

# A aplicação do GNSS na medição do comportamento estático e dinâmico de grandes estruturas de engenharia civil e de fenómenos geofísicos

## *The GNSS applied to measure static and dynamic response of large civil engineering structures and geophysical phenomena*

José Nuno Lima<sup>(1)</sup>, Sérgio Oliveira<sup>(1)</sup>, Maria João Henriques<sup>(1)</sup> e João Casaca<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup>Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Avenida do Brasil, 101 – 1700-066 Lisboa, [jnplima@lneec.pt](mailto:jnplima@lneec.pt)

### SUMMARY

*The GNSS is being currently applied to measure static and dynamic response of large civil engineering structures and geophysical phenomena. The GNSS in static mode is more suitable for long-term monitoring because this positioning method is characterised to detect low frequency displacements with millimetric level accuracy. Of course, on short-term monitoring it is required the GNSS in more expeditious mode, like Real Time Kinematic (RTK) or Post Process Kinematic (PPK). However, it is well known that multipath effects and low sampling rates affect the accuracy of high frequency GNSS displacement measurements. In order to assess the accuracy of GNSS in kinematic mode, a test on a three-storey building scale model was carried out, where a modal identification obtained by GNSS in PPK mode is compared with an analytical model. In this paper the test is described in detail, the results obtained are analysed and a conclusion is drawn in order to apply the GNSS for large civil engineering structures and geophysical phenomena monitoring.*

### 1. INTRODUÇÃO

O nível de precisão conseguido com o GNSS em modo estático proporcionou a que se tenha instalado, por toda a Terra, nos últimos vinte cinco anos milhares de estações para monitorizar fenómenos geofísicos e estruturas de engenharia civil. Tipicamente, as soluções em modo estático utilizam janelas de observação GNSS cuja duração vai de algumas horas a alguns dias. A frequência de solução resultante da duração destas janelas apenas permite monitorizar deslocamentos de longo período, como, por exemplo, assentamentos de edifícios ou as velocidades das placas tectónicas. No entanto, aproveitando a elevada precisão da sincronização dos relógios do GNSS e a possibilidade dos receptores GNSS medirem com frequências de amostragem até 100 Hz, já há alguns anos que se utiliza, também, o GNSS na monitorização de movimentos com frequências mais elevadas. O principal obstáculo será a obrigatoriedade de se utilizarem modos de posicionamento mais expeditos, como o cinemático em tempo real (Real Time Kinematic, RTK) ou o cinemático em pós-processamento (Post Processed Kinematic, PPK), onde os erros inerentes a estes tipos de posicionamento poder-se-ão confundir com os movimentos que se pretendem medir.

Está largamente comprovado que o posicionamento GNSS em modo estático tem uma precisão milimétrica (pressupondo as condições mais favoráveis, como, por exemplo, receptores e antenas GNSS de precisão, software de processamento científico, órbitas de precisão, etc.). No caso do posicionamento com o GNSS em modo cinemático a precisão é geralmente inferior, da ordem de alguns centímetros. A degradação da precisão que se verifica no segundo modo é quase exclusivamente devida ao *multipath* (reflexão de sinais) que é um efeito difícil de ser modelado (em particular, quando as superfícies reflectoras estão em movimento).

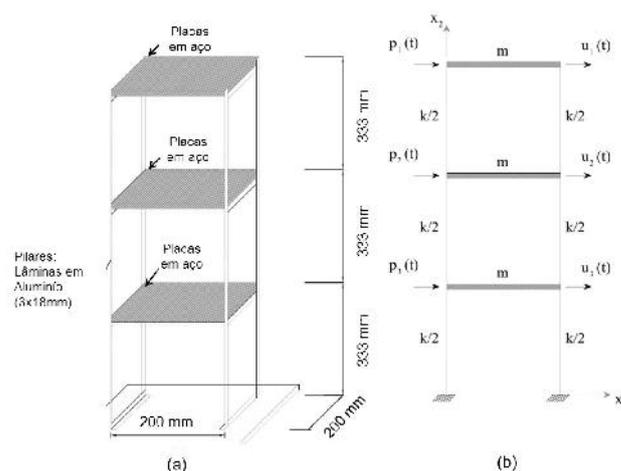
Para caracterizar a resposta que o GNSS pode dar na medição de deslocamentos de frequência elevada foi feito um ensaio num edifício simples de três pisos.

