



LABORATÓRIO NACIONAL  
DE ENGENHARIA CIVIL

DEPARTAMENTO DE TRANSPORTES  
Núcleo de Planeamento, Tráfego e Segurança

Proc. 0703/11/17772

**ESTUDO DA GRAVIDADE DE ACIDENTES  
COM VÍTIMAS OCORRIDOS EM INTERSECÇÕES  
DA REDE DE ESTRADAS PORTUGUESAS**  
**Modelos bayesianos multinomiais de mistura**

Lisboa • Maio de 2011

**I&D TRANSPORTES**

**RELATÓRIO 173/2011 – NPTS**



## SUMÁRIO

---

O estudo referente ao presente documento consiste na selecção, ajuste e validação de modelos, sob uma perspectiva Bayesiana, para obtenção de resultados multicategóricos, nomeadamente modelos Multinomiais de mistura que incluem os modelos Multinomiais Dirichlet e modelos Multinomiais com heterogeneidade modelada através de distribuições Normais Multivariadas. Estes modelos foram empregues para a obtenção conjunta, relativamente a cada local de interesse, das proporções de quatro tipos de acidentes envolvendo vítimas.

Os dados analisados foram registados em intersecções da Rede Rodoviária Nacional portuguesa no período de cinco anos compreendido entre 2003 e 2007, inclusive. A gravidade dos acidentes foi dividida em quatro categorias: acidentes envolvendo somente vítimas mortais, acidentes envolvendo unicamente feridos graves, acidentes envolvendo feridos ligeiros e acidentes envolvendo vários tipos de vítimas, de modo a que a soma dos quatro tipos de acidentes ocorridos numa intersecção seja igual ao número total de acidentes ocorridos nessa intersecção durante o período de tempo registado. Foi considerado para análise um subconjunto das intersecções onde tivessem ocorrido pelo menos cinco acidentes com vítimas no período de cinco anos.

Os modelos estatísticos considerados incluíram o modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico, os modelos Multinomiais Dirichlet hierárquicos com dois tipos de incerteza nos parâmetros (e nos logaritmos dos parâmetros) da distribuição de Dirichlet e dois modelos Multinomiais hierárquicos com heterogeneidade ao nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas. Todos os modelos foram ajustados usando métodos Bayesianos. Foram assumidas distribuições *a priori* não informativas para os coeficientes dos modelos. Os resultados das simulações obtidos *a posteriori* foram úteis para se poderem efectuar inferências preditivas e verificações do ajuste dos modelos.

O critério de informação da desviância (DIC) foi usado como medida de ajuste assim como o número efectivo de parâmetros estimados pelo modelo. Foram feitas verificações preditivas *a posteriori* para avaliar os ajustes dos vários modelos, assim como análises gráficas de modo a garantir que os algoritmos de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC) convergiram. Obtiveram-se as estimativas das proporções dos quatro tipos de acidentes em cada intersecção e correspondentes desvios padrões, para cada modelo considerado.

## ABSTRACT

---

The study described in this report consists on Bayesian techniques employed for the selection, fit and checking of the validity of multicategorical outcome models, namely the Multinomial Mixture models that include the Multinomial Dirichlet and Multinomial models with the extra heterogeneity at population level modelled via Multivariate Normal distributions. These models were employed with the aim of obtaining the combined frequency proportions for the four types of accidents with victims.

The analysed data were registered at intersections of the Portuguese road network on a period of five years from 2003 to 2007. The accident severity was classified in four categories, or types: accidents involving only fatalities, accidents involving only seriously injured, accidents with light injured victims and accidents involving several types of victims. The sum of the four types of accidents occurring at an intersection is equal to the total number of accidents at that intersection during the considered period of time. The data analysed concerned a subset of intersections where at least five accidents with victims occurred.

The statistical models considered included the non-hierarchical and the hierarchical Multinomial Dirichlet models, the latter being considered for two types of uncertainty at the parameters of the *a priori* Dirichlet distribution and two hierarchical Multinomial models with heterogeneity at population level modelled via Multivariate Normal distributions. All models were fitted employing Bayesian techniques.

Non-informative prior distributions for the model coefficients were used in all models. The results of the simulations obtained *a posteriori* were useful for the predictive inferences made for checking the models fit. The deviance information criterion (DIC) and the effective model dimension were employed as fit measurements.

Posterior predictive checks were made to investigate whether the models replicated the observed data. Graphical analyses were also conducted to check whether convergence of the Markov chain Monte Carlo (MCMC) algorithm was attained. The proportions estimated for the four accident types are provided for each intersection together with the corresponding standard deviations.

# ÍNDICE

<b>1  </b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2  </b>	<b>MODELOS BAYESIANOS MULTINOMIAIS DE MISTURA.....</b>	<b>4</b>
2.1	Modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico .....	4
2.2	Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet.....	6
2.3	Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) .....	6
2.4	Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.....	7
2.5	Modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas.....	8
2.6	Modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade ao nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006) ....	8
2.7	Avaliação da convergência das Cadeias de Markov .....	9
2.7.1	Diagnóstico de Gelman-Rubi .....	9
2.8	Penalização das desviâncias numa perspectiva Bayesiana .....	11
2.9	Sobredispersão .....	12
<b>3  </b>	<b>DESCRIÇÃO DOS DADOS.....</b>	<b>13</b>
3.1	Dados referentes à gravidade dos acidentes .....	13
<b>4  </b>	<b>MODELAÇÃO CONJUNTA DOS DADOS RELATIVOS À GRAVIDADE DOS ACIDENTES.....</b>	<b>17</b>
4.1	Especificações da modelação .....	17
4.2	Ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.....	17
4.2.1	Validação do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico .....	18
4.3	Ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet.....	23
4.3.1	Validação do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet .....	25
4.4	Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) .....	29
4.4.1	Validação do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) .....	31
4.5	Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet segundo Congdon (2006) .....	35

4.5.1	Validação do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet com $t_1=t_2=1$ .....	36
<b>4.6</b>	<b>Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.....</b>	<b>41</b>
4.6.1	Validação do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet .....	42
<b>4.7</b>	<b>Modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade ao nível populacional via distribuições Normais Multivariadas para logits multivariados.....</b>	<b>46</b>
4.7.1	Validação do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.....	47
<b>4.8</b>	<b>Modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade ao nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas de acordo com Congdon (2006) .....</b>	<b>52</b>
4.8.1	Validação do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006)	53
<b>4.9</b>	<b>Discussão.....</b>	<b>58</b>
<b>5  </b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>60</b>
<b>6  </b>	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>63</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>.....</b>	<b>67</b>
	<b>ANEXO I – Intersecções analisadas e respectivas designações e números de acidentes envolvendo vítimas por tipo de gravidade .....</b>	<b>69</b>
	<b>ANEXO II – Probabilidades <i>a posteriori</i> (<math>P_{ij}</math>), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidas pelo modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico (secção 4.2)..</b>	<b>73</b>
	<b>ANEXO III – Probabilidades <i>a posteriori</i> (<math>P_{ij}</math>), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidas pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet (secção 4.3).....</b>	<b>76</b>
	<b>ANEXO IV – Probabilidades <i>a posteriori</i> (<math>H_{ij}</math>) de se obterem valores mais elevados, ou mais baixos, do que as taxas médias de cada tipo de acidente – respectivas ao modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet (secção 4.3).....</b>	<b>79</b>
	<b>ANEXO V – Probabilidades <i>a posteriori</i> (<math>P_{ij}</math>), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidos pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) (secção 4.4) .....</b>	<b>82</b>
	<b>ANEXO VI – Probabilidades <i>a posteriori</i> (<math>H_{ij}</math>) de se obterem valores mais elevados, ou mais baixos, do que as taxas médias de cada tipo de acidente – respectivas ao modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) (secção 4.4) .....</b>	<b>85</b>
	<b>ANEXO VII – Probabilidades <i>a posteriori</i> (<math>P_{ij}</math>), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidos pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet segundo Congdon (2006) (secção 4.5) .....</b>	<b>88</b>

<b>ANEXO VIII – Probabilidades <i>a posteriori</i> (<math>H_{ij}</math>) de se obterem valores mais elevados, ou mais baixos, do que as taxas médias de cada tipo de acidente – respectivas ao modelo Multinomial Dirichlet com incerteza nos parâmetros segundo Congdon (2006) (secção 4.5).....</b>	<b>91</b>
<b>ANEXO IX – Probabilidades <i>a posteriori</i> (<math>P_{ij}</math>), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidos pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet (secção 4.6).....</b>	<b>94</b>
<b>ANEXO X – Probabilidades <i>a posteriori</i> (<math>P_{ij}</math>), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidos pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas (secção 4.7)..</b>	<b>97</b>
<b>ANEXO XI – Probabilidades <i>a posteriori</i> (<math>P_{ij}</math>), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidos pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas, segundo Congdon (2006) (secção 4.8).....</b>	<b>100</b>
<b>ANEXO XII – Probabilidades <i>a posteriori</i> (<math>H_{ij}</math>) de se obterem valores mais elevados, ou mais baixos, do que as taxas médias de cada tipo de acidente – respectivas ao modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas, segundo Congdon (2006) (secção 4.8).....</b>	<b>103</b>
<b>ANEXO XIII – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.....</b>	<b>106</b>
<b>ANEXO XIV – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial hierárquico com incerteza nos parametros da distribuição de Dirichlet .....</b>	<b>109</b>
<b>ANEXO XV – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998).....</b>	<b>111</b>
<b>ANEXO XVI – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet .....</b>	<b>113</b>
<b>ANEXO XVII – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas.....</b>	<b>115</b>
<b>ANEXO XVIII – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006).....</b>	<b>117</b>

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1  Correlações entre os tipos de acidentes obtidas pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas para logits multivariados, e correspondentes intervalos de credibilidade de 95%. ....	51
Quadro 2  Correlações entre os tipos de acidentes obtidas pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006), e correspondentes intervalos de credibilidade de 95%. ....	57
Quadro 3  Valores de DIC e de outras estatísticas relacionadas para os sete modelos ajustados. ...	58





## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Esquema elucidativo de uma intersecção com quatro ramos, correspondendo os ramos 1 e 3 aos ramos principais e 2 e 4 aos ramos secundários. Os acidentes com vítimas atribuídos à intersecção ocorreram até 50 metros do início de cada ramo.....	13
Figura 2	Gráficos dos números de acidentes dos quatro tipos de gravidade ocorridos durante 2003 a 2007 em 81 intersecções da rede de estradas portuguesas.....	15
Figura 3	Gráficos de barras dos números dos quatro tipos de acidentes com vítimas ocorridos entre 2003 e 2007 em 81 intersecções da rede de estradas portuguesas onde se registou pelo menos um acidente com vítimas por ano. ....	15
Figura 4	Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas da intersecção indexada por 29 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.....	17
Figura 5	Gráficos das autocorrelações correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativas à intersecção indexada por 68 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.....	18
Figura 6	<i>Trace plots</i> (iterações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 52 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.....	18
Figura 7	Gráfico de <i>Acc_mortos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico. 19	19
Figura 8	Gráfico de <i>Acc_feridos_graves</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente feridos graves obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.....	20
Figura 9	Gráfico de <i>Acc_feridos_ligeiros</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente feridos ligeiros obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.....	20
Figura 10	Gráfico de <i>Acc_mistos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo vários tipos de vítimas obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.21	21
Figura 11	Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as respectivas quantidades obtidas pelos dados observados. O <i>p</i> é a probabilidade da medida considerada obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados.....	21
Figura 12	Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas <i>a posteriori</i> pelo modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada. ....	22

Figura 13  <i>Boxplots</i> das distribuições das probabilidades <i>a posteriori</i> dos quatro tipos de acidentes envolvendo vítimas obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico. ....	23
Figura 14  Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para $\pi_{45j}$ , $j=1,\dots,4$ , obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet. ....	24
Figura 15  Gráficos das autocorrelações correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 24 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet. ....	24
Figura 16  <i>Trace plots</i> (iterações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativas à intersecção indexada por 74 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet. ....	24
Figura 17  Gráfico de <i>Acc_mortos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet. ....	25
Figura 18  Gráfico de <i>Acc_feridos_graves</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente feridos graves obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet. ....	26
Figura 19  Gráfico de <i>Acc_feridos_ligeiros</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente feridos graves obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet. ....	26
Figura 20  Gráfico de <i>Acc_mistos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente feridos graves obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet. ....	27
Figura 21  Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O $p$ é a probabilidade da medida considerada obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados. ....	28
Figura 22  Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas <i>a posteriori</i> pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada. ....	29
Figura 23  Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> dos quatro tipos de acidentes com vítimas correspondentes à intersecção indexada por 68, obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998). ....	30

Figura 24  Gráficos das autocorrelações para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativa à intersecção indexada por 60, obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998). .....	30
Figura 25  <i>Trace plots</i> (iterações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativa à intersecção indexada por 54, obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998). .....	31
Figura 26  Gráfico de <i>Acc_mortos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998). .....	31
Figura 27  Gráfico de <i>Acc_feridos_graves</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998). .....	32
Figura 28  Gráfico de <i>Acc_feridos_ligeiros</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998). .....	32
Figura 29  Gráfico de <i>Acc_mistos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998). .....	33
Figura 30  Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998), referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O <i>p</i> é a probabilidade da medida considerada obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados. ....	33
Figura 31  Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas <i>a posteriori</i> pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada. ....	35
Figura 32  Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> dos quatro tipos de acidentes com vítimas relativas à intersecção indexada por 72 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com $t_1=t_2=1$ . ....	35
Figura 33  Gráficos das autocorrelações para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativas à intersecção indexada por 30 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com $t_1=t_2=1$ . ....	36

Figura 34  <i>Trace plots</i> (iterações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 10 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com $t_1=t_2=1$ .	36
Figura 35  Gráfico de <i>Acc_mortos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com $t_1=t_2=1$ .	37
Figura 36  Gráfico de <i>Acc_feridos_graves</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com $t_1=t_2=1$ .	37
Figura 37  Gráfico de <i>Acc_feridos_ligeiros</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com $t_1=t_2=1$ .	38
Figura 38  Gráfico de <i>Acc_mistos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com $t_1=t_2=1$ .	38
Figura 39  Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com $t_1=t_2=1$ , referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O $p$ é a probabilidade da medida obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados.	39
Figura 40  Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas <i>a posteriori</i> pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) e com $t_1=t_2=1$ , para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada.	40
Figura 41  <i>Boxplots</i> das distribuições das probabilidades <i>a posteriori</i> dos quatro tipos de acidentes envolvendo vítimas obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) e $t_1=t_2=1$ .	40
Figura 42  Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> dos quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 7 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet.	41
Figura 43  Gráficos das autocorrelações para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 55 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet.	41

Figura 44	<i>Trace plots</i> (iterações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 40 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.....	42
Figura 45	Gráfico de <i>Acc_mortos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.....	42
Figura 46	Gráfico de <i>Acc_feridos_graves</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.....	43
Figura 47	Gráfico de <i>Acc_feridos_ligeiros</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.....	43
Figura 48	Gráfico de <i>Acc_mistos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.....	44
Figura 49	Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet, referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O <i>p</i> é a probabilidade da medida obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados.....	44
Figura 50	Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas <i>a posteriori</i> pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet, para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada.....	45
Figura 51	<i>Boxplots</i> das distribuições das probabilidades <i>a posteriori</i> dos quatro tipos de acidentes envolvendo vítimas obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.....	46
Figura 52	Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> dos quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 39 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com a heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.....	46
Figura 53	Gráficos das autocorrelações para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativa à intersecção indexada por 8 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.....	47
Figura 54	<i>Trace plots</i> (iterações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 70 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.....	47

Figura 55  Gráfico de <i>Acc_mortos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.....	48
Figura 56  Gráfico de <i>Acc_feridos_graves</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.....	48
Figura 57  Gráfico de <i>Acc_feridos_ligeiros</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.....	49
Figura 58  Gráfico de <i>Acc_mistos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.....	49
Figura 59  Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas, referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O $p$ é a probabilidade da medida obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados. ....	50
Figura 60  Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas <i>a posteriori</i> pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas, para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada.....	51
Figura 61  <i>Boxplots</i> das distribuições das probabilidades <i>a posteriori</i> dos quatro tipos de acidentes envolvendo vítimas obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.....	52
Figura 62  Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> dos quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 47 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2005). ....	52
Figura 63  Gráficos das autocorrelações para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativa à intersecção indexada por 40 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006).53	
Figura 64  <i>Trace plots</i> (iterações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades <i>a posteriori</i> para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativa à intersecção indexada por 1 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006). ....	53

Figura 65  Gráfico de <i>Acc_mortos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006). .....	54
Figura 66  Gráfico de <i>Acc_feridos_graves</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006). .....	54
Figura 67  Gráfico de <i>Acc_feridos_ligeiros</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006). .....	55
Figura 68  Gráfico de <i>Acc_mistos</i> (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva <i>a posteriori</i> após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006). .....	55
Figura 69  Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006), referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O $p$ é a probabilidade da medida obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados. ....	56
Figura 70  Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas <i>a posteriori</i> pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006), para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada. ....	57
Figura 71  <i>Boxplots</i> das distribuições das probabilidades <i>a posteriori</i> dos quatro tipos de acidentes envolvendo vítimas obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006). .....	58



Os organismos responsáveis pela segurança rodoviária fazem uso das frequências de acidentes registadas em elementos de estradas (segmentos ou intersecções), e também de modelos estatísticos de previsão da frequência de acidentes, como base a partir da qual estabelecem prioridades relativamente aos vários melhoramentos elegíveis a efectuar com o objectivo de aumentar a segurança dessas estradas.

Os modelos estatísticos são necessários, nomeadamente, para o desenvolvimento de técnicas e ferramentas analíticas que permitam estimar a frequência esperada de acidentes, necessários, por exemplo, para a identificação de zonas de acumulação de acidentes (ZAA), isto é, locais com um elevado risco de acidente devido a características próprias da infra-estrutura nesses locais, também conhecidas como pontos negros (*hotspots* ou *black spots*).

O reconhecimento das ZAA é o primeiro passo de uma das ferramentas de gestão de segurança em estradas previstas na Directiva 2008/96/EC do Parlamento Europeu e do Conselho, sobre gestão da segurança da infra-estrutura rodoviária, destinadas à melhoria das condições de segurança rodoviária na TERN – a rede rodoviária transeuropeia. Num recente projecto europeu (ver Sørensen e Elvik, 2008) considerou-se que o estado da arte na detecção de ZAA envolve o recurso ao conceito de frequência esperada de acidentes associada a um elemento rodoviário, e a comparação desta com a frequência esperada correspondente aos elementos rodoviários similares ao primeiro. Para este efeito é importante dispor de modelos de estimativa da frequência de acidentes e de métodos rigorosos para a sua combinação com a informação obtida com os registos de informação sobre acidentes recentes. De modo a poder melhorar as ferramentas já existentes no País, foi incluído no Plano de Investigação Programada 2009-2012 do LNEC o projecto designado de “Modelação matemática aplicada à operação de rodovias”, o qual inclui actividades relacionadas com a modelação matemática da sinistralidade na Rede Rodoviária Nacional. Para o efeito foi já publicado um documento cujo objectivo foi o desenvolvimento de modelos de previsão de acidentes com o intuito de serem empregues especificamente na detecção de ZAA (ver Azeredo Lopes e Cardoso, 2010b).

Na gestão da segurança rodoviária os vários níveis de gravidade dos acidentes têm sido analisados em separado, isto é, os vários modelos de estimativa de frequências de acidentes são desenvolvidos e ajustado para cada nível de gravidade ocorrido (ver por exemplo Azeredo Lopes e Cardoso, 2007, 2009, 2010a, Lord (2006), etc) de maneira a obter o número esperado de acidentes, para esse nível de gravidade em particular, relativo aos segmentos de estrada em análise.

Mais recentemente, vários autores, nomeadamente Milton *et al.* (2008), afirmam que o emprego de modelos de previsão da gravidade frequência de acidentes quando desenvolvidos para cada nível de gravidade constituem um problema. Nestas condições, uma sucessão de modelos de previsão da frequência de acidentes que emprega a distribuição Binomial Negativa (Poisson-Gama ou Poisson Log Normal, no caso de se aplicar uma abordagem Bayesiana) para cada tipo de gravidade ocorrida

pode, de acordo com Milton *et al.* (2008), introduzir erros de estimação consideráveis porque estes modelos assumem, implicitamente, que os factores que geram a ocorrência de um acidente são independentes entre os diversos graus de gravidade obtidos. O que na realidade não acontece, pois quando ocorre uma alteração na frequência de um tipo de gravidade, é bastante provável que a frequência dos outros tipos também mudem.

Para mitigar este problema, ao analisar a gravidade dos acidentes e quantificar os efeitos das características das estradas nas lesões sofridas pelos ocupantes dos veículos envolvidos nos acidentes, tem vindo a empregar-se uma grande variedade de modelos que incluem os modelos multinomiais *logit*, modelos *logit* encaixados, modelos *logit* de mistura e modelos *probit* ordenados, como se pode constatar em Shankar e Mannering (1996), Shankar *et al.* (1996), Bolduc e Bonin (1999), Abdel-Aty (2003), Khorashdi *et al.* (2005), Lapparent (2006) e Malyshkina e Mannering (2009 e 2010), Huang e Abdel-Aty (2010), entre outros.

O estudo efectuado no LNEC ao abrigo do projecto designado por “Modelação Matemática aplicada à operação de rodovias” incluído no Plano de Investigação Programada 2009-2012, e descrito no presente documento, visou colmatar a lacuna existente nas análises de segurança rodoviária para estradas portuguesas referentes ao estudo da gravidade de acidentes que, até à presente data, foram somente efectuadas separando os modelos de acordo com o tipo de gravidade. O objectivo foi, pois, envolver no mesmo modelo as diversas frequências referentes aos vários níveis de gravidade. Para isso procedeu-se ao ajuste de seis modelos a dados de acidentes registados em intersecções da rede de estradas portuguesas e que consistiram em quatro níveis, ou tipos, de gravidade: acidentes envolvendo somente vítimas mortais, feridos graves, feridos ligeiros e acidentes envolvendo vários tipos de vítimas. Os modelos considerados consistiram em modelos Bayesianos Multinomiais Dirichlet hierárquicos e não hierárquicos, da aplicação dos quais resultaram, para cada intersecção, as proporções dos acidentes de cada tipo.

Nas análises efectuadas foram usados os *softwares* estatísticos: *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, mantido por R Development Core Team (2011); e o *software* desenvolvido para análises Bayesianas baseado numa linguagem de programação: *WinBUGS* (Spiegelhalter *et al.* (2003) e Lunn *et al.* (2000)). O *WinBUGS* é usado para gerar amostras aleatórias da distribuição *a posteriori* dos parâmetros de modelos Bayesianos. O programa *R2WinBUGS: A Package for Running WinBUGS from R* (Sturtz *et al.* (2005)) foi utilizado para desencadear e obter resultados, dos programas de *WinBUGS* através do *R*.

O Capítulo 2 do presente documento introduz e descreve os modelos Bayesianos Multinomiais de mistura que foram empregues na análise e as medidas de diagnóstico utilizadas para avaliação do ajuste. No Capítulo 3 faz-se a descrição dos dados analisados.

A análise detalhada e os resultados obtidos pelos modelos ajustados às intersecções da rede de estradas portuguesas estão descritos no Capítulo 4. As conclusões gerais deste estudo encontram-se no Capítulo 5. Nos Anexos são apresentadas a tabela com os dados analisados, incluindo a descrição das localizações, excertos dos códigos do *software WinBUGS* usados para ajustar os

vários modelos Multinomiais Dirichlet, e as proporções de acidentes obtidas a posteriori, em cada intersecção e para cada tipo de acidente.

No presente capítulo descreve-se em pormenor a parte teórica relativa aos seis modelos Multinomiais que foram considerados para ajuste, e cujo objectivo foi a obtenção de vectores de probabilidade que procedam à modelação das frequências relativas de vários tipos de acidentes em cada intersecção estudada. É também feita uma descrição de técnicas de avaliação do ajuste dos modelos descritos.

### 2.1 Modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico

Segundo Congdon (2006), dados agregados, ou de escolha, referentes a um número  $I$  de identidades  $i$ , onde  $i=1, \dots, I$ , e outro de  $J$  categorias (tipos ou alternativas), desde que sujeitos a que o total em cada identidade seja igual à soma das frequências de cada categoria referente à mesma identidade, seguem uma distribuição Multinomial.

A distribuição *a priori* conjugada da distribuição Multinomial é a generalização multivariada da distribuição Beta (que por sua vez é a distribuição conjugada da distribuição Binomial) conhecida por distribuição de Dirichlet (Gelman *et al.* 2004).

O modelo Multinomial-Dirichlet é descrito pela seguinte forma:

Considere-se  $f_{ij}$  o número total de observações em unidades  $i=1, \dots, I$  que por sua vez podem pertencer a uma das  $j=1, \dots, J$  categorias, ordenadas ou não. Seja  $N_i = \sum_j f_{ij}$  o número total de observações na unidade  $i$ . O modelo mais simples assume que os dados  $f_i = \{f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{iJ}\}$  formam distribuições Multinomiais independentes de dimensão  $J$ :

$$f_i \sim \text{Mult}_J(N_i, \pi_i) \tag{2.1}$$

onde os parâmetros de probabilidade são vectores  $\pi_i = (\pi_{i1}, \dots, \pi_{iJ})'$  que modelam as frequências relativas em cada unidade  $i$  sujeitas a que  $\pi_{iJ} = 1 - \sum_{j=1}^{J-1} \pi_{ij}$ .

A distribuição *a priori* conjugada consiste na distribuição de Dirichlet que é aplicada a cada conjunto de probabilidades  $I$ . Consequentemente, para cada unidade  $i$ ,  $f_i$  segue uma distribuição Multinomial, tal que:

$$p(f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{iJ} | \pi_i) = \frac{N_i!}{f_{i1}! f_{i2}! \dots f_{iJ}!} \pi_{i1}^{f_{i1}} \pi_{i2}^{f_{i2}} \dots \pi_{iJ}^{f_{iJ}} \tag{2.2}$$

Onde por sua vez os vectores de probabilidade  $\pi_i$  seguem uma distribuição de Dirichlet com parâmetros  $\alpha_{ij}$ :

$$p(\pi_{ij} | \alpha_{ij}) \propto \prod_{j=1}^J \pi_j^{\alpha_j - 1} \text{ ou simplesmente:} \tag{2.3}$$

$$\pi_i \sim \text{Dirichlet}(\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{iJ}).$$

A distribuição *a priori* é matematicamente equivalente à verosimilhança que resulta do somatório de  $\sum_{j=1}^J \alpha_{ij}$  observações com  $\alpha_{ij}$  observações do *j*-ésimo resultado categórico (ver Gelman *et al.* 2004).

Existem várias distribuições Dirichlet não informativas que se podem empregar na modelação. Obtém-se uma densidade Uniforme quando se assume  $\alpha_{ij} = 1$  para todo o *i* e *j*. A distribuição

Uniforme atribui uma densidade igual a qualquer vector  $\pi_i$  que obedeça a  $\sum_{j=1}^J \pi_{ij} = 1$ .

Como alternativa,  $\alpha_{ij} = 0$  é equivalente a assumir-se uma distribuição *a priori* não informativa, e imprópria, em  $\log(\pi_{ij})$ .

Por intermédio do teorema de Bayes (ver Gelman *et al.* 2004 e Azeredo Lopes e Cardoso, 2010a) as equações (2.2) e (2.3) produzem uma distribuição *a posteriori* Dirichlet para  $\pi_i$  com parâmetros  $\alpha_j + f_j$  com:

Valores médios:

$$P_{ij} = E(\pi_{ij} | f_i) = \frac{\alpha_{ij} + f_{ij}}{\sum_j (\alpha_{ij} + f_{ij})}$$

Variâncias:

$$V(\pi_{ij} | f_i) = P_{ij}(1 - P_{ij}) / [1 + \sum_j (\alpha_{ij} + f_{ij})]$$

E covariâncias:

$$\text{Cov}(\pi_{ij}, \pi_{ik} | f_i) = -P_{ij}P_{ik} / [1 + \sum_j (\alpha_{ij} + f_{ij})].$$

O modelo Multinomial Dirichlet pode ser descrito sucintamente pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} f_i | \pi_i &\sim M_J(N_i, \pi_i) \\ \pi_i | \alpha &\sim \text{Dir}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_J) \\ \alpha_1 &= \alpha_2 = \dots = \alpha_J = 1 \end{aligned} \tag{2.4}$$

No entanto, por vezes, podem ocorrer valores bastante elevados em certas entidades *i* e em algumas das categorias *J*. Por exemplo, certas intersecções (entidades *l*) contêm valores mais elevados de ocorrências de certos tipos de acidentes (categorias *j*) do que outras intersecções da mesma rede, ou as intersecções diferem entre si em relação às frequências de acidentes com vítimas. Consequentemente, a distribuição das ocorrências de acidentes pelas *J* categorias e a heterogeneidade poderão exceder as postuladas pela distribuição Multinomial (Congdon, 2006). Para mais detalhes acerca da sobredispersão ver McCullagh e Nelder (1989), Congdon (2005, 2006) e Azeredo Lopes e Cardoso (2009).

## 2.2 Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet

Uma alternativa para modelar a heterogeneidade nos valores de  $\pi_{ij}$  consiste em permitir a existência de incerteza nos parâmetros de segundo nível da distribuição *a priori* de Dirichlet,  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_J)$ , (ver equação 2.3), ao invés de os considerar fixos e conhecidos (o que se verificou no modelo Multinomial Dirichlet descrito na secção 2.1, onde se assumiu  $\alpha_j = 1$  para todo o  $j$ , ver equações 2.4). De acordo com Congdon (2005) pode assumir-se que os parâmetros  $\alpha_j$  da distribuição de Dirichlet não sejam iguais e fixos mas que sigam uma distribuição Gama com parâmetros  $a_j$  e  $b_j$ :

$$\begin{aligned} f_i | \pi_i &\sim M_J(N_i, \pi_i) \\ \pi_i | \alpha &\sim Dir(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_J) \\ \alpha_j &\sim G(a_j, b_j) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Onde  $\{a_j, b_j\}$  são valores conhecidos.

As probabilidades *a posteriori* ( $H_{ij}$ ) de se obterem valores mais elevados, ou mais baixos, das taxas médias,  $\rho_j = \alpha_j / \sum_j \alpha_j$ , para cada tipo de alternativa possível  $j$ , podem ser estimadas pela contagem do número de iterações ( $T$ ) da seguinte forma:

$$H_{ij} = P(\pi_{ij} > \rho_j) = \sum_{t=1}^T 1(\pi_{ij}^{(t)} > \rho_j^{(t)}) / T \quad (2.6)$$

## 2.3 Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998)

Outra alternativa para modelar a heterogeneidade foi proposta por Nandram (1998) que sugeriu a seguinte forma para os parâmetros  $\alpha$  da distribuição de Dirichlet:

$$\alpha_j = \rho_j \tau \quad (2.7)$$

Onde o vector  $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_J)$  representa as  $J$  proporções, por categoria, em relação à população e, por consequência,  $\sum_{j=1}^J \rho_j = 1$ .

Numa fase mais avançada Congdon (2005) sugere que se assuma:

$$\rho \sim Dirichlet(R)$$

Com componentes  $R = (R_1, R_2, \dots, R_J)$  conhecidas.

O parâmetro  $\tau$  na equação 2.7 assume uma distribuição *a priori* Gama:

$$\tau \sim Gama(t_1, t_2)$$

Onde  $t_1$  e  $t_2$  são valores conhecidos. Congdon (2005) sugere  $t_1=1$  e  $t_2=0.001$ .

Quando não se têm conhecimentos sobre o assunto em questão ou não se conduziu previamente, uma eliciação<sup>1</sup> em relação aos  $R_j$ , poder-se-á considerar  $R_1=R_2=\dots=R_J=1$  (Congdon, 2005).

O modelo é descrito pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 f_i | \pi_i &\sim M_J(N_i, \pi_i) \\
 \pi_i | \alpha &\sim Dir(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_J) \\
 \alpha_j &= \rho_j \tau \\
 \tau &\sim Ga(t_1, t_2) \\
 \rho_j &\sim Dir(R_j) \\
 R_j &= 1
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Congdon (2006) ajustou o modelo proposto por Nandram (1998) a dados relativos a resultados escolares empregando  $t_1=t_2=1$ .

## 2.4 Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet

Congdon (2005) propôs ainda o modelo no qual  $\alpha_{ij} = \rho_{ij} \tau$ , o que permite a ocorrência de variação nas unidades de observação  $i$ , ao contrário do que sucedia no modelo representado pelas equações 2.8.

O novo modelo é assim representado por:

$$\begin{aligned}
 f_i | \pi_i &\sim M_J(N_i, \pi_i) \\
 \pi_i | \alpha &\sim Dir(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_J) \\
 \alpha_j &= \rho_j \tau \\
 \rho_{ij} &= \exp(\gamma_j^c) / \sum_j \exp(\gamma_j^c) \\
 \gamma_j^c &= \gamma_j - \bar{\gamma} \\
 \gamma_j &\sim N(0,1) \\
 \tau &\sim Ga(t_1, t_2)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Onde, de acordo com Congdon (2005),  $t_1=1$  e  $t_2=0.001$ .

---

<sup>1</sup> Eliciação ou, em inglês, *elicitation*, ver Paulino *et al.* (2003).

## 2.5 Modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas

De acordo com Congdon (2005) poderá ocorrer heterogeneidade nas unidades relativamente às atribuições das probabilidades  $\pi_{ij}$ . Uma maneira de modelar a heterogeneidade nos  $\pi_{ij}$  é em termos de ligações *logit* múltiplas (*multiple logit link*). Consequentemente, define-se  $\theta_{ij}$  por:

$$\pi_{ij} = \frac{\exp(\theta_{ij})}{\sum_j \exp(\theta_{ij})}$$

Onde se assume que  $\theta_{ij}$  possui uma hiper-densidade que suaviza globalmente as proporções populacionais  $\pi_j$  nos diferentes locais. Leonard e Hsu (1994) propuseram um modelo Normal multivariado para  $\theta_{ij}$  com valor médio  $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_J)$  e matriz de covariância  $\Sigma_\theta$  de dimensão  $J$ . Para a covariância assume-se uma distribuição *a priori* Wishart com  $J$  graus de liberdade e como escala a matriz identidade  $I_J$ .

O modelo pode ser expresso pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} f_i | \pi_i &\sim M_J(N_i, \pi_i) \\ \pi_{ij} &= \exp(\theta_{ij}) / \sum_j \exp(\theta_{ij}) \\ \theta_{ij} &\sim MVN(\mu_j, \Sigma_\theta) \\ \mu_j &= v - \bar{v} \\ v &\sim N(0, 0.01) \\ \Sigma_\theta &\sim Wishart(I_J, J) \end{aligned} \tag{2.10}$$

Para mais detalhes ver Congdon (2005) e Leonard e Hsu (1994).

