

# Fusão de deslocamentos medidos com o GNSS e acelerações

José Nuno Lima

*Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Departamento de Barragens de Betão, Lisboa*

Sérgio Oliveira

*Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Departamento de Barragens de Betão, Lisboa*

Maria João Henriques

*Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Departamento de Barragens de Betão, Lisboa*

**RESUMO:** A fusão de dados provenientes de diferentes tipos de instrumentos pode dar uma informação mais completa para a monitorização do comportamento de estruturas de engenharia civil, em particular nas pontes de grande vão. O objectivo da fusão de deslocamentos medidos com o GNSS e de acelerações, é tirar partido da precisão conseguida com o GNSS, em baixas frequências, e da grande sensibilidade dos acelerómetros, em altas frequências, e obter uma única série temporal de deslocamentos, longa e de grande resolução. Através dum filtro de Kalman será possível integrar deslocamentos medidos, com uma frequência de amostragem de, por exemplo, 1 Hz, e acelerações medidas, com uma frequência de amostragem de, por exemplo, 100 Hz, de modo a obter uma série temporal de deslocamentos de longa duração e com uma resolução de 100 Hz.

Nesta comunicação apresentam-se os resultados preliminares dum ensaio realizado num modelo estrutural simples correspondente a um edifício de três pisos, instrumentado com antenas GNSS da Topcon e acelerómetros da Kinematics, modelo Episensor ES-U2, e da Nanometrics, modelo Titan SMA, tendo em vista a futura aplicação desta metodologia em pontes de grande vão.

## 1 INTRODUÇÃO

Em muitas obras de engenharia civil a sua monitorização estrutural poderá beneficiar da existência em simultâneo de instrumentação para a medição de acelerações e de deslocamentos. Em particular, nos casos de grandes obras, como pontes de grande vão, em que é importante caracterizar simultaneamente a sua resposta dinâmica e a evolução da resposta quasi-estática ao longo de anos. É prática corrente monitorizar obras relevantes de engenharia civil com acelerómetros, contudo, o mesmo não acontece com a utilização do GNSS (Global Navigation Satellite System) para medir deslocamentos nesse tipo de obras. Em Portugal, o Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), através do Departamento de Barragens de Betão, Núcleo de Geodesia Aplicada, tem desenvolvido um trabalho pioneiro na aplicação do GNSS na monitorização de grandes barragens [Lima *et al.*, 2006] e, mais recentemente, tem procurado alargar a monitorização com o GNSS a pontes de grande vão [Lima e Henriques, 2009, Lima *et al.*, 2009].

Um artigo sobre o efeito da carga provocada pelos atletas da prova de maratona nova iorquina de 2004 sobre a ponte de Verrazano [Kogan *et al.*, 2008] motivou o presente artigo. De facto, a utilização conjunta de receptores GPS da Ashtech e de acelerómetros da Kinemetrics, para medir o efeito da passagem dos atletas por esta ponte, levou os autores do referido trabalho a implementar a fusão dos deslocamentos medidos com GPS e de acelerações medidas pelos acelerómetros, cujo algoritmo recorre aos filtros de Kalman. No presente artigo, descreve-se em pormenor este algoritmo, baseando-se, essencialmente, em dois trabalhos anteriores Bock *et al.* [Bock *et al.*, 2011] e Smyth e Wu [Smyth e Wu, 2007]. O objectivo da fusão, de deslocamentos medidos com o GNSS e de acelerações, é tirar partido da precisão conseguida com o GNSS, em baixas frequências, e da grande sensibilidade dos acelerómetros, em altas frequências, para obter uma única série temporal de deslocamentos, longa e de grande resolução.

Realizaram-se vários testes no Campus do LNEC, onde num modelo físico de um edifício de três pisos, com 1 metro de altura, com uma das direcções mais flexível, a deslizar num movimentador linear de grande precisão, se instalaram uma antena GNSS da Topcon (do tipo *choke ring*), no piso superior, e três acelerómetros da Kinemetrics Episensor ES-U2 e um acelerómetro da Nanometrics, modelo Titan SMA. Neste trabalho serão descritos os testes e analisados os resultados obtidos.

