

A MEDIÇÃO DE DESLOCAMENTOS COM O GNSS E ACELERÓMETROS DE UM EDIFÍCIO DE TRÊS ANDARES

José Nuno LIMA¹, Sérgio Oliveira² e Maria João Henriques¹

¹Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Departamento de Barragens de Betão, Núcleo de Geodesia Aplicada

²Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Departamento de Barragens de Betão, Núcleo de Modelação Matemática e Física

Resumo: Num modelo de um edifício de três andares foram instalados três acelerómetros da Kinematics, uniaxiais, um por piso, e uma antena GNSS da Topcon, do tipo Choke Ring, no piso superior. Foram realizadas observações simultâneas com frequências de amostragem de 20 Hz, para o GNSS, e de 250 Hz, para os acelerómetros. Com esta instrumentação, procurou-se medir a vibração ambiental do edifício provocada pelo vento fraco que se fazia sentir durante a observação. Compararam-se as frequências próprias do edifício, medidas por dois métodos independentes, com as obtidas através dum modelo matemático. Por dupla integração das acelerações medidas obtiveram-se deslocamentos que foram comparados com os medidos com o GNSS.

Palavras-chave: GNSS / Acelerómetros / Séries Temporais / Análise Modal / Monitorização / Estruturas

1. INTRODUÇÃO

Na monitorização de grandes estruturas de engenharia civil é frequente utilizar diferentes tipos de instrumentação, nomeadamente, termómetros, anemómetros, extensómetros, inclinómetros, acelerómetros, fios de prumo, etc. Mais recentemente, tem sido também utilizado o GNSS. Com o GNSS é possível monitorizar deslocamentos de variação lenta (de longo período) e deslocamentos de variação rápida (de curto período), com o mesmo equipamento. Contudo, se a precisão conseguida na medição dos deslocamentos lentos é milimétrica (em condições favoráveis), nos deslocamentos rápidos a precisão já não será dessa ordem de grandeza. Neste trabalho procura-se avaliar qual a precisão do GNSS em modo cinemático pós-processado para medir os deslocamentos rápidos, utilizando um modelo simples de um edifício construído especialmente para o efeito.

2. AS FREQUÊNCIAS PRÓPRIAS DO EDIFÍCIO OBTIDAS PELO MODELO MATEMÁTICO

O modelo simples da estrutura do edifício é constituído por três pisos ligados entre si por quatro pilares. As lajes de piso são materializadas por placas de aço com 2 cm de espessura e os pilares são lâminas de alumínio com uma altura de 1 metro. Na Figura 1-(a) representa-se uma perspectiva deste modelo. Com o intuito de reduzir a dimensão do problema, será feita apenas a análise plana do modelo, considerando a direcção mais flexível do pórtico tridimensional. Na Figura 1-(b) a estrutura está representada de forma simplificada a duas dimensões. Também por simplificação, pode considerar-se que as matrizes de massas e de amortecimentos são diagonais. Assim, a equação dinâmica pode escrever-se da seguinte forma

$$\begin{matrix}
 \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix} 4k_p & -4k_p & 0 \\ -4k_p & 8k_p & -4k_p \\ 0 & -4k_p & 8k_p \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{bmatrix} \\
 M & \ddot{U} & & C & \dot{U} & & K & U & & F
 \end{matrix} \quad (1)$$

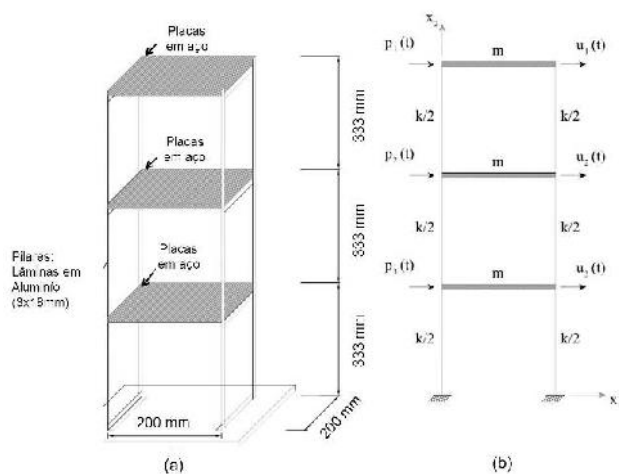


Figura 1 – (a) Perspectiva do modelo de três pisos. (b) Simplificação estrutural do modelo para duas dimensões.