## 2.6 Modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade ao nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006)

Congdon (2006) propôs uma alteração ao modelo anterior (ver equações 2.10) na qual os parâmetros  $\theta_{ij}$  são compostos pela soma de dois outros parâmetros da seguinte maneira:

$$\theta_{ij} = \mu_j + u_{ij}.$$

Para que o modelo seja identificável (ver Congdon, 2005 e 2006) é necessário que  $\sum_j \mu_j = 0$ , ou que um dos valores médios seja igual a zero:

$$\theta_{i1} = \mu_1 + u_{i1}$$

...

$$\theta_{iJ-1} = \mu_{J-1} + u_{iJ-1}$$



$$\theta_{i,j} = u_{i,j}$$

$$(u_{i,1}, u_{i,2}, \dots, u_{i,J}) \sim N_J(0, \Sigma)$$

Consequentemente pode descrever-se o modelo pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} f_i | \pi_i &\sim M_J(N_i, \pi_i) \\ \pi_{ij} &= \exp(\theta_{ij}) / \sum_j \exp(\theta_{ij}) \\ \theta_{ij} &= \mu_j + u_{ij} \\ u_{ij} &\sim MVN(0, \Sigma) \\ \mu_j &\sim N(0, 0.001), \quad j = 1, \dots, J-1 \\ \mu_J &= 0 \\ \Sigma &\sim Wishart(I_J, J) \end{aligned} \tag{2.11}$$

Congdon (2006) afirma que esta especificação abrange aspectos mais gerais do que a distribuição de Dirichlet.

## 2.7 Avaliação da convergência das Cadeias de Markov

Tal como nos estudos descritos em Azeredo Lopes e Cardoso (2010a e 2010b), ir-se-á também empregar o método de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC). Os métodos de Monte Carlo englobam vários algoritmos que usam simulação para solucionar diversos problemas estatísticos ou matemáticos, dos quais as cadeias de Markov é um dos algoritmos - para mais detalhes ver Azeredo Lopes e Cardoso (2010a). Os métodos de Monte Carlo são utilizados para obtenção de valores *a posteriori* pretendidos, nomeadamente os vectores de probabilidade relativos aos vários tipos de acidentes ocorridos em intersecções. Para se obterem resultados confiáveis é necessário que os algoritmos, neste caso o algoritmo da cadeia de Markov, convirja para as respectivas distribuições de equilíbrio, isto é, o seu objectivo. Se a convergência ocorre, a amostra obtida (a amostra simulada) provém da distribuição que se pretende obter.

Verificar a convergência do algoritmo MCMC consiste em verificar a convergência dos parâmetros, ou de um conjunto de parâmetros, se o modelo os possuir em número elevado, estimados pelo algoritmo. Após o algoritmo convergir, as amostras das distribuições condicionais serão usadas para sumariar a distribuição *a posteriori* dos parâmetros de interesse. Segundo o manual *online* do *software* WinBUGS (ver Spiegelhalter *et al.* (2003)), avaliar a convergência requer bastante cuidado, sendo muito difícil afirmar que a cadeia (simulação) converge; é apenas possível diagnosticar quando claramente não converge.

### 2.7.1 Diagnóstico de Gelman-Rubi

Gelman *et al.* (2004) argumentam que para melhor identificar uma não convergência se deverão simular múltiplas sequências de cadeias de Markov com valores iniciais sobredispersos. O objectivo é verificar se o comportamento das cadeias é semelhante. Quando várias cadeias são simuladas em

paralelo, com diferentes valores iniciais, pode calcular-se o diagnóstico de convergência de Gelman-Rubin. Este diagnóstico consiste em obter, e posteriormente comparar, as variabilidades *inter* e *intra*-amostrais (em inglês, *between-sample* e *within-sample*).

O software WinBUGS calcula a estatística de Gelman-Rubin, retirando  $n$  amostras de  $m$  parâmetros  $\theta$  e calculando as seguintes estatísticas:

Variância inter-amostrai,  $W$ :

$$W = \frac{1}{m(n-1)} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (\theta_j^i - \bar{\theta}_j)^2 \quad (2.12)$$

Variância entre amostras,  $B$ :

$$B = \frac{n}{m-1} \sum_{j=1}^m (\theta_j - \bar{\theta})^2 \quad (2.13)$$

Variância estimada,  $\hat{V}(\theta)$ :

$$\hat{V}(\theta) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)W + \frac{1}{n}B \quad (2.14)$$

Sendo a estatística de Gelman-Rubin dada por  $Rhat$ :

$$Rhat = \frac{\hat{V}(\theta)}{W} \quad (2.15)$$

Antes de se atingir a convergência,  $W$  subestima a variância *a posteriori* em  $\theta$  porque ainda não foi explorada completamente a distribuição alvo.  $V(\theta)$ , por outro lado, sobrestima a variância em  $\theta$  porque os valores iniciais estão sobredispersos relativamente à distribuição alvo. Uma vez atingida a convergência,  $W$  e  $\hat{V}(\theta)$  devem ser equivalentes porque as variações *intra* e *inter* as cadeias devem coincidir; conseqüentemente  $R$  deve ser aproximadamente igual a um. Para mais detalhes sobre estas estatísticas consultar Ntzoufras (2009) e Gelman *et al.* (2004).

Além das estatísticas de Gelman-Rubin serão também avaliados os gráficos de autocorrelações e os gráficos das iterações, para cada cadeia de Markov e para um conjunto representativo de parâmetros do modelo.

Segundo Ntzoufras (2004) todos os testes de diagnóstico de convergência são “alarmes” que alertam quando alguma anomalia não esperada é detectada no *output* do algoritmo de MCMC. Como cada teste de diagnóstico é construído para detectar problemas diferentes, o autor sugere que, na maioria dos casos, todos os diagnósticos sejam empregues de forma a garantir, com maior precisão, a convergência do algoritmo.

No entanto, os testes baseados nas estatísticas de Gelman-Rubin são considerados como sendo os mais formais e têm por isso resultados mais fidedignos do que os outros diagnósticos de convergência usados.

Para mais detalhes sobre métodos empregues para a avaliação de convergência de cadeias de Markov consultar o capítulo 3 de Azeredo Lopes e Cardoso (2010a).

## 2.8 Penalização das desviâncias numa perspectiva Bayesiana

O critério da desviância de informação (DIC) introduzido por Spiegelhalter *et al.* (2002) fornece uma medida de penalização para o ajuste de modelos. Este critério pode ser aplicado na comparação de modelos não encaixados e também de modelos que incluam efeitos aleatórios nos quais a verdadeira dimensão do modelo é desconhecida.

O DIC é baseado na distribuição *a posteriori* da estatística da desviância:

$$D(\theta | y) = -2\log[p(y | \theta)] + 2\log[h(y)],$$

onde  $p(y | \theta)$  é a verosimilhança dos dados  $y$ , uma vez conhecidos os parâmetros  $\theta$ , e  $h(y)$  é uma função estandardizada relacionada unicamente com os dados e, por consequência, não tem influência na escolha do modelo (ver Congdon, 2010). Supondo que se monitoriza a desviância numa cadeia MCMC e que consequentemente se obtêm as amostras  $\{D^{(1)}, \dots, D^{(R)}\}$ , onde  $R$  é o número de iterações, o ajuste global do modelo é medido pela desviância esperada *a posteriori* obtida pela média das densidades *a posteriori* dos parâmetros  $\theta$ :

$$\bar{D} = E_{\theta|y}[D]. \quad (2.16)$$

A dimensão efectiva do modelo,  $d_e$ , é estimada através da seguinte equação (Congdon, 2010):

$$d_e = E_{\theta|y}[D] - D(E_{\theta|y}[\theta]) = \bar{D} - D(\bar{\theta}). \quad (2.17)$$

Ou seja, é igual ao valor esperado da desviância menos a desviância nos valores médios obtidos *a posteriori* dos parâmetros  $\theta$ . Segundo Congdon (2010) em modelos hierárquicos com efeitos aleatórios o número total de parâmetros efectivos é geralmente menor que o número de parâmetros nominal (Buenconsejo *et al.*, 2008).

O DIC é obtido pelo valor esperado da desviância mais a dimensão efectiva do modelo:

$$DIC = \bar{D} + d_e = D(\bar{\theta}) + 2d_e. \quad (2.18)$$

Consequentemente, o DIC favorece modelos que combinem os menores valores de  $\bar{D}$  com os menores valores de  $d_e$ , o que corresponde a um modelo relativamente parcimonioso (Congdon, 2010).

O cálculo de DIC possibilita também a selecção de variáveis, pois valores mais baixos de DIC indicam um modelo mais bem ajustado. Para mais detalhes sobre o DIC consultar Ntzoufras (2009). Segundo este autor, um bom começo para seleccionar as variáveis explicativas (ou covariáveis) é ajustar o modelo completo (*full model*) e depois adoptar como modelo inicial o modelo que inclui as variáveis para as quais a distribuição *a posteriori* dos respectivos coeficientes está afastada de zero, ou seja, cujos intervalos de credibilidade de 95% não incluam o valor zero. Seguidamente escolhe-se o

modelo que produza o menor valor de DIC. No entanto, segundo Carlin e Louis (2009), DIC não tem como finalidade identificar o modelo “correcto”, mas sim fornecer um método para comparação de um conjunto de modelos alternativos (os quais podem estar todos incorrectos). Os mesmos autores afirmam que os valores de DIC não têm significados intrínsecos, somente as diferenças nos valores de DIC entre modelos são indicativas, sendo os valores das diferenças considerados relevantes quando pertencendo ao intervalo de 3 a 5.

## 2.9 Sobredispersão

Tal como se mencionou no final da secção 2.1, pode, por vezes, ocorrer sobredispersão nos dados devido, por exemplo, a aglomerações de contagens numerosas em certos locais  $i$  de certas categorias  $j$ .

Segundo Congdon (2005) a sobredispersão pode ser expressa em termos de uma matriz de covariância de um modelo cujas predições de  $f_{ij}$  são obtidas por:

$$\mu_{ij} = \pi_{ij} N_i$$

Definindo  $\Pi_i = \text{diag}(\pi_{ij})$  como uma matriz diagonal  $J \times J$ , a matriz de covariância para  $f_i = (f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{ij})$  é dada por:

$$E[(f_i - \mu_i)(f_i - \mu_i)'] = \phi \mu_i (\Pi_i - \pi_i \pi_i') \quad (2.19)$$

Onde  $\phi = 1$  para dados multinomiais e  $\phi > 1$  para sobredispersão. De acordo com McCullagh e Nelder (1989), o factor  $\phi$  é estimado pela estatística do Qui-quadrado de Pearson entre  $f_{ij}$  e  $\mu_{ij}$  e dividido pelos graus de liberdade.

Para verificar se as predições obtidas por um determinado modelo são coerentes com os dados observados, Congdon (2005 e 2006) calcula  $p$ -values preditivos *a posteriori*,  $p_B$ , também denominados Bayesian  $p$ -values, definidos pela probabilidade dos dados replicados serem mais extremos que os dados observados, empregando a estatística do Qui-quadrado de Pearson:

$$p_B = P(\chi_{novo}^2 > \chi_{obs}^2) \quad (2.20)$$

A qual na prática é calculada por simulação.

Neste capítulo descrevem-se os dados que foram posteriormente analisados no presente documento. Todos os dados foram registados em intersecções da Rede Rodoviária Nacional e são respeitantes à gravidade dos acidentes em função dos ferimentos das vítimas.

### 3.1 Dados referentes à gravidade dos acidentes

Os dados analisados neste estudo foram obtidos num total de 1002 intersecções localizadas na RRN de estradas portuguesas nos anos compreendidos entre 2003 e 2007, inclusive. Os dados consistem no registo dos acidentes corporais que ocorreram numa extensão de 50 metros em cada um dos ramos da intersecção, considerando de forma agregada ambos os sentidos, como se mostra na Figura 1.

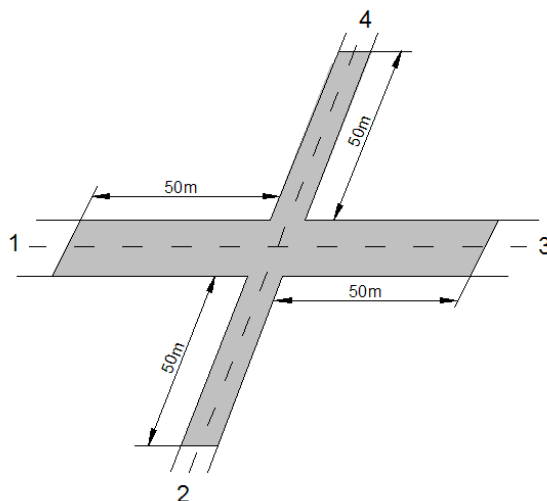


Figura 1| Esquema elucidativo de uma intersecção com quatro ramos, correspondendo os ramos 1 e 3 aos ramos principais e 2 e 4 aos ramos secundários. Os acidentes com vítimas atribuídos à intersecção ocorreram até 50 metros do início de cada ramo.

Estes dados referem-se a várias características das intersecções, tais como tráfego, tipo de intersecção, número de ramos, assim como o número de acidentes envolvendo mortos, feridos graves e feridos ligeiros.

Do total das 1002 intersecções foi seleccionado um subconjunto de 81 intersecções nas quais foi registado um mínimo de cinco acidentes envolvendo vítimas, o que significa que, em média, durante um período de um ano, ocorreu pelo menos um acidente envolvendo uma vítima nas intersecções retidas. Esta selecção, tal como a efectuada por Bolduc e Bonin (1998), foi baseada na premissa de que não é economicamente viável estudar ou analisar locais, com o objectivo de melhorar uma situação socialmente não aceitável, onde ocorreu um número muito pequeno de acidentes.

Reconhece-se, no entanto, que a escolha efectuada é susceptível de originar algum desvio das características do subconjunto seleccionado relativamente ao universo de intersecções da RRN.

Para cada intersecção retida foram consideradas as seguintes informações:

***Distrito\_nome:*** o nome do distrito no qual a intersecção se encontra localizada;

***ltn\_prn:*** identificação da estrada nacional correspondente ao ramo principal da intersecção;

***Trecho\_inec:*** número de referência inserido pelo LNEC;

***Designação\_intersecção:*** identificação das estradas que formam a intersecção;

***Acc\_mortos:*** número de acidentes envolvendo só vítimas mortais;

***Acc\_feridos\_graves:*** número de acidentes envolvendo só feridos graves;

***Acc\_feridos\_ligeiros:*** número de acidentes envolvendo só feridos ligeiros;

***Acc\_mistos:*** número de acidentes envolvendo pelo menos dois tipos de vítimas;

***Total:*** número total de acidentes envolvendo vítimas;

A Tabela no Anexo I contém as 81 intersecções analisadas e correspondentes números de acidentes envolvendo vítimas para cada um dos quatro tipos de gravidade considerados, isto é, *Acc\_mortos*, *Acc\_feridos\_graves*, *Acc\_feridos\_ligeiros* e *Acc\_mistos*.

Na Figura 2 podem observar-se os gráficos do número de acidentes ocorridos em cada uma das 81 intersecções, por tipo de gravidade. Constata-se que existem oito intersecções onde se registaram acidentes com vítimas mortais (ainda que somente um acidente deste tipo por intersecção). Os acidentes com feridos ligeiros são os que se registam com maior frequência, e tanto os acidentes com feridos graves ou vários tipos de vítimas (mistos) ocorreram no máximo duas vezes por intersecção.

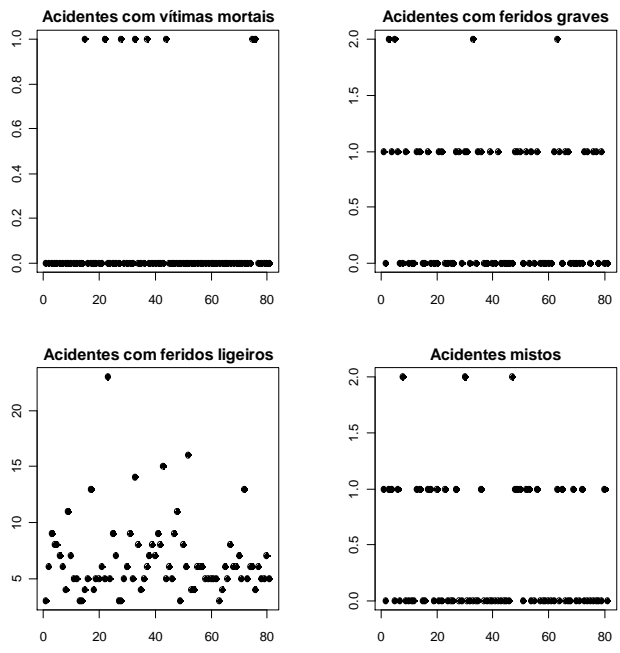


Figura 2| Gráficos dos números de acidentes dos quatro tipos de gravidade ocorridos durante 2003 a 2007 em 81 intersecções da rede de estradas portuguesas.

Os gráficos de barras referentes a cada tipo de acidentes podem ser observados na Figura 3.

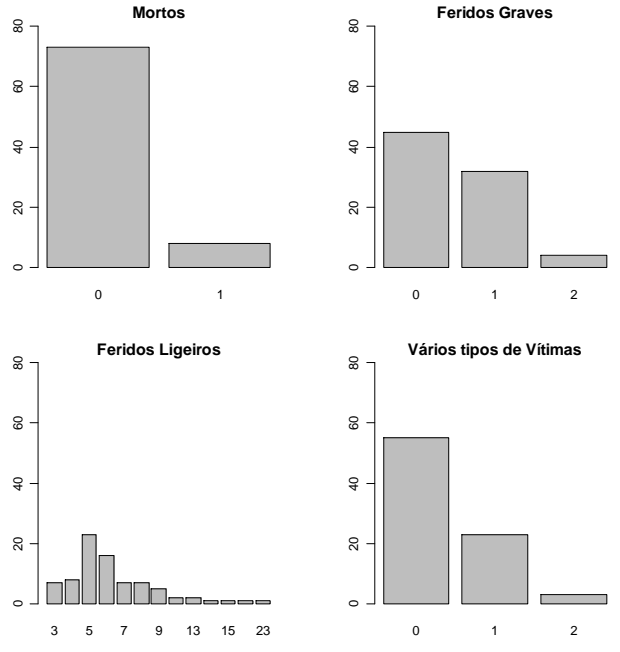


Figura 3| Gráficos de barras dos números dos quatro tipos de acidentes com vítimas ocorridos entre 2003 e 2007 em 81 intersecções da rede de estradas portuguesas onde se registou pelo menos um acidente com vítimas por ano.

A maioria das intersecções registou zero acidentes envolvendo vítimas mortais, assim também como feridos graves e várias vítimas. No entanto, em todas as intersecções analisadas ocorreram acidentes

que resultaram em vítimas com ferimentos ligeiros, existindo inclusive uma intersecção na qual, no período de cinco anos considerado registou 23 acidentes com feridos ligeiros. Na tabela inserida no Anexo I pode constatar-se que foi a intersecção da ER2 com a ER110 situada no distrito de Coimbra.



## 4 | MODELAÇÃO CONJUNTA DOS DADOS RELATIVOS À GRAVIDADE DOS ACIDENTES

Neste capítulo descreve-se em detalhe o ajuste dos modelos, descritos no capítulo 2 do presente documento, aos dados referentes à gravidade dos acidentes ocorridos nas intersecções (cuja descrição se encontra na secção 3.1 do capítulo 3) e consequentes resultados.

### 4.1 Especificações da modelação

Em todos os modelos ajustados foi empregue o *software* WinBUGS com um algoritmo de MCMC composto por três cadeias de Markov que utilizaram 2500 iterações de *burn-in* e uma amostra de 5000 iterações que foram reduzidas (*thinned*) de modo a reter as iterações múltiplas de cinco (*thin rate* = 5), resultando numa amostra final de dimensão igual a 1500.

São apresentados três métodos gráficos para avaliação da convergência das cadeias de Markov em apenas um número reduzido de parâmetros. Os exemplos apresentados foram escolhidos de maneira a serem representativos de todos os parâmetros envolvidos no modelo.

### 4.2 Ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico

O modelo ajustado corresponde ao modelo Multinomial Dirichlet cujos parâmetros da distribuição de Dirichlet são fixos e iguais a 1 (ver equações 2.4 no capítulo 2, secção 2.1) e onde não se procedeu a uma combinação (*pooling*) das proporções globais em cada tipo considerado, nem se teve em conta a sobredispersão dos dados.

Os gráficos dos valores das estatísticas de Gelman-Rubin (ver equações 2.12, 2.14 e 2.15) para  $\pi_{ij}$  ( $i=29, j=1,2,3,4$ ) estão representados na Figura 4. Como se pode observar os valores de *Rhat* (a encarnado nos gráficos) aproximam-se, em todos os quatro tipos de acidentes, para o valor 1 e que, ambas as variâncias  $W$  (azul) e  $\hat{V}$  (verde) estabilizam para o mesmo valor. Factos estes que indicam uma convergência da simulação iterativa.

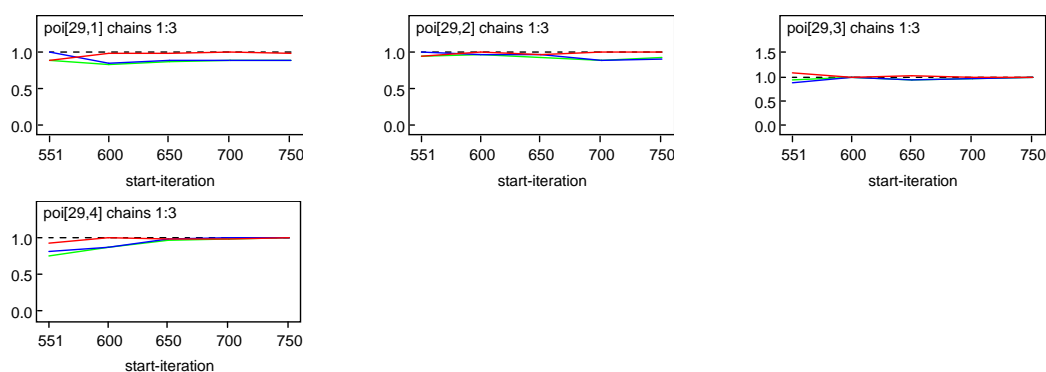


Figura 4| Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas da intersecção indexada por 29 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.

Os gráficos das auto-correlações das estimativas de  $\pi_{ij}$  para  $i=68$  e  $j=1,2,3,4$  reproduzidas na Figura 5 indicam uma rápida convergência das estimativas.

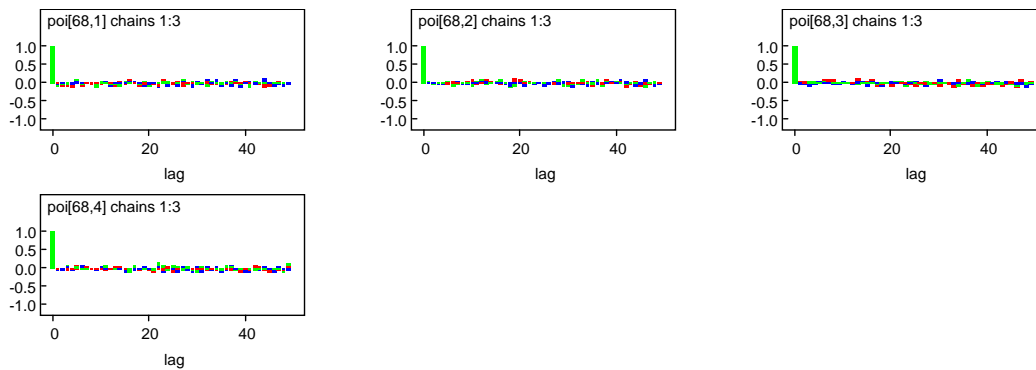


Figura 5] Gráficos das autocorrelações correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativas à intersecção indexada por 68 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.

A observação dos *trace plots* na Figura 6 para  $\pi_{ij}$ , onde  $i=6$  e  $j=1,2,3,4$  (relativa aos quatro tipos de acidentes) mostra que, para cada uma das três cadeias de Markov (representadas a azul, encarnado e verde), os valores das estimativas daqueles parâmetros encontram-se próximos, sem se verificarem periodicidades ou tendências, não havendo, por isso, razões para suspeitar da não convergência do algoritmo.

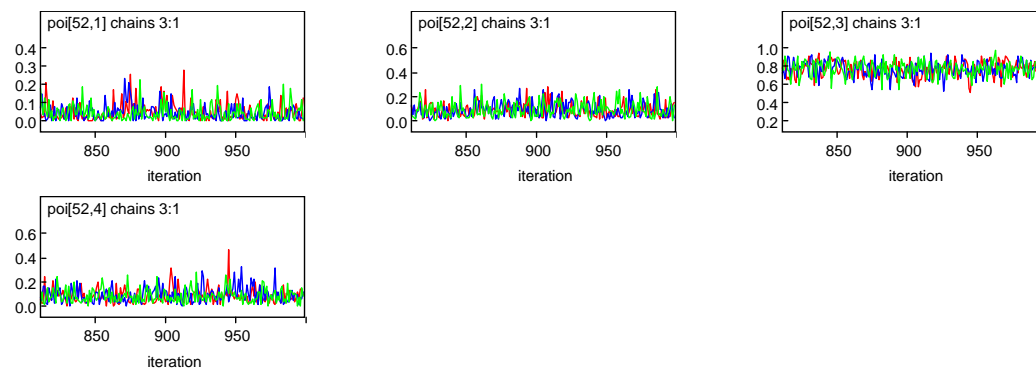


Figura 6] *Trace plots* (iterações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 52 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.

#### 4.2.1 Validação do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico

Segundo Gelman *et al.* (2004), um modelo bem ajustado produz dados replicados semelhantes aos dados observados. As Figuras 7, 8, 9 e 10 são compostas por vinte gráficos cada, estando nos respectivos cantos superiores esquerdos, a cinzento, os gráficos dos números de acidentes observados correspondente a cada tipo. Os restantes dezanove gráficos foram obtidos de dados

replicados da distribuição *a posteriori* preditiva, com a mesma dimensão dos dados observados, isto é, 81.

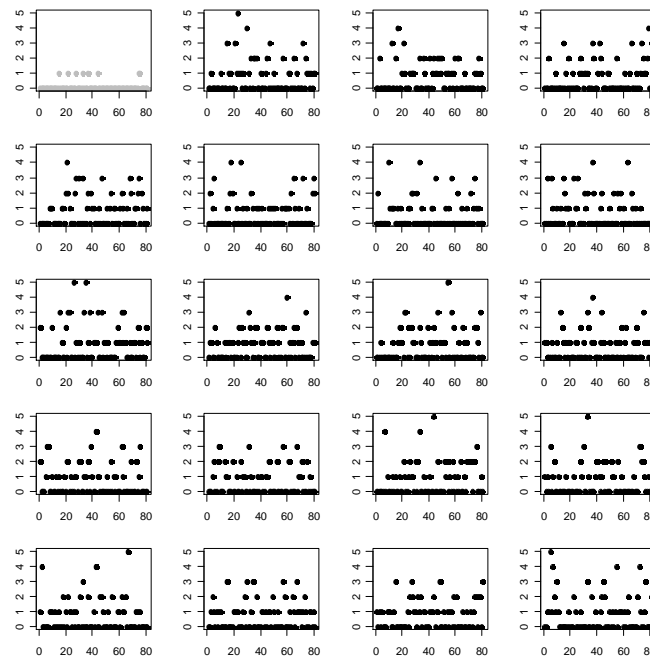


Figura 7] Gráfico de *Acc\_mortos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.

A comparação dos dezanove gráficos com o gráfico dos dados observados mostra que os vários gráficos das réplicas diferem substancialmente dos gráficos dos dados observados em relação a todos os tipos de acidentes considerados, isto é, considerando as Figuras 7 a 10, com a possível exceção das réplicas obtidas para os números de acidentes envolvendo feridos ligeiros (Figura 9), onde se nota, em geral, uma maior semelhança entre os dados observados e os replicados.

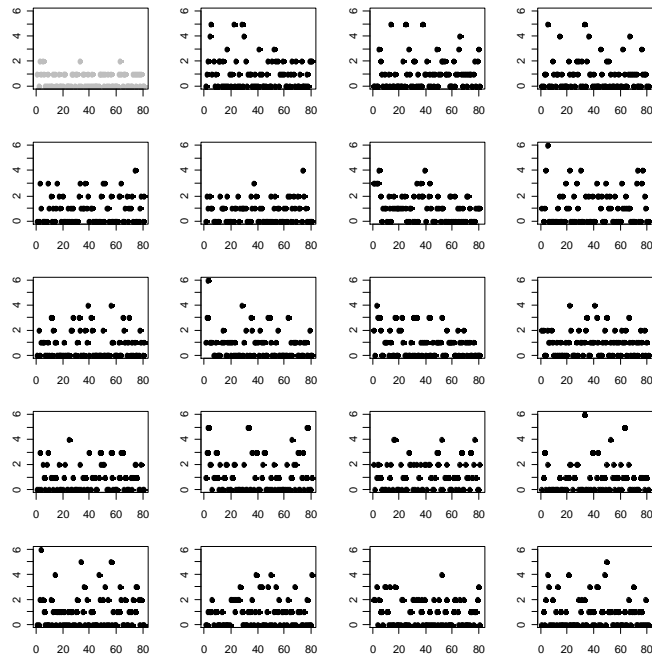


Figura 8] Gráfico de *Acc\_feridos\_graves* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente feridos graves obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.

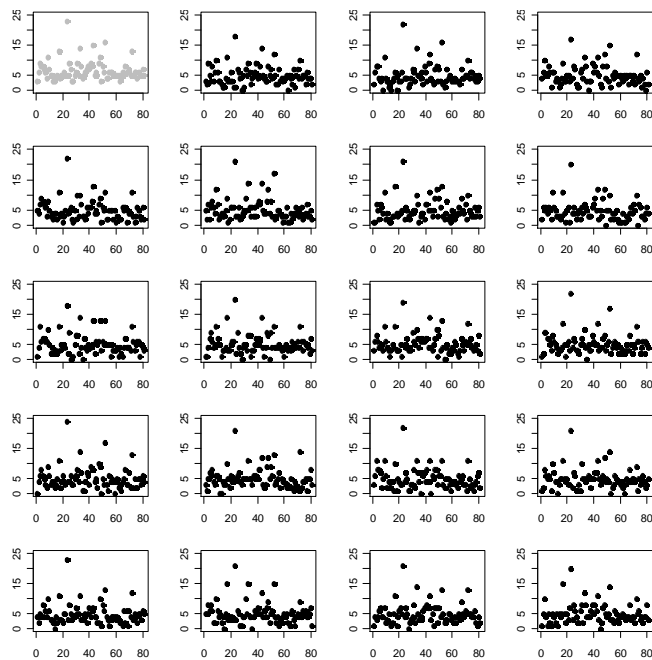


Figura 9] Gráfico de *Acc\_feridos\_ligeiros* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente feridos ligeiros obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.

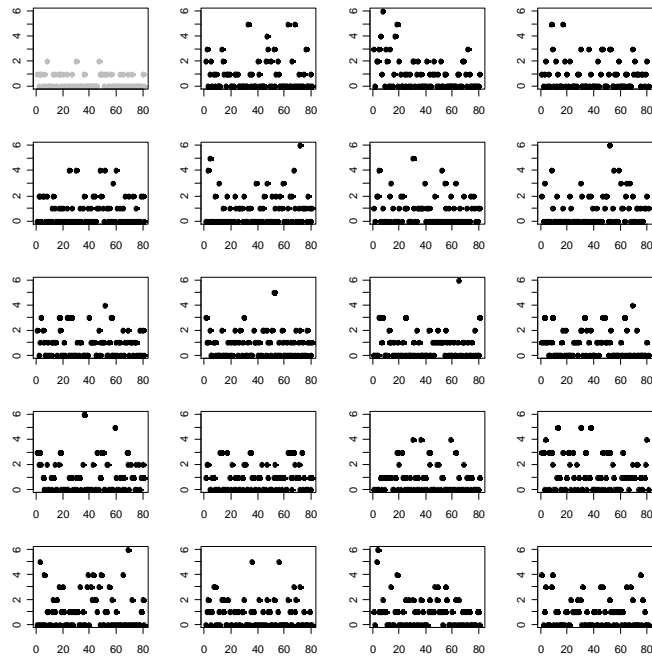


Figura 10| Gráfico de *Acc\_mistos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo vários tipos de vítimas obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.

Existem assim suspeitas de que o modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico não seja apropriado para modelar este conjunto de dados.

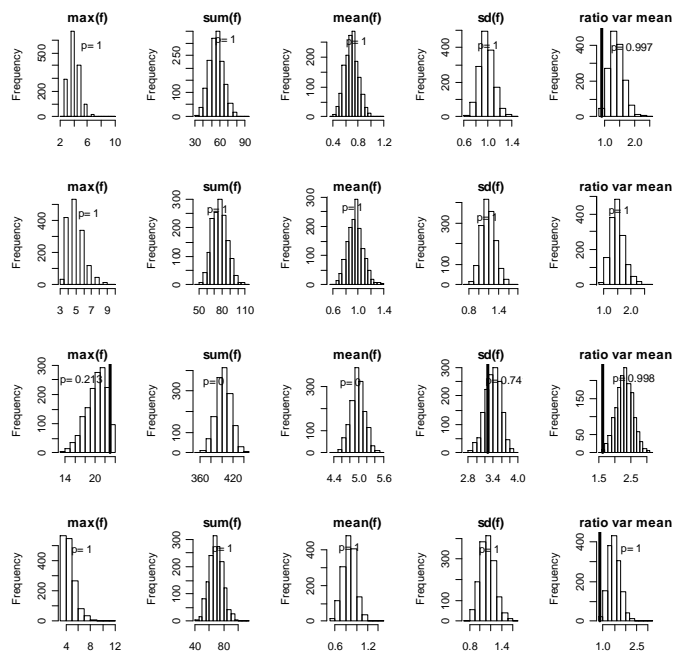


Figura 11| Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as respectivas quantidades obtidas pelos dados observados. O  $p$  é a probabilidade da medida considerada obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados.

Para verificar a ocorrência de possíveis discrepâncias entre os dados observados e os dados replicados pelo modelo escolheram-se as medidas referentes ao valor máximo, soma, média, desvio padrão e razão entre a variância e a média. A Figura 11 mostra os histogramas das cinco medidas obtidas de cada um de 1500 conjuntos de dados replicados (cada conjunto com dimensão 81, igual à dimensão dos dados observados). As rectas verticais representam a medida obtida no conjunto dos dados observados, referentes a cada um dos tipos de acidente.

Pela observação da Figura 11 depreende-se que os dados replicados pelo modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico não capturam de forma eficaz a variação correspondente às medidas calculadas. Em nenhuma das medidas as probabilidades  $p$  se encontram entre os limites de 0.10 e 0.90 indicados por Congdon (2005).

O ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico produz uma desviância nos valores médios dos parâmetros estimados igual a 393.15 (ver equação 2.16) com um número igual a 58 parâmetros efectivos (DIC=509). Os dados estimados (replicados) por este modelo (ver secção 2.9 e equação 2.20) são bastante dispersos com  $P(\chi^2_{novo} > \chi^2_{obs})=0.955$  (com desvio padrão de 0.208), onde  $\chi^2$  denomina a estatística de Pearson (ver Congdon, 2005 e 2010).