### 2. AS FREQUÊNCIAS PRÓPRIAS DO EDIFÍCIO OBTIDAS PELO MODELO MATEMÁTICO

Para o teste foi especialmente construído um modelo simples da estrutura de um edifício: um pórtico constituído por três pisos ligados entre si por quatro pilares. As lajes de piso são materializadas por placas de aço com 2 cm de espessura e os pilares são lâminas de alumínio com uma altura de 1 metro. Na Figura 1-(a) representa-se uma perspectiva do modelo.

Com o intuito de reduzir a dimensão do problema, será feita apenas a análise plana do modelo, considerando a direcção mais

flexível do pórtico tridimensional. Na Figura 1-(b) a estrutura está representada de forma simplificada a duas dimensões.



**Figura 1 – (a) Perspectiva do modelo de três pisos. (b) Simplificação estrutural do modelo para duas dimensões. ((a) Three-storey model in perspective. (b) Model structural simplification for two dimensions)**

Também por simplificação, pode considerar-se que as matrizes de massas e de amortecimentos são diagonais. Assim, a equação dinâmica pode escrever-se da seguinte forma, Oliveira (2007)

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4k_p & -4k_p & 0 \\ -4k_p & 8k_p & -4k_p \\ 0 & -4k_p & 8k_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Sendo M a matriz de massas,  $\ddot{U}$  é o vector de acelerações, C a matriz de amortecimento,  $\dot{U}$  o vector de velocidades, K a matriz de rigidez, U o vector de deslocamentos e F o vector das forças dinâmicas actuantes ao longo do tempo.

Neste sistema de equações diferenciais as incógnitas são os deslocamentos estruturais ao longo do tempo, considerando um grau de liberdade de translação por piso, conforme se pode ver na Figura 1-(b). Este sistema de equações pode ser resolvido no domínio do tempo ou no domínio da frequência, por aplicação da Transformada de Fourier a cada um dos seus membros.

Para determinar as frequências naturais e os modos de vibração de uma estrutura a partir do sistema de equações (1), pode admitir-se, sem perda de generalidade, a hipótese de vibração livre, isto é,

sem a aplicação de forças, sem amortecimento e condições iniciais não nulas Oliveira (2007). Também se verifica experimentalmente, embora não seja independente das condições iniciais, que o edifício de três pisos tende a vibrar livremente com todos os pisos a oscilarem em sintonia de modo a que seja possível associar uma onda sinusoidal a cada piso, com a mesma frequência  $\omega_n$  e com amplitudes decrescentes, do piso superior para o inferior, dadas por  $\varphi_{1n}$ ,  $\varphi_{2n}$  e  $\varphi_{3n}$ , ou seja:

$$U(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{1n} \cdot \cos(\omega_n t) \\ \varphi_{2n} \cdot \cos(\omega_n t) \\ \varphi_{3n} \cdot \cos(\omega_n t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Prova-se matematicamente que o tipo das equações dadas por (2) poderão ser soluções não nulas para o edifício de três pisos desde que o determinante  $|K - M \cdot \omega_n^2|$  seja nulo (o que significa que as soluções não nulas deste tipo correspondem a soluções indeterminadas). Assim, basta calcular os valores de  $\omega_n$  (valores próprios) para os quais se verifica a condição:

$$|K - M \cdot \omega_n^2| = 0. \quad (3)$$

Os valores que verificam a equação (3) são os valores das frequências naturais da estrutura, que no caso do edifício de três pisos, correspondem a três frequências distintas.

Para o cálculo das frequências naturais do edifício de três pisos, vamos considerar os seguintes valores: i) módulo de elasticidade do alumínio dada por  $E_{\text{alumínio}} = 70\text{GPa}$ ; ii) massa de cada piso dada por  $m = 5\text{kg}$  (sendo necessário acrescentar as massas das antenas GNSS que são 4.14kg, 1.65kg e 1.65kg, para o piso superior, piso intermédio e piso inferior, respectivamente); iii) altura entre os pisos dada por  $L = 0.333\text{m}$ ; iv) espessura dos pilares dada por  $h = 0.0028\text{m}$ ; v) largura dos pilares dada por  $b = 0.018\text{m}$ .