Sendo M a matriz de massas, \ddot{U} é o vector de acelerações, C a matriz de amortecimento, \dot{U} o vector de velocidades, K a matriz de rigidez, U o vector de deslocamentos e F o vector das forças dinâmicas actuantes ao longo do tempo.

Neste sistema de equações diferenciais as incógnitas são os deslocamentos estruturais ao longo do tempo, considerando um grau de liberdade de translação por piso, conforme se pode ver na Figura 1-(b). Este sistema de equações pode ser resolvido no domínio do tempo ou no domínio da frequência, por aplicação da transformada de Fourier a cada um dos seus membros.

Para determinar as frequências naturais e os modos de vibração de uma estrutura a partir do sistema de equações (1), pode admitir-se, sem perda de generalidade, a hipótese de vibração livre, isto é, sem a aplicação de forças, sem amortecimento e condições iniciais não nulas Oliveira (2007). Também se verifica experimentalmente, embora não seja independente das condições iniciais, que o edifício de 3 pisos tende a vibrar livremente com todos os pisos a oscilarem em sintonia de modo a que seja possível associar uma onda sinusoidal a cada piso, com a mesma frequência ω_n e com amplitudes decrescentes do piso superior para o inferior dadas por φ_{1n} , φ_{2n} e φ_{3n} , ou seja:

$$U(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{1n} \cdot \cos(\omega t) \\ \varphi_{2n} \cdot \cos(\omega t) \\ \varphi_{3n} \cdot \cos(\omega t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Prova-se matematicamente que o tipo das equações dadas por (2) poderão ser soluções não nulas para o edifício de três pisos desde que o determinante $|K - M \cdot \omega_n^2|$ seja nulo (o que significa que as soluções não nulas deste tipo correspondem a soluções indeterminadas). Assim, basta calcular os valores de ω_n (valores próprios) para os quais se verifica a condição:

$$|K - M \cdot \omega_n^2| = 0. \quad (3)$$

Os valores que verificam a equação (3) são os valores das frequências naturais da estrutura, que no caso do edifício de 3 pisos, correspondem a três frequências distintas.

Para o cálculo das frequências naturais do edifício de três pisos, vamos considerar os seguintes valores: módulo de elasticidade do alumínio $E_{\text{alumínio}} = 70\text{GPa}$; massa de cada piso $m = 5\text{kg}$ (sendo necessário acrescentar a massa da antena GNSS que é 4,14kg, para o piso superior, e as massas dos acelerómetros, 0,350kg, para os três pisos), altura entre os pisos, dada por $L = 0,333\text{m}$, espessura dos pilares dada por $h = 0,0028\text{m}$, largura dos pilares dada por $b = 0,018\text{m}$.

$$I = \frac{b \times h^3}{12}; \quad k_p = \frac{12 \cdot E_{\text{aluminio}} \cdot I}{L^3} = 747.0311 \quad (4)$$

$$K = \begin{bmatrix} 4 \times 747.0311 & -4 \times 747.0311 & 0 \\ -4 \times 747.0311 & 8 \times 747.0311 & -4 \times 747.0311 \\ 0 & -4 \times 747.0311 & 8 \times 747.0311 \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$M = \begin{bmatrix} 5 + 4.14 + 0.35 & 0 & 0 \\ 0 & 5 + 0.35 & 0 \\ 0 & 0 & 5 + 0.35 \end{bmatrix}$$

Com os valores expressos em (4) e em (5), basta determinar os valores próprios do sistema (6):

$$Kx = \lambda Mx \quad (6)$$

A partir dos valores próprios determinam-se as frequências naturais, correspondentes aos três primeiros modos de vibração, e estão expressas em (7).

$$\lambda_1 = 77.1797 \Rightarrow \sqrt{\lambda_1} = 8.7852 \Rightarrow \frac{\omega_1}{2\pi} = 1.40\text{Hz}$$

$$\lambda_2 = 731.1515 \Rightarrow \sqrt{\lambda_2} = 27.0398 \Rightarrow \frac{\omega_2}{2\pi} = 4.30\text{Hz} \quad (7)$$

$$\lambda_3 = 1740.6514 \Rightarrow \sqrt{\lambda_3} = 41.7211 \Rightarrow \frac{\omega_3}{2\pi} = 6.64\text{Hz}$$