## 2 APRESENTAÇÃO DO ALGORITMO PARA A FUSÃO DAS MEDIÇÕES

Baseado essencialmente em dois artigos anteriores [Bock *et al.*, 2011 e Smyth e Wu, 2007], descreve-se, neste ponto, o algoritmo da fusão de deslocamentos medidos com o GNSS, com uma determinada frequência de amostragem, e de acelerações medidas com acelerómetros, com uma frequência de amostragem mais elevada.

### 2.1 O Filtro de Kalman

Na teoria do controlo e da estimação o problema da extracção, separação ou da detecção do sinal aleatório numa série temporal com ruído é conhecido como o Problema de Wiener. Os filtros de Kalman são soluções para este problema usando a formulação de *estado* para representar a dinâmica dos sistemas [Kalman, 1960]. Assim, a dinâmica dos sistemas será caracterizada pelo seu *estado*. O *estado* pode ser entendido como toda a informação sobre o comportamento passado do sistema necessária para predizer o comportamento futuro. As dinâmicas do sistema são assim descritas pelas transições do estado. Existem muitas referências sobre a utilização da formulação de *estado* para representar as dinâmicas dos sistemas, por exemplo [Maybeck, 1970] mostra que a dinâmica dum sistema discreto pode ser descrita por

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + G_k \alpha_k \quad (1)$$

onde  $x$  é o vector-estado de dimensão  $n$ , cujas componentes são variáveis de estado,  $A$  é uma matriz de *estado* de dimensão  $nxn$  que descreve a dinâmica do sistema,  $u$  é um vector de dimensão  $m$  (que na nossa aplicação são as acelerações, expressas em  $m/s^2$ , medidas pelos acelerómetros),  $B$  é a matriz da entrada dos dados e é de dimensão de  $nxm$ ,  $\alpha$  é o vector do ruído do sistema, de dimensão  $l$ , com a distribuição  $\alpha \sim (0, Q)$  (média nula e matriz de covariância  $Q$ ) e  $G$  é matriz, de dimensão  $nxl$ , do ruído dos dados.

Além disso, as medições do sistema podem ser realizadas em intervalos de tempo discretos e, assim, podem ser expressos por um modelo linearizado

$$z_k = H_k x_k + \beta_k \quad (2)$$

onde  $z$  é o vector das observações (no nosso caso, das observações GNSS), de dimensão  $p$ ,  $H$  é a matriz da configuração do sistema, cuja dimensão é  $p \times n$ , e  $\beta$  é o vector do ruído da observação, cuja dimensão é  $p$ , com a seguinte distribuição  $\beta \sim (0, R)$  (média nula e matriz de covariância  $R$ ). Assume-se que os vectores  $\alpha$  e  $\beta$  não estão correlacionados.

O filtro de Kalman é um estimador óptimo do sistema de *estados*, ou seja, é um estimador cêntrico e de erro mínimo [Maybeck, 1970]. O filtro é baseado num algoritmo recursivo que utiliza sequencialmente uma observação em cada passo, contrariamente aos algoritmos que incorporam todas as observações em simultâneo.

Segundo [Maybeck, 1970] se a matriz de covariâncias do *estado* é  $P$ , então, depois da inicialização o vector *estado* e sua matriz de covariâncias vão permitir obter, no próximo passo – conhecido após actualização temporal –, a matriz de covariância *a priori* do *estado* da seguinte forma

$$P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T \quad (3)$$

e a estimação *a priori* do *estado* será dada por

$$x_{k+1}^- = A_k x_k + B_k u_k \quad (4)$$

O símbolo “ $\wedge$ ” em  $x$  significa que o valor obtido é uma estimativa e o símbolo superior “ $-$ ” de  $P^-$  indica que o valor foi obtido antes de se introduzir a observação seguinte (respeitante ao instante  $k+1$ ), ou seja, antes de se actualizar o processo, sendo, portanto, uma predição. O passo seguinte será introduzir a observação seguinte, actualizar o processo, calculando a matriz de covariância *a posteriori* do *estado*

$$P_{k+1} = P_{k+1}^-^{-1} + H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} H_{k+1} \quad (5)$$

e a estimativa *a posteriori* do *estado* da seguinte forma

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_{k+1}^- + P_{k+1} H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} z_{k+1} - H_{k+1} x_{k+1}^- \\ &= x_{k+1}^- + K_{k+1} z_{k+1} - H_{k+1} x_{k+1}^- \end{aligned} \quad (6)$$

onde a matriz  $K$  é conhecida como o *ganho* de Kalman, uma vez que, pesa o ajustamento estimado *a priori* com as observações que vão sequencialmente entrando no sistema, através da modulação da correcção a ser aplicada aos resíduos das observações,  $z_{k+1} - H_{k+1} x_{k+1}^-$ , que são as diferenças entre o *estado* estimado *a priori* e as observações da época correspondente.

