteza de medição menor do que o DEM TC, ambos apresentam incertezas de medição muito pequenas, significativamente inferiores ao valor indicado pelo fabricante, que pode ser aproximado pelo produto da raiz quadrada de dois (trata-se da diferença entre duas distâncias) por 1 mm (cerca de 1,41 mm).

3.7.2 Na prática, o desvio padrão empírico do modelo (s) subestima significativamente o desvio padrão do modelo (σ). A análise da FDP do desvio padrão empírico mostra que a subestimação é tanto maior quanto menor for o número de graus de liberdade do modelo (Casaca, 2015). Na presença de uma amostra (s_1, \dots, s_k) de desvios padrão empíricos do mesmo modelo, é possível, no quadro dos métodos da inferência Bayesiana, construir uma FDP posterior conjunta da amostra cuja moda é um bom estimador do desvio padrão comum do modelo (Casaca, 2015).

A moda da FDP posterior conjunta da amostra (s_1, \dots, s_k), anteriormente referida, é dada por (Casaca, 2015):

$$M(\sigma) = \sqrt{\frac{m}{k(v-1)} \sum_{i=1}^k s_i^2} \quad (3.24)$$

onde v é o número de graus de liberdade do modelo ($v = m - n + 1$). O número de graus de liberdade do modelo completo, que tem dez equações de observação (m), seis incógnitas (n) e uma condição de constrangimento, é ($v = 5$). O número de graus de liberdade do modelo reduzido, que tem dez equações de observação (m), cinco incógnitas (n) e uma condição de constrangimento, é ($v = 6$).

Consideremos as quatro amostras de desvios padrão empírico do modelo completo e do modelo reduzido apresentadas no Quadro 3.6. No Quadro 3.8 apresentam-se as estimativas Bayesianas do desvio padrão do modelo dadas pela moda da FDP posterior conjunta das quatro amostras e repetem-se os desvios padrão resultantes da composição das variâncias empíricas das quatro amostras, já apresentadas no Quadro 3.6.

Quadro 3.8 – Estimativas Bayesianas e frequencistas do desvio padrão do modelo completo e do modelo reduzido para os DEM TC e TCA.

Método	TC		TCA	
	MC	MR	MC	MR
Bayes	0,63 mm	0,57 mm	0,38 mm	0,43 mm
Composição	0,41 mm	0,40 mm	0,24 mm	0,31 mm

Os valores dos desvios padrão empíricos apresentados no Quadro 3.8 fazem realçar a diferença entre as estimativas Bayesianas e as estimativas resultantes da composição das variâncias das amostras. As estimativas Bayesianas são mais realistas (Casaca, 2015) e permitem apontar para incertezas de medição da ordem das seis décimas de milímetro, para o TC, e da ordem das quatro décimas de milímetro, para o TCA. Continuam a ser valores significativamente inferiores ao valor indicado pelo fabricante (1,41 mm).

4 | A comparação de retrorefletores e bases nivelantes

4.1 Medições na sala do comparador

No edifício do Departamento de Barragens de Betão do LNEC existe, a cargo do Núcleo de Geodesia Aplicada (NGA), uma sala (a sala do comparador) onde eram comparadas as fitas de invar usadas na medição de distância antes da sua substituição pelos distanciómetros eletromagnéticos (DEM) e onde atualmente se realizam alguns ensaios dos instrumentos de medição. Na sala existem pilares com centragem forçada que permitem a medição de algumas distâncias curtas (até 24 m) e possibilitam a realização de medições com os DEM.

Para garantir uma maior exatidão na medição de distâncias, os prismas retrorefletores (PR) dos DEM devem ser instalados nas bases de centragem (BC) forçada dos pilares de estacionamento por intermédio de bases nivelantes (BN), de modo a ficarem na vertical dos pontos objeto materializados pelas peças de centragem (Figura 4.1). Os prismas retrorefletores e as bases nivelantes devem ser construídos com um rigor dimensional que garanta a sua intermutabilidade.

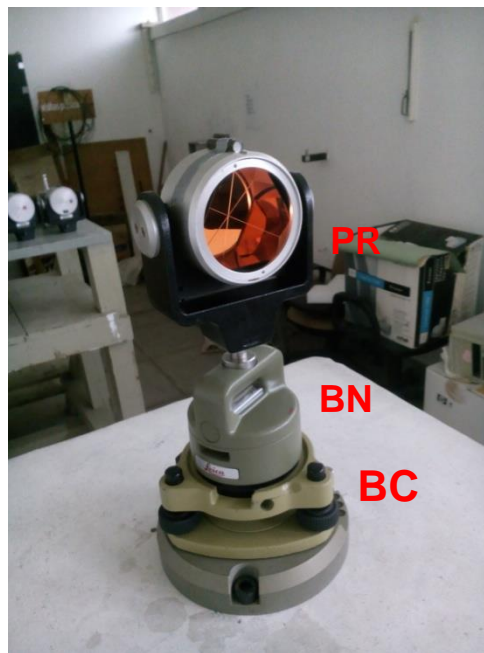


Figura 4.1 – Prisma retroreflector (PR), base nivelante (BN) e base de centragem (BC).