As constantes  $I$  (inércia) e  $k_p$  (rigidez dos pilares) são obtidos em (4), e, atendendo a (1), são obtidas (5), Oliveira (2007)

$$I = \frac{b \times h^3}{12}; \quad k_p = \frac{12 \cdot E_{\text{alumínio}} \cdot J}{L^3} = 747.0311 \quad (4)$$

$$K = \begin{bmatrix} 4 \times 747.0311 & -4 \times 747.0311 & 0 \\ -4 \times 747.0311 & 8 \times 747.0311 & -4 \times 747.0311 \\ 0 & -4 \times 747.0311 & 8 \times 747.0311 \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$M = \begin{bmatrix} 5 + 4.14 & 0 & 0 \\ 0 & 5 + 1.65 & 0 \\ 0 & 0 & 5 + 1.65 \end{bmatrix}$$

Com os valores expressos em (4) e em (5), basta determinar os valores próprios do sistema (6).

$$Kx = \lambda Mx \quad (6)$$

A partir dos valores próprios determinam-se as frequências naturais, correspondentes aos três primeiros modos de vibração, e estão expressas em (7).

$$\begin{aligned} \lambda_1 = 73.7342 &\Rightarrow \sqrt{\lambda_1} = 8.888 \Rightarrow \frac{\omega_1}{2\pi} = 1.37\text{Hz} \\ \lambda_2 = 630.3567 &\Rightarrow \sqrt{\lambda_2} = 25.106 \Rightarrow \frac{\omega_2}{2\pi} = 4.00\text{Hz} \\ \lambda_3 = 1420.2055 &\Rightarrow \sqrt{\lambda_3} = 37.686 \Rightarrow \frac{\omega_3}{2\pi} = 6.00\text{Hz} \end{aligned} \quad (7)$$

### 3. DESCRIÇÃO DO TESTE

Foi colocado no topo dum edifício do campus do LNEC a estrutura de três pisos. A direcção mais flexível desta estrutura ficou orientada para a direcção Norte – Sul. Foram colocadas três antenas

GNSS da Topcon no edifício de três pisos: no piso superior uma antena Choke Ring CR3\_GGD (massa = 4.14kg); no piso intermédio uma antena Hiper Pro (massa = 1.65kg) e no piso inferior, também, uma antena Hiper Pro (massa = 1.65kg). No piso superior a antena foi instalada no centro da placa. Para evitar as perdas de sinal, as antenas nos pisos intermédio e inferior foram colocadas lateralmente, conforme se poderá ver na Figura 2. A cerca de 20 metros de distância, foi colocada uma outra antena GNSS da Topcon (Choke Ring CR3\_GGD) que funcionou como antena da estação de referência.

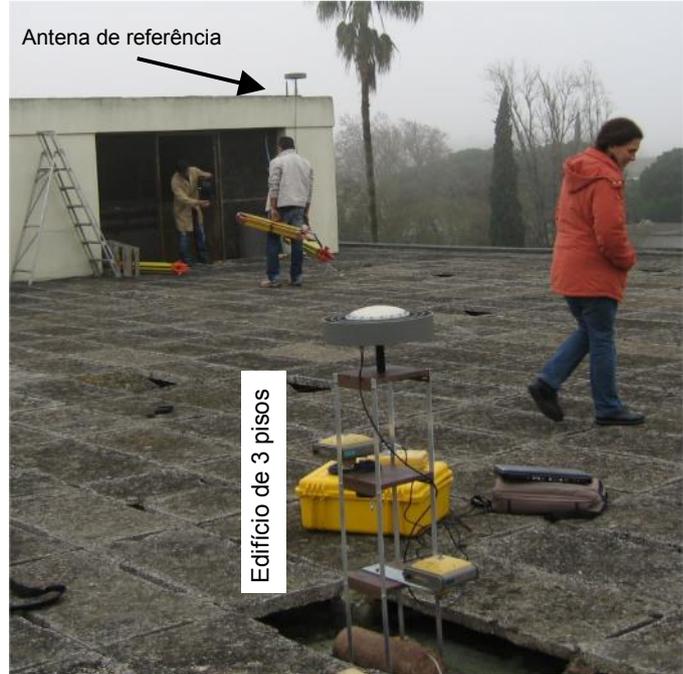


Figura 2 – Localização da antena de referência em relação ao edifício de três pisos. No modelo de três pisos já estão montadas as três antenas GNSS para o teste. (Localization of reference antenna and 3 antennae mounted on three storey building).