Muitas vezes, o sistema, onde se pretende implementar o filtro de Kalman, não é discreto por natureza. No entanto, [Lewis *et al.*, 2008] mostra que um sistema contínuo análogo à equação (1) pode ser escrito da seguinte forma

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + G\alpha(t) \quad (7)$$

com as observações

$$z(t) = Hx(t) + \beta(t) \quad (8)$$

onde, como anteriormente,  $\alpha \sim (0, Q)$  e  $\beta \sim (0, R)$  sendo  $\alpha$  e  $\beta$  o ruído branco dos processos não correlacionados. Depois de algumas alterações, o sistema pode ser discretizado da seguinte forma

$$x_{k+1} = A^s x_k(t) + B^s u_k + \alpha_k \quad (9)$$

com o processo das observações dado por

$$z_k = H_k x_k + \beta_k \quad (10)$$

onde, se tem,  $\alpha(t) \sim (0, Q^s)$  e  $\beta(t) \sim (0, R^s)$ , o índice superior,  $s$ , indica a discretização da versão contínua das matrizes.

### 2.1 Fusão das observações GNSS com as acelerações medidas com os acelerómetros

Aplicando agora o filtro de Kalman à estimação de deslocamentos locais medidos numa estação, considerando a simplificação, sem perda de generalidade, de deslocamentos unidimensionais. Ou seja, a formulação do problema independente para cada uma das componentes duma estação cujos deslocamentos são medidos, em todos os instantes, num sistema de referência local, por exemplo (N, E, h). Assim, a partir da equação (7) pode escrever-se

$$x_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} a_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \alpha_k \quad (11)$$

onde o vector *estado* compreende o deslocamento  $d_k$  e a velocidade  $v_k$ ,

$$x_k = \begin{bmatrix} d_k \\ v_k \end{bmatrix} \quad (12)$$

Assumindo que a aceleração  $a_k$  é constante entre os instantes observados, sendo  $\alpha_k$  o ruído do sistema, em Bock *et al.* [Bock *et al.*, 2011] mostra-se como se discretiza a equação (11), considerando

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix} \quad (13)$$

Como as únicas fontes de erro são as acelerações medidas, os elementos do modelo discreto do sistema dado pela equação (10), segundo [Bock *et al.*, 2011], podem escrever-se

$$A^s = \begin{bmatrix} 1 & \tau_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; B^s = \begin{bmatrix} \frac{\tau_a^2}{2} \\ \tau_a \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$Q^s = \begin{bmatrix} q\tau_a^3/3 & q\tau_a^2/2 \\ q\tau_a^2/2 & q\tau_a \end{bmatrix}; R^s = \frac{r}{\tau_a};$$

onde  $\tau_a$  e  $\tau_d$  são, respectivamente, as frequências de amostragem do acelerómetro e do GNSS,  $q$  é a variância das acelerações medidas,  $r$  é variância do ruído das medições GNSS.

Note-se que  $G = I$ , uma vez que os deslocamentos medidos são independentes das acelerações medidas, não será necessário, por isso, discretizar  $G$ . Finalmente, o

processo das medições para os deslocamentos medidos com o GNSS, em cada direcção das três componentes, será dado por

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_k \\ v_k \end{bmatrix} + \beta_k \quad (15)$$

onde  $\beta_k \sim (0, r)$  é o ruído dos deslocamentos medidos com o GNSS.