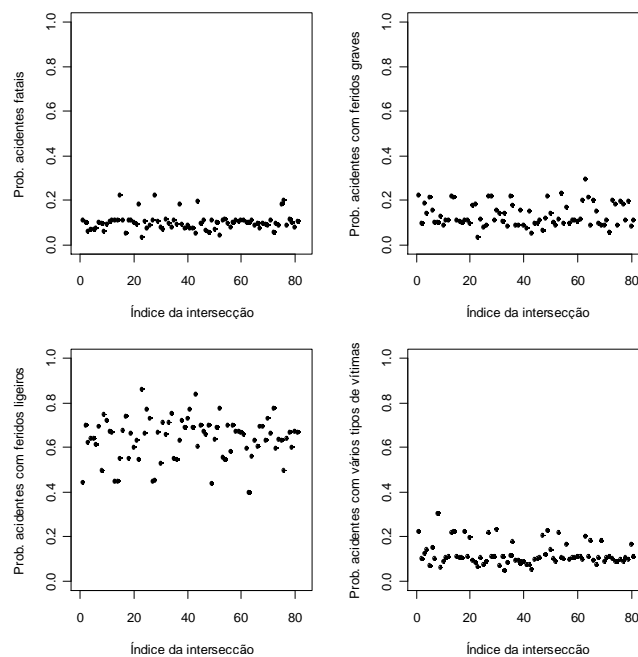


Figura 12| Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas *a posteriori* pelo modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada.

A Figura 12 mostra os gráficos das médias das probabilidades obtidas *a posteriori* para cada intersecção e para cada tipo de gravidade de acidentes com vítimas. A Figura 13 exhibe as *boxplots* das distribuições das probabilidades *a posteriori* obtidas pelo modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico para cada tipo de gravidade de acidentes com vítimas.

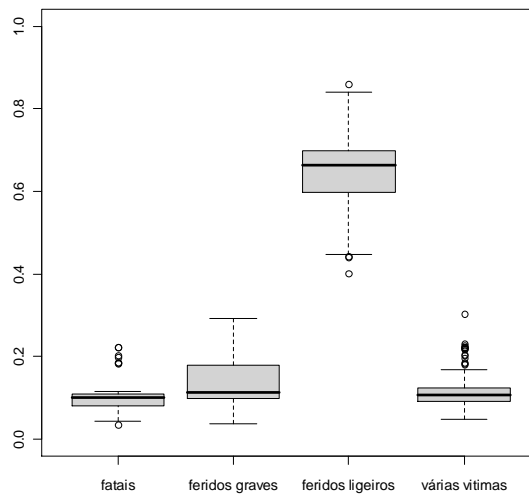


Figura 13| *Boxplots* das distribuições das probabilidades *a posteriori* dos quatro tipos de acidentes envolvendo vítimas obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico.

Pode observar-se que o tipo de acidentes em que resultam somente feridos ligeiros possui probabilidades *a posteriori* bastante mais elevadas do que os outros tipos de acidentes.

No Anexo II podem observar-se as probabilidades *a posteriori* e correspondentes desvios padrões, por nível de gravidade, obtidas por este modelo, para cada intersecção analisada.

### 4.3 Ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet

Procedendo-se à modelação da heterogeneidade nos valores de  $\pi_{ij}$  ao inserir incerteza nos parâmetros de segundo nível, isto é, em  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_J)$ , tal como foi descrito na secção 2.2 (ver equações 2.5) e assumindo os valores  $a_j=1$  e  $b_j=0.001$  propostos por Congdon (2005) obtiveram-se os resultados nas estatísticas de Gelman-Rubin das quais o exemplo dado pela estimativa do parâmetro  $\pi_{45}$  (ver Figura 14) é representativo de todo o conjunto das 81 estimativas respeitantes aos restantes parâmetros. A observação dos gráficos da Figura 14 permite concluir que não há razões para duvidar da não convergência das cadeias de Markov.

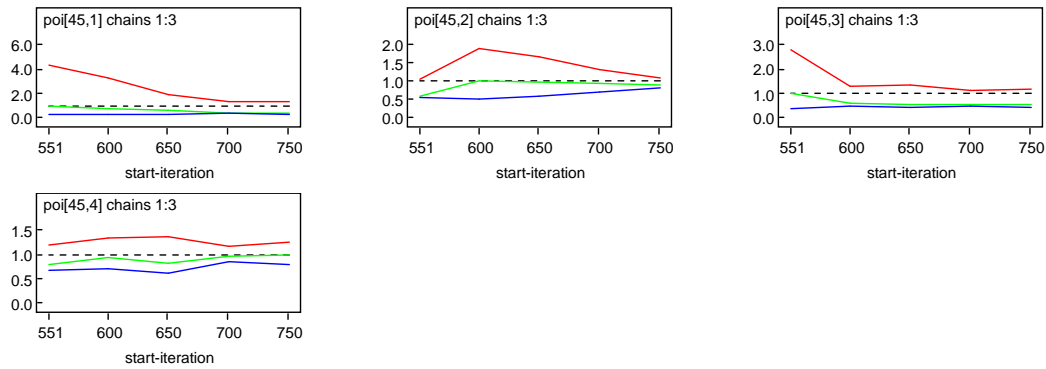


Figura 14| Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades *a posteriori* para  $\pi_{45j}$ ,  $j=1, \dots, 4$ , obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

As autocorrelações representadas na Figura 15 mostram uma convergência lenta dos parâmetros considerados.

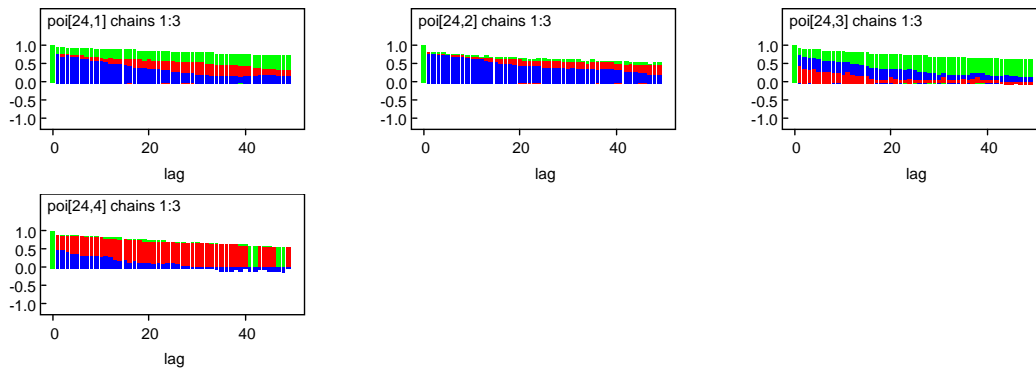


Figura 15| Gráficos das autocorrelações correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 24 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

Os gráficos da Figura 16 mostram também não haver razões para duvidar da convergência das estimativas das proporções dos quatro tipos de acidentes.

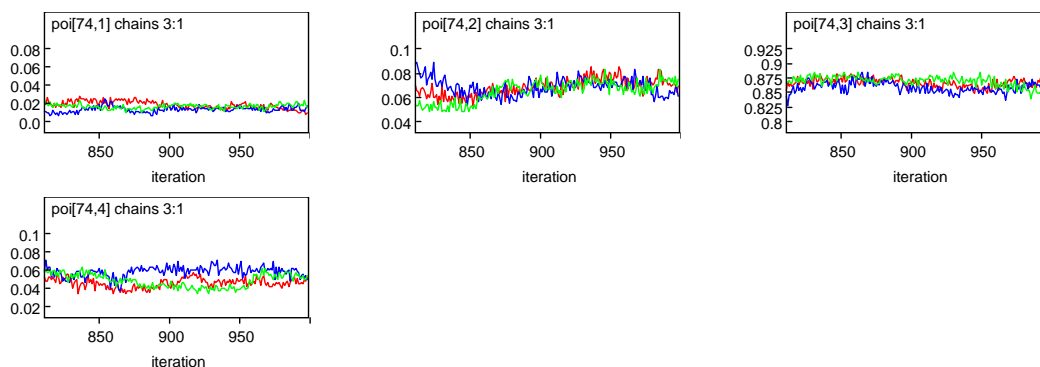


Figura 16| Trace plots (iterrações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativas à intersecção indexada por 74 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet.



### 4.3.1 Validação do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet

A observação da Figura 17 mostra que, em geral, os vários histogramas das réplicas do modelo em consideração são bastante semelhantes ao histograma dos dados observados para o número de acidentes envolvendo vítimas fatais (histograma no canto superior esquerdo) e consideravelmente mais ajustados do que as réplicas obtidas pelo modelo não hierárquico (comparar com a Figura 7). O mesmo se pode afirmar relativamente aos outros tipos de acidentes, como se pode constatar pela observação das Figuras 18, 19 e 20, onde se notam semelhanças entre os dados replicados e os dados observados.

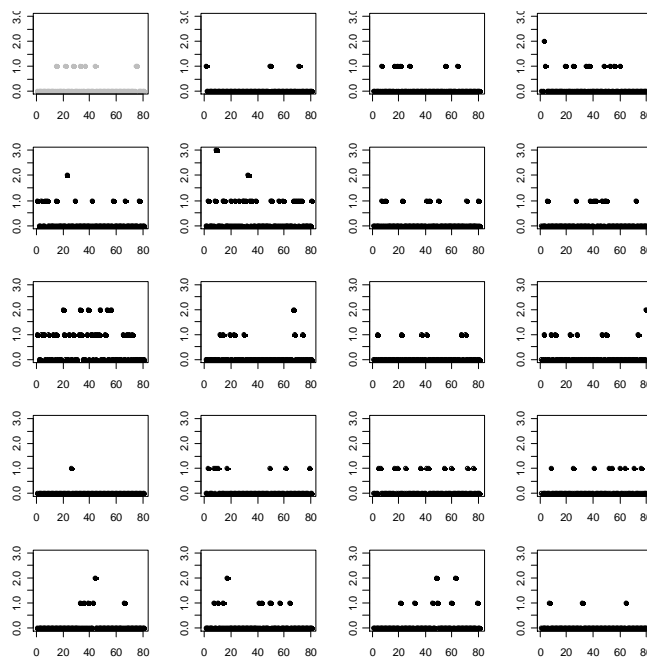


Figura 17| Gráfico de *Acc\_mortos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

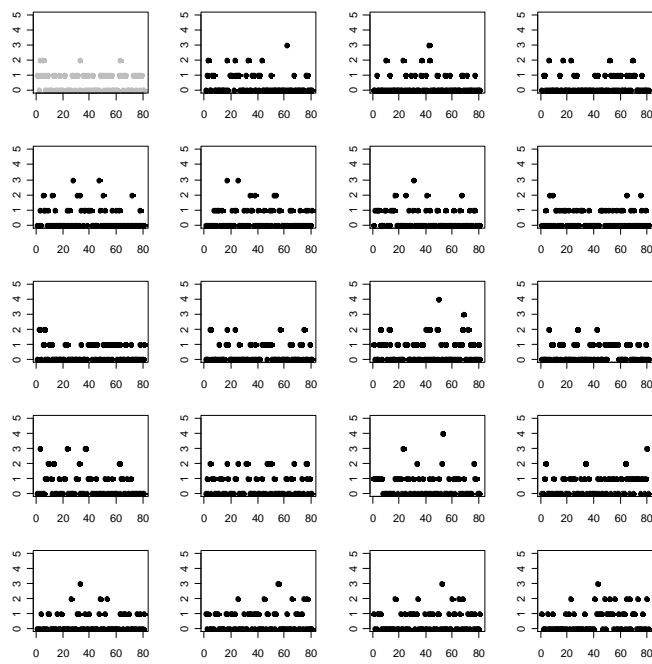


Figura 18| Gráfico de *Acc\_feridos\_graves* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente feridos graves obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

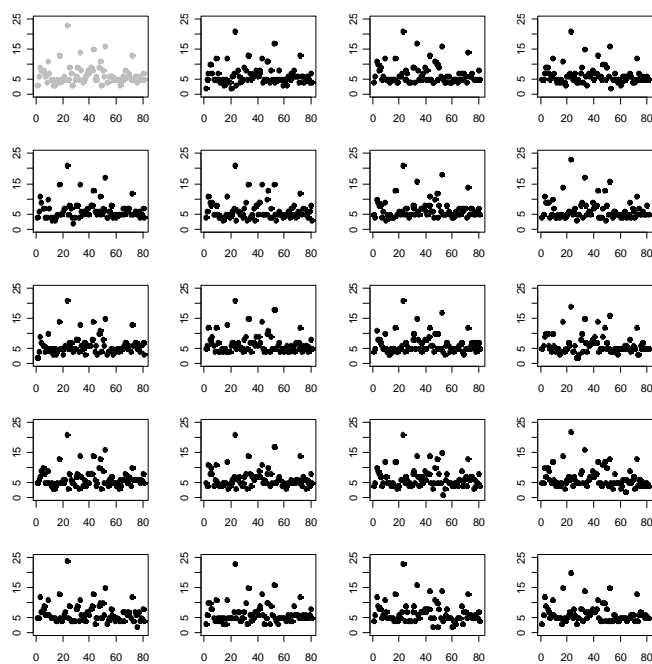


Figura 19| Gráfico de *Acc\_feridos\_ligeiros* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente feridos graves obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

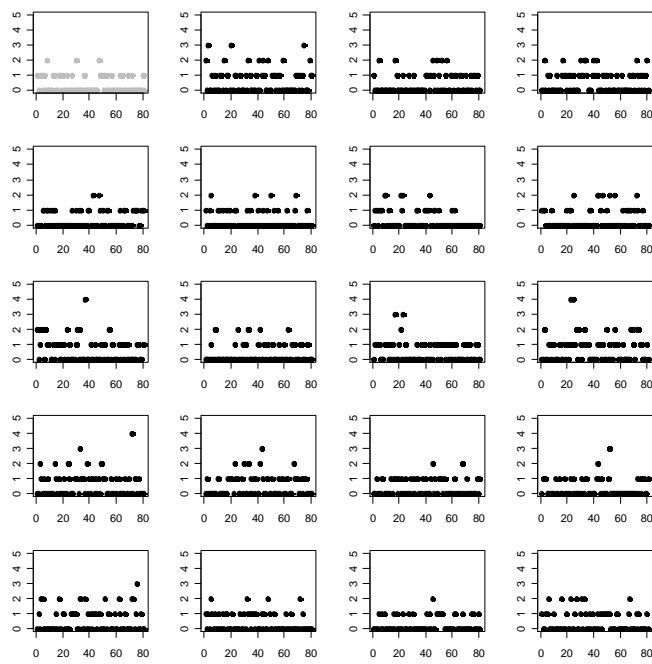


Figura 20| Gráfico de *Acc\_mistos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente feridos graves obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

Os histogramas representados na Figura 21 mostram a maior observação, soma, valor médio, desvio padrão e razão entre o valor médio e o desvio padrão das observações em cada de 1500 replicações hipotéticas; nem todas as medidas consideradas são representativas das respectivas medidas obtidas pelos dados observados (linhas verticais nos histogramas). No entanto, para este modelo, estão mais próximas dos dados observados do que as medidas obtidas para o modelo não hierárquico (comparar com a Figura 11).

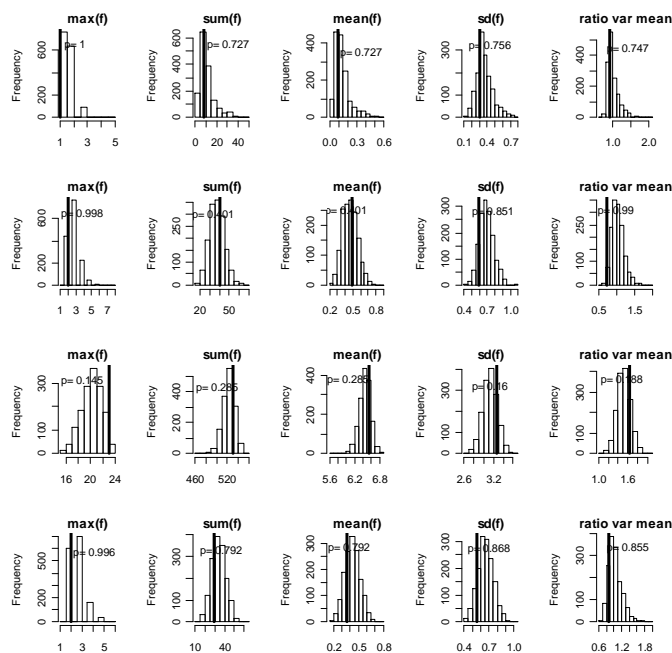


Figura 21| Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O  $p$  é a probabilidade da medida considerada obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados.

O ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet produziu uma desviância de 309.82, onde  $\bar{\alpha}=(90.04, 270.2, 3773.0, 248.3)$  com desvio padrão correspondente igual a 64.01, 57.99, 7999.4 e 67.07. A dimensão efectiva dos parâmetros é bastante menor do que a obtida para o modelo anterior com  $d_e=2.90$ . O DIC obtido tem um valor de 315.63. Os dados estimados por este modelo, embora mais satisfatórios do que os estimados pelo modelo anterior, pois  $P(\chi_{novo}^2 > \chi_{obs}^2)=0.81$  (desvio padrão igual a 0.392), evidenciam que este modelo gera mais sobredispersão do que evidenciado pelos dados. Os valores médios da população em geral para os quatro tipos de acidentes obtidos *a posteriori* são iguais a 0.019, 0.062, 0.862 e 0.057 com desvios padrões de 0.010, 0.009, 0.012 e 0.008, para acidentes com mortos, acidentes envolvendo feridos graves, acidentes envolvendo feridos ligeiros e acidentes mistos, respectivamente. As probabilidades *a posteriori* para cada intersecção são exibidas no quadro do Anexo III.

Foram calculadas as probabilidades *a posteriori* ( $H_{ij}$  na equação 2.6) de se obterem valores mais elevados ou mais baixos, das taxas médias de cada tipo de acidente e para cada intersecção, que se encontram exibidas no Anexo IV, juntamente com os respectivos desvios padrões.

Pela observação do Anexo IV pode constatar-se a não identificação de intersecções onde se verifiquem valores para as probabilidades *a posteriori*  $\pi_{ij}$  bastante mais elevados ou consideravelmente menores do que os valores médios das taxas correspondentes a cada tipo de acidente.

A Figura 22 mostra os gráficos das médias das probabilidades obtidas *a posteriori* para cada intersecção, de acordo com o tipo de acidentes. Nota-se que o presente modelo produziu também uma combinação das probabilidades (*pooling*) em torno das diferentes intersecções e para cada tipo considerado.

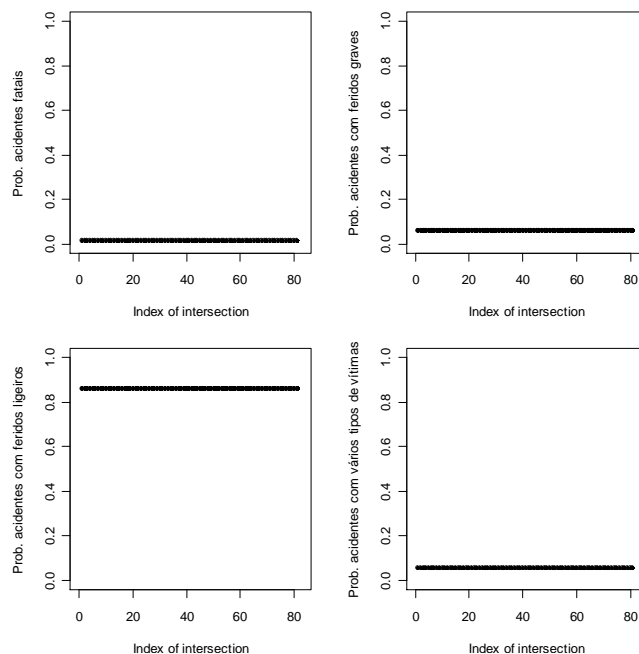


Figura 22| Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas *a posteriori* pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada.

#### 4.4 Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998)

Nandram (1998) propôs uma maneira de ter em conta a heterogeneidade entre as proporções dos diferentes tipos de acidentes (ver equações 2.8 na secção 2.3) ao desenvolver uma análise Bayesiana completa (*full Bayesian analysis*) do modelo Multinomial Dirichlet assumindo que os parâmetros de segundo nível são desconhecidos.

O modelo sugerido por Nandram (1998) e ajustado aos dados das 81 intersecções parece ter convergido como mostram as seguintes figuras, respectivas a determinadas intersecções mas no entanto representativas dos resultados obtidos pela totalidade.

A Figura 23 contém os gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin para probabilidade *a posteriori* dos os quatro tipos de acidente respectivos à intersecção com índice 68. Como se pode constatar a estatística *Rhat* (a encarnado) tende para 1 e as restantes estatísticas (azul e verde) mantêm-se constantes.

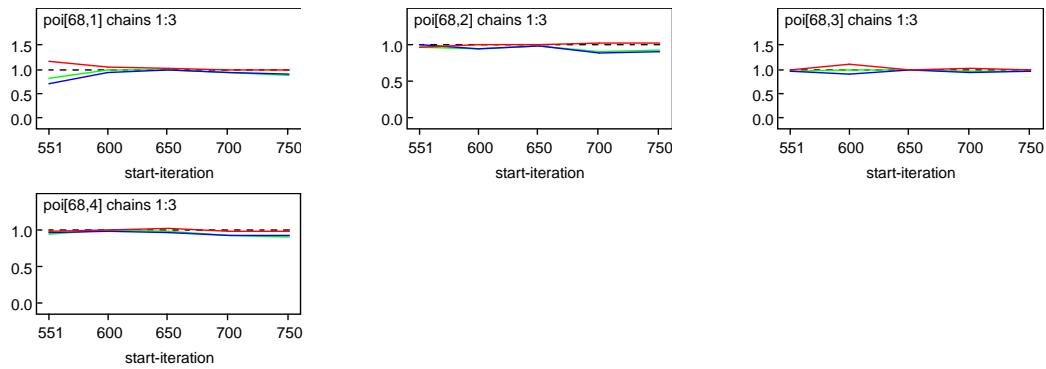


Figura 23| Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades *a posteriori* dos quatro tipos de acidentes com vítimas correspondentes à intersecção indexada por 68, obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998).

Os gráficos das autocorrelações obtidos pelas diversas intersecções têm, em geral, o aspecto dos gráficos correspondentes aos quatro tipos de acidentes relativos à intersecção indexada por 60, e que podem observar-se na Figura 24. Todos eles mostram uma rápida convergência da cadeia de Markov.

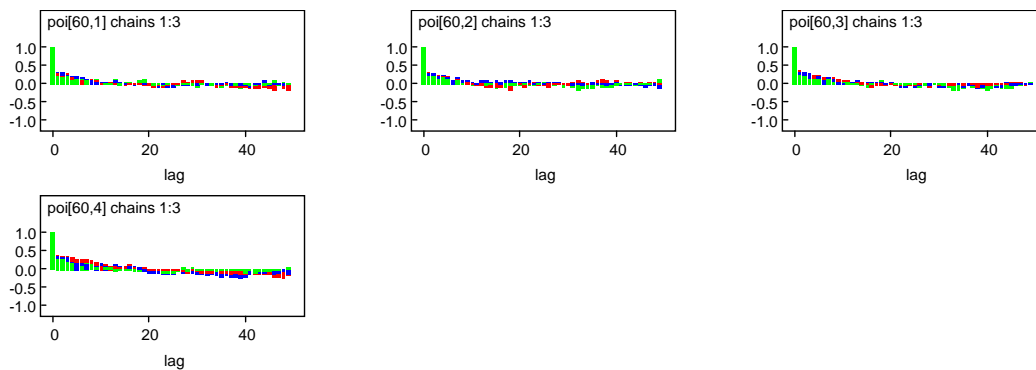


Figura 24| Gráficos das autocorrelações para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativa à intersecção indexada por 60, obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998).

Na Figura 25 estão representados os *trace plots* relativos à probabilidade *a posteriori* dos quatro tipos de acidente para a intersecção indexada por 54. Os valores das estimativas das probabilidades *a posteriori* para as três cadeias de Markov relativas aos quatro tipos de acidentes encontram-se próximas umas das outras, não havendo, por isso, razões para suspeitar da não convergência do algoritmo.

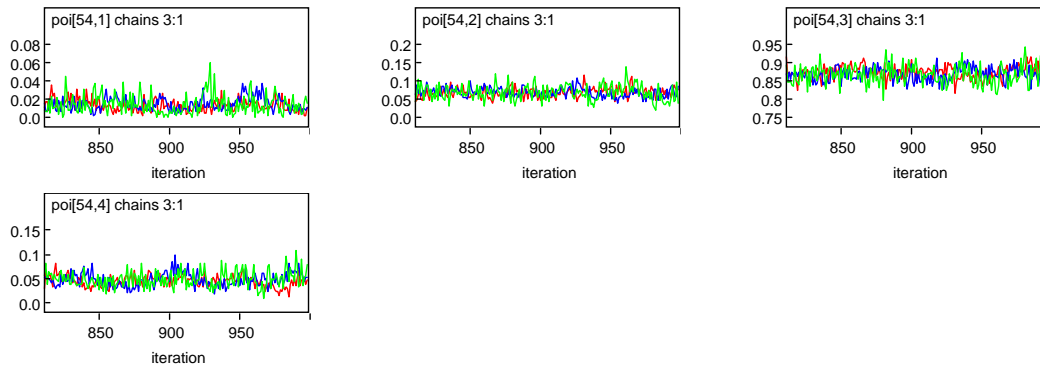


Figura 25| *Trace plots* (iterações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativa à intersecção indexada por 54, obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998).

#### 4.4.1 Validação do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998)

Os gráficos dos dados replicados pelo presente modelo correspondentes ao tipo de acidente que envolve somente vítimas mortais podem ser observados na Figura 26. Pode afirmar-se que, em geral, o modelo em questão reproduz dados semelhantes aos dados observados para o tipo de acidentes envolvendo unicamente vítimas mortais.

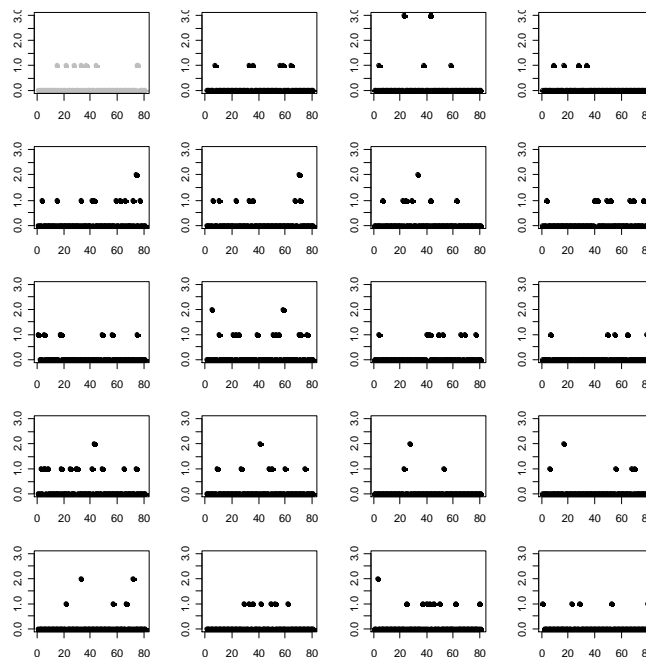


Figura 26| Gráfico de *Acc\_mortos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998).

Os dados replicados referentes ao tipo de acidente envolvendo somente feridos graves podem ser observados na Figura 27. Visto, em geral, os gráficos dos dados replicados serem semelhantes ao

gráfico dos dados observados (no canto superior esquerdo), pode afirmar-se que o modelo reproduz também este tipo de acidentes.

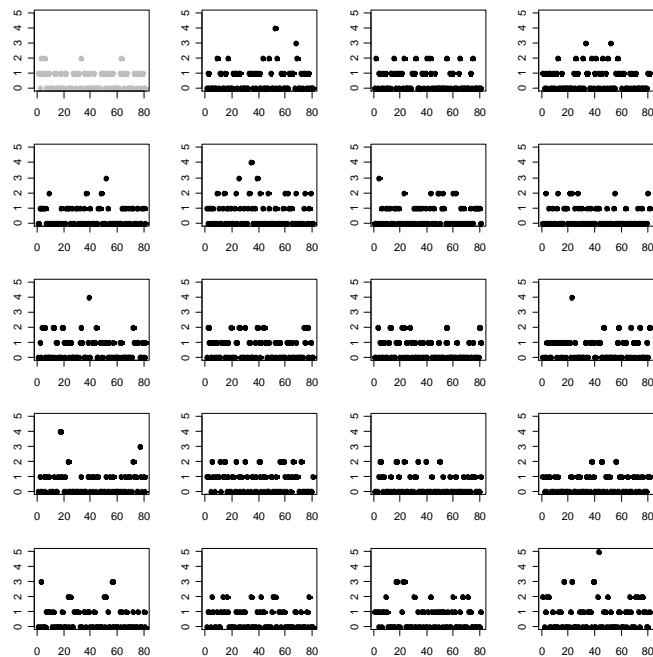


Figura 27] Gráfico de *Acc\_feridos\_graves* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998).

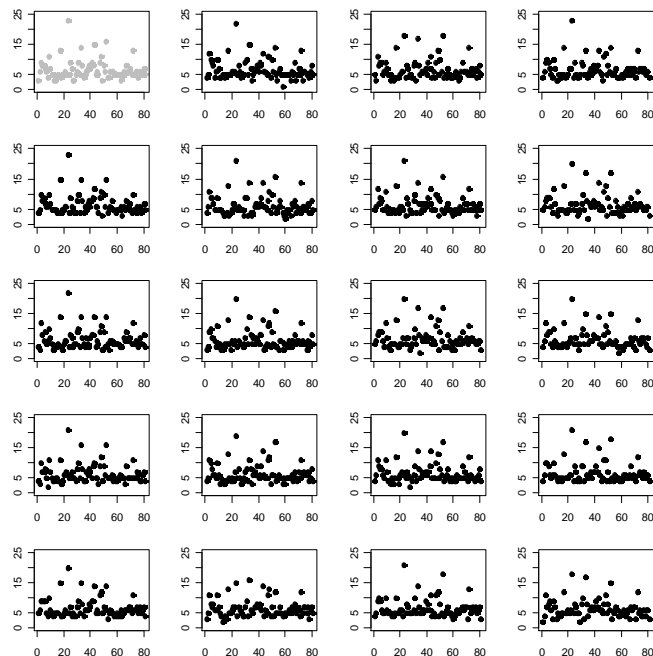


Figura 28] Gráfico de *Acc\_feridos\_ligeiros* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998).



A Figura 28 e a Figura 29 dizem respeito aos dados referentes a acidentes com feridos ligeiros e acidentes mistos, respectivamente. Pela observação das figuras conclui-se que o modelo proposto por Nandram (1998) reproduz os dados observados também para estes dois tipos de acidentes.

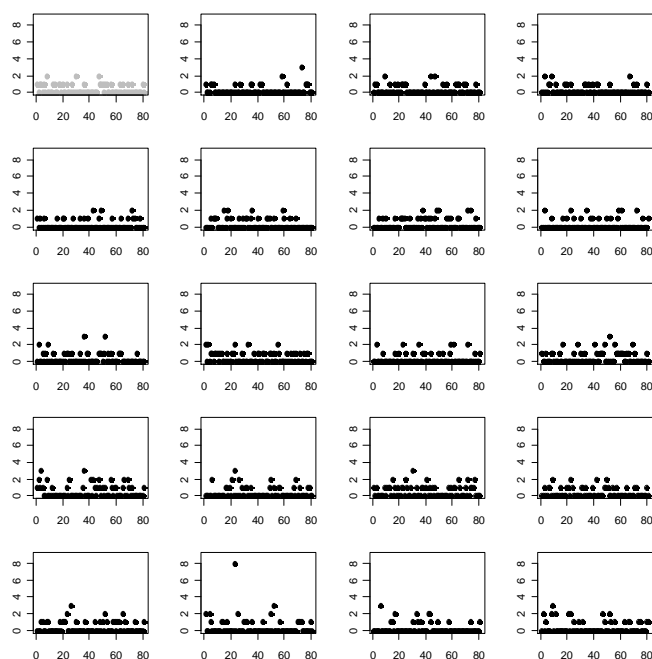


Figura 29] Gráfico de *Acc\_mistos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998).

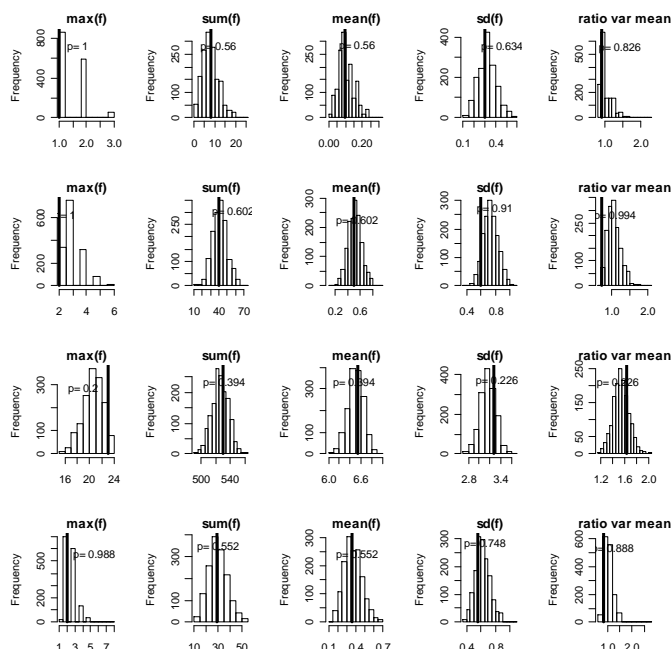


Figura 30] Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998), referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O  $p$  é a probabilidade da medida considerada obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados.

A Figura 30 contém os histogramas relativos às cinco medidas obtidas dos conjuntos dos dados replicados para cada um dos quatro tipos de acidentes. Embora a medida relativa ao valor máximo não seja capturada de forma eficaz pelo modelo considerado, a mesma conclusão não pode ser tirada relativamente às outras medidas, para as quais pelo menos um dos tipos de acidentes é satisfatoriamente reproduzido.

O ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposto por Nandram (1998) revelou mais coerência com a sobredispersão dos dados do que os anteriormente analisados, obtendo-se um valor de  $P(\chi_{novo}^2 > \chi_{obs}^2) = 0.767$  (com desvio padrão igual a 0.423). O valor de DIC igual a 313 com  $d_e = 6.58$  e desviância 300 denota um ajuste parsimonioso.

Os valores médios da população em geral para os quatro tipos de acidentes obtidos *a posteriori* são iguais a 0.015, 0.069, 0.867 e 0.050 com desvios padrões de 0.005, 0.010, 0.014 e 0.010, para acidentes com mortos, acidentes envolvendo feridos graves, acidentes envolvendo feridos ligeiros e acidentes mistos, respectivamente. As proporções *a posteriori* das frequências por tipo de acidentes para cada intersecção encontram-se no Anexo V.

Foram calculadas as probabilidades *a posteriori* ( $H_{ij}$  na equação 2.6) de se obterem valores mais elevados ou mais baixos, das frequências médias de cada tipo de acidente e para cada intersecção, que se encontram exibidas no Anexo VI, juntamente com os respectivos desvios padrões.