Tendo em vista avaliar a intermutabilidade dos prismas retrorefletores e das bases nivelantes usados com os DEM do NGA, foram realizados dois ensaios na sala do comparador, onde existem dois pilares de estacionamento, com centragem forçada, a cerca de 24 m. Nos dias 5 de junho (ensaio 1) e 29 de julho (ensaio 2) de 2014, com o DEM TCA estacionado num dos pilares, foi medida a distância entre os pilares: i) com os quatro prismas retrorefletores PR2, PR5, PR6 e PR8, na base nivelante BN5;

ii) com o prisma retrorreflector PR6 sobre as cinco bases nivelantes BN2, BN3, BN5, BN6 e BN8. Em cada caso foram medidas as distâncias nas posições direta e inversa do taqueómetro e tomadas as médias que são apresentadas no Quadro 4.1.

Quadro 4.1 – Distâncias observadas nos dois ensaios dos prismas retrorrefletores e das bases nivelantes.

Prismas retrorrefletores (PR)			Bases nivelantes (BN)		
Combinação	Ensaio 1	Ensaio 2	Combinação	Ensaio 1	Ensaio 2
BN5 – PR2	24010,04 mm	24010,09 mm	PR6 – BN2	24010,04 mm	24009,64 mm
BN5 – PR5	24010,04 mm	24010,14 mm	PR6 – BN3	24009,39 mm	24009,79 mm
BN5 – PR6	24009,84 mm	24009,89 mm	PR6 – BN5	24009,44 mm	24009,84 mm
BN5 – PR8	24009,89 mm	24010,04 mm	PR6 – BN6	24009,64 mm	24010,04 mm
média	24009,95 mm	24010,04 mm	PR6 – BN8	24009,34 mm	24009,99 mm
média	24010,00 mm		média	24009,57 mm	24009,86 mm
			média	24009,72 mm	

No Quadro 4.2 encontram-se as médias, as somas dos quadrados dos desvios relativos à média (SQD), as variâncias (VAR) de máxima verosimilhança e com a correção de Bessel e os desvios padrão (DP) correspondentes, dos dois ensaios de prismas retrorrefletores (PR) e bases nivelantes (BN). As variâncias de máxima verosimilhança resultam da divisão por (n) da SQD, enquanto as variâncias corrigidas resultam da divisão por (n-1) da SQD. São também apresentadas as variâncias e desvios padrão resultantes da composição das variâncias dos ensaios PR e BN.

Quadro 4.2 – Somas dos quadrados dos desvios (SQD), variâncias de máxima verosimilhança e corrigidas (Var) e desvios padrão (DP) correspondentes

Ensaio	SQD	Máxima verosimilhança		Corrigidos	
		Var (s ²)	DP (s)	Var (s ²)	DP (s)
Ensaio 1 PR	0,0319 mm ²	0,0064 mm ²	0,08 mm	0,0080 mm ²	0,09 mm
Ensaio 2 PR	0,0350 mm ²	0,0070 mm ²	0,08 mm	0,0088 mm ²	0,09 mm
PR	0,0669 mm ²	0,0067 mm ²	0,08 mm	0,0084 mm ²	0,09 mm
Ensaio 1 BN	0,3280 mm ²	0,0547 mm ²	0,24 mm	0,0656 mm ²	0,26 mm
Ensaio 2 BN	0,1030 mm ²	0,0172 mm ²	0,13 mm	0,0206 mm ²	0,14 mm
BN	0,4310 mm ²	0,0359 mm ²	0,19 mm	0,0431 mm ²	0,21 mm

Uma análise superficial dos valores apresentados nos Quadros 4.1 e 4.2 mostra pequenas diferenças entre os resultados dos ensaios. É possível, no entanto, usar testes estatísticos de hipóteses para decidir: i) se as diferenças entre os desvios padrão dos PR e das BN obtidas nos dois ensaios são significativas; ii) se a diferença entre as médias das distâncias medidas com diferentes PR e com diferentes BN, nos dois ensaios, são significativas.