Através dos elementos das equações de estado discretas (9) obtidas de (14) e com o processo sequencial de medição (15), o sentido ascendente do algoritmo do filtro de Kalman (isto é, para a frente), para a fusão dos deslocamentos medidos com as acelerações, pode ser usado para determinar as variáveis de estado, deslocamentos e velocidades, em cada instante e em cada componente das coordenadas, do seguinte modo:

- Inicialização:  $x_0 = 0$ ;  $P_0 = I$
- Actualização temporal (estimativa *a priori*)

$$P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + Q_k \quad (16)$$

$$x_{k+1}^- = A_k x_k + B_k \cdot u_k \quad (17)$$

- Actualização das medições (estimativa *a posteriori*)

$$P_{k+1} = P_{k+1}^-^{-1} + H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} H_{k+1}^{-1} \quad (18)$$

$$x_{k+1} = x_{k+1}^- + P_{k+1} H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} z_{k+1} - H_{k+1} x_{k+1}^- \quad (19)$$

A série temporal medida pelo acelerómetro, com um intervalo de amostragem  $\tau_a$ , regula a cadência de entrada de dados no sistema. Por outro lado, os deslocamentos medidos com o GNSS, com um intervalo de amostragem  $\tau_d$ , regula a cadência e, sobretudo, alimenta o processo de medição. Por norma, as frequências de amostragem do GNSS são mais baixas (1 – 40Hz) do que as dos acelerómetros (50 – 250Hz), pelo que, esta formulação pode ser adaptada para casos de multi-frequências de amostragem [Smyth e Wu, 2007], intervindo na actualização temporal das equações (16) e (17) com a frequência da frequência de amostragem dos acelerómetros e actualizando as medições nas equações (18) e (19) apenas com a frequência da frequência de amostragem do GNSS, isto é, quando houver uma nova medição com o GNSS (entretanto, o ganho de Kalman será nulo intervalo entre duas medições consecutivas do GNSS). Por razões de simplificação do algoritmo, será útil que a frequência de amostragem do acelerómetro seja múltipla da frequência de amostragem do GNSS. Desta forma, a actualização das medições poderá ser realizada em intervalos regulares, embora não seja condição necessária.

Além disso, se a frequência de amostragem permanecer constante durante todo o processo, as características do ruído não se alterarão, donde as matrizes  $A^s$ ,  $B^s$ ,  $Q^s$  e  $R^s$  nas equações (14) permanecer-se-ão inalteradas. No entanto, as frequências de amostragem dos dois tipos de instrumentos poder-se-ão alterar desde que as correspondentes matrizes sejam modificadas em conformidade. Mas um dos aspectos

atractivos desta formulação é que as matrizes envolvidas têm dimensões muito pequenas, realizando o cálculo numérico em apenas dois passos de cada vez, conseqüentemente todo o processo será simples. Por último, como o filtro de Kalman apenas requer o conhecimento da medição actual (isto é, a correspondente à do instante  $k+1$ ) então pode ser implementado em tempo real em redes com muitos sensores.

### 2.3 Suavização Óptima

Aplicando o filtro de Kalman no sentido ascendente (isto é, para a frente) procura-se resolver o que é conhecido como o problema da predição. No entanto, se os dados se mantiverem disponíveis durante um determinado intervalo de tempo, utilizando todos os dados passados e futuros, dentro desse intervalo, a estimação do novo ponto pode ser consideravelmente melhorada. Este problema é conhecido como suavização, embora não podendo funcionar em tempo-real, no entanto, poderá ser implementado em tempo-quase-real limitando a suavização a intervalos de tempo de curta duração. O intervalo de tempo fixo para implementar a suavização permite conter a máxima quantidade de informação (comparando com outros algoritmos de suavização) e consiste em apenas três passos: o filtro de Kalman no sentido ascendente (descrito em 2.1 e 2.2), depois o filtro de Kalman no sentido descendente (isto é, para trás), conhecido como filtro da informação da série, no sentido literal do termo, o qual é aplicado no sentido inverso ao crescimento da ordem temporal da série. Os dois primeiros passos originam dois fluxos de informação que se combinam num terceiro passo para a estimação final do estado do sistema.