3. DESCRIÇÃO DO TESTE

Foi colocado no topo dum edifício do campus do LNEC a estrutura de três pisos. A direcção mais flexível desta estrutura ficou orientada para a direcção Norte – Sul. Foram colocadas uma antena GNSS da Topcon no piso superior edifício de três pisos (*Choke Ring*, modelo CR3_GGD, massa = 4,14kg) e uma segunda antena (do mesmo tipo) a cerca de 20 metros de distância da primeira, que funcionou como antena da estação de referência. Foram, também, colocados no edifício três acelerómetros da Kinematics uni-axial, um em cada piso, para medirem as acelerações na direcção Norte – Sul. Perto do edifício estava o receptor GNSS da Topcon, modelo GB-1000, e o armazenador e digitalizador de dados dos acelerómetros, ver Figura 2.

As observações GNSS foram registadas com uma frequência de amostragem de 20 Hz e foram processadas com o *software* da Topcon, Pinnacle, em modo cinemático pós-processado, obtendo-se 20 coordenadas por segundo. As acelerações medidas com os Kinematics foram registadas com uma frequência de amostragem de 250 Hz. Durante a sessão de observação não foi dada qualquer pancada no edifício, apenas com o vento fraco que se fazia sentir foi possível verificar que o edifício ficou a vibrar na componente Norte, uma vez que esta direcção era a de maior flexibilidade do edifício.



Figura 2 – Localização da antena de referência em relação ao edifício de 3 pisos já instrumentado.

A Figura 3 mostra a série temporal GNSS observada (expressa em mm (ordenadas) e em Hz (abcissas)). A Figura 4 mostra a série temporal das acelerações medidas com os Kinematics (expressa em m/s^2 (ordenadas) e em Hz (abcissas)).

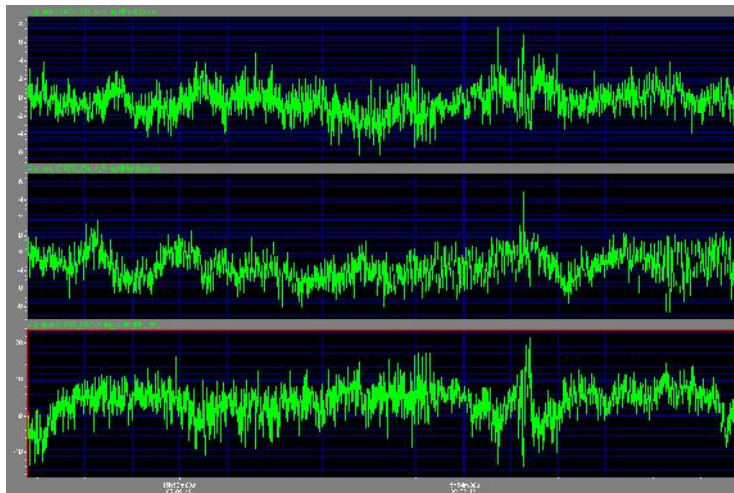


Figura 3 – Série temporal GNSS com uma frequência de amostragem de 20Hz, na componente dE (em cima), na componente dN (no meio) e na componente dh (em baixo). Expresso em mm (ordenadas) e em Hz (abcissas).