Pela observação dos valores representados no Anexo VI verifica-se a existência de uma taxa de acidentes envolvendo feridos ligeiros superior ao valor médio de acidentes do mesmo tipo na intersecção indexada por 23 ( $H_{23j} = 0.646$ ). A mesma intersecção tem uma taxa de acidentes envolvendo feridos graves inferior ao respectivo valor médio ( $H_{ij} = 0.343$ ).

A Figura 31 mostra os gráficos das médias das probabilidades obtidas *a posteriori* para cada intersecção, de acordo com o tipo de acidentes. O presente modelo produziu uma combinação das probabilidades (*pooling*) em torno das diferentes intersecções, para cada tipo de acidente considerado.

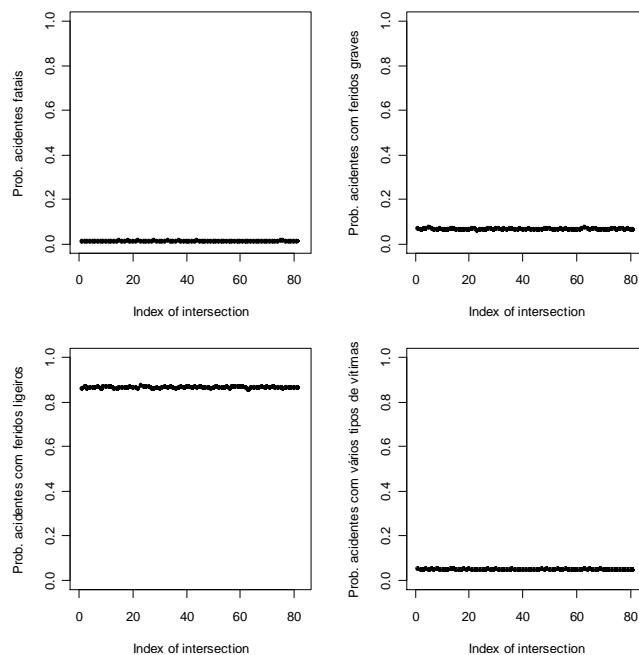


Figura 31| Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas *a posteriori* pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada.

#### 4.5 Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet segundo Congdon (2006)

Como se refere no capítulo 2, secção 2.3, Congdon (2006) ajustou o modelo Multinomial Dirichlet hierárquico proposto por Nandram (1998) empregando os valores de  $t_1$  e  $t_2$  na equação 2.8 iguais a 1.

Este modelo foi também ajustado aos presentes dados não havendo suspeitas de não convergência como pode ser observado nos gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin da Figura 32.

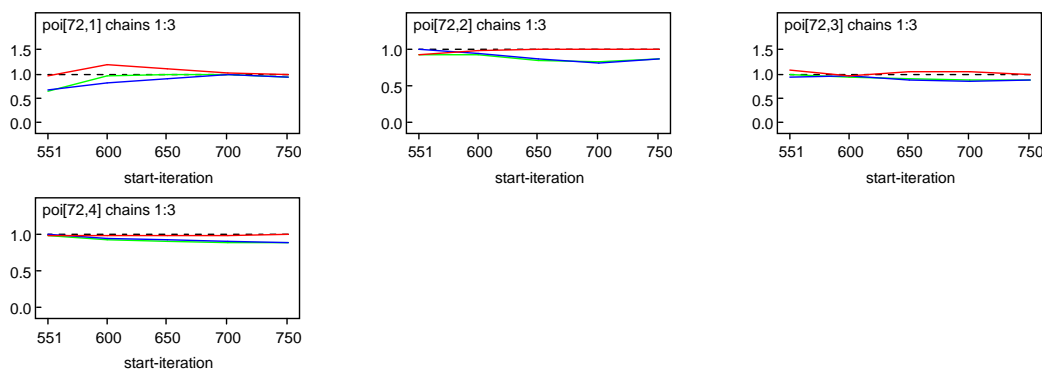


Figura 32| Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades *a posteriori* dos quatro tipos de acidentes com vítimas relativas à intersecção indexada por 72 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com  $t_1=t_2=1$ .

Os gráficos das autocorrelações na Figura 33 evidenciam uma rápida convergência.

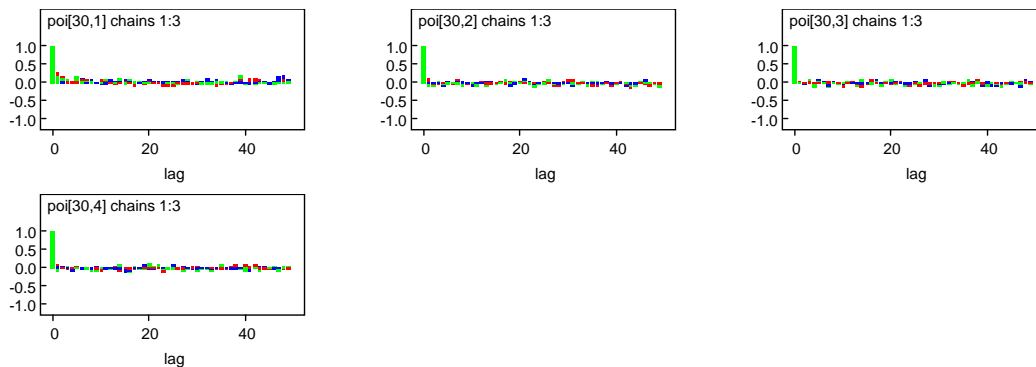


Figura 33| Gráficos das autocorrelações para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativas à intersecção indexada por 30 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com  $t_1=t_2=1$ .

As iterações de  $\pi_{ij}$  para  $i=10$  na Figura 34 mostram que as três cadeias de Markov se interligam, consequentemente evidenciando sinais de convergência.

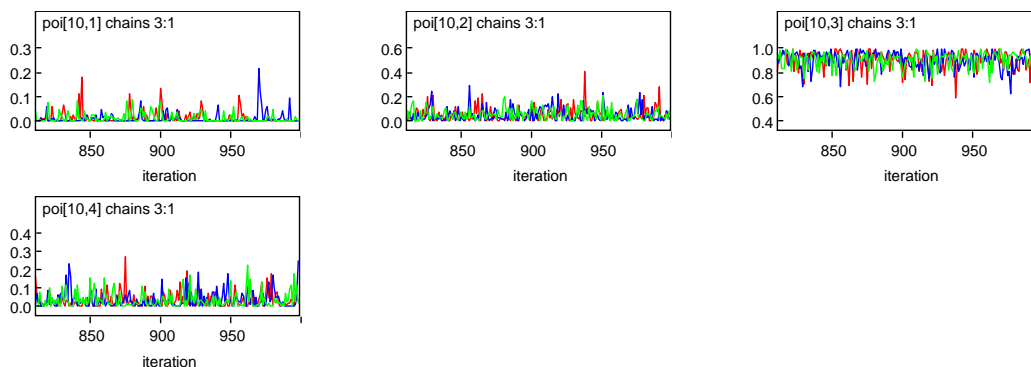


Figura 34| *Trace plots* (iterações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 10 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com  $t_1=t_2=1$ .

#### 4.5.1 Validação do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet com $t_1=t_2=1$

O presente modelo replica satisfatoriamente os dados observados como se pode constatar na Figura 35, referente aos acidentes envolvendo vítimas mortais.

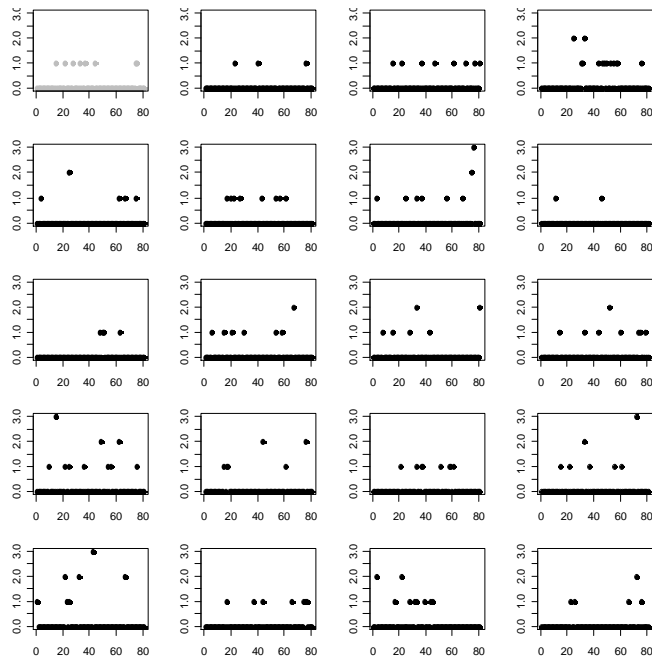


Figura 35] Gráfico de *Acc\_mortos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com  $t_1=t_2=1$ .

O mesmo acontece para os acidentes envolvendo feridos graves, cujos dados observados e replicados podem ser examinados na Figura 36.

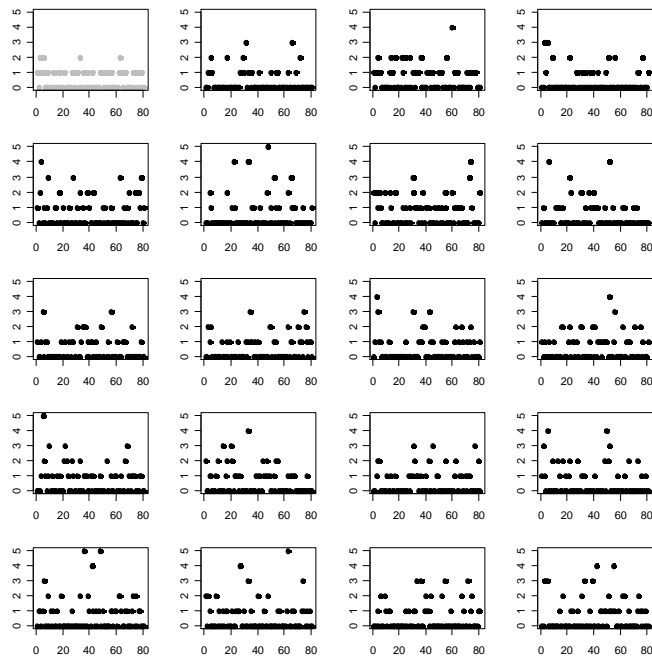


Figura 36] Gráfico de *Acc\_feridos\_graves* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com  $t_1=t_2=1$ .

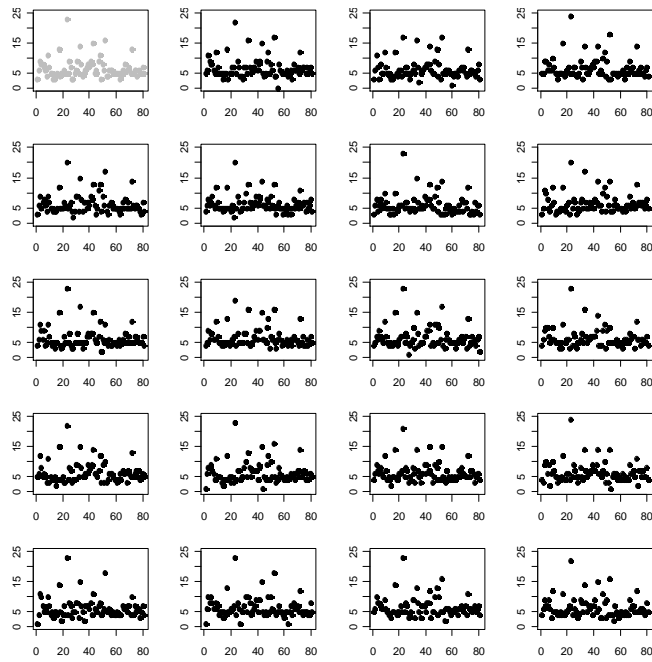


Figura 37| Gráfico de *Acc\_feridos\_ligeiros* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com  $t_1=t_2=1$ .

Os dados relativos aos acidentes com feridos ligeiros e acidentes com vários tipos de vítimas podem ser observados na Figura 37 e Figura 38, respectivamente.

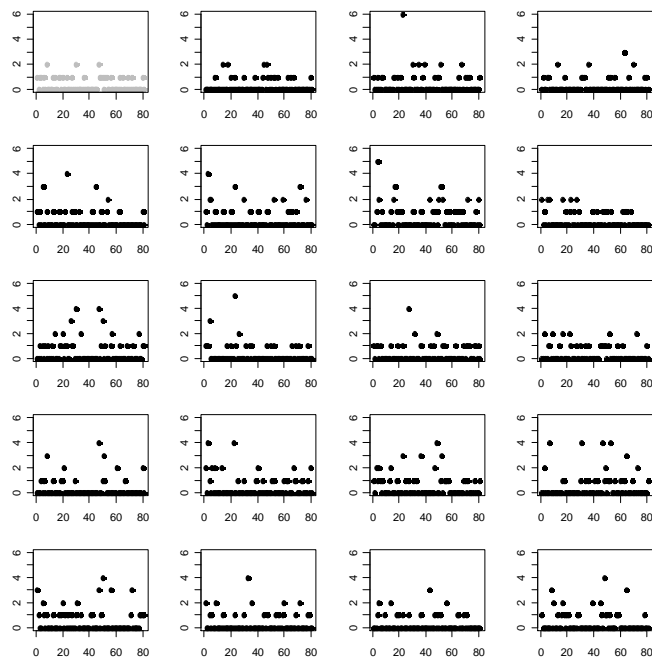


Figura 38| Gráfico de *Acc\_mistos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com  $t_1=t_2=1$ .

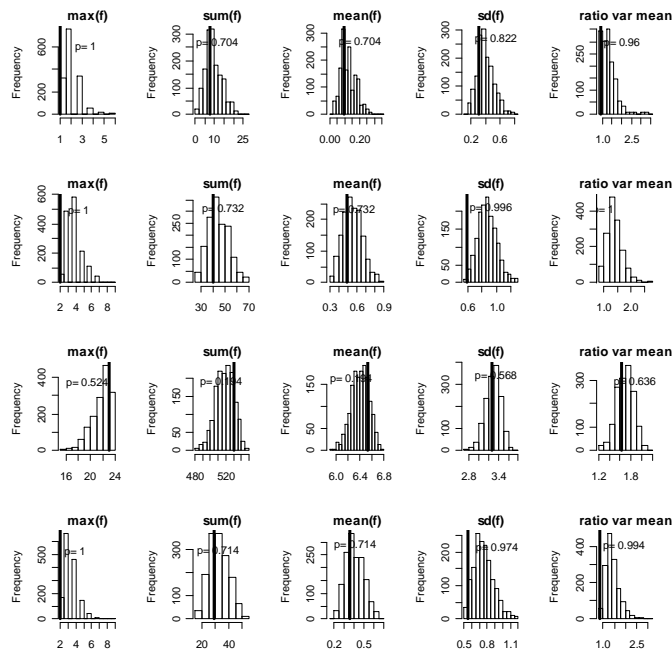


Figura 39| Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) com  $t_1=t_2=1$ , referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O  $p$  é a probabilidade da medida obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados.

A Figura 39 contém os histogramas dos valores das cinco medidas obtidas dos conjuntos de dados replicados. Pela observação desta figura depreende-se que os dados replicados capturam algumas das medidas, nomeadamente a soma, o valor médio e o desvio padrão, para alguns dos tipos de acidente.

O ajuste do presente modelo resultou num valor de DIC de 314 com  $de=46$  e desviância nas médias dos parâmetros igual a 222.02. Para verificação das predições *a posteriori* do modelo obteve-se  $P(\chi^2_{novo} > \chi^2_{obs})=0.865$  (com desvio padrão igual a 0.342) o que significa que está a gerar mais sobredispersão do que aquela que é coerente com os dados observados.

As proporções populacionais suavizadas (*smoothed*) obtidas foram iguais a 0.021, 0.080, 0.840 e 0.059 com desvios padrões de 0.006, 0.012, 0.017 e 0.011 para acidentes com vítimas mortais, feridos graves, feridos ligeiros e vários tipos de vítimas, respectivamente. As proporções *a posteriori* das frequências relativas a cada tipo de acidente podem ser observadas no Anexo VII para cada intersecção. As probabilidades *a posteriori* de se obterem valores mais elevados do que as taxas médias de cada tipo de acidentes estão exibidas no Anexo VIII, para cada intersecção.

A Figura 40 mostra os valores médios, para cada intersecção, das probabilidades *a posteriori* relativas a cada tipo de acidente.

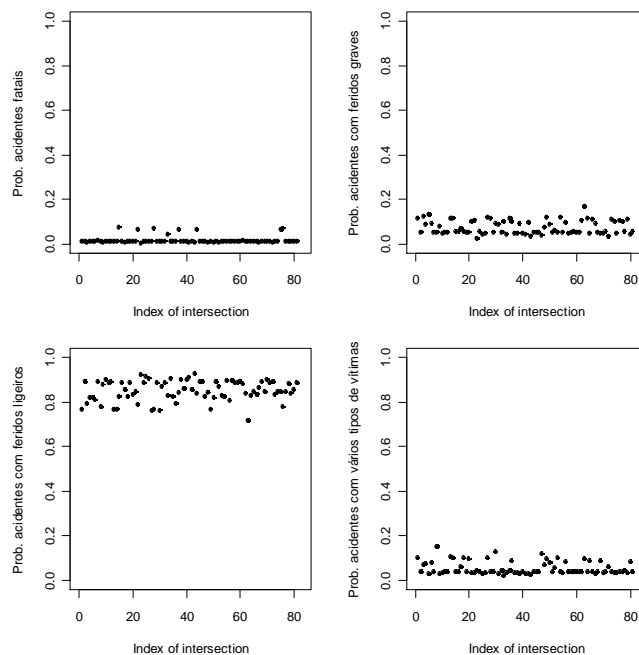


Figura 40| Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas *a posteriori* pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) e com  $t_1=t_2=1$ , para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada.

Na Figura 41 exibem-se as *boxplots* correspondentes aos valores das probabilidades *a posteriori* por tipo de acidente.

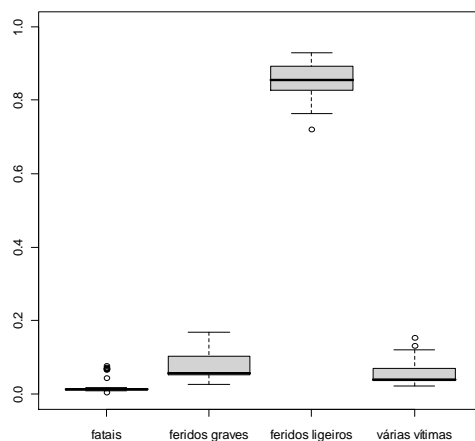


Figura 41| *Boxplots* das distribuições das probabilidades *a posteriori* dos quatro tipos de acidentes envolvendo vítimas obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) e  $t_1=t_2=1$ .

Na Figura 41 destacam-se os valores consideravelmente mais elevados das probabilidades *a posteriori* relativas aos acidentes com feridos ligeiros, em relação às probabilidades referentes aos outros tipos de acidentes.



## 4.6 Modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet

O modelo cujo ajuste é descrito nesta secção corresponde ao modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet sumariado pelas equações 2.9 descritas no capítulo 2, secção 2.4.

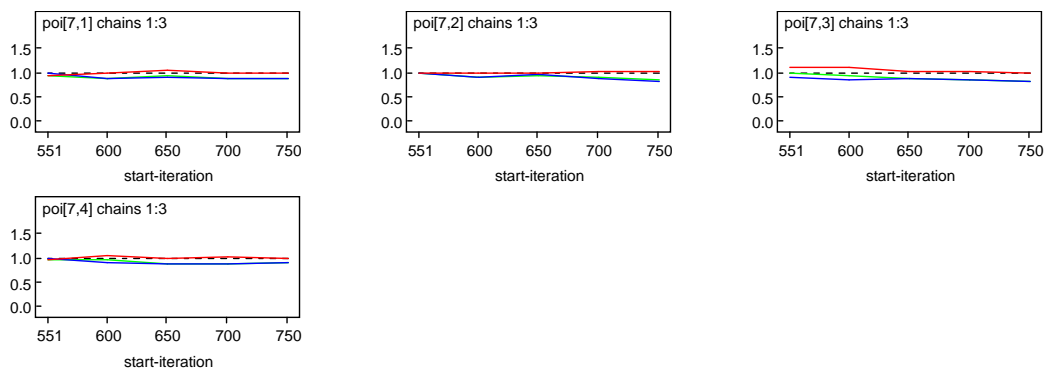


Figura 42] Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades *a posteriori* dos quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 7 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

Pela observação dos diversos gráficos de Gelman-Rubin referentes aos parâmetros estimados pelo modelo, cujo parâmetro exemplificativo está exibido na Figura 42, pode concluir-se não haver razões para duvidar da convergência do algoritmo que põe em funcionamento a cadeia de Markov.

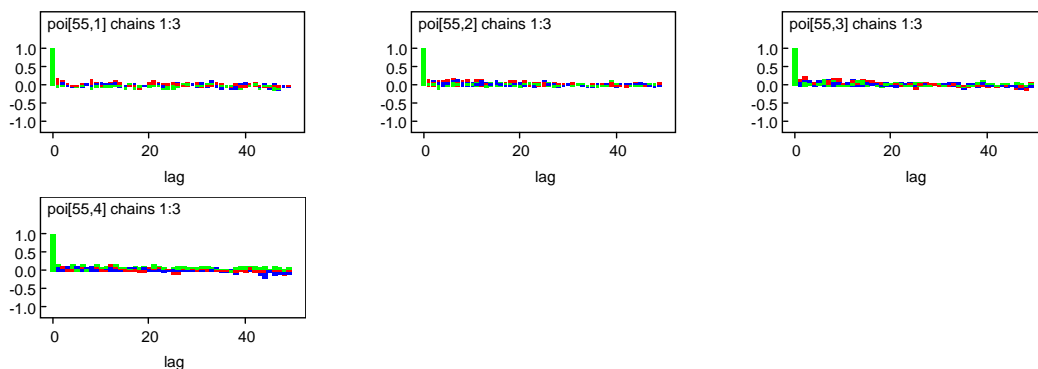


Figura 43] Gráficos das autocorrelações para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 55 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

Os gráficos das autocorrelações assemelham-se aos gráficos da Figura 43, e evidenciam uma rápida convergência.

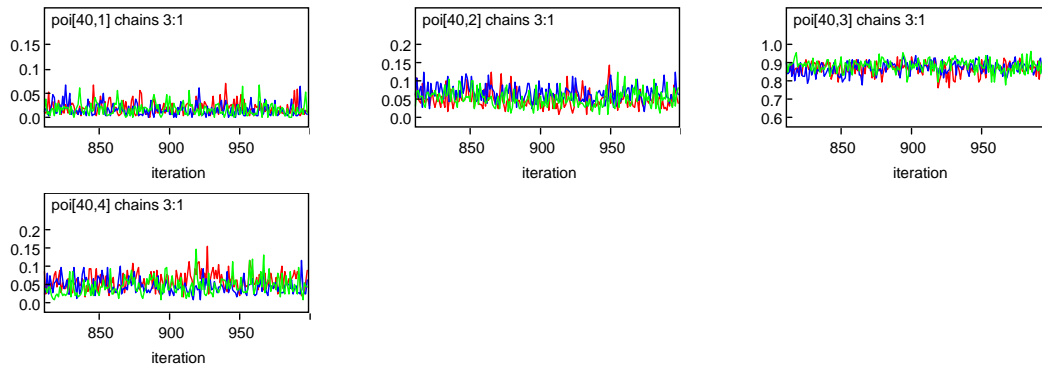


Figura 44| *Trace plots* (iterações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 40 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

Os gráficos das iterações *versus* os valores obtidos, para todos os parâmetros do modelo, são semelhantes aos gráficos exibidos na Figura 44, não suportando suspeitas de não convergência, visto as três iterações correspondentes às três cadeias de Markov se interligarem.

#### 4.6.1 Validação do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet

O presente modelo replica satisfatoriamente os dados observados como se pode constatar no exemplo dado na Figura 45 onde os dados foram replicados de dados pertencentes a acidentes envolvendo somente vítimas mortais.

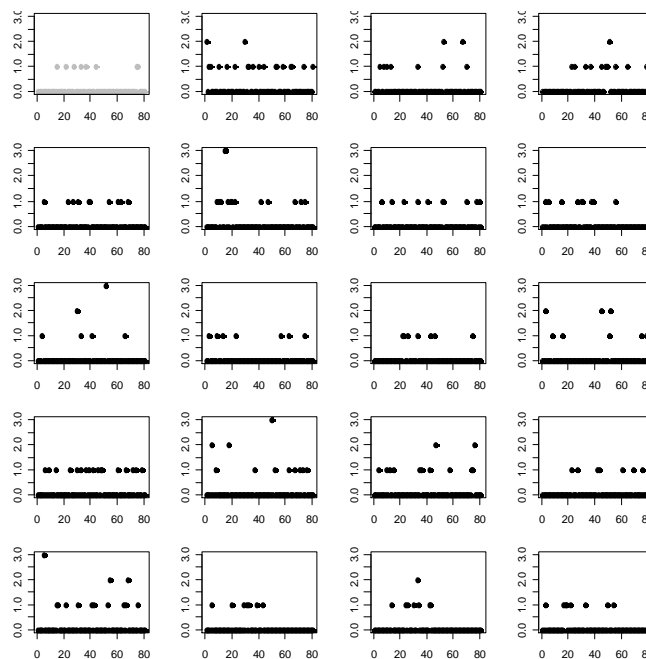


Figura 45| Gráfico de *Acc\_mortos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

Dezanove conjuntos de dados replicados pelo modelo relativos aos acidentes com feridos graves estão expostos na Figura 46 podendo concluir-se que, em geral, são representativos dos dados observados.

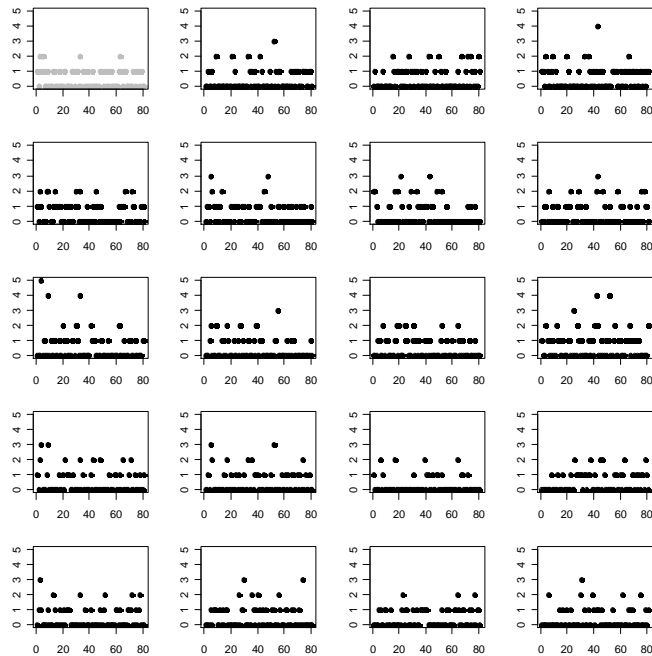


Figura 46] Gráfico de *Acc\_feridos\_graves* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

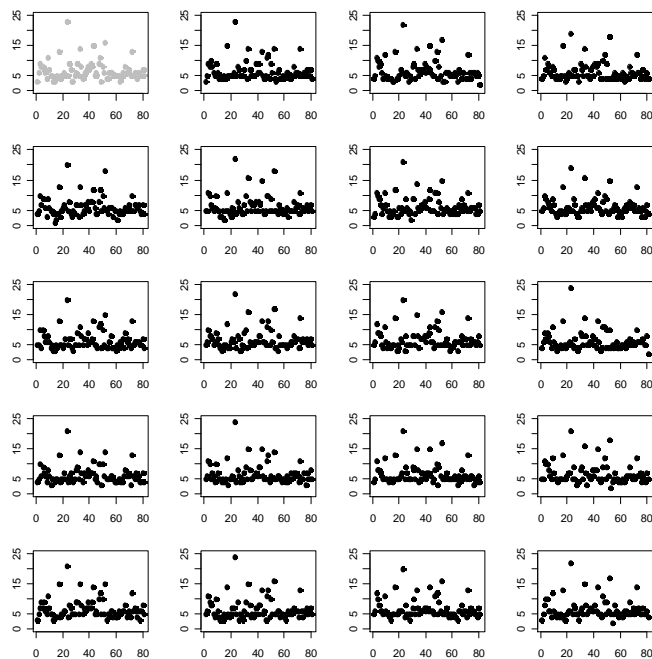


Figura 47] Gráfico de *Acc\_feridos\_ligeiros* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

Idênticas conclusões podem ser tiradas da observação da Figura 47 e da Figura 48, para dados de acidentes com feridos ligeiros e dados de acidentes com vários tipos de vítimas, respectivamente.

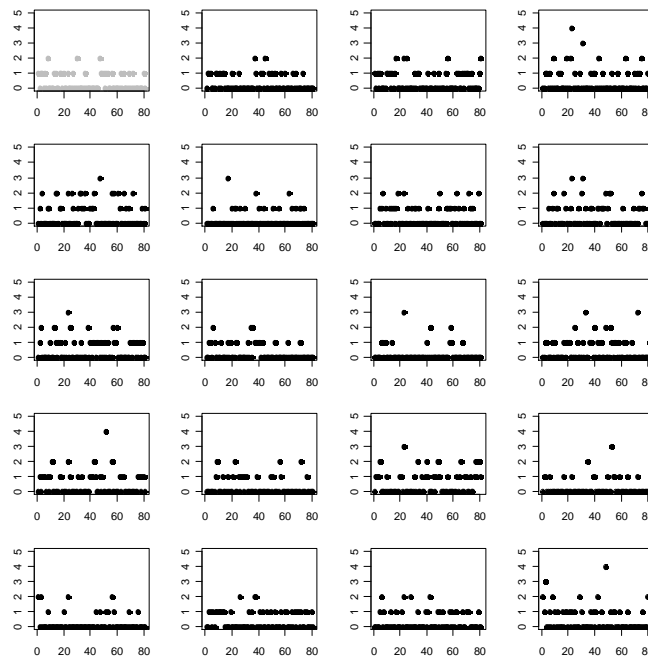


Figura 48] Gráfico de *Acc\_mistos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

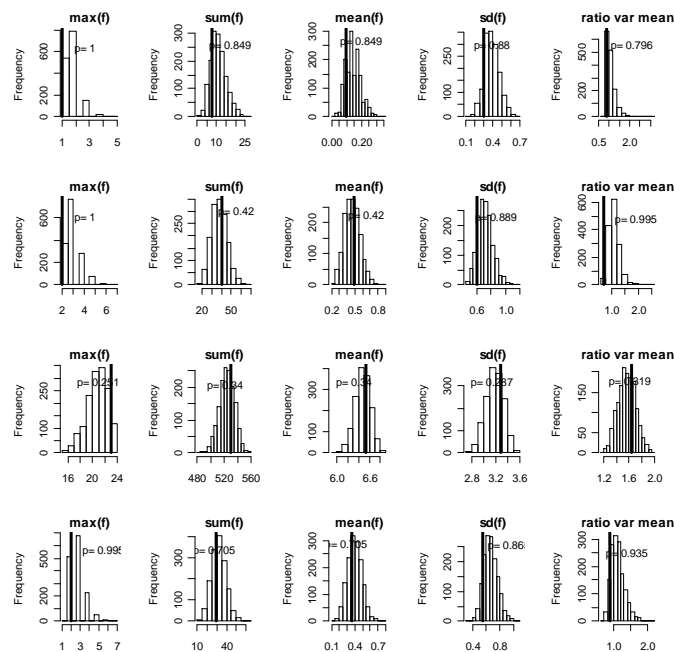


Figura 49] Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet, referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O  $p$  é a probabilidade da medida obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados.

Os histogramas das diversas medidas investigadas (ver Figura 49), mostram valores relativamente satisfatórios quando se consideram a soma, o valor médio e, para acidentes envolvendo feridos ligeiros, também o desvio padrão.

O ajuste do modelo produziu uma desviância nos valores médios dos parâmetros estimados igual a 284.42 com um número de parâmetros efectivos,  $d_e$ , igual a 15.41 e DIC=315. As predições produzidas pelo modelo apresentam um pouco mais de sobredispersão do que os dados observados, obtendo-se  $P(\chi_{novo}^2 > \chi_{obs}^2) = 0.810$  (com desvio padrão igual a 0.392).

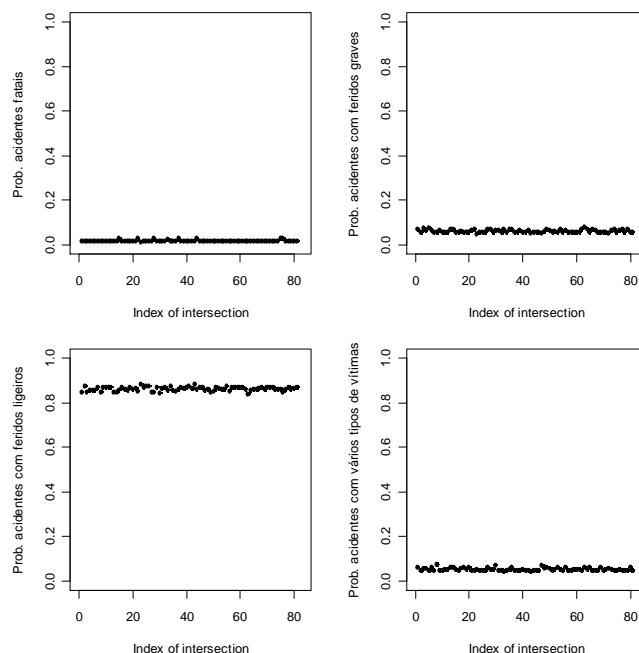


Figura 50| Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas *a posteriori* pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet, para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada.

Os gráficos das médias das probabilidades obtidas *a posteriori* para cada intersecção, para cada tipo de gravidade de acidentes com vítimas, podem ser observados na Figura 50.

As proporções *a posteriori* das frequências dos tipos de acidentes, para cada intersecção estão exibidas no Anexo IX do presente documento.

A Figura 51 exhibe as *boxplots* dos valores representados nos gráficos da Figura 50. Pode observar-se que, quando se agrupam os dados de acordo com o tipo de acidente, as probabilidades obtidas *a posteriori* são bastante mais elevadas para o tipo de acidentes envolvendo unicamente feridos ligeiros.

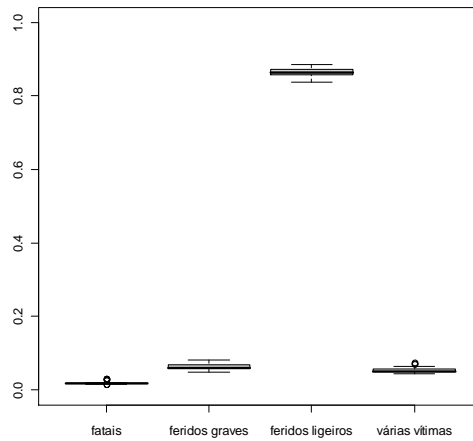


Figura 51| *Boxplots* das distribuições das probabilidades *a posteriori* dos quatro tipos de acidentes envolvendo vítimas obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet.