As observações foram registadas com uma frequência de amostragem de 20 Hz e foram processadas com o software da Topcon, Pinnacle, em modo cinemático pós-processado, obtendo-se 20 coordenadas por segundo. Durante a sessão de observação foram dadas pequenas pancadas no edifício de modo a que este ficasse a vibrar. Especial atenção foi dada à componente Norte, uma vez que esta direcção é a de maior flexibilidade do edifício.

### 4. CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS PRÓPRIAS DO EDIFÍCIO ATRAVÉS DAS OBSERVAÇÕES GNSS

Aplicando as Transformadas Rápidas de Fourier às séries temporais obtidas com o GNSS para a componente norte (Figura 3) é possível calcular as frequências naturais do edifício de três pisos.

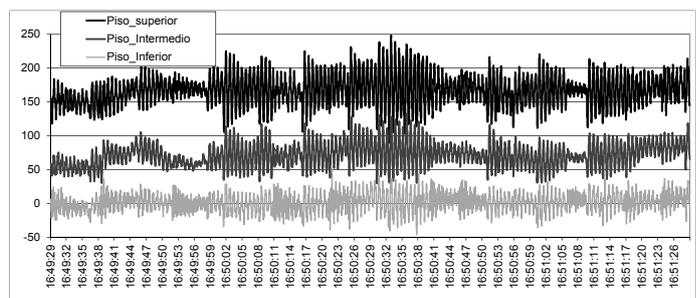


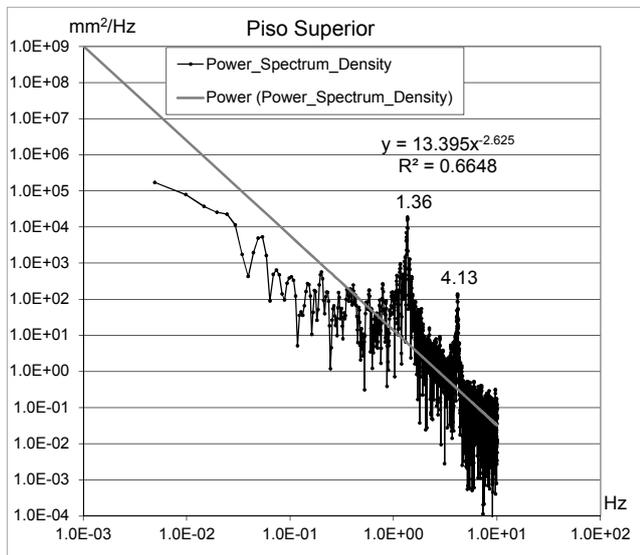
Figura 3 – Série temporal obtida com o GNSS para os três pisos (em cima – piso superior, no meio – piso intermédio e em baixo – piso inferior) na componente nN (expresso em mm). (Time series obtained from the GNSS in north component (up – third storey, middle – second storey, and bottom – first storey) express in mm).

Além do mais, permite através da função de densidade espectral de potência identificar o tipo de ruído da série temporal. Segundo Agnew (1992) a função de densidade espectral de potência pode ser expresso por uma lei de potência (*power law*)

$$P(f) = P_0 \cdot f^{-\alpha} \quad (8)$$

Em que  $P_0$  é uma constante e  $\alpha$  é o índice espectral. Para valores de  $\alpha$  próximos de 0, o ruído é considerado como sendo branco (*white noise*). Para valores próximos de 1, o ruído é considerado como sendo do tipo *flicker* (*pink noise* – não há um sinal claro). Finalmente, para valores próximos ou superior a 2, o ruído é considerado como sendo do tipo *random walk* (*red noise* – existência de um ou mais sinais claros, também designado por *movimento browniano*).