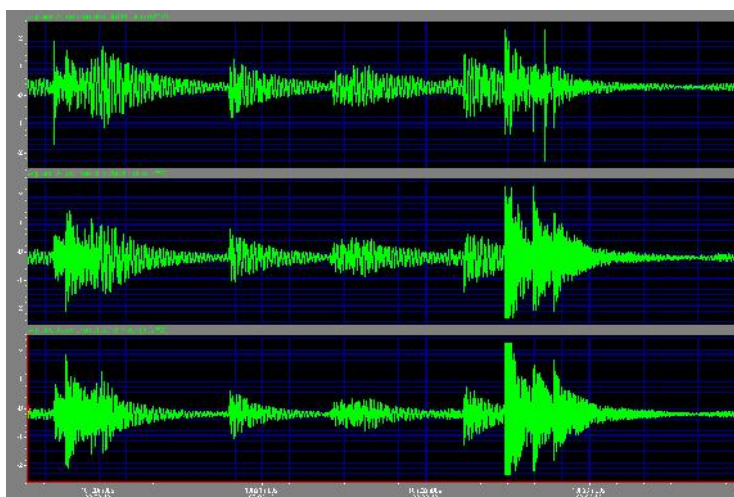


Figura 4 – Série temporal das acelerações com uma frequência de amostragem de 250Hz, medidas no 3º piso (em cima), no 2º piso (no meio) e no 1º piso (em baixo). Expresso em m/s^2 (ordenadas) e em Hz (abcissas).

4. CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS PRÓPRIAS DO EDIFÍCIO ATRAVÉS DAS OBSERVAÇÕES

Aplicando as Transformadas Rápidas de Fourier às séries temporais obtidas com o GNSS e com os acelerómetros, segundo a direcção norte (Figura 3 e Figura 4), é possível calcular as frequências naturais do edifício de três pisos. Para isso recorreu-se ao *software* Tsoft (Van Camp e Vauterin, 2005). As Figuras 5 e 6 mostram as função densidade espectral de potência obtidas.

As frequências obtidas empiricamente e pelo modelo matemático estão expressas no Quadro 1.

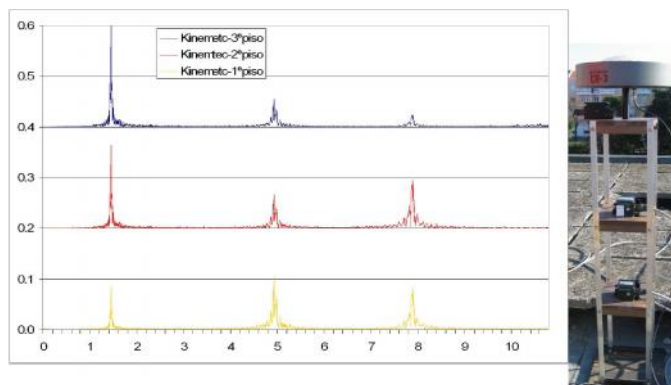


Figura 5 – Função densidade espectral de potência da série temporal das acelerações medidas no 3º piso, expresso em m/s^2 (ordenadas) e em Hz (abscissas).

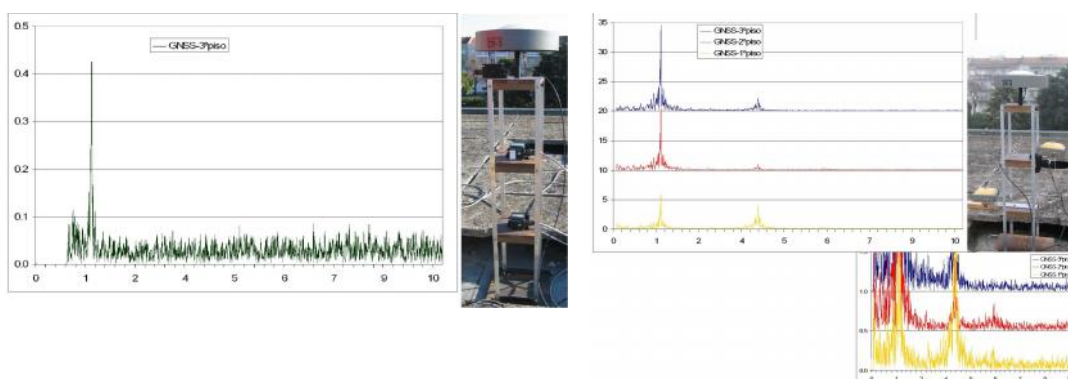


Figura 6 – Função densidade espectral de potência da série temporal GNSS medida no 3º piso, expresso em mm (ordenadas) e em Hz (abscissas), imagem da esquerda. Na imagem da direita, refere-se a um outro teste realizado com três antenas GNSS no mesmo edifício mas com aplicação de forças de modo as amplitudes dos modos de vibração atingirem os milímetros. Na imagem da direita em baixo (uma ampliação de 10 vezes da imagem de cima) mostra que é possível identificar as frequências dos três modos com GNSS.

