

## SELECÇÃO DO MÉTODO MATEMÁTICO PARA DETERMINAÇÃO DA TANGENTE NO ENSAIO DE COMPRESSÃO MARSHALL SUPOSTADA NA AVALIAÇÃO DE INCERTEZAS DE MEDIÇÃO

L. Lages Martins, A. Silva Ribeiro, A. C. Freire, F. Batista, A. Maia

Laboratório Nacional de Engenharia Civil

### RESUMO

A presente comunicação descreve o processo de selecção do método matemático visando a parametrização da tangente à curva estabilidade *versus* deformação obtida na realização do ensaio de compressão Marshall de misturas betuminosas. A definição desta tangente constitui uma etapa intermédia essencial para a determinação das mensurandas de interesse no referido ensaio pelo que, numa perspectiva de propagação de incertezas de medição das grandezas de entrada até às grandezas de saída, a determinação da qualidade intrínseca à parametrização efectuada, expressa pela sua incerteza de medição, constitui uma matéria relevante neste contexto. Deste modo, a metodologia de parametrização apresentada é suportada na avaliação de incertezas de medição de cada uma das abordagens matemáticas estudadas.

### 1. Introdução

O ensaio de compressão Marshall [1] tem por objectivo a caracterização laboratorial de misturas betuminosas a aplicar em pavimentos de infra-estruturas rodoviárias e aeroportuárias. Neste ensaio, um provete cilíndrico compactado em laboratório a partir da amostra em análise é sujeito a uma carga de compressão uniaxial, segundo uma taxa de deformação constante, em equipamento de ensaio dedicado que, regra geral, integra uma aplicação computacional visando a aquisição, registo e processamento de dados. Da realização do ensaio resulta a representação gráfica das grandezas de entrada estabilidade e deformação.

Numa curva típica de ensaio destaca-se uma zona de interesse para a caracterização mecânica da amostra de mistura betuminosa ensaiada onde o provete de ensaio evidencia um comportamento aproximadamente linear, o qual é modelado matematicamente pela tangente à curva. Numa perspectiva matemática, a configuração geométrica da curva nessa zona determina que a tangente constitua uma recta que passe pelo ponto de inflexão da curva, isto é, pelo ponto no qual a sua derivada de segunda ordem é nula.

O Laboratório de Ensaio de Materiais para Pavimentação (PAVMAT) do Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), em colaboração com o Centro de Instrumentação Científica do LNEC, promoveu o desenvolvimento de uma aplicação computacional de apoio à realização do ensaio de compressão Marshall no referido laboratório. Esta aplicação recorre aos dados provenientes do equipamento de ensaio e aplica algoritmos matemáticos conhecidos e validados de modo a obter estimativas das grandezas por via indirecta e respectivas incertezas de medição, em particular, no que se refere à parametrização da tangente à curva.

Dada a diversidade de métodos aplicáveis, o presente estudo promove a selecção do método matemático mais adequado à determinação da tangente na referida aplicação computacional. A comparação estabelecida entre as diversas abordagens estudadas é suportada na quantificação das incertezas de medição associadas à parametrização pretendida.

### 2. Resultados

Atendendo à natureza discreta dos elementos da curva de ensaio obtida (resultante da aquisição e processamento digital dos dados experimentais), a primeira abordagem estudada para a parametrização da tangente consistiu na determinação da recta que intersecta os dois pontos experimentais entre os quais se situa o ponto de inflexão.

Para a abordagem referida, o estudo da dispersão de valores atribuídos à parametrização obtida (traduzida pelas incertezas de medição associadas aos parâmetros declive e ordenada na origem) incluiu a aplicação de dois métodos distintos.

O primeiro método, designado por análise de extremos, de base determinística, permitiu uma análise dos limites de variabilidade das estimativas da parametrização com base no conhecimento das incertezas de medição dos dois pontos experimentais utilizados na definição da recta e na combinação dos seus valores extremos (máximos e mínimos).

Por sua vez, o segundo método aplicado, de base probabilística, permitiu efectuar a propagação das incertezas de medição dos dois pontos experimentais até aos dois parâmetros de interesse, tendo em conta os modelos matemáticos de parametrização da tangente. Este método foi concretizado numericamente através de processos de simulação de Monte Carlo [2].

Alternativamente, foi estudada uma segunda abordagem para a parametrização da tangente tendo por base a aplicação do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) [3] para realização de uma regressão linear em torno do ponto de inflexão da curva, tendo em conta os pontos experimentais mais próximos. A avaliação de incerteza de medição foi suportada na determinação analítica da matriz variância-covariância.

### 3. Conclusões

O estudo realizado permitiu identificar o método matemático para parametrização da tangente cujos resultados apresentam um maior grau de exactidão. Realça-se, no contexto deste estudo, a abordagem inovadora do problema em causa, que consistiu em centrar a análise na questão da avaliação das incertezas de medição e, com base nestas, seleccionar o método mais adequado, ao contrário do processo habitual em que se escolhe o método e, em seguida, se efectua a estimativa das respectivas incertezas.

### REFERÊNCIAS

- [1] EN 12697-34:2004+A1:2007 – Bituminous mixtures – Test methods for hot mix asphalt. Part 34: Marshall test, Brussels: European Committee for Standardization (CEN), July 2007.
- [2] Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method, 1<sup>st</sup> edition, Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), 2008.
- [3] Mood, A. *et al.*, Introduction to the theory of statistics, 3<sup>rd</sup> edition, Singapore: McGraw-Hill International Editions, 1974.