Em Rauch e outros [Rauch *et al.*, 1965] mostra-se que os filtros de Kalman ascendente e descendente podem ser aplicados num passo só, utilizando um algoritmo designado por *suavizador Rauch Tung Striebel (RTS)*. O ganho da suavização, que é perfeitamente análogo ao ganho de Kalman como indicador da quantidade suavizada, é dado por

$$F_k = P_k^f A P_{k+1}^{f-}{}^{-1} . \quad (20)$$

onde  $P_{k+1}^{f-}$  e  $P_k^f$  são, respectivamente, as matrizes de covariância *a priori* e *a posteriori* do filtro de Kalman no sentido ascendente (o índice  $f$  é de *forward*). As covariâncias suavizadas são dadas por

$$P_k = P_k^f - F_k P_{k+1}^{f-} - P_{k+1} F_k^T, \quad (21)$$

e a estimação suavizada será dada por

$$x_k = x_k^f + F_k x_{k+1} - x_{k+1}^{f-} . \quad (22)$$

Note-se que o processo de suavização funciona em sentido descendente (isto é, para trás), usando o instante  $k+1$  para estimar o correspondente ao instante  $k$ , não dependendo já das medições realizadas com o GNSS e com os acelerómetros. O suavizador RTS consiste em aplicar o filtro de Kalman no sentido ascendente, usando as equações (16) – (19), e, de seguida, a suavização, usando as equações (20) – (22). O algoritmo em que se baseia o RTS requer que a totalidade da série filtrada de Kalman esteja disponível, bem como as estimativas *a priori* e as matrizes de covariância *a priori* e *a posteriori*, tornando-se num processo de muitos dados e, apesar de tudo, num pós-processamento pouco pesado.

No caso da aplicação deste método em tempo-quase-real, pode implementar-se este algoritmo, sequencialmente, em conjuntos sucessivos de  $N$  instantes para trás do instante real. A parte interessante deste método é que os conjuntos de  $N$  instantes para trás do instante real constituem uma série temporal completa onde se aplicará o suavizador RTS, usando as equações (20) – (22). A inicialização do processo é conseguida fazendo  $x_N = x_k^f$  e  $P_0 = P_k^f$ . Repare-se que o ganho do suavizador  $F_k$ , dado pela equação (22), multiplica o resíduo, dado por  $x_{k+1} - x_{k+1}^{f-}$ , para as multi-frequências de amostragem do GNSS e dos acelerómetros.

### 3 DESCRIÇÃO DO TESTE REALIZADO NO CAMPUS DO LNEC

No campus do LNEC, foi instalado sobre uma viga nivelada, um movimentador linear Rexroth, de alta precisão, e, sobre este último, um modelo de um edifício de três pisos, com 1 metro de altura. Esta estrutura foi instrumentada com dois receptores e respectivas antenas GNSS da Topcon (embora um dos equipamentos tenha ficado como estação de referência, a cerca de 200 metros desta estrutura), um acelerómetro triaxial Nanometrics, modelo Titan SMA e três acelerómetros uniaxiais da Kinematics, modelo Episensor ES-U2. Na Figura 1 é possível identificar no piso superior uma antena GNSS do tipo *choke ring* da Topcon, o acelerómetro triaxial da Nanometrics e ainda um acelerómetro uniaxial da Kinematics. Nos dois pisos de baixo também foram instalados mais acelerómetros da Kinematics. O edifício de três pisos desliza sobre o movimentador linear, com uma velocidade constante de 1 cm por minuto.



Figura 1. Estrutura constituída por um edifício de 3 pisos a deslizar sobre o movimentador linear. Esta estrutura estava instrumentada com uma antena GNSS da Topcon, com um acelerómetro da Nanometrics triaxial e 3 acelerómetros da Kinematics uniaxiais.

A frequência de amostragem da observação GNSS foi de 20 Hz. Estas observações foram processadas em modo cinemático, através do *software* Pinnacle da Topcon, utilizando uma estação de referência localizada a cerca de 200 metros. O acelerómetro da Nanometrics registou com uma frequência de amostragem de 50 Hz, com uma resolução de 24 bits para um alcance de 1 *g*. O eixo dos *XX*, deste acelerómetro, estava orientado na direcção do eixo longitudinal do movimentador linear (coincidente com a direcção mais flexível do edifício), o eixo dos *YY* orientado na direcção transversal do movimentador linear e o eixo dos *ZZ* orientado na direcção da vertical do lugar. Os acelerómetros da Kinematics, também orientados na direcção

longitudinal do movimentador linear, registaram com uma frequência de amostragem de 250 Hz, com uma resolução de 16 bits para um alcance de  $\frac{1}{4} g$ .