Quadro 1- Frequências obtidas das observações com o GNSS e com os acelerómetros e as obtidas pelo modelo matemático para o edifício de três pisos (3 modos de vibração).

	1º modo	2º modo	3º modo
Modelo Matemático	1.40 Hz	4.30 Hz	6.64 Hz
GNSS (dN) 3º piso	1.39 Hz
Kinematics 3º piso	1.39 Hz	4.70 Hz	7.58 Hz
Kinematics 2º piso	1.39 Hz	4.70 Hz	7.58 Hz
Kinematics 1º piso	1.39 Hz	4.70 Hz	7.58 Hz

5. COMPARAÇÃO DE DESLOCAMENTOS MEDIDOS COM O GNSS E COM OS KINEMATRICS

Por último as acelerações observadas pelo Kinematics instalado no 3º piso foram convertidas em deslocamentos seguindo a metodologia exposta em Lima e Henriques (2011). A Figura 7 mostra a série temporal GNSS observada e a série temporal dos deslocamentos medidos (após a dupla integração das acelerações) com o Kinematics instalado no 3º piso. A Figura 8 mostra em detalhe a instalação dos instrumentos: o acelerómetro do 3º piso está descentrado, devido à instalação da antena GNSS.

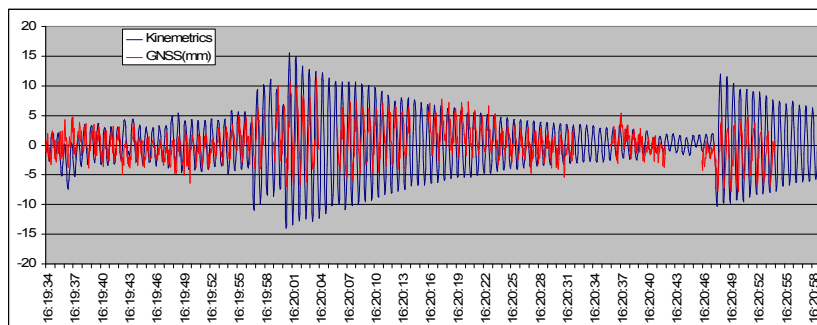


Figura 7 – Comparação dos deslocamentos obtidos com o GNSS com os obtidos por dupla integração das acelerações medidas com o Kinematics instalado no 3º piso, expresso em mm (ordenadas) e em Hz (abscissas).



Figura 8 – Instalação dos acelerómetros Kinematics uni-axiais e da antena GNSS no edifício de 3 pisos.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho mostra que o GNSS permite monitorizar deslocamentos de variação rápida de estruturas. Não sendo tão sensível como os acelerómetros para detectar as vibrações, permite medir deslocamentos horizontais da ordem de poucos milímetros. A frequência do 1º modo de vibração foi identificada empiricamente com uma diferença inferior a 0,01% em relação à do modelo matemático. As frequências dos 2º e 3º modos já diferem um pouco mais, mas são explicados pelo facto do modelo matemático ser muito simples e pelas dimensões da antena GNSS serem excessivas para o edifício (na realidade com a antena passa haver quatro pisos, que de resto é detectável na função de densidade espectral do Kinematics do 3º piso, ver Figura 5). Os resultados obtidos com o GNSS revelam bem as suas potencialidades para a medição da resposta dinâmica de estruturas como pontes de grande vão e torres altas, cujos modos de vibração atingem amplitudes de vários centímetros.

Referências

- Lima, J. N. e Henriques, M.J. (2011). A Utilização do GNSS com Elevada Frequência de Amostragem na Monitorização de Estruturas". VII Conferência Nacional de Cartografia e Geodesia, Ordem dos Engenheiros. Actas da Conferência. Porto, Maio de 2011.
- Oliveira, S. (2007). Matemática Aplicada à Engenharia Civil. Cap. 3. <https://sites.google.com/site/maecisel2/>
- Van Camp, M. e Vauterin, P. (2005). Tsoft: graphical and interactive software for the analysis of time series and Earth tides. Computers & Geosciences, 31 (5) 631-640.

Contactos

José Nuno LIMA

E-mail jnplima@lnec.pt

Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Departamento de Barragens de Betão, Núcleo de Geodesia Aplicada

<http://www.lnec.pt>

Portugal