4.2 O teste às diferenças entre variâncias

4.2.1. Para avaliar o significado das diferenças entre as variâncias e os desvios padrão da composição dos dois ensaios dos PR e das BN, é possível recorrer ao teste F, baseado na variável F de Fisher–Snedecor (Dougherty, 1990). Com efeito, tomando a maior variância corrigida (a resultante dos ensaios das BN) para numerador e a menor variância corrigida (a resultante dos ensaios dos PR) para denominador, o quociente das duas variâncias distribui-se como uma variável F central, com 10 e 8 graus de liberdade, respetivamente, simbolicamente:

$$q = \frac{s_{BN}^2}{s_{PR}^2} \in F(10,8) \quad (4.01)$$

Para testar a hipótese nula (H_0 : a variabilidade das distâncias medidas com diferentes BN não é significativamente superior à variabilidade das distâncias medidas com diferentes PR), contra a hipótese alternativa (H_A : a variabilidade das distâncias medidas com diferentes BN é significativamente superior à variabilidade das distâncias medidas com diferentes PR), a regra de decisão é a seguinte:

- i) se o quociente q (4.01) for igual ou inferior ao quantil de probabilidade 0,95 de uma distribuição F central com 10 e 8 graus de liberdade, aceita-se H_0 e rejeita-se H_A ;
- ii) se o quociente q (4.01) for maior do que o quantil de probabilidade 0,95 de uma distribuição F central com 10 e 8 graus de liberdade, rejeita-se H_0 e aceita-se H_A .

O valor assumido pela estatística de teste ($q = 5,131$), excede claramente o valor do quantil de probabilidade 0,95 da distribuição F central com 10 e 8 graus de liberdade (3,347) e recomenda a rejeição da hipótese nula. Consequentemente, a variabilidade devida à permuta das bases nivelantes (BN) deve ser considerada superior à variabilidade devida à permuta dos prismas retrorrefletores (PR).

4.3 O teste às diferenças entre as médias

Para avaliar o significado das diferenças entre a média das distâncias medidas com o mesmo PR e a média das distâncias medidas com a mesma BN nos dois ensaios ($\Delta = 0,28$ mm), é possível recorrer ao teste de Smith–Stattertwaihte, baseado na distribuição t de Student, central, com ν graus de liberdade (Dougherty, 1990). Este teste tem em atenção o facto das variâncias das duas populações serem diferentes como ficou estabelecido na subsecção anterior (5.2). A estatística do teste é:

$$T = \frac{\Delta}{\sqrt{\frac{s_{PR}^2}{10} + \frac{s_{BN}^2}{12}}} \in t(\nu) \quad (4.02)$$

onde ($\Delta = 0,23$ mm) é a diferença entre as médias dos ensaios com diferentes PR e dos ensaios com diferentes BN, ($s_{PR}^2 = 0,0031$ mm²) é a variância corrigida das amostras medidas com diferentes PR e ($s_{BN}^2 = 0,0484$ mm²) é a variância corrigida das amostras medidas com diferentes BN.

O número de graus de liberdade (ν) da distribuição t é dado por (Dougherty, 1990):

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_{PR}^2}{10} + \frac{s_{BN}^2}{12} \right)^2}{\frac{1}{9} \left(\frac{s_{PR}^2}{10} \right)^2 + \frac{1}{11} \left(\frac{s_{BN}^2}{12} \right)^2} \approx 12,664 \quad (4.03)$$

Para testar a hipótese nula (H_0 : a média da amostra PR não é significativamente diferente da média da amostra BN), contra a hipótese alternativa (H_A : a média da amostra BN é significativamente diferente da média da amostra PR) deve usar-se, como intervalo de aceitação, o intervalo limitado à esquerda pelo quantil de probabilidade 0,025 de uma variável t central, com ($\nu = 12,664$) graus de liberdade ($t_{0,025;\nu} = -2,179$) e limitado à direita pelo quantil de probabilidade 0,975 ($t_{0,975;\nu} = 2,179$) da mesma variável. A regra de decisão do teste SS é a seguinte:

- i) se a estatística T se encontrar no interior do intervalo de aceitação, aceita-se H_0 e rejeita-se H_A ;
- ii) se a estatística T se encontrar no exterior do intervalo de aceitação, rejeita-se H_0 e aceita-se H_A .

O valor da estatística de teste ($T \approx 4,249$), calculado por intermédio de (4.02), encontra-se claramente no exterior do intervalo de aceitação $IA = [-2,179, +2,179]$. Nestas condições, deve ser rejeitada a hipótese nula e aceite a hipótese alternativa H_A : a média da amostra BN é significativamente diferente da média da amostra PR.

5 | Conclusões

A metodologia de análise adotada neste relatório é a preconizada na norma ISO 17123-4 (ISO, 2011): um controlo expedito dos DEM baseado na medição de um conjunto redundante de distâncias numa base de calibragem. Segundo a norma, as distâncias devem ser ajustadas de acordo com um modelo linear muito simples, do qual resultam estimativas de uma constante aditiva (c) e do desvio padrão de uma distância (s). A norma também preconiza a utilização de testes estatísticos de hipóteses, nomeadamente os testes t de Student e F de Fisher-Snedecor, sobre a constante aditiva (c) e o desvio padrão (s) estimados em cada ensaio.