#### 4.7 Modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade ao nível populacional via distribuições Normais Multivariadas para logits multivariados

O modelo abordado nesta secção consiste no modelo descrito no capítulo 2, secção 2.5, e sucintamente expresso pelo conjunto de equações 2.10.

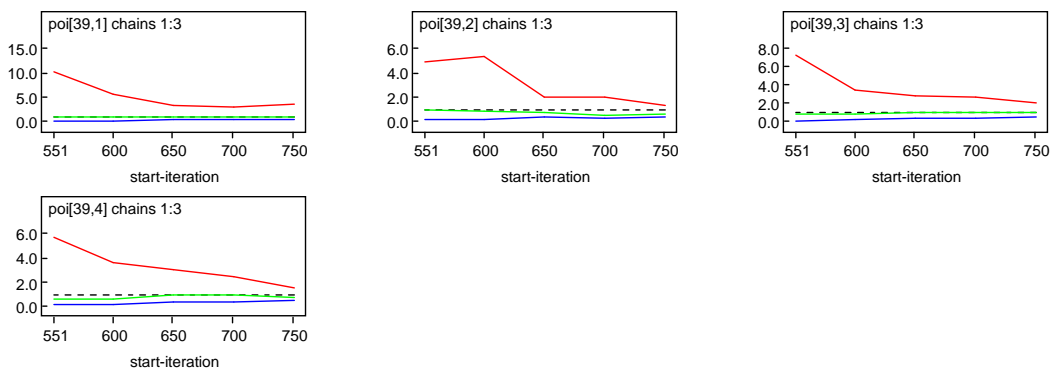


Figura 52| Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades *a posteriori* dos quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 39 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com a heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.

O modelo ajustado aos dados com as especificações dadas na secção 4.1 parece convergir como se pode observar pelo exemplo dado na Figura 52 respeitante ao gráfico das estatísticas de Gelman-Rubin, onde a estatística *Rhat* (a vermelho) tende para 1 (a tracejado na figura) e as restantes estabilizam à medida que aumenta o número de iterações.

Nota-se, no entanto, a existência de uma convergência mais lenta do que em modelos anteriormente abordados, como se pode depreender pela observação das autocorrelações correspondentes a  $\pi_{70j}$ , (tomando  $j$  o valor dos quatro tipos de acidentes) na Figura 53.

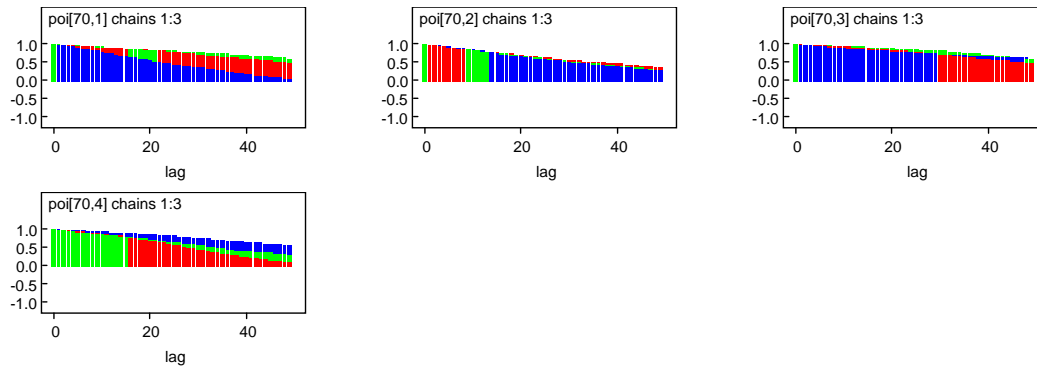


Figura 53| Gráficos das autocorrelações para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativa à intersecção indexada por 8 e obtidas após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.

As iterações correspondentes aos parâmetros  $\pi_{8j}$  (ver Figura 54), exemplificativas dos restantes parâmetros, não mostram que tenha ocorrido uma forte interligação respeitante às três cadeias de Markov, como seria de desejar.

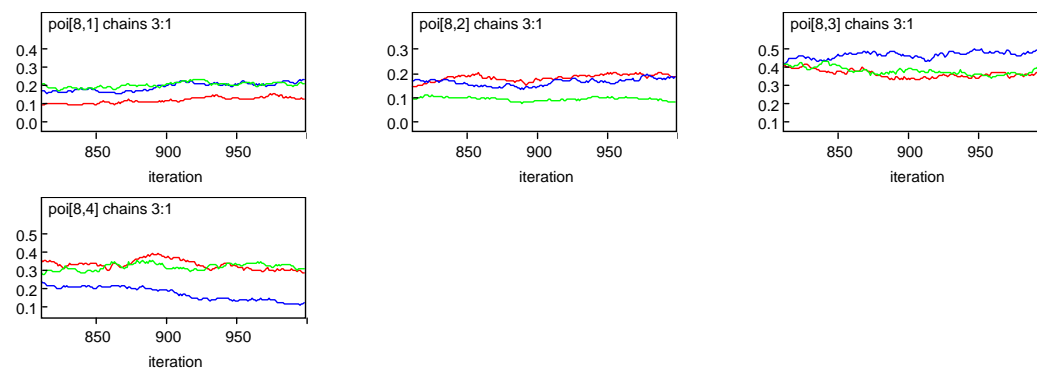


Figura 54| Trace plots (itarações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 70 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.

#### 4.7.1 Validação do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas

O presente modelo não parece replicar os dados relativos ao tipo de acidentes onde somente ocorreram vítimas mortais, como pode ser observado na Figura 55. Pode constatar-se que nenhum dos gráficos dos dezanove conjuntos de dados replicados se assemelha ao gráfico dos dados observados (no canto superior esquerdo a cinzento na Figura 55). Todos os dados replicados

possuem um número elevado de acidentes por intersecção, o que não sucede com os dados observados, onde ocorreu uma maioria de zero e um acidentes deste tipo por intersecção.

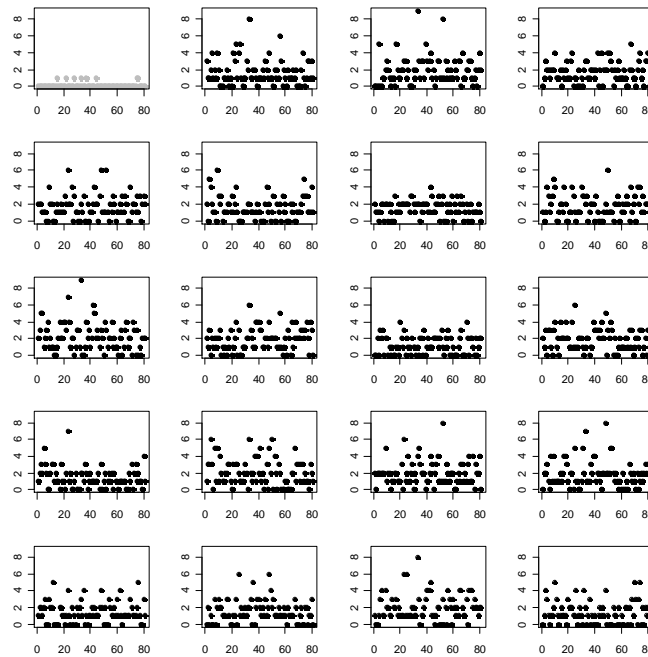


Figura 55] Gráfico de *Acc\_mortos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.

No que respeita aos dados replicados referentes a acidentes com feridos graves pode observar-se que o modelo também não os replicou muito fidedignamente como demonstram os gráficos na Figura 55.

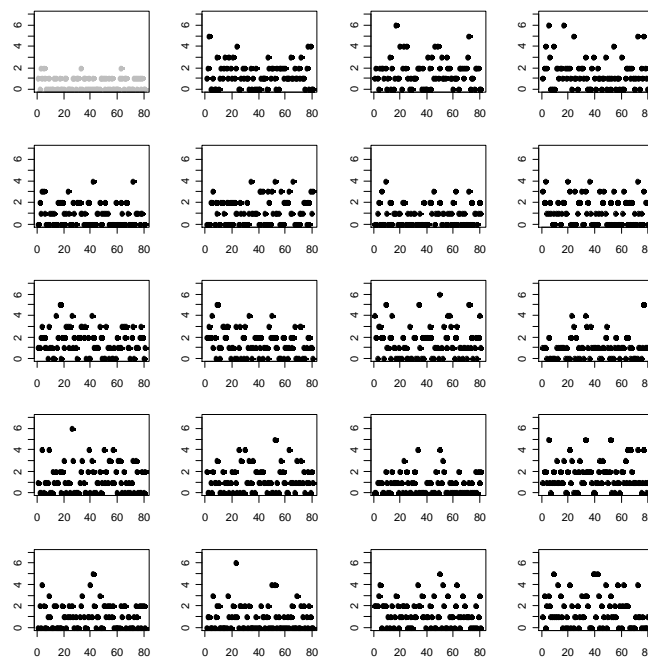


Figura 56] Gráfico de *Acc\_feridos\_graves* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.



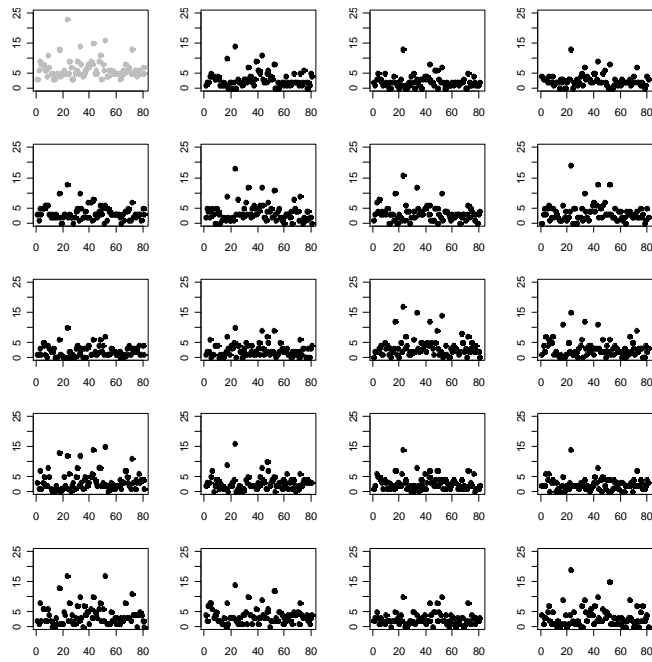


Figura 57] Gráfico de *Acc\_feridos\_ligeiros* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.

Os dados replicados também não se assemelham aos dados observados para os dois restantes tipos de acidentes como pode ser constatado pela observação dos gráficos da Figura 57 e Figura 58.

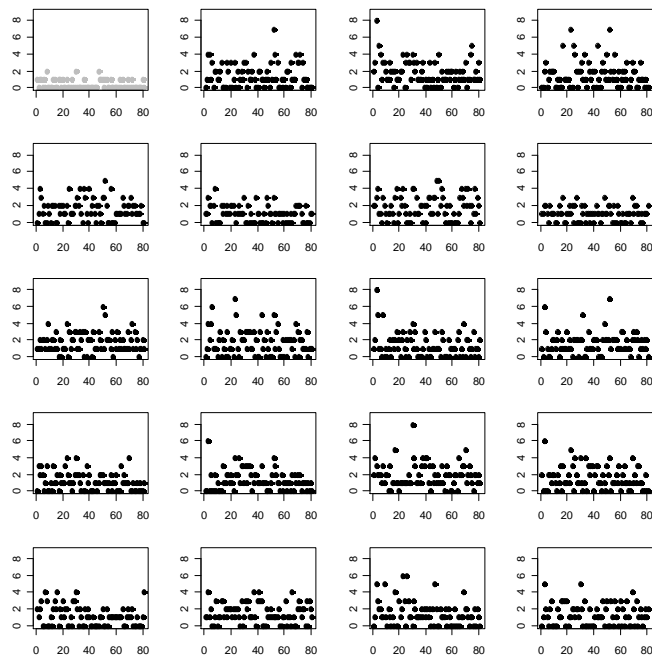


Figura 58] Gráfico de *Acc\_mistos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.

Os histogramas relativos às cinco medidas calculadas com os dados replicados podem ser observados na Figura 59. Os histogramas e as respectivas linhas verticais denotando os valores das medidas obtidos pelos dados observados, mostram que os dados replicados pelo presente modelo não são representativos dos dados observados, no que respeita às medidas consideradas.

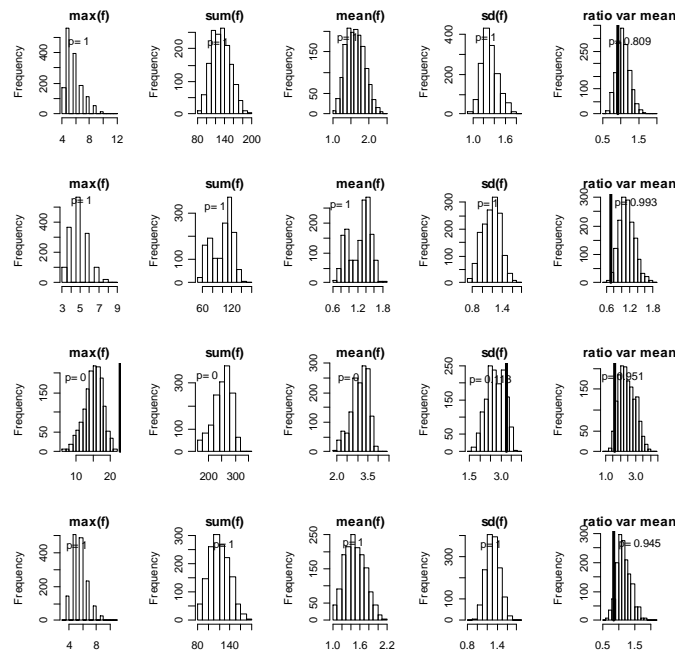


Figura 59| Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas, referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O  $p$  é a probabilidade da medida obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados.

No entanto, os dados estimados pelo modelo apresentam uma sobredispersão mais coerente com a sobredispersão dos dados observados, tendo-se obtido  $P(\chi^2_{novo} > \chi^2_{obs})=0.385$  (com desvio padrão igual a 0.487). Para este modelo  $d_e=71.70$  e  $DIC=1029.13$  com desviância nas médias dos parâmetros igual a 885.75, valores altos em comparação com os valores equivalentes obtidos pelos outros modelos e que não evidenciam um bom ajuste do modelo aos dados.

As proporções *a posteriori* das frequências respeitantes a cada tipo de acidentes, para cada intersecção encontram-se no quadro do Anexo X.

As correlações obtidas de  $\Sigma_\theta$  (ver equações 2.10) mostram que acidentes com vítimas mortais e acidentes com vários tipos de vítimas têm uma correlação positiva igual a 0.20 (com intervalo de credibilidade de 95% igual a -0.25 e 0.542), como se pode observar no Quadro 1.

Correlações	Ac. com vítimas mortais	Ac. com feridos graves	Ac. com feridos ligeiros	Ac. com vários tipos de vítimas
Ac. com vítimas mortais	1	0.140 (0.226, 0.431)	0.043 (-0.208, 0.378)	0.200 (-0.25, 0.542)
Ac. com feridos graves	-	1	-0.008 (0.502, 0.371)	0.104 (0.225, 0.362)
Ac. com feridos ligeiros	-	-	1	-0.026 (0.023, 0.302)
Ac. com vários tipos de vítimas	-	-	-	1

Quadro 1| Correlações entre os tipos de acidentes obtidas pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas para logits multivariados, e correspondentes intervalos de credibilidade de 95%.

Na Figura 60 podem observar-se os gráficos das médias das probabilidades *a posteriori* para cada intersecção e para cada tipo de acidentes. Nota-se uma grande disparidade das médias das probabilidades em relação às intersecções como ocorreu após o ajuste do modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico (ver Figura 12).

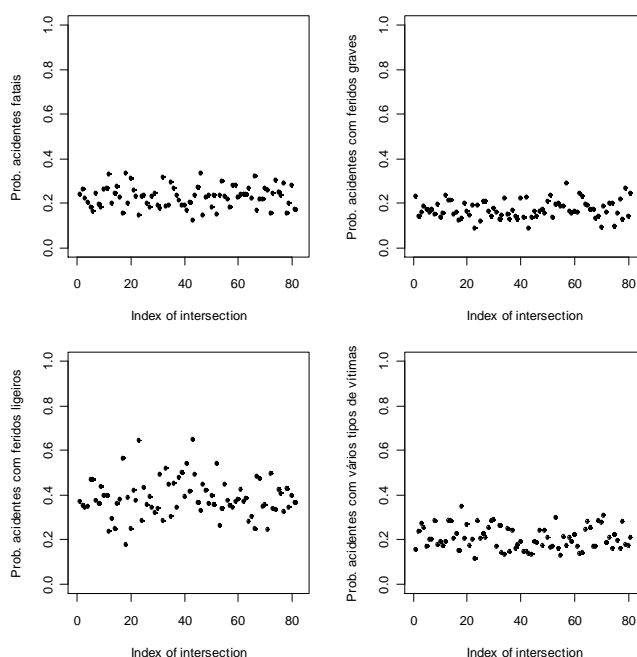


Figura 60| Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas *a posteriori* pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas, para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada.

A Figura 61 exibe as *boxplots* dos valores das mesmas probabilidades cujos gráficos estão representados na Figura 60.

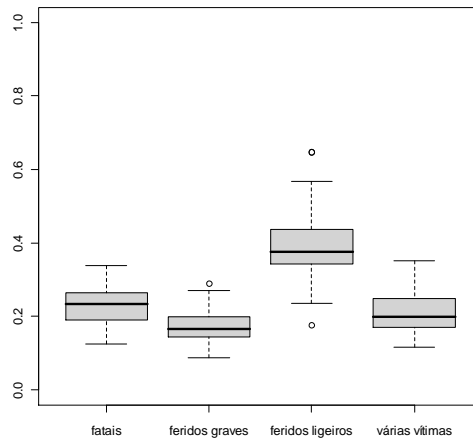


Figura 61| *Boxplots* das distribuições das probabilidades *a posteriori* dos quatro tipos de acidentes envolvendo vítimas obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas.

#### 4.8 Modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade ao nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas de acordo com Congdon (2006)

Congdon (2006), com base nas mesmas distribuições do modelo ajustado na secção 4.6, sugeriu um modelo alternativo (ver equações 2.11 na secção 2.6 do capítulo 2).

Após o ajuste deste modelo verificou-se não haver razões para duvidar da convergência das cadeias de Markov como se pode observar pelos gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin para os parâmetros  $\pi_{41j}$ , representados na Figura 62, que são representativos dos gráficos obtidos por todos os parâmetros do modelo.

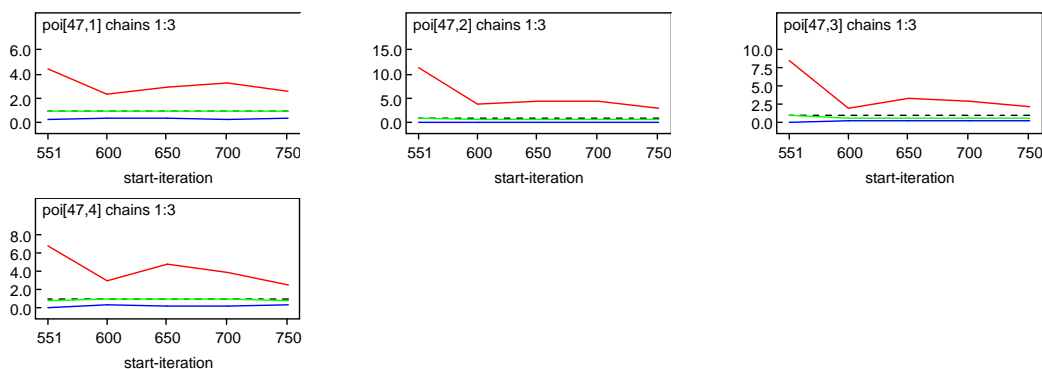


Figura 62| Gráficos das estatísticas de Gelman-Rubin correspondentes às probabilidades *a posteriori* dos quatro tipos de acidentes com vítimas relativos à intersecção indexada por 47 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional via distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2005).

Os gráficos das autocorrelações para os diversos parâmetros assemelham-se aos gráficos do exemplo exibidos na Figura 63, mostrando que uma convergência lenta das cadeias de Markov.

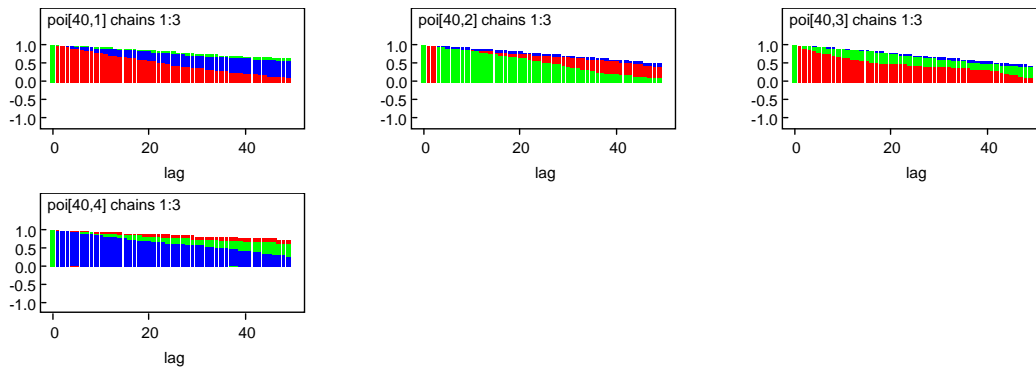


Figura 63] Gráficos das autocorrelações para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativa à intersecção indexada por 40 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006).

Os valores obtidos *a posteriori* correspondentes às três cadeias de Markov interligaram-se satisfatoriamente à medida que aumentou o número de iterações, como pode ser observado nos gráficos representados na Figura 64.

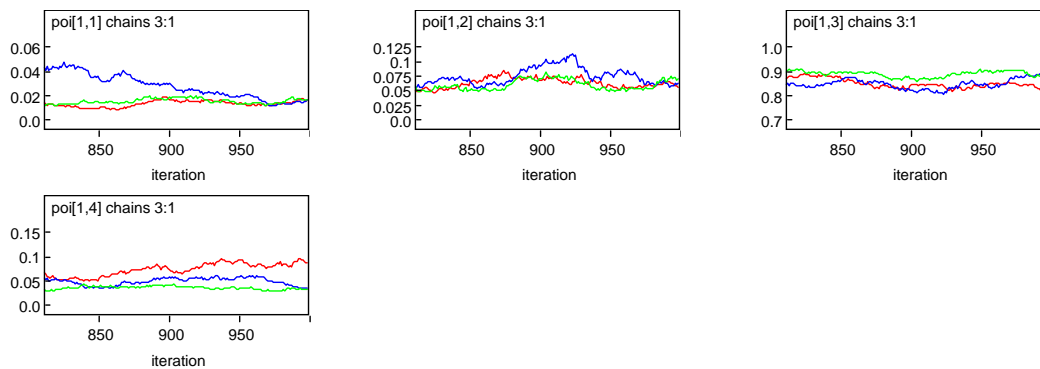


Figura 64] *Trace plots* (iterrações vs valores obtidos) para as três cadeias de Markov correspondentes às probabilidades *a posteriori* para os quatro tipos de acidentes com vítimas relativa à intersecção indexada por 1 e obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006).

#### 4.8.1 Validação do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006)

O modelo parece replicar convenientemente os dados correspondentes aos acidentes envolvendo somente vítimas mortais como se pode constatar pela observação dos gráficos na Figura 65.

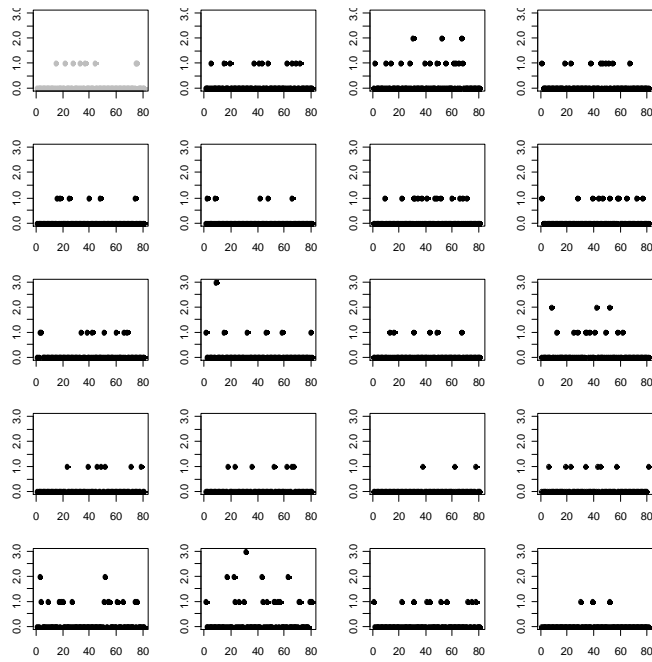


Figura 65] Gráfico de *Acc\_mortos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006).

Os dezanove conjuntos de dados replicados relativos aos números de acidentes envolvendo feridos graves podem ser observados na Figura 66. Consta-se a ocorrência, em certas intersecções, de valores replicados um pouco elevados para a ocorrência de acidentes com feridos graves. No entanto, pode afirmar-se que os dados são replicados de maneira satisfatória por este modelo.

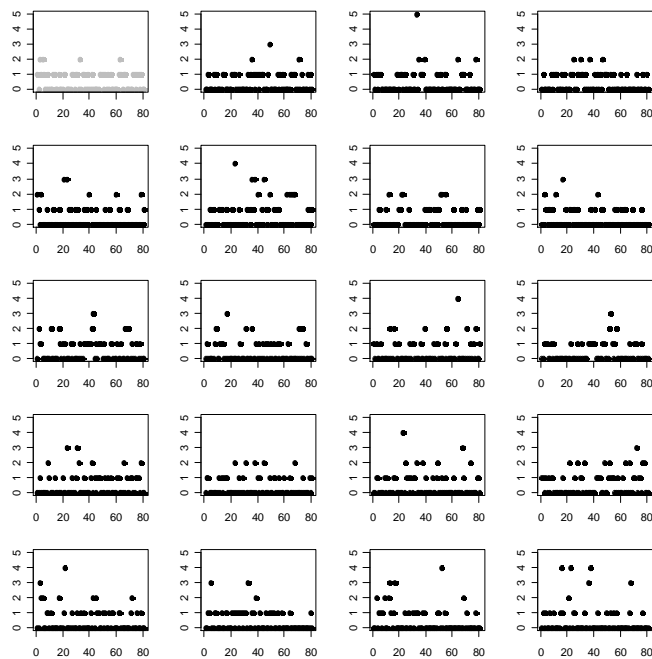


Figura 66] Gráfico de *Acc\_feridos\_graves* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006).

Os dados replicados referentes aos acidentes com feridos ligeiros mostram grande coerência com os dados observados, como pode ser constatado ao examinar-se a Figura 67.

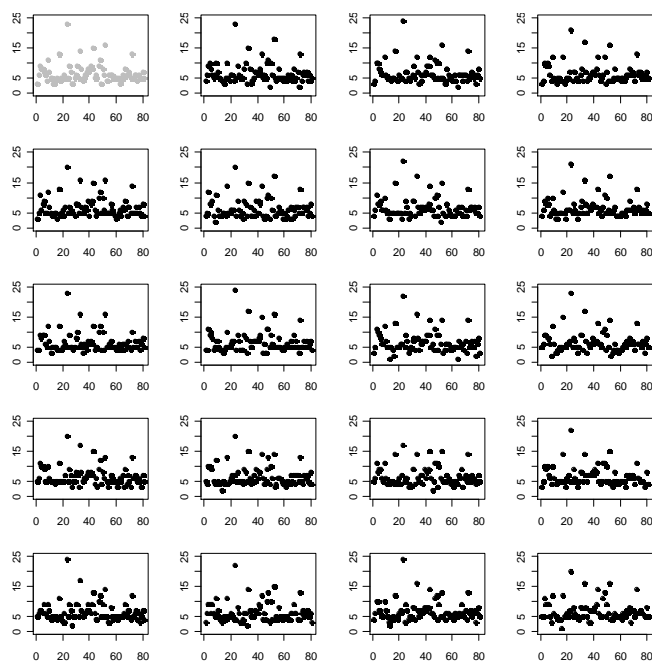


Figura 67] Gráfico de *Acc\_feridos\_ligeiros* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006).

O modelo parece também replicar satisfatoriamente os dados referentes a acidentes com vários tipos de vítimas, como se pode observar na Figura 68.

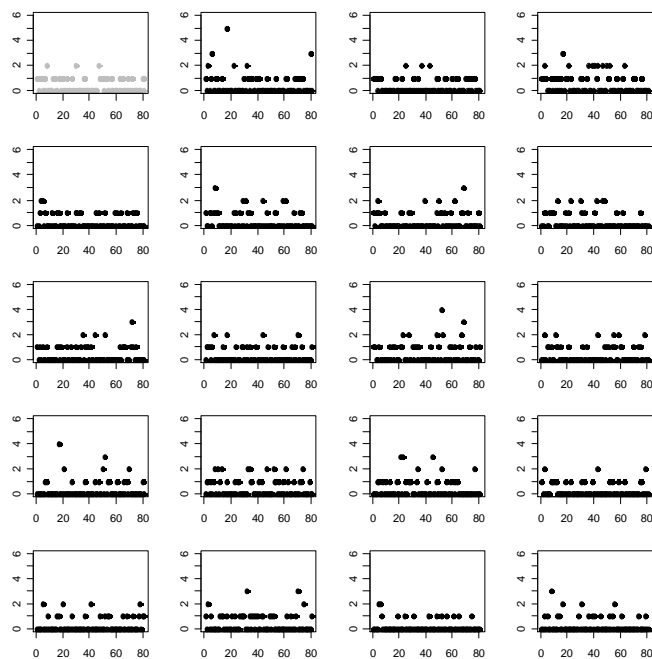


Figura 68] Gráfico de *Acc\_mistos* (no canto superior esquerdo, a cinzento) e dezanove gráficos de réplicas dos números de acidentes envolvendo somente vítimas mortais obtidos através da distribuição preditiva *a posteriori* após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006).

Tendo em conta as cinco medidas calculadas, pode constatar-se que os dados replicados referentes aos acidentes com feridos ligeiros foram os que obtiveram os valores de  $p$  mais apropriados, isto é, foram os valores para os quais as medidas consideradas forma captadas de maneira mais eficaz, como se pode observar pelos histogramas na terceira linha da Figura 69.

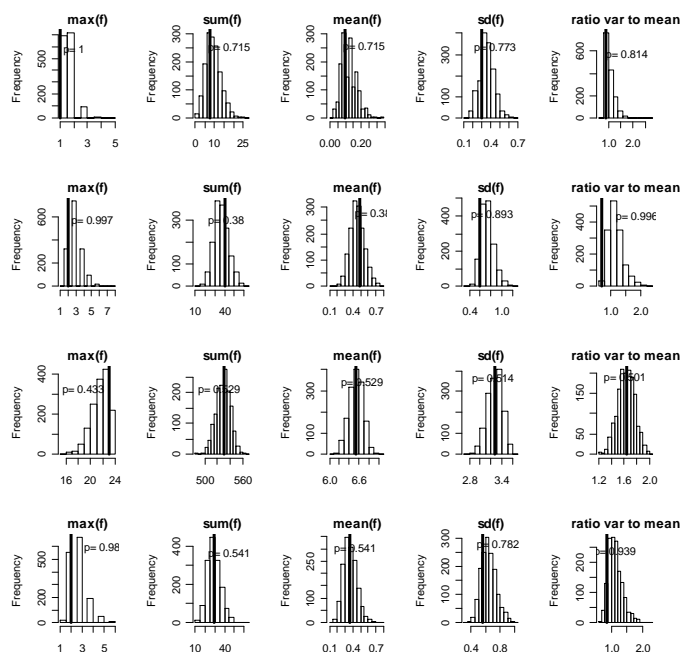


Figura 69| Histogramas dos valores máximos, soma, média, desvio padrão e quociente entre a variância e a média (da esquerda para a direita) dos dados replicados pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006), referentes aos acidentes com vítimas mortais (primeira linha), acidentes com feridos graves (segunda linha), acidentes com feridos ligeiros (terceira linha) e acidentes com vários tipos de vítimas (quarta linha). As rectas verticais representam as mesmas quantidades obtidas pelos dados observados. O  $p$  é a probabilidade da medida obtida pelos dados replicados ser superior à mesma medida obtida pelos dados observados.

A soma dos acidentes (correspondendo à segunda coluna na Figura 69) foi captada eficazmente pelos dados replicados referentes aos vários tipos de acidentes.

O ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade ao nível populacional modelada através de distribuições Normais multivariadas segundo Congdon (2006) revelou um valor de DIC igual a 358.15 com  $d_e= 24.89$  e uma desviância nos valores médios *a posteriori* de 308.37.

Para verificar as predições *a posteriori* do modelo obteve-se  $P(\chi_{novo}^2 > \chi_{obs}^2) = 0.427$  (com desvio padrão igual a 0.495), valor bastante satisfatório tendo em conta a sobredispersão existente nos dados observados.

As proporções *a posteriori* das frequências de acidentes, para cada nível de gravidade e para cada intersecção, encontram-se no Anexo XI. As probabilidades de se obterem valores superiores (destas proporções) relativamente às taxas médias de cada tipo de acidente são exibidas no Anexo XII.

As correlações, e respectivos intervalos de credibilidade de 95%, entre os vários tipos de acidentes obtidas pelo modelo são exibidas no Quadro 2.



Correlações	Ac. com vítimas mortais	Ac. com feridos graves	Ac. com feridos ligeiros	Ac. com vários tipos de vítimas
Ac. com vítimas mortais	1	-0.015 (-0.422, 0.370)	0.015 (-0.290, 0.317)	-0.060 (-0.324, 0.220)
Ac. com feridos graves	-	1	-0.036 (-0.497, 0.377)	0.083 (-0.202, 0.355)
Ac. com feridos ligeiros	-	-	1	0.173 (-0.137, 0.449)
Ac. com vários tipos de vítimas	-	-	-	1

Quadro 2| Correlações entre os tipos de acidentes obtidas pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006), e correspondentes intervalos de credibilidade de 95%.

A correlação mais elevada foi obtida entre os acidentes com feridos ligeiros e acidentes com vários tipos de vítimas (0.173). Em geral, pode concluir-se que as correlações entre os vários tipos de acidentes são próximas de zero.

A Figura 70 mostra os gráficos das médias das probabilidades obtidas *a posteriori* para cada intersecção, e para cada tipo de gravidade de acidentes com vítimas.