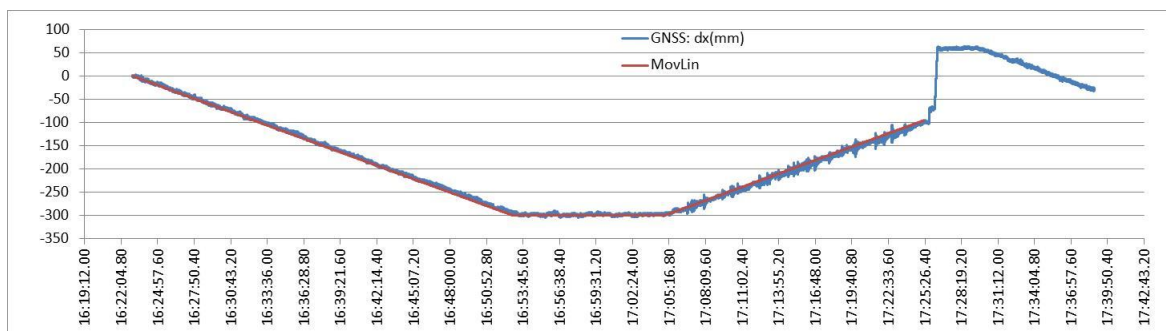


Figura 2. Comparação dos deslocamentos longitudinais medidos com o GNSS (linha azul) com os induzidos pelo movimentador linear (linha a vermelho escuro). A escala das ordenadas está expressa em mm e a das abcissas em horas, minutos e segundos.

A Figura 2 mostra os deslocamentos medidos com antena GNSS instalada no edifício de três pisos (linha azul) e os deslocamentos induzidos com o movimentador linear (linha vermelha escura). Durante a fase ascendente (entre as 17:04 e as 17:22 horas), foram aplicadas algumas pancadas de modo a excitar o edifício nos seus três principais modos de vibração. Essas vibrações foram igualmente medidas com o GNSS, conforme se poderá verificar na Figura 2.

Com o programa TSOFT [Van Camp e Vauterin, 2005] foi possível determinar os modos de vibração do edifício de três pisos, medidos pelo GNSS e pelos dois tipos de acelerómetros. As Figuras 3, 4 e 5 mostram os espectros obtidos pelo Kinometrics, Nanometrics e GNSS, respectivamente, a partir do programa TSOFT. A partir das acelerações medidas com os dois acelerómetros determinaram-se as frequências dos três primeiros modos de vibração: 1.13 Hz, 4.45 Hz e 7.27 Hz.

Dos resultados do GNSS só se conseguiu identificar os dois primeiros modos de vibração, cujos valores das frequências são: 1.13 Hz e 4.58 Hz.

Na Figura 6 apresenta-se a sobreposição de um troço da série temporal de deslocamentos medidos com o GNSS e os deslocamentos obtidos por dupla integração das acelerações medidas com o Nanometrics.

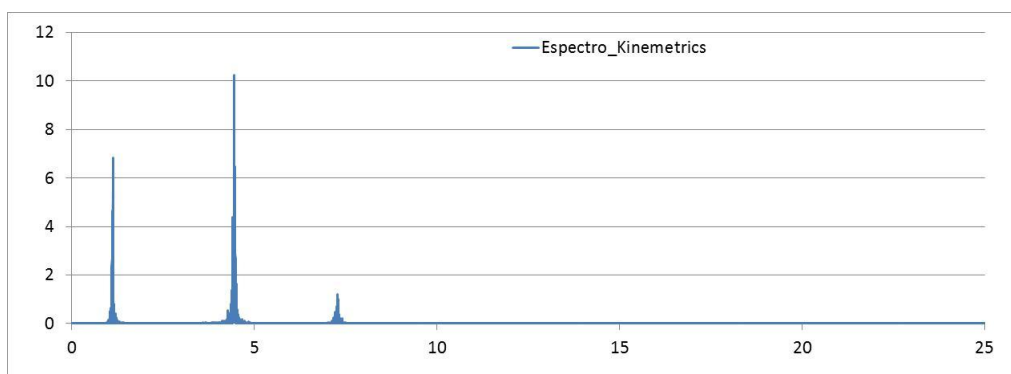


Figura 3. Espectro obtido das acelerações medidas com o Kinometrics no piso superior. A escala das ordenadas está expressa em  $(m/s^2)^2$  e a das abcissas em Hz (truncado a 25Hz).