Os seis ensaios levados a cabo na base de teste do LNEC, entre 2010 e 2014, permitiram verificar a estabilidade instrumental dos dois DEM do NGA e determinar valores, para as suas incertezas de medição, significativamente inferiores à incerteza de medição indicada pelo fabricante (subsecção 3.7). Embora sejam valores válidos apenas para distâncias curtas (inferiores a 300 m), aplicam-se à grande maioria dos sistemas de observação geodésica das grandes barragens de betão e alvenaria portuguesas.

As incertezas de medição agora determinadas na subsecção 3.7 têm aplicação imediata na fixação de pesos para o ajustamento combinado de ângulos e distâncias necessário para a determinação de deslocamentos nos sistemas planimétricos de algumas grandes barragens de betão recentemente construídas (Casaca, 2001). No caso da poligonação de precisão no interior de galerias de visita, esses pesos são críticos na definição dos resultados do ajustamento combinado dos ângulos e distâncias. Até agora, em virtude das indicações dos fabricantes, têm sido atribuídos pesos, às distâncias, inferiores aos pesos atribuídos aos ângulos, o que se verifica não ser uma estratégia correta, pois como indicam as incertezas de medição estimadas nos ensaios, as distâncias merecem pesos superiores aos ângulos.

No que diz respeito aos ensaios realizados na “sala do comparador”, os resultados dos testes de hipóteses permitem inferir que, em trabalhos de maior exigência, como a observação geodésica de barragens, se justifica a precaução de utilizar os mesmos pares de prismas e bases nas mesmas estações nas diferentes épocas de observação.

No caso da poligonação de precisão em galerias de visita de grandes barragens de betão, este fator de incerteza, acrescentado à medição das distâncias entre os vértices da poligonal, pode introduzir um erro acumulado significativo, capaz de prejudicar a qualidade dos resultados. Nestas circunstâncias, é recomendável a identificação de todos os prismas e bases nivelantes com um código alfanumérico que permita usá-los nas mesmas posições, nas várias épocas de observação, dos diferentes sistemas de observação (poligonais, triangulações etc.).

Por fim, refere-se que parece ser indispensável levar a cabo o controlo sistemático dos DEM envolvidos na observação geodésica de barragens com uma metodologia semelhante à apresentada neste relatório, que incida no controlo da estabilidade dos erros instrumentais e na avaliação da incerteza de medição de variações de distâncias com os DEM.

Lisboa, LNEC, fevereiro de 2015

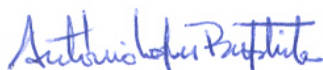
VISTOS

O Chefe do Núcleo de Geodesia Aplicada



João M. M. Casaca

O Diretor do Departamento de Barragens de
Betão



António Lopes Batista

AUTORIA



João M. M. Casaca
Investigador-coordenador



Maria João Henriques
Investigadora Principal



Vasco Conde
Bolseiro de Experimentação



Henrique Candeias
Técnico Superior

Referências Bibliográficas

- Casaca, J. (2000). **A Correção Instrumental e Ambiental dos Distanciômetros Electromagnéticos**. LNEC, ICT, ITB 20.
- Casaca, J. (2001). **O Método da Variação de Coordenadas na Observação Geodésica de Barragens**. LNEC, Série ICT, ITB 21.
- Casaca, J. (2004). **A Refracção Atmosférica em Geodesia Aplicada**. LNEC, ICT INCB 9.
- Casaca, J. (2012). **Análise de Regressão Multivariada: uma Perspectiva Bayesiana**. LNEC, ICT, INCB18.
- Casaca, J. (2013). **A Resolução de Problemas Mal Colocados na Observação Geodésica de Barragens**. LNEC, ICT, INCB 20.
- Casaca, J. (2015). **A Distribuição do Desvio Padrão Empírico**. LNEC, Série ICT INCB 21.
- Dougherty, E. (1990). **Probability and Statistics for the Engineering, Computing and Physical Sciences**, 2ª ed. Englewood Cliffs NJ, Prentice-Hall.
- Henriques, M. J. (2002), **Estratégia para a Calibragem dos Distanciômetros Electromagnéticos utilizados na Observação Geodésica de Barragens**. LNEC, Série ICT, ITB26.
- ISO (2001), **Optics and Optical Instruments – Field procedures for Testing Geodetic and Surveying Instruments – Part 4: EDM Instruments**. International Organization for Standardization.
- Rüeger, J. M. (1980), **Electronic Distance Measurement – An Introduction**, 3ª ed. New York: Springer.
- Schwarz, G., 1978. **Estimating the Dimension of a Model**. *The Annals of Statistics*, vol. 6, nº 2: 461-464.