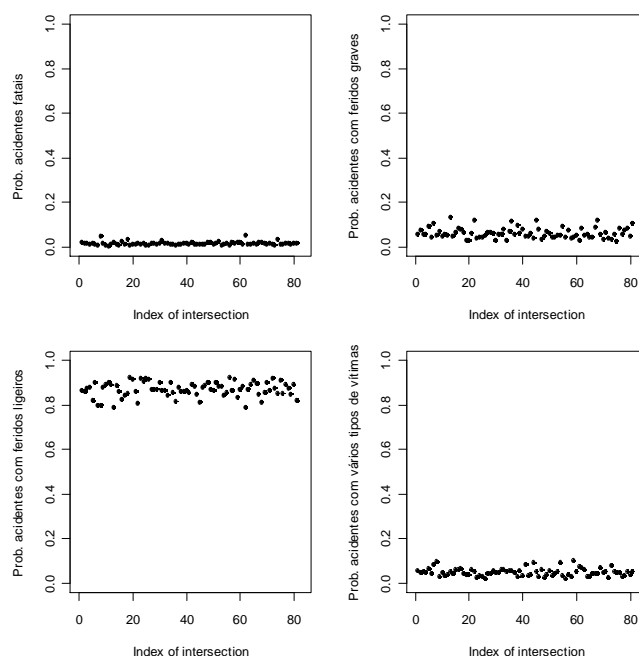


Figura 70| Gráficos dos valores das probabilidades médias obtidas *a posteriori* pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006), para cada tipo de acidentes envolvendo vítimas, e para cada intersecção considerada.

Os *boxplots* das distribuições das médias das probabilidades *a posteriori* exibidas na Figura 70 podem ser observadas na Figura 71.

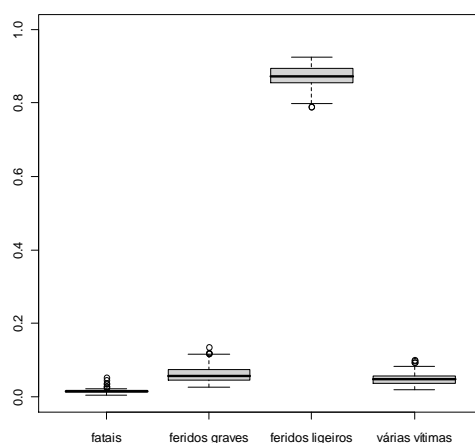


Figura 71| *Boxplots* das distribuições das probabilidades *a posteriori* dos quatro tipos de acidentes envolvendo vítimas obtidos após ajuste do modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional por via de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006).

Pela observação da Figura 71 pode constatar-se que as médias das probabilidades *a posteriori* para acidentes envolvendo feridos ligeiros são bastante mais elevadas do que as correspondentes aos outros tipos de acidentes com vítimas.

#### 4.9 Discussão

O Quadro 3 exhibe medidas resultantes do ajuste ( $\bar{D}$ ), da complexidade do modelo ( $d_e$ ) e da escolha global do modelo (DIC), assim como os valores obtidos por uma medida de verificação dos resultados preditivos obtidos *a posteriori* ( $P(\chi_{novo}^2 > \chi_{obs}^2)$ ) para os modelos cujo ajuste foi descrito nas secções 4.2 a 4.8 do presente documento.

Modelo/secção	$\bar{D}$	$D(\bar{\theta})$	$d_e$	DIC	$P(\chi_{novo}^2 > \chi_{obs}^2)$
4.2	451.08	393.15	57.93	509.00	0.955
4.3	312.72	309.82	2.90	315.63	0.810
4.4	306.53	299.96	6.58	313.11	0.767
4.5	268.00	222.02	45.97	313.96	0.865
4.6	299.83	284.42	15.41	315.24	0.810
4.7	957.44	885.75	71.69	1029.13	0.385
4.8	333.26	308.37	24.89	358.15	0.427

Quadro 3| Valores de DIC e de outras estatísticas relacionadas para os sete modelos ajustados.

Os modelos referentes às secções 4.3 a 4.6 obtiveram os melhores (neste caso, menores) valores para DIC em comparação com o modelo não hierárquico (secção 4.2) e o modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade ao nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas (secções 4.7 e 4.8), o que indica que a modelação da incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet, qualquer que tenha sido o método empregue, produz modelos mais bem ajustados.

No caso do modelo considerado na secção 4.4 (modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet segundo Nandram (1998) e descrito na secção 2.3) os resultados de  $d_e$  sugerem que a incerteza nos parâmetros proposta por Nandram (1998) contribui somente num número aproximado de 3.5 a 4 parâmetros efectivos extra (isto é, considerando o modelo ajustado na secção 4.4 *versus* o modelo ajustado na secção 4.3).

No entanto, os modelos que melhor parecem captar a sobredispersão dos dados (ver valores na última coluna do Quadro 3) são os modelos que não obtiveram um bom ajuste de acordo com os valores de DIC, ou seja, os modelos analisados nas secções 4.7 e 4.8 e cuja heterogeneidade foi modelada através de distribuições Normais Multivariadas.

Tal como Congdon (2005) conclui após ajustes de modelos semelhantes a dados de acidentes ocorridos no Quebec, uma via para melhoria dos resultados agora obtidos consiste em incluir variáveis explicativas (preditores), representativas, por exemplo, de características geométricas, nos modelos considerados, ou em alguns deles, e comparar os resultados obtidos, o que se tenciona testar na continuação do trabalho.

Excertos dos códigos do *software WinBUGS* usados para a simulação dos modelos descritos podem ser observados nos Anexos XIII a XVIII.

O objectivo do estudo descrito no presente documento consistiu numa primeira abordagem da modelação conjunta de dados relativos à gravidade de acidentes no contexto das estradas portuguesas. Em estudos anteriores tinham sido efectuadas modelações separadas para cada nível de gravidade, isto é, as variáveis dependentes em cada modelo consistiam numa das categorias da gravidade, assumindo-se, implicitamente, que os factores que influenciam a ocorrência dos acidentes são independentes consoante o nível da gravidade dos acidentes. Esta assumption pode introduzir erros de estimativa do nível global de segurança dos elementos das redes rodoviárias (ver Milton *et al.*, 2008).

No presente estudo utilizaram-se modelos Multinomiais de mistura através dos quais é possível modelar conjuntamente todos os níveis de gravidade dos acidentes para um determinado local, desde que a soma dos acidentes em cada nível seja igual ao total dos acidentes ocorridos nesse local. Estes modelos estatísticos foram aplicados usando uma abordagem Bayesiana. Os resultados fornecem, entre outros, as proporções *a posteriori* conjuntas referentes a cada nível de gravidade considerado e para cada local analisado.

Os dados analisados consistiram nos números de acidentes com vítimas ocorridos em intersecções da rede de estradas portuguesas, subdivididos em quatro categorias, ou tipos, relacionadas com o nível de gravidade dos mesmos: acidentes envolvendo somente vítimas mortais, acidentes envolvendo unicamente feridos graves, acidentes envolvendo apenas feridos ligeiros e acidentes com pelo menos dois tipos de vítimas. Estes dados foram registados em cerca de 1002 intersecções da rede de estradas portuguesas no período de 2003 a 2007, respeitante a cinco anos. Os modelos foram ajustados aos dados relativos às intersecções com cinco ou mais acidentes no referido período.

Os modelos ajustados consistiram nos modelos de mistura Multinomiais, nomeadamente os modelos Multinomiais Dirichlet não hierárquico e hierárquico, onde no último foram usados dois procedimentos para modelar a incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet (isto é, a distribuição *a priori* empregue). Nos restantes modelos a heterogeneidade foi modelada através de distribuições Normais Multivariadas.

O objectivo do estudo foi apresentar vários modelos aplicáveis a dados deste tipo cujos resultados auxiliem, e se englobem, na análise mais abrangente da segurança rodoviária. Os resultados obtidos podem, posteriormente, ser aplicados na detecção de intersecções onde a gravidade dos acidentes seja superior ao expectável, para correcção de eventuais deficiências, ou onde essa gravidade é inferior. Esta última faculdade facilitará, nomeadamente, a identificação de características favoráveis ao projecto e construção de intersecções mais “tolerantes”.

O presente documento contém também descrições detalhadas quer dos modelos considerados, quer da análise, verificação e ajuste dos mesmos. Nos Anexos estão incluídas tabelas com os dados

analisados, excertos dos códigos do *software WinBUGS* relativos a cada modelo e as proporções dos quatro níveis de gravidade obtidos *a posteriori* para cada intersecção.

Como conclusão final pode afirmar-se a preferência pelos modelos Multinomiais Dirichlet onde se toma em conta a incerteza nos parâmetros da distribuição *a priori*, isto é, nos parâmetros da distribuição de Dirichlet. Não foram encontradas correlações (em valor absoluto) entre nenhum nível específico de gravidade de acidentes. Todos os modelos produziram dados replicados onde se detectou evidência de uma sobredispersão mais elevada do que nos dados observados, o que leva a concluir que estes modelos deverão ser modificados de maneira a se obterem resultados replicados com características mais semelhantes aos dados observados, nomeadamente através da inserção nos modelos de variáveis explicativas relacionadas com características da estrada, o que se prevê realizar com a continuação do trabalho.

Lisboa, LNEC, Maio de 2011

VISTOS

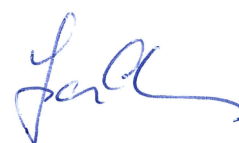
AUTORIAS



Doutora Sofia Mucharreira  
de Azeredo Lopes  
Investigadora Auxiliar



Eng.º António Lemonde de Macedo  
Investigador Coordenador  
Director do Departamento de Transportes



Eng.º João Lourenço Cardoso  
Investigador Principal Habilitado  
Chefe do Núcleo de Planeamento, Tráfego  
e Segurança

- Abdel-Aty, M. (2003) – *Analysis of driver injury severity levels at multiple locations using ordered probit models*. Journal of Safety Research, vol. 34, pp. 597-603.
- Azeredo Lopes, S. and Cardoso, J.L. (2007) – *Accident Prediction Models for Portuguese Motorways*. ICT Informação Científica, Vias de Comunicação – INCVC 2, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal.
- Azeredo Lopes, S. and Cardoso, J.L. (2009) – *Accident Prediction Models for Bidirectional Data on Portuguese Motorways*. ICT Informação Científica, Vias de Comunicação – INCVC 4, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal.
- Azeredo Lopes, S. and Cardoso, J.L. (2010a) – *Modelos de Estimativa de Frequência de Acidentes e Vítimas para dados Bidireccionais de Auto-Estradas Portuguesas – Uma Abordagem Bayesiana*. Relatório 5/2010 - NPTS, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal.
- Azeredo Lopes, S. and Cardoso, J.L. (2010b) – *Modelos Hierárquicos Bayesianos para detecção de zonas de acumulação de acidentes em auto-estradas Portuguesas*. Relatório 443/2010 - NPTS, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal.
- Bolduc, D. and Bonin, S. (1998) – *Bayesian Analysis of Road Accidents: A general framework for the multinomial case*. Cahiers de Recherche 9802, Université Laval – Département d'Économique. <http://ideas.repec.org/p/lvl/laeccr/9802.html>
- Carlin, B. and Louis, T. (2009). *Bayesian Methods for Data Analysis*. 3<sup>rd</sup> Edition, Chapman & Hall/CRC, Texts in Statistical Sciences, Florida.
- Congdon, P. (2005) – *Bayesian Models for Categorical Data*. Wiley Series in Probability and Statistics. Wiley, Chichester, U.K.
- Congdon, P. (2006) – *Bayesian Statistical Modeling*. Wiley Series in Probability and Statistics, 2<sup>nd</sup> edition, Wiley, Chichester, U.K.
- Congdon, P. (2010) – *Applied Bayesian Hierarchical Methods*. Chapman & Hall/CRC.
- Gelman, A., Carlin, J.B., Stern, H.S. and Rubin, D.B. (2004) – *Bayesian Data Analysis*. Texts in Statistical Science, 2<sup>nd</sup> edition, Chapman & Hall, London, U.K.
- Huang, H. and Abdel-Aty, M. (2010) – *Multilevel data and Bayesian Analysis in traffic safety*. Accident Analysis and Prevention, vol. 42, pp. 1556-1565.

- Khorashadi, A., Niemeir, D., Shankar, V. and Mannering, F. (2005) – *Differences in rural and urban driver-injury severities in accidents involving large-trucks: an exploratory analysis*. Accident Analysis and Prevention, vol. 37, pp. 910-921.
- Lord, D. (2006) – *Modeling motor vehicle crashes using Poisson-gamma models: Examining the effects of low sample mean values and small sample size on the estimation of the fixed dispersion parameter*. Accident Analysis and Prevention, vol. 38, No. 4, pp. 751-766.
- Lapparent, M. de. (2006) – *Empirical Bayesian analysis of accident severity for motorcyclists in large French urban areas*. Accident Analysis and Prevention, vol. 38, pp. 260-268.
- Lunn, D.J., Thomas, A., Best, N., and Spiegelhalter, D. (2000) – *WinBUGS – a Bayesian modelling framework: concepts, structure, and extensibility*. Statistics and Computing, **10**, pp. 325-337.
- Malyshkina, N.V. and Mannering, F.L. (2010) – *Empirical assessment of the impact of highway design exceptions on the frequency and severity of vehicle accidents*. Accident Analysis and Prevention, **42**, pp. 131-139.
- Malyshkina, N. and Mannering, F. (2009) – *Markov switching multinomial logit model: An application to accident-injury severities*. Accident Analysis and Prevention, 41, pp. 829-838.
- McCullagh, P. and Nelder, J.A. (1989) – *Generalized Linear Models*. Second Edition. Chapman & Hall, London.
- Milton, C., Shankar, V.N. and Mannering, F.L. (2008) – *Highway accident severities and the mixed logit model: An exploratory empirical analysis*. Accident Analysis and Prevention. 40, pp. 260-266.
- Nandram, B. (1998) – *A Bayesian Analysis of the three-stage hierarchical multinomial model*. Journal of Statistical Computation and Simulation, 61:1, pp. 97-126.
- Ntzoufras, I. (2009) – *Bayesian Modeling Using WinBUGS*. Wiley Series in Computational Statistics, Wiley, New Jersey.
- Park, B. and Lord, D. (2008) – *Adjustment of the maximum likelihood estimate of the negative binomial dispersion parameter*. Transportation Research Record. 2061, pp. 9-19.
- Paulino, C.D., Amaral Turkman, M.A. e Murteira, B. (2003) – *Estatística Bayesiana*. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.
- R Development Core Team (2011) – *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.



- Shankar, V., Mannering, F. and Barfield, W. (1996) – *Statistical Analysis of Accident Severity on Rural Freeways*. *Accident Analysis and Prevention*, vol. 28, pp. 391-401.
- Shankar, V., and Mannering, F. (1996) – *An Exploratory Multinomial Logit analysis of Single-Vehicle Motorcycle Accident Severity*. *Journal of Safety Research*, vol. 27, No. 3, pp. 183-194.
- Sørensen, M. and Elvik, R. (2008) – *Black Spot Management and Safety Analysis of Road Networks – Best Practice Guidelines and Implementation Steps*. RIPCORDER-ISEREST Deliverable D6, Bergish-Gladbach.
- Spiegelhalter, D.J., Best, N.G., Carlin, B.P. and van der Linde, A. (2002) – *Bayesian Measures of Model Complexity and Fit*. *Journal of the Royal Statistical Society, B*, 64, Part 4, pp. 583-639.
- Spiegelhalter, D.J., Thomas, D., Best, N.G. and Lunn, D. (2003) – *WinBUGS Version 1.4 User Manual*. MRC Biostatistics Unit, Cambridge, U.K. <http://www.mrc-cam.ac.uk/bugs>.
- Sturtz, S., Ligges, U. and Gelman, A. (2005) – *R2WinBUGS: A Package for Running WinBUGS from R*. *Journal of Statistical Software*, 12 (3), pp. 1-16.



**ANEXOS**

---



ANEXO I – Intersecções analisadas e respectivas designações e números de acidentes envolvendo vítimas por tipo de gravidade

---

Índice	Nome distrito	Itinerário principal	Trecho Lnecc	Designação da intersecção	Acc mortos	Acc feridos graves	Acc feridos ligeiros	Acc mistos	Total
1	Aveiro	EN234	1699	EN234 X PI IP1(A1)	0	1	3	1	5
2	Aveiro	EN235	919	EN235 X PS IP1(A1)	0	0	6	0	6
3	Aveiro	EN235	1621	EN235 X EN333 X ER333	0	2	9	1	12
4	Aveiro	ER333	1085	EN109 X ER333 VAGOS	0	1	8	1	10
5	Aveiro	EN234	908	IC2(EN1) X EN234 Mealhada Sul	0	2	8	0	10
6	Beja	ER389	1370	EN263 X ER389	0	1	7	1	9
7	Beja	ER393	1180	IC4(EN120) X ER393 ODEMIRA	0	0	6	0	6
8	Beja	IP2	356	IP2 X IC27(EN122)	0	0	4	2	6
9	Beja	IP8	521	IP2(EN18) X IP8(EN121) X IP8(EN260)	0	1	11	0	12
10	Braga	EN101	1521	EN101 X CIRC. SUL BRAGA	0	0	7	0	7
11	Braga	EN101	555	EN101 X EN205 SOUTELO	0	0	5	0	5
12	Braga	EN103	572	EN103 X > IP1(A3)	0	0	5	0	5
13	Braga	EN205	782	EN103 X EN205 PINHEIRO	0	1	3	1	5
14	Braga	EN103	576	EN103 X EN304 CERDEIRINHAS	0	1	3	1	5
15	Braga	EN103	570	EN103 X ER204 BARCELOS	1	0	4	0	5
16	Braga	ER205	781	EN103 X ER205	0	0	5	0	5
17	Braga	EN106	599	EN105 X EN106	0	1	13	1	15
18	Braga	EN14	1557	EN14 X EM14 BARRIMAU	0	0	4	1	5
19	Braga	EN205	779	EN205 X ER205-3	0	0	5	0	5
20	Bragança	EN103	1453	EN103 X ER315	0	0	5	1	6
21	Coimbra	EN111-1	635	EN111-1 X EN111-1(EN111) CIDREIRA	0	1	6	0	7
22	Coimbra	EN234-1	918	EN234 X EN234-1	1	1	5	0	7
23	Coimbra	ER110	631	ER2 X ER110	0	0	23	1	24
24	Coimbra	IC1	19	IC1 FIM DO TROÇO 2X2 VIAS COM SEPARADOR	0	0	5	0	5
25	Coimbra	EN234	906	IC1(EN109) X ER334 (ROTUNDA)	0	0	9	0	9
26	Coimbra	IC2	1723	IC2(EN1) X ER1-7 BARREIRA	0	0	7	0	7
27	Coimbra	ER347	1127	IC3 X IC2(EN1) X EN342 X ER347 CONDEIXA	0	1	3	1	5
28	Évora	EN4	1401	EN4 X ER381	1	1	3	0	5
29	Évora	EN4	506	IP2 X EN4 X > IP7(A6)	0	0	5	0	5
30	Faro	ER268	1448	EN125 X EN268 X ER268 V. BISPO	0	1	6	2	9
31	Faro	EN125	1751	EN125 X EN398 X ER125 OLHÃO	0	1	9	0	10
32	Faro	EN125	1751	EN125 X ER2-6 OLHÃO	0	0	5	0	5
33	Faro	ER2-6	1446	EN2 X ER2-6	1	2	14	0	17
34	Faro	EN270	1438	EN270 X ER125 TAVIRA	0	0	8	0	8
35	Faro	EN395	1439	EN395 X ER125 FERREIRAS	0	1	4	0	5

Índice	Nome distrito	Itinerário principal	Trecho Lnecc	Designação da intersecção	Acc mortos	Acc feridos graves	Acc feridos ligeiros	Acc mistos	Total
36	Faro	ER125	694	ER125 X >IP1	0	1	5	1	7
37	Faro	ER270	1009	ER125 X ER270 X ED270 X ED125-3	1	0	6	0	7
38	Faro	ER396	1450	ER125 X ER396	0	0	7	0	7
39	Leiria	EN114	1602	EN114 X EN114-1 MALOEIRA	0	1	8	0	9
40	Leiria	EN242	932	EN8 X EN242 ALFEIZERÃO	0	0	7	0	7
41	Leiria	ER349	1637	IC1(EN109) X ER349 VÁRZEAS	0	0	9	0	9
42	Leiria	IC2	1726	IC2(EN1) X EN242	0	1	8	0	9
43	Leiria	EN243	934	IC2(EN1) X EN243	0	0	15	0	15
44	Leiria	IC2	1725	IC2(EN1) X ER8-6	1	0	5	0	6
45	Leiria	IC11	957	IP6(EN114) X IC11(EN247)	0	0	6	0	6
46	Lisboa	EN115	1739	EN115 X ER115-1 X > CERCAL	0	0	5	0	5
47	Lisboa	ER247	959	EN116 X ER247 ERICEIRA	0	0	9	2	11
48	Lisboa	IC11	1689	IC11(EN115-4) X EN1 X EN3 CARREGADO	0	1	11	1	13
49	Porto	EN104	589	EN104 X EM13	0	1	3	1	5
50	Porto	ER207	792	EN105 X ER207	0	1	8	1	10
51	Porto	ER209	807	EN106 X ER209	0	0	6	0	6
52	Porto	EN15	1642	EN15 X > IP4(A4)	0	1	16	1	18
53	Porto	EN15	1640	EN15 X EM15 (KM24.800) PERRACE - PAREDES	0	0	4	1	5
54	Porto	EN211	1649	EN15 X EN211 RECEZINHOS S. MAMEDE	0	1	4	0	5
55	Porto	EN15	704	EN15 X ER209	0	0	6	0	6
56	Porto	EN15	703	EN15(EN208) X >IP4(A4) ERMESINDE	0	1	6	1	8
57	Porto	EN211	1649	EN211 X >IP4(A4)	0	0	6	0	6
58	Porto	ER319	1667	ER319 X > IP4(A4)	0	0	5	0	5
59	Porto	ER206	1656	IC1(A41) X ER206	0	0	5	0	5
60	Porto	EN14	1630	IC24(A41) X EN14	0	0	5	0	5
61	Porto	IC29	1716	IC29(EN12) X IC29(LIG.) BAIRRO DO CERCO DO PORTO	0	0	5	0	5
62	Santarém	EN113	258	EN113XEN(EM)113(KM 23.180)	0	1	5	0	6
63	Santarém	EN113	1298	EN113XEN(EM)113(KM 25.171)	0	2	3	1	6
64	Santarém	EN114	493	EN114 X > IP1(A1) NÓ SANTARÉM ^ EN114 RUA Ó	0	1	4	0	5
65	Santarém	IC13	80	IC13(EN119) X EN10 X > IC11(A13) INFANTADO	0	0	6	1	7
66	Santarém	IC3	190	IC3 X EN118	0	1	5	0	6
67	Santarém	IC9	1146	IC9(EN356) X EN113	0	1	8	0	9
68	Setúbal	EN379	1174	EN10 X EN379 V. F. AZEITÃO	0	0	6	0	6
69	Setúbal	EN379	1173	EN10 X EN379 V. N. AZEITÃO	0	0	6	1	7
70	Setúbal	ER5	1365	EN10 X ER5 ÁGUAS DE MOURA	0	0	7	0	7

Índice	Nome distrito	Itinerário principal	Trecho Lnec	Designação da intersecção	Acc mortos	Acc feridos graves	Acc feridos ligeiros	Acc mistos	Total
71	Setúbal	EN379	1343	EN379 X EN252 X ED379	0	0	5	0	5
72	Setúbal	EN379	1174	EN379 X EN379-2 PALMELA	0	0	13	1	14
73	Setúbal	ER11-2	78	ER11-2 X EN379-2 X EM11 MOITA	0	1	5	0	6
74	Setúbal	ER261	1350	ER253 X ER261 X ER253-1	0	1	6	0	7
75	Setúbal	IC1	1378	IC1 X EN121 NASCENTE	1	0	6	0	7
76	Setúbal	IC1	1380	IC1(EN5)X IC1(EN10) MARATECA	1	1	4	0	6
77	Viana do Castelo	EN13	36	EN13 X EN101 X EN101(EM13-9) X VALENÇA	0	1	6	0	7
78	Viana do Castelo	EN201	1551	EN201 X ER203 X ED306 P. LIMA	0	0	5	0	5
79	Vila Real	ER314	1322	EN213 X ER314 CHAVES	0	1	5	0	6
80	Viseu	EN323	1545	EN222 X EN323 TABUAÇO	0	0	7	1	8
81	Viseu	ER231-1	1578	IC37(EN231) X ER231-1	0	0	5	0	5
Total	-	-	-	-	8	40	530	29	607
Valor médio	-	-	-	-	0.099	0.494	6.543	0.358	7.494
Desvio padrão (s.d.)	-	-	-	-	0.300	0.594	3.271	0.555	3.465



ANEXO II – Probabilidades *a posteriori* ( $P_{ij}$ ), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidas pelo modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico (secção 4.2)

---

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
1	0.113	0.099	0.222	0.128	0.443	0.155	0.222	0.128
2	0.1	0.088	0.097	0.085	0.702	0.137	0.101	0.089
3	0.064	0.06	0.187	0.094	0.625	0.117	0.125	0.081
4	0.071	0.067	0.142	0.09	0.642	0.124	0.145	0.092
5	0.071	0.067	0.216	0.109	0.642	0.125	0.07	0.065
6	0.077	0.072	0.155	0.095	0.617	0.129	0.151	0.092
7	0.103	0.092	0.101	0.09	0.695	0.137	0.101	0.09
8	0.096	0.092	0.101	0.091	0.5	0.156	0.303	0.141
9	0.06	0.057	0.128	0.083	0.748	0.104	0.064	0.06
10	0.096	0.088	0.091	0.083	0.723	0.13	0.091	0.081
11	0.109	0.095	0.111	0.098	0.672	0.141	0.108	0.097
12	0.112	0.101	0.11	0.101	0.667	0.151	0.111	0.097
13	0.111	0.098	0.222	0.131	0.448	0.159	0.22	0.135
14	0.113	0.099	0.217	0.128	0.447	0.157	0.222	0.131
15	0.224	0.136	0.111	0.1	0.554	0.162	0.111	0.101
16	0.11	0.1	0.109	0.098	0.676	0.149	0.105	0.095
17	0.052	0.049	0.104	0.07	0.739	0.099	0.105	0.07
18	0.111	0.098	0.113	0.101	0.554	0.16	0.223	0.133
19	0.112	0.099	0.111	0.098	0.664	0.145	0.113	0.1
20	0.1	0.091	0.1	0.091	0.603	0.146	0.197	0.12
21	0.093	0.084	0.179	0.108	0.633	0.134	0.094	0.084
22	0.185	0.117	0.182	0.113	0.547	0.145	0.086	0.081
23	0.035	0.034	0.037	0.035	0.86	0.064	0.069	0.047
24	0.109	0.094	0.117	0.106	0.666	0.15	0.108	0.098
25	0.074	0.069	0.079	0.076	0.771	0.115	0.076	0.07
26	0.089	0.084	0.09	0.08	0.734	0.127	0.087	0.084
27	0.11	0.101	0.221	0.132	0.451	0.157	0.218	0.128
28	0.222	0.129	0.217	0.127	0.451	0.153	0.11	0.096
29	0.109	0.097	0.112	0.098	0.667	0.144	0.112	0.101
30	0.079	0.071	0.157	0.098	0.531	0.138	0.233	0.117
31	0.072	0.067	0.143	0.09	0.714	0.116	0.071	0.069
32	0.115	0.1	0.109	0.099	0.662	0.152	0.114	0.102
33	0.097	0.063	0.143	0.074	0.712	0.095	0.048	0.046
34	0.081	0.075	0.083	0.079	0.752	0.12	0.083	0.079
35	0.114	0.103	0.221	0.13	0.551	0.157	0.115	0.102
36	0.093	0.084	0.18	0.11	0.546	0.146	0.181	0.108
37	0.184	0.113	0.089	0.085	0.634	0.139	0.092	0.086
38	0.093	0.087	0.09	0.081	0.724	0.129	0.092	0.085
39	0.074	0.069	0.156	0.097	0.69	0.12	0.079	0.074
40	0.089	0.084	0.091	0.084	0.73	0.128	0.089	0.081
41	0.078	0.069	0.075	0.07	0.771	0.109	0.076	0.071
42	0.077	0.073	0.153	0.095	0.693	0.124	0.077	0.074
43	0.054	0.05	0.054	0.052	0.84	0.085	0.052	0.05
44	0.198	0.117	0.099	0.09	0.604	0.147	0.099	0.092
45	0.1	0.093	0.1	0.09	0.699	0.135	0.101	0.089
46	0.11	0.099	0.11	0.099	0.674	0.15	0.107	0.098
47	0.068	0.062	0.065	0.062	0.662	0.12	0.205	0.104
48	0.058	0.055	0.119	0.081	0.701	0.112	0.121	0.078
49	0.112	0.102	0.221	0.129	0.44	0.157	0.227	0.134
50	0.073	0.071	0.144	0.093	0.639	0.127	0.144	0.092
51	0.103	0.091	0.103	0.092	0.692	0.141	0.102	0.093
52	0.045	0.044	0.091	0.061	0.775	0.084	0.089	0.058
53	0.111	0.097	0.115	0.102	0.556	0.158	0.219	0.132
54	0.114	0.103	0.232	0.135	0.547	0.159	0.107	0.097

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
55	0.098	0.09	0.099	0.09	0.701	0.142	0.101	0.092
56	0.081	0.073	0.17	0.106	0.581	0.135	0.168	0.101
57	0.105	0.1	0.098	0.088	0.701	0.14	0.097	0.087
58	0.11	0.097	0.112	0.1	0.671	0.147	0.107	0.096
59	0.107	0.097	0.113	0.103	0.671	0.15	0.108	0.099
60	0.113	0.101	0.108	0.094	0.669	0.145	0.11	0.099
61	0.11	0.099	0.115	0.102	0.662	0.151	0.113	0.102
62	0.103	0.092	0.202	0.121	0.597	0.153	0.098	0.091
63	0.101	0.088	0.294	0.139	0.401	0.15	0.204	0.124
64	0.111	0.1	0.217	0.13	0.562	0.16	0.11	0.097
65	0.09	0.083	0.09	0.084	0.635	0.137	0.185	0.115
66	0.099	0.089	0.199	0.122	0.606	0.149	0.095	0.086
67	0.077	0.069	0.151	0.095	0.695	0.12	0.076	0.071
68	0.099	0.087	0.098	0.09	0.697	0.137	0.105	0.093
69	0.094	0.083	0.09	0.08	0.631	0.136	0.184	0.111
70	0.089	0.081	0.091	0.081	0.73	0.127	0.091	0.085
71	0.113	0.098	0.114	0.103	0.666	0.149	0.108	0.097
72	0.058	0.055	0.056	0.054	0.775	0.098	0.112	0.072
73	0.1	0.092	0.203	0.121	0.595	0.15	0.101	0.094
74	0.09	0.085	0.185	0.116	0.636	0.142	0.089	0.083
75	0.185	0.114	0.091	0.085	0.634	0.137	0.089	0.081
76	0.203	0.122	0.198	0.122	0.5	0.156	0.099	0.091
77	0.087	0.078	0.182	0.111	0.641	0.135	0.09	0.084
78	0.114	0.101	0.11	0.101	0.668	0.149	0.107	0.099
79	0.101	0.093	0.197	0.119	0.602	0.146	0.1	0.09
80	0.082	0.075	0.083	0.077	0.671	0.126	0.163	0.1
81	0.108	0.1	0.114	0.1	0.668	0.15	0.11	0.101

ANEXO III – Probabilidades *a posteriori* ( $P_{ij}$ ), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidas pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet (secção 4.3)

---

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
1	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
2	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
3	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
4	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
5	0.019	0.01	0.063	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
6	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
7	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
8	0.019	0.011	0.062	0.009	0.861	0.014	0.057	0.009
9	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.056	0.009
10	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
11	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
12	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
13	0.019	0.01	0.063	0.01	0.861	0.014	0.057	0.009
14	0.019	0.01	0.063	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
15	0.02	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
16	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
17	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
18	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
19	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.014	0.057	0.009
20	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.014	0.057	0.009
21	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
22	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.014	0.056	0.009
23	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.014	0.057	0.009
24	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
25	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
26	0.019	0.011	0.062	0.009	0.862	0.013	0.056	0.009
27	0.019	0.011	0.063	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
28	0.019	0.01	0.062	0.009	0.861	0.013	0.057	0.009
29	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
30	0.019	0.011	0.062	0.01	0.861	0.013	0.057	0.009
31	0.019	0.011	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
32	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
33	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.014	0.056	0.009
34	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
35	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
36	0.019	0.01	0.063	0.01	0.861	0.013	0.057	0.009
37	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
38	0.019	0.011	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
39	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
40	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
41	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
42	0.019	0.01	0.063	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
43	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.014	0.057	0.009
44	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.056	0.009
45	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
46	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
47	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
48	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
49	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.014	0.057	0.009
50	0.019	0.01	0.063	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
51	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
52	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.014	0.057	0.009
53	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
54	0.019	0.01	0.063	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
55	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
56	0.019	0.01	0.063	0.01	0.861	0.013	0.057	0.009
57	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
58	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
59	0.019	0.011	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
60	0.019	0.011	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
61	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
62	0.019	0.01	0.063	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
63	0.019	0.01	0.063	0.009	0.861	0.013	0.057	0.009
64	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.014	0.057	0.009
65	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
66	0.019	0.011	0.062	0.009	0.862	0.014	0.056	0.009
67	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.014	0.056	0.009
68	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
69	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
70	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
71	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
72	0.019	0.011	0.062	0.01	0.862	0.014	0.057	0.009
73	0.019	0.011	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
74	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.014	0.057	0.009
75	0.019	0.01	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
76	0.019	0.01	0.063	0.01	0.861	0.013	0.057	0.009
77	0.019	0.011	0.063	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
78	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009
79	0.019	0.01	0.063	0.009	0.861	0.013	0.057	0.009
80	0.019	0.011	0.062	0.009	0.862	0.013	0.057	0.009
81	0.019	0.01	0.062	0.01	0.862	0.013	0.057	0.009

ANEXO IV – Probabilidades *a posteriori* ( $H_{ij}$ ) de se obterem valores mais elevados, ou mais baixos, do que as taxas médias de cada tipo de acidente – respectivas ao modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet (secção 4.3)