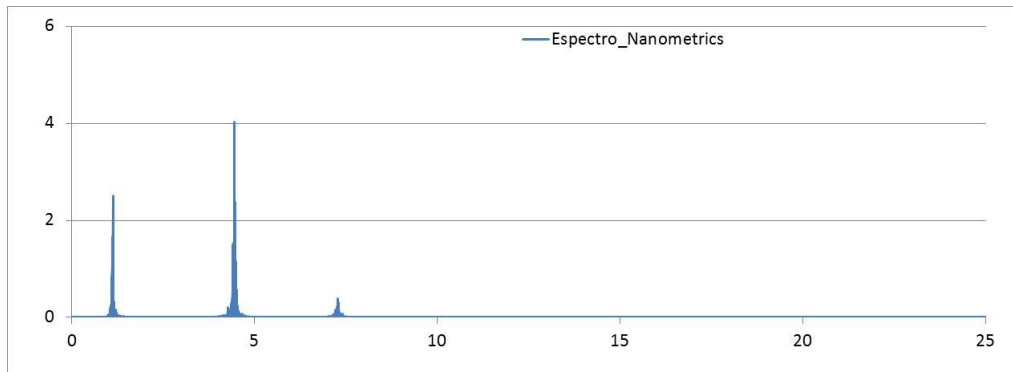


Figura 4. Espectro obtido das acelerações medidas com o Nanometrics no piso superior. A escala das ordenadas está expressa em  $(m/s^2)^2$  e a das abcissas em Hz.

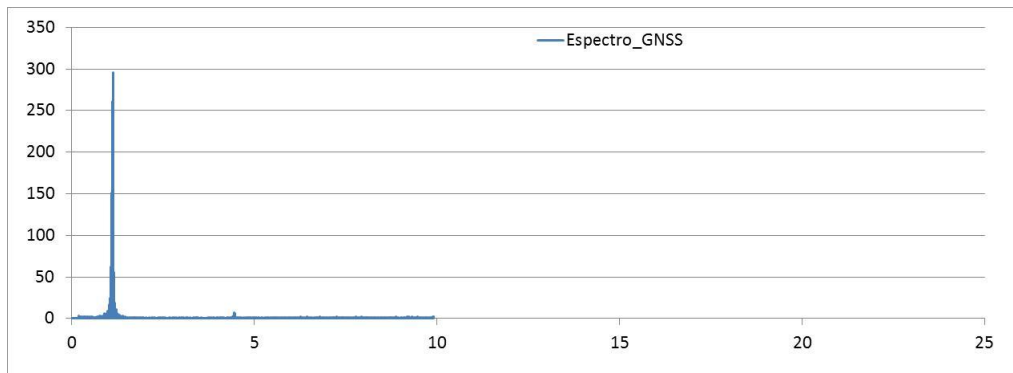


Figura 5. Espectro obtido dos deslocamentos medidos com o GNSS no piso superior. A escala das ordenadas está expressa em  $(mm/s^2)^2$  e a das abcissas em Hz.