Aplicando as Transformadas Rápidas de Fourier às séries temporais obtidas com o GNSS, segundo a direcção norte (Figura 3), é possível calcular as frequências naturais do edifício de três pisos. Para isso, recorreu-se ao *software* Tsoft (Van Camp e Vauterin, 2005). As Figuras 4, 5 e 6 mostram a função de densidade espectral de potência da série temporal, na componente dN, observada com o GNSS no piso superior, intermédio e inferior, respectivamente.

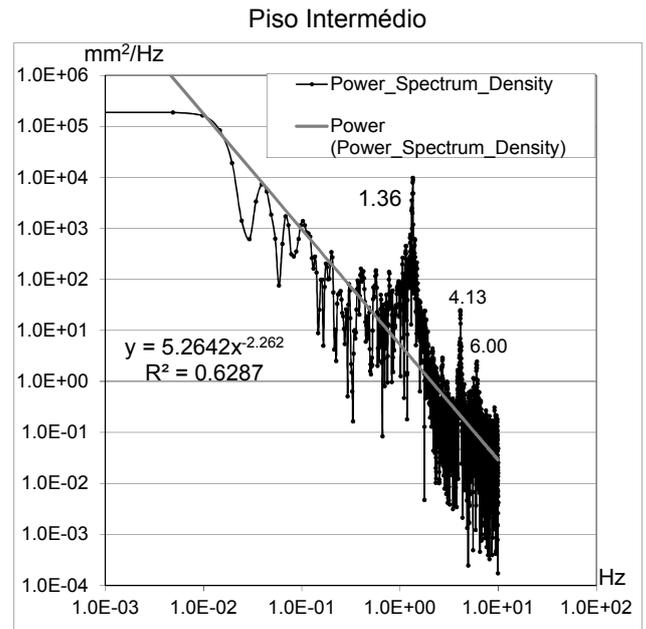


**Figura 4 – Densidade espectral de potência da série temporal, na componente dN, observada com o GNSS no piso superior. A identificação dos dois primeiros modos de vibração é bastante clara (Power spectrum density of the GNSS time series observed in third storey, north component. The first two vibration modes identification it is clear.)**

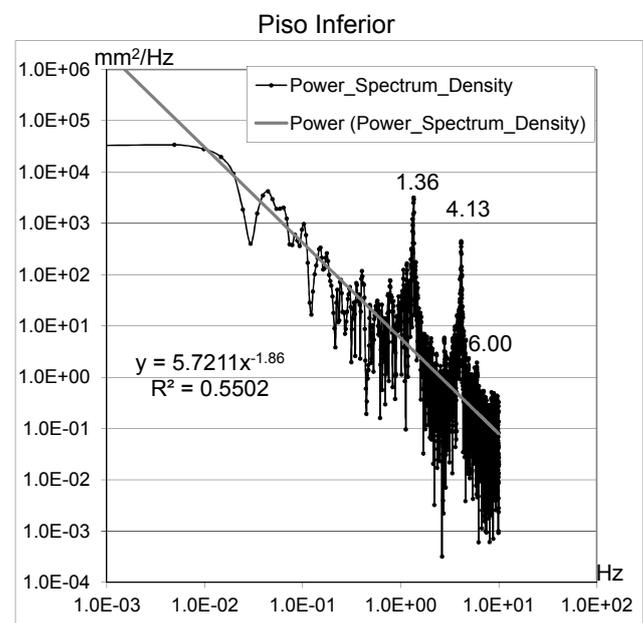
As frequências do edifício de três pisos obtidas empiricamente e pelo modelo matemático estão expressas no Quadro 1.

A identificação das frequências dos dois primeiros modos de vibração é muito clara (Figuras 4, 5 e 6) e coerente com os valores obtidos do modelo matemático. No entanto, a identificação da frequência do 3º modo de vibração só é conseguida nos dois pisos inferiores, sendo os valores concordantes com os do modelo matemático.