---

Índice	$Hu_{i1}$	s.d.	$Hu_{i2}$	s.d.	$Hu_{i3}$	s.d.	$Hu_{i4}$	s.d.
1	0.475	0.5	0.496	0.5	0.516	0.5	0.493	0.5
2	0.485	0.5	0.498	0.5	0.505	0.5	0.493	0.5
3	0.463	0.499	0.514	0.5	0.503	0.5	0.509	0.5
4	0.47	0.499	0.511	0.5	0.503	0.5	0.493	0.5
5	0.473	0.499	0.537	0.499	0.487	0.5	0.482	0.5
6	0.461	0.499	0.492	0.5	0.493	0.5	0.515	0.5
7	0.475	0.5	0.469	0.499	0.529	0.499	0.485	0.5
8	0.483	0.5	0.494	0.5	0.467	0.499	0.552	0.497
9	0.476	0.5	0.491	0.5	0.525	0.5	0.468	0.499
10	0.501	0.5	0.493	0.5	0.51	0.5	0.491	0.5
11	0.479	0.5	0.485	0.5	0.507	0.5	0.485	0.5
12	0.522	0.5	0.476	0.5	0.495	0.5	0.488	0.5
13	0.487	0.5	0.527	0.499	0.481	0.5	0.495	0.5
14	0.465	0.499	0.523	0.5	0.498	0.5	0.495	0.5
15	0.539	0.499	0.473	0.499	0.504	0.5	0.499	0.5
16	0.479	0.5	0.473	0.499	0.525	0.5	0.476	0.5
17	0.478	0.5	0.485	0.5	0.515	0.5	0.476	0.5
18	0.485	0.5	0.489	0.5	0.491	0.5	0.521	0.5
19	0.483	0.5	0.495	0.5	0.507	0.5	0.472	0.499
20	0.455	0.498	0.515	0.5	0.499	0.5	0.511	0.5
21	0.474	0.499	0.503	0.5	0.505	0.5	0.468	0.499
22	0.522	0.5	0.503	0.5	0.507	0.5	0.46	0.499
23	0.455	0.498	0.463	0.499	0.535	0.499	0.487	0.5
24	0.467	0.499	0.49	0.5	0.499	0.5	0.518	0.5
25	0.453	0.498	0.497	0.5	0.511	0.5	0.487	0.5
26	0.471	0.499	0.481	0.5	0.533	0.499	0.467	0.499
27	0.468	0.499	0.517	0.5	0.467	0.499	0.493	0.5
28	0.521	0.5	0.498	0.5	0.481	0.5	0.496	0.5
29	0.496	0.5	0.49	0.5	0.499	0.5	0.501	0.5
30	0.468	0.499	0.481	0.5	0.49	0.5	0.539	0.499
31	0.456	0.498	0.497	0.5	0.498	0.5	0.481	0.5
32	0.457	0.498	0.49	0.5	0.524	0.5	0.488	0.5
33	0.518	0.5	0.509	0.5	0.51	0.5	0.454	0.498
34	0.504	0.5	0.467	0.499	0.514	0.5	0.475	0.5
35	0.453	0.498	0.503	0.5	0.499	0.5	0.489	0.5
36	0.464	0.499	0.523	0.5	0.488	0.5	0.508	0.5
37	0.519	0.5	0.495	0.5	0.515	0.5	0.472	0.499
38	0.45	0.498	0.505	0.5	0.521	0.5	0.471	0.499
39	0.469	0.499	0.504	0.5	0.507	0.5	0.495	0.5
40	0.454	0.498	0.483	0.5	0.521	0.5	0.495	0.5
41	0.478	0.5	0.502	0.5	0.503	0.5	0.489	0.5
42	0.479	0.5	0.529	0.499	0.501	0.5	0.463	0.499
43	0.493	0.5	0.473	0.499	0.529	0.499	0.471	0.499
44	0.519	0.5	0.503	0.5	0.508	0.5	0.463	0.499
45	0.463	0.499	0.479	0.5	0.538	0.499	0.485	0.5
46	0.495	0.5	0.472	0.499	0.511	0.5	0.477	0.5
47	0.476	0.5	0.469	0.499	0.485	0.5	0.551	0.498
48	0.505	0.5	0.499	0.5	0.496	0.5	0.509	0.5
49	0.486	0.5	0.502	0.5	0.499	0.5	0.486	0.5
50	0.466	0.499	0.517	0.5	0.488	0.5	0.501	0.5
51	0.472	0.499	0.497	0.5	0.501	0.5	0.489	0.5
52	0.464	0.499	0.475	0.5	0.514	0.5	0.493	0.5
53	0.483	0.5	0.487	0.5	0.492	0.5	0.507	0.5
54	0.481	0.5	0.523	0.5	0.501	0.5	0.469	0.499



Índice	$Hu_{i1}$	s.d.	$Hu_{i2}$	s.d.	$Hu_{i3}$	s.d.	$Hu_{i4}$	s.d.
55	0.459	0.498	0.473	0.499	0.532	0.499	0.479	0.5
56	0.463	0.499	0.515	0.5	0.478	0.5	0.506	0.5
57	0.479	0.5	0.51	0.5	0.494	0.5	0.478	0.5
58	0.485	0.5	0.477	0.5	0.529	0.499	0.487	0.5
59	0.496	0.5	0.499	0.5	0.504	0.5	0.485	0.5
60	0.505	0.5	0.479	0.5	0.515	0.5	0.508	0.5
61	0.481	0.5	0.469	0.499	0.524	0.5	0.477	0.5
62	0.487	0.5	0.504	0.5	0.479	0.5	0.515	0.5
63	0.483	0.5	0.529	0.499	0.454	0.498	0.522	0.5
64	0.498	0.5	0.499	0.5	0.509	0.5	0.488	0.5
65	0.472	0.499	0.491	0.5	0.507	0.5	0.517	0.5
66	0.467	0.499	0.515	0.5	0.506	0.5	0.465	0.499
67	0.479	0.5	0.508	0.5	0.511	0.5	0.459	0.499
68	0.453	0.498	0.522	0.5	0.525	0.5	0.463	0.499
69	0.474	0.499	0.466	0.499	0.517	0.5	0.487	0.5
70	0.483	0.5	0.511	0.5	0.502	0.5	0.503	0.5
71	0.484	0.5	0.491	0.5	0.503	0.5	0.485	0.5
72	0.471	0.499	0.476	0.5	0.541	0.499	0.49	0.5
73	0.484	0.5	0.513	0.5	0.499	0.5	0.481	0.5
74	0.492	0.5	0.489	0.5	0.501	0.5	0.475	0.5
75	0.539	0.499	0.473	0.499	0.496	0.5	0.485	0.5
76	0.528	0.499	0.506	0.5	0.487	0.5	0.491	0.5
77	0.459	0.499	0.517	0.5	0.503	0.5	0.478	0.5
78	0.465	0.499	0.476	0.5	0.507	0.5	0.494	0.5
79	0.491	0.5	0.507	0.5	0.482	0.5	0.499	0.5
80	0.483	0.5	0.479	0.5	0.507	0.5	0.522	0.5
81	0.456	0.498	0.47	0.499	0.53	0.499	0.489	0.5

ANEXO V – Probabilidades *a posteriori* ( $P_{ij}$ ), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidos pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) (secção 4.4)

---

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
1	0.015	0.008	0.072	0.018	0.862	0.025	0.052	0.016
2	0.014	0.008	0.067	0.017	0.87	0.024	0.049	0.016
3	0.015	0.008	0.072	0.017	0.862	0.024	0.051	0.016
4	0.014	0.008	0.069	0.017	0.865	0.024	0.052	0.016
5	0.014	0.008	0.074	0.018	0.864	0.024	0.048	0.015
6	0.014	0.008	0.069	0.017	0.865	0.024	0.051	0.016
7	0.015	0.008	0.067	0.017	0.869	0.024	0.049	0.016
8	0.015	0.008	0.067	0.017	0.863	0.024	0.055	0.017
9	0.014	0.008	0.07	0.018	0.869	0.022	0.047	0.015
10	0.015	0.008	0.067	0.017	0.87	0.023	0.048	0.016
11	0.015	0.008	0.067	0.017	0.869	0.023	0.048	0.016
12	0.015	0.008	0.068	0.017	0.869	0.024	0.049	0.016
13	0.015	0.008	0.071	0.018	0.862	0.024	0.053	0.016
14	0.015	0.008	0.07	0.018	0.862	0.025	0.053	0.016
15	0.018	0.01	0.068	0.017	0.866	0.023	0.048	0.015
16	0.014	0.008	0.068	0.017	0.868	0.024	0.049	0.016
17	0.014	0.008	0.069	0.017	0.866	0.023	0.05	0.016
18	0.015	0.008	0.067	0.017	0.866	0.023	0.052	0.016
19	0.014	0.008	0.068	0.017	0.869	0.024	0.049	0.016
20	0.014	0.008	0.067	0.017	0.866	0.024	0.052	0.016
21	0.014	0.008	0.07	0.018	0.868	0.023	0.048	0.015
22	0.018	0.009	0.07	0.018	0.864	0.025	0.048	0.016
23	0.014	0.008	0.063	0.016	0.874	0.023	0.049	0.015
24	0.015	0.008	0.068	0.018	0.87	0.024	0.048	0.016
25	0.015	0.008	0.067	0.017	0.87	0.024	0.049	0.016
26	0.014	0.008	0.067	0.017	0.87	0.023	0.049	0.015
27	0.014	0.008	0.07	0.018	0.863	0.024	0.052	0.016
28	0.018	0.009	0.071	0.018	0.863	0.024	0.049	0.016
29	0.015	0.009	0.068	0.018	0.869	0.024	0.049	0.016
30	0.014	0.008	0.07	0.017	0.861	0.024	0.054	0.016
31	0.014	0.008	0.069	0.017	0.868	0.023	0.048	0.015
32	0.015	0.009	0.067	0.017	0.869	0.023	0.049	0.016
33	0.018	0.009	0.071	0.017	0.865	0.024	0.047	0.015
34	0.014	0.008	0.066	0.017	0.871	0.024	0.048	0.015
35	0.015	0.009	0.07	0.017	0.866	0.024	0.049	0.016
36	0.014	0.008	0.071	0.018	0.863	0.024	0.052	0.016
37	0.018	0.009	0.067	0.018	0.867	0.023	0.048	0.015
38	0.015	0.008	0.067	0.017	0.87	0.024	0.049	0.015
39	0.014	0.008	0.07	0.017	0.868	0.023	0.048	0.016
40	0.015	0.009	0.067	0.017	0.87	0.024	0.049	0.016
41	0.014	0.008	0.067	0.017	0.871	0.023	0.048	0.015
42	0.014	0.008	0.071	0.018	0.867	0.024	0.048	0.016
43	0.014	0.008	0.066	0.016	0.872	0.023	0.047	0.015
44	0.018	0.009	0.068	0.018	0.866	0.024	0.048	0.016
45	0.014	0.008	0.068	0.017	0.869	0.024	0.049	0.016
46	0.015	0.009	0.068	0.018	0.868	0.024	0.049	0.016
47	0.014	0.008	0.066	0.017	0.866	0.024	0.054	0.016
48	0.014	0.008	0.069	0.018	0.866	0.023	0.05	0.015
49	0.015	0.009	0.071	0.018	0.862	0.024	0.052	0.016
50	0.015	0.008	0.07	0.018	0.864	0.025	0.051	0.016
51	0.015	0.008	0.067	0.017	0.87	0.024	0.048	0.016
52	0.014	0.008	0.068	0.017	0.868	0.024	0.05	0.016
53	0.015	0.009	0.068	0.018	0.866	0.024	0.052	0.016
54	0.015	0.008	0.071	0.017	0.867	0.024	0.048	0.015

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
55	0.015	0.008	0.067	0.017	0.87	0.023	0.048	0.015
56	0.014	0.008	0.07	0.018	0.864	0.024	0.052	0.016
57	0.015	0.008	0.067	0.017	0.87	0.023	0.048	0.015
58	0.014	0.008	0.067	0.017	0.869	0.024	0.049	0.016
59	0.014	0.008	0.067	0.017	0.869	0.024	0.049	0.015
60	0.015	0.009	0.067	0.017	0.869	0.024	0.049	0.016
61	0.015	0.008	0.067	0.017	0.869	0.024	0.049	0.015
62	0.014	0.008	0.071	0.018	0.867	0.024	0.048	0.016
63	0.015	0.008	0.074	0.018	0.859	0.025	0.052	0.016
64	0.014	0.008	0.07	0.017	0.867	0.024	0.049	0.016
65	0.015	0.008	0.067	0.017	0.867	0.024	0.052	0.016
66	0.015	0.009	0.07	0.018	0.867	0.024	0.048	0.016
67	0.014	0.008	0.07	0.017	0.867	0.024	0.049	0.016
68	0.014	0.008	0.068	0.018	0.87	0.025	0.048	0.016
69	0.015	0.008	0.067	0.017	0.867	0.025	0.052	0.016
70	0.014	0.008	0.067	0.017	0.87	0.023	0.048	0.015
71	0.015	0.008	0.068	0.017	0.868	0.024	0.049	0.016
72	0.014	0.008	0.065	0.016	0.869	0.023	0.051	0.016
73	0.015	0.008	0.07	0.018	0.866	0.024	0.049	0.016
74	0.015	0.008	0.071	0.018	0.866	0.024	0.048	0.015
75	0.018	0.009	0.067	0.017	0.867	0.024	0.048	0.015
76	0.018	0.009	0.071	0.018	0.862	0.025	0.049	0.016
77	0.014	0.008	0.071	0.017	0.867	0.023	0.048	0.015
78	0.015	0.008	0.068	0.016	0.869	0.023	0.049	0.016
79	0.015	0.008	0.07	0.017	0.867	0.024	0.048	0.015
80	0.014	0.008	0.066	0.017	0.868	0.023	0.051	0.016
81	0.015	0.008	0.068	0.018	0.869	0.024	0.049	0.016

ANEXO VI – Probabilidades *a posteriori* ( $H_{ij}$ ) de se obterem valores mais elevados, ou mais baixos, do que as taxas médias de cada tipo de acidente – respectivas ao modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998) (secção 4.4)

---

Índice	$Hu_{i1}$	s.d.	$Hu_{i2}$	s.d.	$Hu_{i3}$	s.d.	$Hu_{i4}$	s.d.
1	0.405	0.491	0.547	0.498	0.414	0.493	0.54	0.499
2	0.407	0.491	0.447	0.497	0.574	0.495	0.455	0.498
3	0.427	0.495	0.578	0.494	0.425	0.495	0.517	0.5
4	0.38	0.486	0.513	0.5	0.475	0.5	0.535	0.499
5	0.405	0.491	0.609	0.488	0.464	0.499	0.409	0.492
6	0.403	0.491	0.501	0.5	0.481	0.5	0.523	0.5
7	0.422	0.494	0.423	0.494	0.559	0.497	0.443	0.497
8	0.427	0.495	0.434	0.496	0.446	0.497	0.621	0.485
9	0.394	0.489	0.499	0.5	0.563	0.496	0.4	0.49
10	0.422	0.494	0.436	0.496	0.569	0.495	0.43	0.495
11	0.433	0.496	0.455	0.498	0.56	0.497	0.442	0.497
12	0.433	0.496	0.461	0.499	0.556	0.497	0.443	0.497
13	0.421	0.494	0.551	0.498	0.399	0.49	0.554	0.497
14	0.443	0.497	0.49	0.5	0.42	0.494	0.575	0.495
15	0.595	0.491	0.451	0.498	0.486	0.5	0.444	0.497
16	0.409	0.492	0.462	0.499	0.554	0.497	0.459	0.498
17	0.403	0.491	0.479	0.5	0.494	0.5	0.483	0.5
18	0.453	0.498	0.44	0.497	0.487	0.5	0.537	0.499
19	0.4	0.49	0.463	0.499	0.571	0.495	0.427	0.495
20	0.409	0.492	0.446	0.497	0.493	0.5	0.547	0.498
21	0.411	0.492	0.511	0.5	0.521	0.5	0.445	0.497
22	0.608	0.488	0.5	0.5	0.451	0.498	0.435	0.496
23	0.369	0.483	0.343	0.475	0.646	0.478	0.46	0.499
24	0.407	0.491	0.443	0.497	0.564	0.496	0.429	0.495
25	0.413	0.492	0.425	0.494	0.581	0.494	0.438	0.496
26	0.411	0.492	0.415	0.493	0.576	0.494	0.441	0.497
27	0.409	0.492	0.527	0.499	0.436	0.496	0.569	0.495
28	0.615	0.487	0.525	0.5	0.445	0.497	0.429	0.495
29	0.421	0.494	0.447	0.497	0.543	0.498	0.458	0.498
30	0.411	0.492	0.51	0.5	0.39	0.488	0.631	0.483
31	0.397	0.489	0.478	0.5	0.558	0.497	0.42	0.494
32	0.437	0.496	0.413	0.493	0.565	0.496	0.453	0.498
33	0.603	0.49	0.552	0.497	0.458	0.498	0.373	0.484
34	0.418	0.493	0.408	0.492	0.59	0.492	0.455	0.498
35	0.446	0.497	0.527	0.499	0.499	0.5	0.451	0.498
36	0.394	0.489	0.548	0.498	0.427	0.495	0.522	0.5
37	0.591	0.492	0.429	0.495	0.508	0.5	0.445	0.497
38	0.425	0.494	0.438	0.496	0.571	0.495	0.444	0.497
39	0.395	0.489	0.495	0.5	0.539	0.499	0.427	0.495
40	0.425	0.495	0.432	0.496	0.576	0.494	0.446	0.497
41	0.399	0.49	0.444	0.497	0.59	0.492	0.4	0.49
42	0.406	0.491	0.539	0.499	0.521	0.5	0.427	0.495
43	0.395	0.489	0.421	0.494	0.611	0.488	0.395	0.489
44	0.592	0.492	0.461	0.499	0.484	0.5	0.422	0.494
45	0.408	0.492	0.455	0.498	0.544	0.498	0.44	0.497
46	0.439	0.496	0.453	0.498	0.537	0.499	0.446	0.497
47	0.41	0.492	0.414	0.493	0.471	0.499	0.612	0.487
48	0.4	0.49	0.489	0.5	0.482	0.5	0.501	0.5
49	0.399	0.49	0.537	0.499	0.419	0.494	0.561	0.496
50	0.43	0.495	0.511	0.5	0.467	0.499	0.504	0.5
51	0.439	0.496	0.416	0.493	0.582	0.493	0.44	0.497
52	0.378	0.485	0.473	0.499	0.534	0.499	0.488	0.5
53	0.437	0.496	0.443	0.497	0.482	0.5	0.539	0.499
54	0.429	0.495	0.532	0.499	0.517	0.5	0.422	0.494

Índice	$Hu_{i1}$	s.d.	$Hu_{i2}$	s.d.	$Hu_{i3}$	s.d.	$Hu_{i4}$	s.d.
55	0.451	0.498	0.431	0.495	0.578	0.494	0.425	0.495
56	0.397	0.49	0.509	0.5	0.46	0.499	0.547	0.498
57	0.44	0.497	0.431	0.495	0.558	0.497	0.43	0.495
58	0.397	0.49	0.447	0.497	0.553	0.497	0.47	0.499
59	0.421	0.494	0.451	0.498	0.567	0.496	0.448	0.497
60	0.423	0.494	0.451	0.498	0.564	0.496	0.442	0.497
61	0.428	0.495	0.447	0.497	0.546	0.498	0.461	0.499
62	0.405	0.491	0.535	0.499	0.517	0.5	0.421	0.494
63	0.413	0.492	0.611	0.488	0.369	0.483	0.554	0.497
64	0.399	0.49	0.516	0.5	0.511	0.5	0.444	0.497
65	0.411	0.492	0.443	0.497	0.515	0.5	0.533	0.499
66	0.435	0.496	0.511	0.5	0.521	0.5	0.427	0.495
67	0.401	0.49	0.529	0.499	0.518	0.5	0.439	0.496
68	0.403	0.491	0.465	0.499	0.562	0.496	0.44	0.497
69	0.427	0.495	0.429	0.495	0.516	0.5	0.544	0.498
70	0.417	0.493	0.445	0.497	0.573	0.495	0.44	0.497
71	0.445	0.497	0.445	0.497	0.543	0.498	0.471	0.499
72	0.396	0.489	0.38	0.486	0.578	0.494	0.521	0.5
73	0.425	0.495	0.514	0.5	0.497	0.5	0.457	0.498
74	0.423	0.494	0.553	0.497	0.486	0.5	0.414	0.493
75	0.599	0.49	0.437	0.496	0.519	0.5	0.436	0.496
76	0.601	0.49	0.545	0.498	0.427	0.495	0.465	0.499
77	0.409	0.492	0.544	0.498	0.5	0.5	0.439	0.496
78	0.433	0.496	0.47	0.499	0.547	0.498	0.456	0.498
79	0.432	0.496	0.515	0.5	0.519	0.5	0.429	0.495
80	0.405	0.491	0.416	0.493	0.543	0.498	0.519	0.5
81	0.43	0.495	0.457	0.498	0.553	0.497	0.45	0.498

ANEXO VII – Probabilidades *a posteriori* ( $P_{ij}$ ), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidos pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet segundo Congdon (2006) (secção 4.5)

---



Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
1	0.014	0.03	0.115	0.078	0.767	0.103	0.103	0.076
2	0.013	0.027	0.053	0.054	0.895	0.076	0.039	0.047
3	0.01	0.019	0.125	0.069	0.794	0.083	0.071	0.052
4	0.012	0.025	0.091	0.063	0.82	0.083	0.077	0.055
5	0.011	0.023	0.135	0.071	0.823	0.079	0.031	0.036
6	0.012	0.024	0.094	0.066	0.812	0.084	0.082	0.059
7	0.016	0.028	0.052	0.052	0.893	0.073	0.04	0.048
8	0.014	0.027	0.053	0.054	0.779	0.1	0.154	0.087
9	0.009	0.019	0.081	0.056	0.882	0.067	0.029	0.034
10	0.012	0.025	0.048	0.052	0.905	0.068	0.035	0.042
11	0.014	0.028	0.055	0.056	0.889	0.076	0.041	0.049
12	0.015	0.028	0.054	0.056	0.892	0.075	0.039	0.046
13	0.012	0.027	0.117	0.081	0.766	0.106	0.105	0.075
14	0.015	0.031	0.116	0.076	0.767	0.102	0.102	0.074
15	0.076	0.066	0.057	0.056	0.828	0.095	0.04	0.049
16	0.013	0.028	0.057	0.055	0.889	0.079	0.041	0.05
17	0.01	0.018	0.072	0.049	0.856	0.067	0.063	0.047
18	0.014	0.027	0.057	0.055	0.826	0.094	0.103	0.076
19	0.014	0.028	0.054	0.053	0.891	0.076	0.042	0.051
20	0.014	0.029	0.052	0.053	0.835	0.091	0.099	0.073
21	0.012	0.024	0.104	0.071	0.849	0.083	0.036	0.042
22	0.067	0.058	0.106	0.07	0.79	0.094	0.037	0.043
23	0.006	0.012	0.026	0.027	0.923	0.045	0.046	0.034
24	0.012	0.026	0.057	0.056	0.89	0.077	0.041	0.05
25	0.011	0.021	0.044	0.045	0.914	0.06	0.031	0.036
26	0.014	0.026	0.047	0.05	0.905	0.07	0.034	0.04
27	0.014	0.028	0.119	0.077	0.765	0.101	0.102	0.073
28	0.073	0.064	0.115	0.076	0.77	0.103	0.042	0.05
29	0.014	0.028	0.055	0.056	0.891	0.077	0.04	0.05
30	0.011	0.026	0.095	0.063	0.763	0.093	0.131	0.073
31	0.011	0.022	0.089	0.061	0.869	0.073	0.031	0.038
32	0.013	0.028	0.055	0.056	0.889	0.079	0.043	0.051
33	0.044	0.04	0.102	0.055	0.831	0.071	0.023	0.028
34	0.012	0.023	0.046	0.048	0.908	0.065	0.035	0.043
35	0.013	0.026	0.118	0.08	0.826	0.093	0.043	0.049
36	0.012	0.029	0.105	0.07	0.794	0.092	0.089	0.064
37	0.068	0.06	0.05	0.051	0.846	0.084	0.036	0.044
38	0.014	0.026	0.047	0.049	0.901	0.068	0.037	0.042
39	0.011	0.022	0.095	0.066	0.862	0.076	0.032	0.038
40	0.012	0.025	0.05	0.049	0.9	0.069	0.038	0.045
41	0.01	0.023	0.045	0.045	0.912	0.063	0.032	0.039
42	0.012	0.024	0.097	0.065	0.859	0.075	0.032	0.041
43	0.01	0.019	0.035	0.038	0.929	0.053	0.027	0.032
44	0.068	0.06	0.052	0.053	0.841	0.088	0.038	0.046
45	0.015	0.027	0.053	0.054	0.894	0.075	0.039	0.048
46	0.014	0.026	0.055	0.056	0.892	0.077	0.039	0.047
47	0.011	0.021	0.04	0.042	0.828	0.082	0.121	0.071
48	0.009	0.018	0.078	0.054	0.843	0.074	0.07	0.052
49	0.014	0.03	0.118	0.08	0.768	0.106	0.099	0.071
50	0.01	0.021	0.089	0.06	0.822	0.082	0.079	0.058
51	0.013	0.027	0.053	0.054	0.895	0.075	0.04	0.046
52	0.009	0.017	0.064	0.044	0.871	0.059	0.056	0.04
53	0.013	0.027	0.055	0.056	0.83	0.091	0.103	0.073
54	0.014	0.027	0.121	0.081	0.824	0.093	0.041	0.047

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
55	0.013	0.027	0.052	0.054	0.898	0.073	0.037	0.045
56	0.011	0.025	0.096	0.065	0.806	0.089	0.086	0.063
57	0.013	0.027	0.051	0.051	0.897	0.072	0.039	0.048
58	0.014	0.03	0.054	0.054	0.891	0.076	0.041	0.05
59	0.014	0.027	0.057	0.061	0.889	0.079	0.04	0.048
60	0.013	0.026	0.054	0.056	0.892	0.077	0.041	0.049
61	0.017	0.032	0.055	0.056	0.886	0.079	0.042	0.05
62	0.013	0.028	0.108	0.073	0.842	0.089	0.038	0.046
63	0.014	0.026	0.169	0.09	0.72	0.107	0.098	0.07
64	0.012	0.027	0.118	0.08	0.831	0.092	0.039	0.047
65	0.011	0.023	0.051	0.053	0.848	0.085	0.09	0.066
66	0.013	0.027	0.113	0.075	0.835	0.089	0.039	0.046
67	0.01	0.023	0.092	0.061	0.865	0.073	0.032	0.039
68	0.014	0.028	0.053	0.055	0.895	0.075	0.038	0.044
69	0.011	0.024	0.049	0.052	0.849	0.085	0.091	0.066
70	0.012	0.025	0.048	0.048	0.903	0.066	0.036	0.042
71	0.013	0.027	0.057	0.058	0.888	0.078	0.041	0.047
72	0.01	0.018	0.035	0.036	0.892	0.06	0.063	0.047
73	0.011	0.022	0.112	0.073	0.837	0.088	0.04	0.048
74	0.012	0.025	0.103	0.071	0.849	0.081	0.036	0.043
75	0.066	0.056	0.047	0.05	0.849	0.085	0.037	0.047
76	0.071	0.061	0.108	0.071	0.782	0.097	0.038	0.046
77	0.013	0.025	0.103	0.068	0.846	0.082	0.038	0.044
78	0.014	0.032	0.056	0.057	0.887	0.078	0.043	0.05
79	0.012	0.025	0.112	0.077	0.839	0.087	0.036	0.044
80	0.012	0.025	0.045	0.047	0.856	0.078	0.086	0.062
81	0.014	0.028	0.057	0.055	0.888	0.076	0.041	0.048

ANEXO VIII – Probabilidades *a posteriori* ( $H_{ij}$ ) de se obterem valores mais elevados, ou mais baixos, do que as taxas médias de cada tipo de acidente – respectivas ao modelo Multinomial Dirichlet com incerteza nos parâmetros segundo Congdon (2006) (secção 4.5)

---

Índice	$Hu_{i1}$	s.d.	$Hu_{i2}$	s.d.	$Hu_{i3}$	s.d.	$Hu_{i4}$	s.d.
1	0.186	0.389	0.607	0.489	0.257	0.437	0.683	0.466
2	0.175	0.38	0.231	0.422	0.791	0.407	0.225	0.418
3	0.152	0.359	0.718	0.45	0.313	0.464	0.503	0.5
4	0.169	0.375	0.484	0.5	0.451	0.498	0.559	0.497
5	0.164	0.37	0.755	0.43	0.451	0.498	0.179	0.383
6	0.169	0.375	0.509	0.5	0.423	0.494	0.573	0.495
7	0.223	0.417	0.229	0.421	0.786	0.41	0.242	0.428
8	0.198	0.399	0.231	0.421	0.295	0.456	0.904	0.295
9	0.124	0.33	0.412	0.492	0.753	0.431	0.149	0.357
10	0.171	0.376	0.197	0.398	0.831	0.375	0.197	0.398
11	0.209	0.407	0.243	0.429	0.787	0.409	0.24	0.427
12	0.203	0.402	0.238	0.426	0.787	0.409	0.23	0.421
13	0.177	0.382	0.605	0.489	0.257	0.437	0.694	0.461
14	0.193	0.395	0.629	0.483	0.257	0.437	0.671	0.47
15	0.813	0.39	0.258	0.438	0.513	0.5	0.227	0.419
16	0.178	0.383	0.255	0.436	0.789	0.408	0.243	0.429
17	0.143	0.351	0.363	0.481	0.637	0.481	0.445	0.497
18	0.19	0.392	0.268	0.443	0.485	0.5	0.665	0.472
19	0.201	0.401	0.227	0.419	0.785	0.411	0.24	0.427
20	0.189	0.392	0.223	0.416	0.535	0.499	0.667	0.472
21	0.174	0.379	0.563	0.496	0.592	0.492	0.205	0.404
22	0.803	0.398	0.584	0.493	0.326	0.469	0.205	0.404
23	0.081	0.273	0.047	0.212	0.947	0.223	0.299	0.458
24	0.166	0.372	0.251	0.434	0.783	0.412	0.24	0.427
25	0.149	0.356	0.163	0.369	0.886	0.318	0.169	0.375
26	0.207	0.406	0.193	0.395	0.835	0.372	0.207	0.405
27	0.205	0.404	0.638	0.481	0.249	0.432	0.679	0.467
28	0.812	0.391	0.617	0.486	0.265	0.442	0.257	0.437
29	0.195	0.397	0.238	0.426	0.777	0.416	0.238	0.426
30	0.144	0.351	0.509	0.5	0.219	0.413	0.852	0.355
31	0.157	0.364	0.466	0.499	0.701	0.458	0.175	0.38
32	0.181	0.385	0.247	0.432	0.775	0.418	0.261	0.439
33	0.666	0.472	0.617	0.486	0.495	0.5	0.096	0.295
34	0.169	0.375	0.183	0.387	0.86	0.347	0.187	0.39
35	0.181	0.385	0.624	0.485	0.505	0.5	0.26	0.439
36	0.161	0.367	0.557	0.497	0.341	0.474	0.614	0.487
37	0.795	0.404	0.198	0.399	0.579	0.494	0.204	0.403
38	0.209	0.406	0.187	0.39	0.827	0.378	0.217	0.413
39	0.159	0.366	0.509	0.5	0.661	0.474	0.186	0.389
40	0.171	0.377	0.207	0.406	0.822	0.383	0.227	0.419
41	0.151	0.358	0.168	0.374	0.882	0.323	0.177	0.382
42	0.181	0.385	0.526	0.499	0.648	0.478	0.18	0.384
43	0.144	0.351	0.113	0.317	0.939	0.239	0.133	0.339
44	0.795	0.404	0.226	0.418	0.571	0.495	0.215	0.411
45	0.211	0.408	0.238	0.426	0.792	0.406	0.234	0.424
46	0.199	0.4	0.244	0.43	0.795	0.404	0.23	0.421
47	0.171	0.376	0.133	0.339	0.499	0.5	0.821	0.383
48	0.135	0.341	0.405	0.491	0.571	0.495	0.498	0.5
49	0.19	0.392	0.629	0.483	0.276	0.447	0.667	0.471
50	0.154	0.361	0.473	0.499	0.471	0.499	0.551	0.498
51	0.178	0.383	0.231	0.421	0.777	0.416	0.235	0.424
52	0.127	0.333	0.279	0.449	0.713	0.452	0.405	0.491
53	0.177	0.382	0.235	0.424	0.525	0.5	0.67	0.47
54	0.188	0.391	0.644	0.479	0.493	0.5	0.252	0.434

Índice	$Hu_{i1}$	s.d.	$Hu_{i2}$	s.d.	$Hu_{i3}$	s.d.	$Hu_{i4}$	s.d.
55	0.18	0.384	0.212	0.409	0.808	0.394	0.217	0.412
56	0.151	0.358	0.525	0.5	0.399	0.49	0.601	0.49
57	0.191	0.393	0.214	0.41	0.811	0.392	0.223	0.417
58	0.195	0.397	0.229	0.421	0.785	0.411	0.246	0.431
59	0.199	0.4	0.244	0.43	0.774	0.418	0.232	0.422
60	0.183	0.387	0.246	0.431	0.784	0.412	0.239	0.427
61	0.251	0.434	0.227	0.419	0.757	0.429	0.24	0.427
62	0.179	0.384	0.588	0.492	0.572	0.495	0.203	0.403
63	0.199	0.4	0.846	0.361	0.127	0.333	0.656	0.475
64	0.174	0.379	0.613	0.487	0.525	0.5	0.233	0.423
65	0.164	0.37	0.205	0.404	0.602	0.49	0.609	0.488
66	0.194	0.396	0.601	0.49	0.54	0.499	0.239	0.426
67	0.154	0.361	0.511	0.5	0.673	0.469	0.178	0.383
68	0.201	0.401	0.222	0.416	0.795	0.404	0.217	0.412
69	0.157	0.364	0.19	0.392	0.605	0.489	0.617	0.486
70	0.177	0.382	0.199	0.399	0.833	0.373	0.211	0.408
71	0.179	0.384	0.248	0.432	0.771	0.421	0.249	0.433
72	0.158	0.365	0.103	0.304	0.807	0.395	0.447	0.497
73	0.156	0.363	0.602	0.49	0.545	0.498	0.224	0.417
74	0.163	0.369	0.551	0.498	0.599	0.49	0.204	0.403
75	0.806	0.396	0.187	0.39	0.595	0.491	0.209	0.406
76	0.817	0.387	0.577	0.494	0.314	0.464	0.221	0.415
77	0.191	0.393	0.568	0.496	0.591	0.492	0.227	0.419
78	0.187	0.39	0.253	0.435	0.746	0.435	0.265	0.441
79	0.19	0.392	0.593	0.491	0.553	0.497	0.208	0.406
80	0.177	0.382	0.182	0.386	0.641	0.48	0.612	0.487
81	0.205	0.404	0.249	0.432	0.773	0.419	0.239	0.426

ANEXO IX – Probabilidades *a posteriori* ( $P_{ij}$ ), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidos pelo modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet (secção 4.6)