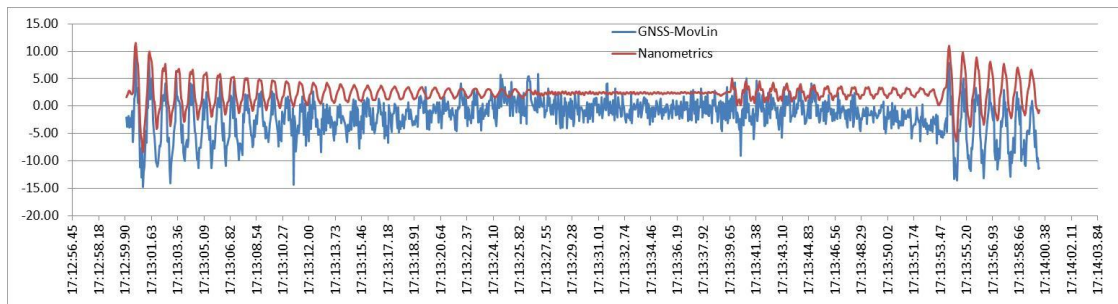


Figura 6. Sobreposição dos deslocamentos obtidos com o GNSS com os deslocamentos obtidos por dupla integração das acelerações medidas com o Nanometrics. A escala das ordenadas está expressa em mm e a das abcissas em horas, minutos e segundos.

#### 4 CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO

Neste trabalho apresenta-se um método de fusão de deslocamentos medidos com acelerações medidas, através dum algoritmo que utiliza os filtros de Kalman. Este método procura tirar partido da precisão conseguida com o GNSS, em baixas frequências, e da grande sensibilidade dos acelerómetros, em altas frequências, para obter uma única série temporal de deslocamentos, longa e de grande resolução.

Para testar este algoritmo foram realizados vários ensaios com um modelo de um edifício de três pisos a deslizar sobre um movimentador linear de grande precisão. Esta estrutura foi instrumentada com uma antena GNSS de precisão geodésica e vários acelerómetros de duas marcas diferentes.

Com os resultados preliminares obtidos, foi possível verificar que o GNSS consegue medir com uma precisão milimétrica o movimento induzido pelo movimentador linear (velocidade de 1cm por minuto). O GNSS consegue identificar os dois primeiros modos de vibração do edifício, desde que as amplitudes destas vibrações sejam superiores a 2mm. Por último, verificou-se que há uma grande concordância entre os deslocamentos obtidos com o GNSS e os obtidos a partir da dupla de integração das acelerações medidas com o Nanometrics.

## 5 REFERÊNCIAS

- Bock, Y. *et al.*, 2011. Real-Time Strong-Motion Broadband Displacements from Collocated GPS and Accelerometers, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 101, Nº 6, pp. 2904-2925, Dezembro 2011, doi: 10.1785/0120110007.
- Kalman, R. E. 1960. A new approach to linear filtering and prediction problem, *Trans. ASME J. Basic Eng.* 82, 35-45.
- Kogan, M. G. *et al.*, 2008. Load Response on a Large Suspension Bridge during the NYC Marathon Revealed by GPS and Accelerometers, *Seismological Research Letters*, 79 (1), 12-19, 2008.
- Lewis, F. L. *et al.*, 2008. Optimal and Robust Estimation with an Introduction to Stochastic Control Theory, Second Ed., CRC Press, Boca Raton, Florida, 523 pp.
- Lima, J. N. *et al.*, 2009. O Ruído da Medição Relativa GNSS com elevada Frequência de Amostragem, LNEC, Relatório 43/2009 – DBB/NGA.
- Lima, J. N., Casaca, J., Henriques, M. J., 2006. “Accuracy of Displacement Monitoring at Large Dams with GPS”. Comunicação apresentada no International Symposium on Geodetic Deformation Monitoring: From Geophysical to Engineering Roles, Jaen, 2005, International Association of Geodesy Symposia, Vol. 131, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006, pp 239 – 243.
- Lima, José Nuno e Maria João Henriques, 2009. “Monitorização da Deformação de Pontes com o GNSS”. 1º Congresso Nacional de Segurança e Conservação de Pontes. Actas do congresso, Lisboa, Julho de 2009. II- 143 a 151.
- Maybeck, P. S., 1970. Stochastic Models, Estimation and Control, First Ed., Vol. 1, Academic Press, New York, 423 pp.
- Rauch, H. E. *et al.*, 1965. Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems, *AIAA J.* 3, 1445-1450.
- Smyth, A. e M. Wu, 2007. Multi-rate Kalman filtering for the data fusion of displacements and acceleration response measurements in dynamic system monitoring, *Mech. Syst Signal Process.*, 21, 706-723.
- Van Camp, M. e vauterin, P., 2005. Tsoft graphical and interactive software for analysis of time series and Earth tides. *Computers & GeoSciences*, 31 (5), 631-640.