Os índices espectrais obtidos (2.62, 2.26 e 1.86, para o 3º, 2º e 1º pisos, respectivamente, Figuras 4, 5 e 6) mostram a existência de sinais nas séries temporais observados com o GNSS. Ou seja, as séries temporais são do tipo *movimento browniano*. Há dúvidas em relação ao sucesso da identificação da frequência do 3º modo de vibração, sobretudo com as observações realizadas no 3º piso. Um dos processos para clarificação das dúvidas será conseguir retirar das séries temporais observadas com o GNSS os sinais referentes aos dois primeiros modos de vibração do edifício, através de um filtro.



**Figura 5 – Densidade espectral de potência da série temporal, na componente dN, observada com o GNSS no piso intermédio. A identificação dos três primeiros modos de vibração é bastante clara (Power spectrum density of the GNSS time series observed in second storey, north component. The first three vibration modes identification it is clear.)**

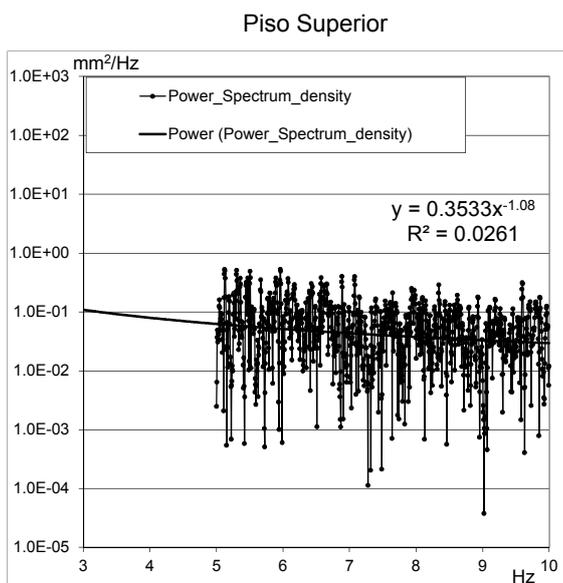


**Figura 6 – Densidade espectral de potência da série temporal, na componente dN, observada com o GNSS no piso inferior. A identificação dos dois primeiros modos de vibração é bastante clara, conseguindo identificar-se, ainda o 3º modo de vibração. (Power spectrum density of the GNSS time series observed in first storey, north component. The two first vibration modes identification it is clear. However, the third vibration mode it is still possible to identify.)**

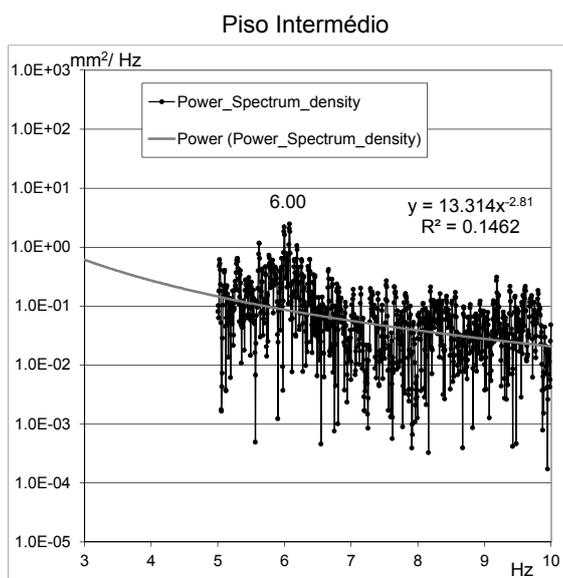
Assim, através do *software* Tsoft, foi aplicado às três séries temporais um filtro *passa alto* utilizando as Transformadas Rápidas de Fourier (FFT *high-pass filter*), com uma *frequência de corte* de 5 Hz, ou seja, todos os sinais com frequências abaixo deste valor são filtrados, como são os casos dos dois primeiros modos de vibração.