---

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
1	0.019	0.015	0.07	0.029	0.848	0.041	0.063	0.027
2	0.018	0.014	0.058	0.026	0.874	0.036	0.05	0.024
3	0.017	0.014	0.077	0.03	0.848	0.04	0.058	0.025
4	0.018	0.014	0.067	0.028	0.856	0.039	0.06	0.026
5	0.018	0.014	0.077	0.03	0.857	0.039	0.048	0.024
6	0.017	0.014	0.067	0.028	0.855	0.039	0.061	0.027
7	0.019	0.015	0.059	0.026	0.872	0.037	0.05	0.024
8	0.019	0.015	0.058	0.025	0.849	0.039	0.074	0.03
9	0.017	0.013	0.066	0.027	0.87	0.037	0.047	0.023
10	0.018	0.014	0.058	0.027	0.873	0.037	0.051	0.024
11	0.018	0.014	0.06	0.026	0.87	0.038	0.052	0.026
12	0.019	0.015	0.06	0.026	0.87	0.038	0.051	0.024
13	0.018	0.015	0.072	0.028	0.848	0.041	0.062	0.028
14	0.019	0.015	0.071	0.029	0.846	0.042	0.064	0.028
15	0.03	0.019	0.059	0.027	0.859	0.041	0.052	0.026
16	0.019	0.014	0.058	0.026	0.872	0.036	0.051	0.024
17	0.016	0.013	0.063	0.025	0.863	0.036	0.057	0.025
18	0.018	0.014	0.06	0.028	0.858	0.04	0.064	0.029
19	0.018	0.015	0.059	0.026	0.871	0.037	0.051	0.025
20	0.018	0.015	0.059	0.025	0.861	0.039	0.062	0.027
21	0.017	0.014	0.069	0.029	0.864	0.038	0.05	0.025
22	0.029	0.018	0.069	0.028	0.851	0.039	0.051	0.025
23	0.015	0.012	0.049	0.022	0.884	0.033	0.052	0.023
24	0.019	0.015	0.059	0.026	0.872	0.037	0.05	0.024
25	0.017	0.014	0.056	0.025	0.877	0.037	0.049	0.024
26	0.018	0.014	0.059	0.026	0.874	0.037	0.049	0.024
27	0.018	0.014	0.071	0.029	0.849	0.039	0.062	0.026
28	0.031	0.02	0.07	0.029	0.848	0.04	0.051	0.024
29	0.019	0.015	0.059	0.027	0.87	0.038	0.052	0.026
30	0.018	0.015	0.068	0.027	0.842	0.041	0.072	0.029
31	0.016	0.013	0.068	0.028	0.867	0.038	0.049	0.024
32	0.019	0.016	0.06	0.026	0.871	0.036	0.051	0.024
33	0.027	0.017	0.072	0.028	0.856	0.036	0.045	0.021
34	0.018	0.014	0.058	0.026	0.874	0.036	0.05	0.024
35	0.019	0.015	0.071	0.029	0.858	0.04	0.052	0.025
36	0.018	0.015	0.069	0.029	0.851	0.042	0.062	0.027
37	0.03	0.02	0.058	0.026	0.862	0.039	0.05	0.025
38	0.018	0.014	0.06	0.027	0.872	0.037	0.05	0.024
39	0.018	0.014	0.068	0.028	0.865	0.038	0.049	0.024
40	0.019	0.015	0.058	0.026	0.872	0.036	0.051	0.025
41	0.017	0.013	0.058	0.026	0.876	0.036	0.049	0.023
42	0.018	0.014	0.067	0.027	0.866	0.037	0.049	0.024
43	0.016	0.014	0.052	0.024	0.885	0.034	0.046	0.022
44	0.029	0.019	0.058	0.025	0.863	0.038	0.05	0.024
45	0.019	0.015	0.059	0.027	0.871	0.037	0.051	0.025
46	0.019	0.015	0.059	0.027	0.872	0.038	0.05	0.024
47	0.017	0.013	0.055	0.025	0.857	0.039	0.071	0.029
48	0.017	0.014	0.064	0.026	0.861	0.035	0.057	0.025
49	0.019	0.015	0.071	0.029	0.848	0.041	0.062	0.028
50	0.018	0.014	0.068	0.028	0.855	0.039	0.059	0.025
51	0.019	0.015	0.058	0.025	0.873	0.036	0.051	0.024
52	0.017	0.013	0.062	0.026	0.866	0.036	0.055	0.024
53	0.018	0.014	0.059	0.027	0.86	0.039	0.062	0.027
54	0.018	0.015	0.07	0.028	0.86	0.038	0.052	0.025

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
55	0.019	0.015	0.057	0.025	0.873	0.037	0.05	0.024
56	0.018	0.014	0.069	0.029	0.852	0.04	0.062	0.026
57	0.019	0.015	0.058	0.026	0.872	0.038	0.051	0.024
58	0.019	0.014	0.059	0.026	0.872	0.037	0.051	0.024
59	0.018	0.014	0.059	0.027	0.872	0.037	0.051	0.024
60	0.019	0.015	0.058	0.026	0.87	0.038	0.053	0.026
61	0.018	0.015	0.059	0.027	0.87	0.039	0.052	0.025
62	0.018	0.015	0.07	0.03	0.861	0.04	0.051	0.025
63	0.019	0.015	0.082	0.032	0.837	0.042	0.062	0.027
64	0.019	0.015	0.071	0.029	0.859	0.04	0.052	0.025
65	0.018	0.015	0.057	0.025	0.864	0.039	0.062	0.028
66	0.018	0.014	0.07	0.029	0.86	0.038	0.051	0.025
67	0.018	0.014	0.068	0.027	0.865	0.037	0.05	0.024
68	0.019	0.014	0.059	0.027	0.872	0.038	0.05	0.024
69	0.019	0.015	0.059	0.027	0.861	0.04	0.061	0.027
70	0.018	0.014	0.058	0.026	0.873	0.037	0.051	0.025
71	0.019	0.015	0.059	0.026	0.87	0.039	0.052	0.026
72	0.017	0.013	0.054	0.024	0.872	0.036	0.058	0.025
73	0.018	0.015	0.068	0.028	0.862	0.038	0.051	0.025
74	0.018	0.015	0.07	0.029	0.862	0.039	0.05	0.024
75	0.029	0.019	0.059	0.027	0.861	0.041	0.05	0.025
76	0.03	0.019	0.068	0.027	0.85	0.04	0.051	0.025
77	0.018	0.014	0.069	0.029	0.863	0.038	0.05	0.024
78	0.019	0.015	0.059	0.027	0.872	0.036	0.05	0.024
79	0.019	0.015	0.07	0.028	0.86	0.038	0.051	0.024
80	0.018	0.014	0.057	0.026	0.865	0.038	0.06	0.026
81	0.018	0.015	0.06	0.027	0.871	0.037	0.051	0.023



ANEXO X – Probabilidades *a posteriori* ( $P_{ij}$ ), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidos pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas (secção 4.7)

---

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
1	0.241	0.082	0.233	0.098	0.37	0.073	0.156	0.049
2	0.263	0.04	0.145	0.052	0.354	0.072	0.238	0.071
3	0.223	0.047	0.161	0.05	0.345	0.082	0.272	0.065
4	0.206	0.052	0.188	0.061	0.349	0.102	0.257	0.072
5	0.182	0.04	0.174	0.068	0.471	0.105	0.172	0.045
6	0.166	0.031	0.162	0.03	0.472	0.078	0.2	0.073
7	0.246	0.07	0.175	0.067	0.377	0.197	0.202	0.112
8	0.196	0.051	0.152	0.048	0.365	0.07	0.287	0.059
9	0.184	0.066	0.196	0.053	0.441	0.094	0.18	0.052
10	0.265	0.042	0.141	0.03	0.401	0.109	0.193	0.09
11	0.269	0.068	0.158	0.072	0.4	0.092	0.173	0.083
12	0.333	0.103	0.239	0.128	0.237	0.138	0.192	0.112
13	0.203	0.058	0.215	0.076	0.294	0.098	0.288	0.062
14	0.248	0.051	0.215	0.084	0.25	0.051	0.287	0.073
15	0.278	0.096	0.154	0.079	0.363	0.073	0.205	0.039
16	0.228	0.084	0.16	0.05	0.381	0.067	0.231	0.046
17	0.157	0.049	0.124	0.053	0.567	0.151	0.152	0.064
18	0.337	0.061	0.134	0.069	0.178	0.076	0.351	0.098
19	0.201	0.095	0.201	0.087	0.391	0.059	0.207	0.065
20	0.314	0.137	0.165	0.064	0.251	0.143	0.27	0.078
21	0.258	0.066	0.147	0.051	0.422	0.098	0.172	0.045
22	0.233	0.048	0.191	0.064	0.376	0.05	0.2	0.066
23	0.146	0.048	0.091	0.019	0.647	0.08	0.116	0.03
24	0.235	0.056	0.193	0.049	0.285	0.091	0.288	0.082
25	0.237	0.057	0.121	0.033	0.437	0.099	0.205	0.067
26	0.2	0.051	0.211	0.107	0.361	0.118	0.228	0.101
27	0.183	0.055	0.21	0.087	0.397	0.088	0.21	0.12
28	0.234	0.049	0.166	0.127	0.345	0.094	0.254	0.067
29	0.248	0.081	0.143	0.057	0.322	0.099	0.287	0.115
30	0.191	0.099	0.181	0.08	0.339	0.092	0.29	0.069
31	0.178	0.069	0.159	0.035	0.495	0.162	0.168	0.09
32	0.319	0.122	0.128	0.049	0.287	0.066	0.266	0.111
33	0.189	0.098	0.147	0.04	0.521	0.143	0.143	0.031
34	0.192	0.068	0.224	0.115	0.45	0.111	0.134	0.086
35	0.294	0.061	0.151	0.029	0.305	0.082	0.25	0.045
36	0.269	0.039	0.131	0.089	0.453	0.096	0.147	0.046
37	0.238	0.039	0.172	0.065	0.346	0.098	0.243	0.086
38	0.215	0.078	0.143	0.041	0.482	0.142	0.16	0.058
39	0.191	0.091	0.128	0.03	0.504	0.104	0.178	0.059
40	0.19	0.07	0.225	0.198	0.393	0.157	0.192	0.062
41	0.17	0.06	0.138	0.038	0.543	0.101	0.149	0.06
42	0.208	0.101	0.228	0.112	0.418	0.075	0.146	0.065
43	0.125	0.054	0.087	0.021	0.649	0.106	0.139	0.064
44	0.235	0.07	0.139	0.061	0.491	0.14	0.134	0.028
45	0.273	0.071	0.164	0.055	0.369	0.105	0.194	0.113
46	0.335	0.157	0.143	0.093	0.333	0.134	0.188	0.051
47	0.148	0.047	0.164	0.034	0.448	0.093	0.24	0.074
48	0.228	0.046	0.176	0.049	0.422	0.061	0.174	0.051
49	0.236	0.061	0.158	0.098	0.363	0.095	0.243	0.046
50	0.183	0.1	0.21	0.061	0.398	0.112	0.21	0.043
51	0.236	0.055	0.237	0.139	0.36	0.088	0.166	0.073
52	0.151	0.065	0.138	0.029	0.541	0.143	0.17	0.096
53	0.237	0.07	0.199	0.08	0.264	0.062	0.3	0.053
54	0.302	0.163	0.2	0.111	0.339	0.257	0.159	0.087

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
55	0.234	0.063	0.189	0.07	0.448	0.078	0.129	0.074
56	0.22	0.055	0.189	0.045	0.378	0.074	0.213	0.056
57	0.182	0.076	0.29	0.19	0.353	0.138	0.175	0.053
58	0.281	0.072	0.166	0.05	0.344	0.073	0.21	0.081
59	0.283	0.087	0.155	0.027	0.371	0.078	0.191	0.065
60	0.23	0.05	0.167	0.054	0.38	0.1	0.224	0.093
61	0.243	0.098	0.16	0.031	0.426	0.211	0.171	0.131
62	0.242	0.047	0.247	0.104	0.372	0.091	0.139	0.046
63	0.242	0.059	0.232	0.083	0.384	0.128	0.142	0.088
64	0.271	0.041	0.199	0.072	0.282	0.061	0.248	0.041
65	0.223	0.091	0.192	0.075	0.304	0.095	0.282	0.106
66	0.325	0.066	0.173	0.076	0.249	0.062	0.254	0.087
67	0.17	0.11	0.174	0.069	0.484	0.19	0.172	0.079
68	0.221	0.051	0.134	0.075	0.474	0.143	0.171	0.086
69	0.22	0.046	0.144	0.032	0.348	0.105	0.287	0.091
70	0.268	0.036	0.094	0.041	0.361	0.101	0.276	0.07
71	0.258	0.067	0.187	0.061	0.246	0.077	0.309	0.068
72	0.155	0.082	0.16	0.057	0.498	0.098	0.187	0.044
73	0.248	0.041	0.202	0.074	0.341	0.09	0.209	0.043
74	0.303	0.098	0.199	0.043	0.336	0.055	0.162	0.076
75	0.25	0.102	0.1	0.032	0.426	0.077	0.224	0.087
76	0.237	0.072	0.157	0.031	0.41	0.08	0.196	0.05
77	0.291	0.053	0.219	0.078	0.328	0.176	0.161	0.133
78	0.158	0.086	0.131	0.087	0.431	0.146	0.281	0.083
79	0.204	0.09	0.271	0.06	0.345	0.091	0.181	0.096
80	0.281	0.056	0.142	0.036	0.401	0.086	0.176	0.075
81	0.173	0.049	0.248	0.159	0.367	0.184	0.212	0.052

ANEXO XI – Probabilidades *a posteriori* ( $P_{ij}$ ), e respectivos desvios padrões, para cada intersecção, obtidos pelo modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas, segundo Congdon (2006) (secção 4.8)

---

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
1	0.021	0.011	0.057	0.017	0.864	0.039	0.058	0.021
2	0.018	0.008	0.074	0.031	0.86	0.035	0.048	0.014
3	0.017	0.009	0.056	0.026	0.873	0.056	0.053	0.032
4	0.014	0.005	0.058	0.03	0.881	0.057	0.047	0.031
5	0.015	0.013	0.095	0.032	0.823	0.054	0.066	0.021
6	0.013	0.005	0.044	0.022	0.901	0.051	0.042	0.027
7	0.008	0.004	0.109	0.094	0.799	0.115	0.084	0.031
8	0.047	0.041	0.055	0.035	0.799	0.077	0.099	0.061
9	0.019	0.013	0.071	0.022	0.879	0.03	0.031	0.01
10	0.008	0.003	0.049	0.045	0.894	0.053	0.049	0.025
11	0.006	0.003	0.057	0.03	0.903	0.041	0.033	0.022
12	0.015	0.011	0.054	0.028	0.891	0.04	0.04	0.02
13	0.021	0.01	0.135	0.075	0.789	0.08	0.055	0.017
14	0.015	0.007	0.051	0.024	0.89	0.025	0.044	0.017
15	0.009	0.007	0.066	0.045	0.862	0.035	0.063	0.027
16	0.028	0.013	0.085	0.026	0.826	0.05	0.06	0.02
17	0.012	0.01	0.078	0.022	0.843	0.051	0.067	0.038
18	0.037	0.014	0.066	0.014	0.855	0.022	0.043	0.01
19	0.01	0.007	0.029	0.017	0.923	0.049	0.038	0.03
20	0.012	0.009	0.03	0.022	0.917	0.031	0.042	0.015
21	0.012	0.009	0.062	0.018	0.862	0.04	0.064	0.031
22	0.017	0.011	0.121	0.034	0.808	0.043	0.054	0.014
23	0.014	0.007	0.04	0.022	0.919	0.028	0.027	0.007
24	0.016	0.005	0.043	0.018	0.905	0.027	0.037	0.015
25	0.009	0.004	0.043	0.023	0.919	0.037	0.029	0.015
26	0.01	0.003	0.054	0.04	0.914	0.035	0.021	0.009
27	0.017	0.01	0.065	0.025	0.873	0.032	0.045	0.015
28	0.016	0.012	0.069	0.031	0.873	0.049	0.042	0.021
29	0.014	0.005	0.06	0.022	0.87	0.038	0.056	0.017
30	0.016	0.009	0.029	0.007	0.904	0.023	0.051	0.014
31	0.029	0.015	0.056	0.017	0.865	0.031	0.05	0.018
32	0.015	0.009	0.056	0.019	0.866	0.076	0.064	0.056
33	0.016	0.005	0.079	0.043	0.843	0.068	0.062	0.034
34	0.014	0.006	0.03	0.01	0.903	0.034	0.052	0.031
35	0.013	0.011	0.071	0.015	0.856	0.029	0.059	0.018
36	0.011	0.004	0.115	0.056	0.818	0.054	0.056	0.018
37	0.013	0.009	0.058	0.02	0.881	0.036	0.048	0.032
38	0.013	0.003	0.097	0.092	0.86	0.081	0.03	0.013
39	0.015	0.01	0.064	0.043	0.862	0.089	0.058	0.038
40	0.016	0.01	0.082	0.073	0.867	0.078	0.035	0.016
41	0.013	0.01	0.049	0.023	0.856	0.037	0.083	0.044
42	0.023	0.01	0.048	0.014	0.894	0.024	0.035	0.013
43	0.012	0.011	0.062	0.024	0.884	0.036	0.041	0.03
44	0.014	0.008	0.04	0.022	0.851	0.069	0.095	0.049
45	0.013	0.004	0.119	0.108	0.814	0.121	0.054	0.023
46	0.011	0.009	0.082	0.027	0.878	0.051	0.029	0.021
47	0.014	0.006	0.035	0.023	0.889	0.044	0.063	0.034
48	0.023	0.015	0.048	0.011	0.901	0.024	0.029	0.021
49	0.02	0.013	0.07	0.022	0.873	0.037	0.038	0.018
50	0.014	0.008	0.061	0.014	0.867	0.035	0.058	0.021
51	0.017	0.008	0.045	0.024	0.902	0.037	0.036	0.02
52	0.025	0.013	0.046	0.015	0.883	0.03	0.045	0.022
53	0.009	0.003	0.054	0.036	0.883	0.042	0.054	0.038
54	0.011	0.005	0.051	0.022	0.844	0.054	0.094	0.046

Índice	$P_{i1}$	s.d.	$P_{i2}$	s.d.	$P_{i3}$	s.d.	$P_{i4}$	s.d.
55	0.016	0.008	0.092	0.029	0.858	0.045	0.034	0.017
56	0.008	0.007	0.046	0.019	0.924	0.024	0.022	0.006
57	0.02	0.013	0.074	0.034	0.867	0.054	0.039	0.017
58	0.015	0.011	0.041	0.029	0.915	0.056	0.029	0.022
59	0.02	0.004	0.043	0.026	0.836	0.065	0.101	0.079
60	0.022	0.014	0.054	0.033	0.872	0.053	0.052	0.039
61	0.011	0.008	0.032	0.017	0.883	0.052	0.074	0.058
62	0.054	0.063	0.085	0.026	0.789	0.09	0.073	0.021
63	0.011	0.007	0.054	0.02	0.873	0.047	0.062	0.032
64	0.015	0.013	0.06	0.038	0.893	0.045	0.033	0.012
65	0.016	0.012	0.043	0.015	0.909	0.042	0.031	0.02
66	0.015	0.006	0.045	0.015	0.897	0.032	0.044	0.017
67	0.022	0.008	0.088	0.053	0.848	0.042	0.042	0.014
68	0.023	0.015	0.119	0.119	0.814	0.131	0.045	0.009
69	0.017	0.009	0.056	0.027	0.855	0.092	0.071	0.067
70	0.013	0.011	0.034	0.028	0.904	0.08	0.049	0.043
71	0.016	0.014	0.066	0.049	0.866	0.091	0.052	0.035
72	0.011	0.005	0.041	0.022	0.92	0.032	0.028	0.012
73	0.008	0.003	0.037	0.023	0.875	0.034	0.08	0.036
74	0.036	0.022	0.059	0.015	0.854	0.055	0.051	0.028
75	0.014	0.013	0.028	0.021	0.91	0.062	0.048	0.033
76	0.014	0.01	0.085	0.043	0.854	0.054	0.048	0.014
77	0.017	0.011	0.056	0.017	0.893	0.023	0.033	0.011
78	0.016	0.008	0.074	0.023	0.876	0.029	0.035	0.013
79	0.014	0.008	0.086	0.032	0.848	0.033	0.052	0.019
80	0.018	0.01	0.047	0.015	0.895	0.056	0.04	0.036
81	0.016	0.009	0.109	0.055	0.822	0.048	0.053	0.026

ANEXO XII – Probabilidades *a posteriori* ( $H_{u_{ij}}$ ) de se obterem valores mais elevados, ou mais baixos, do que as taxas médias de cada tipo de acidente – respectivas ao modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas, segundo Congdon (2006) (secção 4.8)

---

Índice	$Hu_{i1}$	s.d.	$Hu_{i2}$	s.d.	$Hu_{i3}$	s.d.	$Hu_{i4}$	s.d.
1	0.868	0.339	0.517	0.5	0.284	0.451	0.684	0.465
2	0.551	0.498	0.647	0.478	0.34	0.474	0.557	0.497
3	0.791	0.407	0.479	0.5	0.462	0.499	0.406	0.491
4	0.615	0.487	0.628	0.483	0.413	0.493	0.345	0.476
5	0.333	0.472	0.849	0.358	0.043	0.204	0.969	0.174
6	0.382	0.486	0.317	0.466	0.669	0.471	0.355	0.479
7	0.075	0.264	0.521	0.5	0.376	0.485	0.951	0.217
8	0.861	0.346	0.428	0.495	0.077	0.266	0.905	0.293
9	0.595	0.491	0.702	0.458	0.453	0.498	0.126	0.332
10	0.285	0.451	0.333	0.472	0.474	0.499	0.582	0.493
11	0	0	0.543	0.498	0.621	0.485	0.333	0.472
12	0.543	0.498	0.437	0.496	0.657	0.475	0.41	0.492
13	0.882	0.323	0.667	0.472	0.148	0.355	0.749	0.434
14	0.523	0.5	0.371	0.483	0.665	0.472	0.382	0.486
15	0.085	0.279	0.345	0.476	0.232	0.422	0.781	0.414
16	0.869	0.337	0.889	0.315	0.112	0.315	0.694	0.461
17	0.405	0.491	0.866	0.341	0.129	0.335	0.74	0.439
18	0.979	0.142	0.75	0.433	0.083	0.276	0.445	0.497
19	0.285	0.451	0.005	0.073	0.702	0.458	0.333	0.472
20	0.423	0.494	0.129	0.335	0.841	0.366	0.559	0.497
21	0.183	0.387	0.655	0.475	0.325	0.469	0.683	0.466
22	0.595	0.491	1	0	0	0	0.757	0.429
23	0.447	0.497	0.181	0.385	0.881	0.324	0.023	0.149
24	0.765	0.424	0.253	0.435	0.813	0.39	0.283	0.451
25	0.083	0.276	0.2	0.4	0.844	0.363	0.224	0.417
26	0.337	0.473	0.333	0.472	0.67	0.47	0	0
27	0.597	0.491	0.573	0.495	0.393	0.489	0.494	0.5
28	0.627	0.484	0.557	0.497	0.419	0.494	0.331	0.471
29	0.494	0.5	0.528	0.499	0.379	0.485	0.734	0.442
30	0.631	0.483	0	0	0.739	0.439	0.613	0.487
31	0.885	0.319	0.44	0.497	0.245	0.43	0.581	0.494
32	0.635	0.482	0.483	0.5	0.423	0.494	0.667	0.472
33	0.528	0.499	0.622	0.485	0.455	0.498	0.545	0.498
34	0.513	0.5	0.046	0.21	0.656	0.475	0.482	0.5
35	0.333	0.472	0.945	0.229	0.089	0.284	0.778	0.416
36	0.288	0.453	0.932	0.252	0.091	0.288	0.859	0.348
37	0.401	0.49	0.393	0.489	0.383	0.486	0.355	0.479
38	0.483	0.5	0.343	0.475	0.617	0.486	0.124	0.33
39	0.533	0.499	0.571	0.495	0.334	0.472	0.667	0.472
40	0.619	0.486	0.333	0.472	0.665	0.472	0.218	0.413
41	0.558	0.497	0.448	0.497	0.151	0.358	0.745	0.436
42	0.923	0.267	0.271	0.444	0.656	0.475	0.306	0.461
43	0.319	0.466	0.502	0.5	0.527	0.499	0.333	0.472
44	0.393	0.489	0.223	0.416	0.389	0.488	0.997	0.058
45	0.482	0.5	0.554	0.497	0.465	0.499	0.557	0.497
46	0.237	0.426	0.845	0.362	0.507	0.5	0.219	0.414
47	0.579	0.494	0.168	0.374	0.399	0.49	0.667	0.472
48	0.619	0.486	0.208	0.406	0.759	0.428	0.167	0.373
49	0.737	0.44	0.709	0.454	0.445	0.497	0.243	0.429
50	0.358	0.48	0.623	0.485	0.242	0.428	0.777	0.417
51	0.546	0.498	0.392	0.488	0.745	0.436	0.352	0.478
52	0.689	0.463	0.219	0.413	0.621	0.485	0.372	0.483
53	0.073	0.261	0.25	0.433	0.476	0.5	0.333	0.472
54	0.247	0.431	0.425	0.494	0.325	0.468	0.83	0.376



Índice	$Hu_{i1}$	s.d.	$Hu_{i2}$	s.d.	$Hu_{i3}$	s.d.	$Hu_{i4}$	s.d.
55	0.578	0.494	0.931	0.254	0.233	0.423	0.279	0.448
56	0.193	0.395	0.257	0.437	0.928	0.259	0	0
57	0.363	0.481	0.637	0.481	0.52	0.5	0.403	0.491
58	0.497	0.5	0.395	0.489	0.709	0.454	0.288	0.453
59	0.866	0.341	0.33	0.47	0.265	0.441	0.684	0.465
60	0.515	0.5	0.447	0.497	0.393	0.489	0.588	0.492
61	0.245	0.43	0.081	0.272	0.666	0.472	0.418	0.493
62	0.601	0.49	0.878	0.327	0.044	0.205	0.988	0.109
63	0.198	0.399	0.395	0.489	0.468	0.499	0.723	0.448
64	0.535	0.499	0.341	0.474	0.679	0.467	0.197	0.398
65	0.665	0.472	0.197	0.398	0.709	0.455	0.195	0.397
66	0.58	0.494	0.232	0.422	0.63	0.483	0.468	0.499
67	0.925	0.263	0.665	0.472	0.147	0.355	0.443	0.497
68	0.459	0.498	0.357	0.479	0.643	0.479	0.497	0.5
69	0.66	0.474	0.491	0.5	0.421	0.494	0.639	0.48
70	0.471	0.499	0.18	0.384	0.684	0.465	0.544	0.498
71	0.566	0.496	0.667	0.472	0.333	0.472	0.626	0.484
72	0.324	0.468	0.331	0.471	0.814	0.389	0.141	0.348
73	0.019	0.138	0.214	0.41	0.383	0.486	0.708	0.455
74	0.991	0.093	0.575	0.494	0.475	0.5	0.344	0.475
75	0.402	0.49	0.133	0.34	0.641	0.48	0.546	0.498
76	0.503	0.5	0.755	0.43	0.271	0.444	0.467	0.499
77	0.643	0.479	0.446	0.497	0.595	0.491	0.241	0.428
78	0.475	0.5	0.778	0.416	0.414	0.493	0.231	0.422
79	0.395	0.489	0.989	0.103	0.062	0.241	0.624	0.485
80	0.771	0.42	0.256	0.437	0.677	0.468	0.343	0.475
81	0.577	0.494	0.866	0.341	0.067	0.251	0.629	0.483

## ANEXO XIII – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial Dirichlet não hierárquico

---

```

model {
  for(i in 1:N){
    f[i,1:nJcat]~dmulti(poi[i,1:nJcat],Total[i])
    fnew[i,1:nJcat]~dmulti(poi[i,1:nJcat],Total[i])

    for(j in 1:nJcat) {
      ch2[i,j]<-(f[i,j]-fhat[j,j])*(f[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
      ch2new[i,j]<-(fnew[i,j]-fhat[j,j])*(fnew[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
    }

    poi[i,1:nJcat]~ddirch(alpha[i,1:nJcat])
    for(j in 1:nJcat){
      alpha[i,j]<-1
      fhat[i,j]<-Total[i]*poi[i,j]
    }
  }

  Ch2[1]<-sum(ch2[,])
  Ch2[2]<-sum(ch2new[,])
  Pch<-step(Ch2[2]-Ch2[1])
}

```



ANEXO XIV – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet

---

```

model {
model {
  for(i in 1:N){
    fgr[i,1:nJcat]~dmulti(poi[i,1:nJcat],Total[i])
    fnew[i,1:nJcat]~dmulti(poi[i,1:nJcat],Total[i])

    for(j in 1:nJcat) {
      fhat[i,j]<-Total[i]*poi[i,j]
      Hu[i,j]<-step(poi[i,j]-poi.pop[j])
      ch2[i,j]<-(fgr[i,j]-fhat[j,j])*(fgr[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
      newch2[i,j]<-(fnew[i,j]-fhat[j,j])*(fnew[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
      As[i,j]~dgamma(Au[j],1)
      poi[i,j]<-As[i,j]/sum(As[i,])
    }
  }
# population wide averages #
  for(j in 1:nJcat) {
    Au[j]~dgamma(1,0.001)
    poi.pop[j]<-Au[j]/sum(Au[])
  }
# predictive check #
  Ch2[1]<-sum(ch2[,])
  Ch2[2]<-sum(newch2[,])
  Pch<-step(Ch2[2]-Ch2[1])
}

```

ANEXO XV – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos parâmetros da distribuição de Dirichlet proposta por Nandram (1998)

---

```

model {
  for(i in 1:N){
    fgr[i, 1:nJcat]~dmulti(poi[i, 1:nJcat], Total[i])
    fnew[i, 1:nJcat]~dmulti(poi[i, 1:nJcat], Total[i])

# update Dirichlet for poi[] via separate Gamma's #

    for(j in 1:nJcat) {
      poi[i,j]<-q[i,j]/sum(q[i,])
      q[i,j]~dgamma(alpha[i,j], 1)
      alpha[i,j]<-tau*rho[j]
# check for high category rates #
      H[i,j]<-step(poi[i,j]-rho[j])
      fhat[i,j]<-Total[i]*poi[i,j]
      ch2[i,j]<-(fgr[i,j]-fhat[j,j])*(fgr[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
      ch2new[i,j]<-(fnew[i,j]-fhat[j,j])*(fnew[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
    }
  }

# update Dirichlet for rho[] via separate Gamma's #
  for (j in 1:nJcat) {
    rho[j]<-Alpha[j]/sum(Alpha[])
    Alpha[j]~dgamma(1, 1)
  }
  tau~dgamma(1, 0.001)

# predictive checks #
  Ch2[1]<-sum(ch2[,])
  Ch2[2]<-sum(ch2new[,])
  Pch<-step(Ch2[2]-Ch2[1])
}

```



ANEXO XVI – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial Dirichlet hierárquico com incerteza nos logaritmos dos parâmetros da distribuição de Dirichlet

---

```

model {
  for(i in 1:N){
    fgr[i, 1:nJcat]~dmulti(poi[i, 1:nJcat], Total[i])
    fnew[i, 1:nJcat]~dmulti(poi[i, 1:nJcat], Total[i])
    for(j in 1:nJcat) {
      poi[i,j]<-q[i,j]/sum(q[i,])
# update Dirichlet for poi[] via separate Gamma's #

      q[i,j]~dgamma(t.rho[i,j], 1)
      t.rho[i,j]<-t*rho[i,j]
      rho[i,j]<-h[i,j]/sum(h[i,])
      log(h[i,j])<-gamma.c[j]
      fhat[i,j]<-Total[i]*poi[i,j]
      ch2[i,j]<-(fgr[i,j]-fhat[j,j])*(fgr[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
      ch2new[i,j]<-(fnew[i,j]-fhat[j,j])*(fnew[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
    }
  }
  t~dgamma(1,0.001)

  for (j in 1:nJcat) {
    gamma3[j]~dnorm(0,1)
    gamma.c[j]<-gamma3[j]-mean(gamma3[])
  }

# predictive checks #
  Ch2[1]<-sum(ch2[,])
  Ch2[2]<-sum(ch2new[,])
  Pch<-step(Ch2[2]-Ch2[1])
}

```

ANEXO XVII – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas

---

```

model {
  for(i in 1:N){
    fgr[i,1:nJcat]~dmulti(poi[i,1:nJcat],Total[i])
    fnew[i,1:nJcat]~dmulti(poi[i,1:nJcat],Total[i])

# MVN effects for multivariate logit model #

    u[i,1:nJcat]~dmnorm(nu[1:nJcat],P[1:nJcat,1:nJcat])
    for(j in 1:nJcat) {
      poi[i,j]<-v[i,j]/sum(v[i,])
      log(v[i,j])<-u[i,j]
      fhat[i,j]<-Total[i]*poi[i,j]
      ch2[i,j]<-(fgr[i,j]-fhat[j,j])*(fgr[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
      ch2new[i,j]<-(fnew[i,j]-fhat[j,j])*(fnew[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
    }
  }
  for (j in 1:nJcat) {
    Nu[j]~dnorm(0,0.001)
    nu[j]<-Nu[j]-mean(Nu[])
    Q[j,j]<-1
    for(k in 1:j-1){
      Q[j,k]<-0
      Q[k,j]<-0
    }
  }

# correlation between categories # For TYPE #
  R[1,2]<-C[1,2]/sqrt(C[1,1]*C[2,2])
  R[1,3]<-C[1,3]/sqrt(C[1,1]*C[3,3])
  R[1,4]<-C[1,4]/sqrt(C[1,1]*C[4,4])
  R[2,3]<-C[2,3]/sqrt(C[2,2]*C[3,3])
  R[2,4]<-C[2,4]/sqrt(C[2,2]*C[4,4])
  R[3,4]<-C[3,4]/sqrt(C[3,3]*C[4,4])

#
  P[1:nJcat,1:nJcat]~dwish(Q[,],nJcat)

# covariance between categories #
  C[1:nJcat,1:nJcat]<-inverse(P[,])

```

ANEXO XVIII – Excerto do código de WinBUGS referente ao modelo Multinomial hierárquico com heterogeneidade a nível populacional modelada através de distribuições Normais Multivariadas segundo Congdon (2006)

---

```

model {

# Multinomial Likelihood #
  for(i in 1:N){
    fgr[i, 1:nJcat]~dmulti(poi[i, 1:nJcat], Total[i])
    fnew[i, 1:nJcat]~dmulti(poi[i, 1:nJcat], Total[i])
# fitted probabilities #
    for (j in 1:nJcat){
      poi[i,j]<-th[i,j]/sum(th[i,])
      log(th[i,j])<-mu[j]+u[i,j]
      fhat[i,j]<-Total[i]*poi[i,j]
      ch2[i,j]<-(fgr[i,j]-fhat[j,j])*(fgr[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
      ch2new[i,j]<-(fnew[i,j]-fhat[j,j])*(fnew[i,j]-fhat[j,j])/fhat[i,j]
      H[i,j]<-step(poi[i,j]-thpop[j])
    }
# priors #
    for (i in 1:N){ u[i, 1:nJcat]~dmnorm(zero[], P[,]) }
    for (j in 1:nJcat-1){ mu[j]~dnorm(0, 0.001) }
      mu[nJcat]<-0
    P[1:nJcat, 1:nJcat]~dwish(R[,], nJcat)
# centred means #
    for (i in 1:nJcat){ mu.c[i]<-mu[i]-mean(mu[]) }
# Scale matrix #
    for(j in 1:nJcat) { R[i,j]<-equals(i,j) }
    C[1:nJcat, 1:nJcat]<-inverse(P[,])
    for(i in 1:nJcat) { zero[i]<-0 }
# smoothed population proportions in categories #
    pii[i]<-exp(mu.c[i])
    thpop[i]<-pii[i]/sum(pii[])
    for(j in 1:nJcat) { r[i,j]<-C[i,j]/sqrt(C[i,i]*C[j,j]) }
# predictive checks #
    Ch2[1]<-sum(ch2[,])
    Ch2[2]<-sum(ch2new[,])
    Pch<-step(Ch2[2]-Ch2[1])

```