**Quadro 1 – Frequências obtidas com o GNSS e as obtidas com o modelo matemático para o edifício de três pisos (The GNSS frequencies obtained and those obtained with mathematical model for the three storey building)**

	1º Modo	2º Modo	3º Modo
Modelo Matemático	1.37 Hz	4.00 Hz	6.00 Hz
GNSS 3º Piso	1.36 Hz	4.13 Hz	-----
GNSS 2º Piso	1.36 Hz	4.13 Hz	6.00 Hz
GNSS 1º Piso	1.36 Hz	4.13 Hz	6.00 Hz

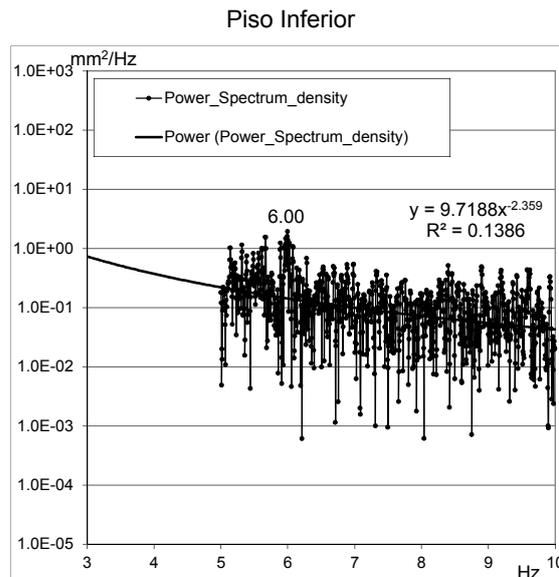


**Figura 7 – Densidade espectral de potência da série temporal, na componente dN, filtrada do piso superior. (Power spectrum density of the time series filtered in third storey, north component).**



**Figura 8 – Densidade espectral de potência da série temporal, na componente dN, filtrada do piso intermédio. (Power spectrum density of the time series filtered in second storey, north component).**

As Figuras 7, 8 e 9 mostram as séries temporais observadas com o GNSS filtradas de todos os sinais com frequências inferiores a 5Hz, nos 3º, 2º e 1º pisos, respectivamente.



**Figura 9 – Densidade espectral de potência da série temporal, na componente dN, filtrada do piso inferior. (Power spectrum density of the time series filtered in first storey, north component).**

A identificação da frequência do 3º modo de vibração nas séries temporais filtradas só é conseguida nos dois pisos inferiores (Figuras 8 e 9). Além disso, os valores dos índices espectrais (1.08, 2.81 e 2.36, dos 3º, 2º e 1º pisos, respectivamente) mostram que o 3º modo de vibração se confunde com o ruído da série temporal observada com o GNSS no 3º piso. Concluindo-se que não tem uma amplitude significativamente superior à do ruído da observação GNSS que se estima ter uma amplitude inferior a 3mm Lima *et al.* (2009).

**5. CONCLUSÕES**

Este ensaio mostra que o GNSS pode ser utilizado na monitorização dinâmica de estruturas de engenharia civil e fenómenos geofísicos. É importante referir que o mesmo equipamento (receptor e antena GNSS) permite monitorizar o comportamento estático e dinâmico.

A presença significativa do efeito de *multipath* pode mascarar as vibrações mais importantes, sobretudo quando as amplitudes destas são da ordem de poucos milímetros.

Com a aplicação do filtro do tipo *passa alto* com as Transformadas Rápidas de Fourier procurou-se separar o sinal do ruído. Verificou-se, neste teste, que os sinais de amplitude da ordem de 2 a 3 mm não foram detectados pelo GNSS em modo cinemático (3º modo de vibração no piso superior), mesmo em bases curtas e numa das componentes planimétrica (a componente altimétrica será, por norma, 2 a 3 vezes mais incerta).

Os valores das frequências próprias do edifício determinados experimentalmente são muito próximos dos valores obtidos com o modelo matemático.

**6. REFERÊNCIAS**

Agnew, D. (1992): The time-domain behaviour of power-law noises. *Geophys Res Lett* 19: 333-336.  
 Oliveira, S. (2007): "Matemática Aplicada à Engenharia Civil". Cap.1, Cap.2 e Cap.3. <https://sites.google.com/site/maecisel2/fichas/>.  
 Lima, J.N., Casaca, J. e Henriques, M.J. (2009): "O Ruído da Medição Relativa GNSS com Elevada Frequência de Amostragem". *Relatório 43/2009 –DBB/NGA*. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa.  
 Van Camp, M. e Vauterin, P. (2005): "Tsoft: graphical and interactive software for analysis of time series and Earth tides". *Computers & GeoSciences*, 31 (5), 631-640.